مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال پانزدهم، شماره دوم، تابستان ۹۷، ص ص ۱۳۳-۱۲۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه‌های واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها بر مبنای ابرصفحه ایده آل

نازیلا آقایی [۱*]، فرهاد حسین زاده لطفی [۲]، کبری غلامی [۳]، زهرا قلج بیگی [۴]

۱- استادیار، گروه ریاضی، واحد اردبیل، دانشگاه آزاد اسلامی، اردبیل، ایران.

۲- استاد،گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳- استادیار، گروه ریاضی، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران.

۴- استادیار،گروه ریاضی، واحد مبارکه، دانشگاه آزاد اسلامی، مبارکه، ایران.

رسید مقاله: ۷ آذر ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۱۰ خرداد ۱۳۹۶

چکیده

تا کنون روش های زیادی برای رتبه بندی DMUها در تحلیل پوششی داده ها DEA ارایه داده شده است که اکثر این روش ها در تعیین رتبه محدودیت دارند. از محدودیت های موجود می توان از نشدنی بودن بعضی از این روش ها در حالات خاص و یا عدم توانایی آن ها در رتبه بندی همه DMUها یاد کرد که ما در این مقاله روشی جهت رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها ارایه داده‌ایم که مدل های ارایه داده شده در این مقاله شدنی بوده و قادر به رتبه‌بندی همه DMU ها می باشد، به عبارت دیگر DMUها در روش ارایه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل ارزیابی شده و سپس DMUها را صرف نظر از نمره کارایی رتبه بندی می کند و ازآنجا که رتبه‌بندی DMUها در DEA از مهم ترین مفاهیم مدیریتی، اقتصادی و ... می باشد؛ بنابراین روشی جهت یافتن بازه پایداری برای رتبه واحدها بیان کردیم و مثال عددی جهت رتبه بندی هشت DMU با دو ورودی و یک خروجی ارایه داده شده است.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده ها، رتبه بندی، تحلیل حساسیت، ابرصفحه ایده آل.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده ها اولین بار توسط فارل [۱] معرفی شد و سپس توسط چارنز و همکاران [۲] بسط داده شده است. در این گونه مدل ها فرض بر این است که چندین ورودی چندین خروجی را تولید می کنند. هدف اصلی در این مدل‌ها ارزیابی کارایی DMU تحت ارزیابی در مقایسه با دیگر DMUهای مشاهده شده می باشد.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: nazila.aghayi@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

با به کار بردن مدل های *DEA* جهت ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیرنده معمولا بیش از یک واحد تصمیم گیرنده کارا ارزیابی می‌گردد که رتبه بندی این واحدهای تصمیم گیرنده کارا از اهمیتی خاص برخوردار می‌باشد. بعضی از مدل‌های رتبه بندی که کرارا مورد استفاده قرار می گیرد، مدل اندرسون و پیترسون (*AP*) [۳] و مدل محرابیان و همکاران *MAJ* [۴] می باشد؛ اما باید توجه داشت که در برنامه مدیریتی گاهی هدف رتبه بندی کلی *DMU*ها می باشد که در ارزیابی های صورت گرفته بر پایه چنین هدفی ممکن است *DMU*ای ناکارا رتبه بهتری را نسبت به *DMU* کارا داشته باشد. جهانشاهلو و همکاران [۵] به کمک کارایی متقاطع به رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده با ارایه وزن های متقارن به عنوان هدف ثانویه پرداختند. همچنین جهانشاهلو و همکاران [۶] مدلی برای رتبه بندی واحدها با در نظر گرفتن وزن مشترک و استفاده از ایده ال مثبت اریه دادند. رضاییان و فروغی [۷] مدلی پیشنهاد دادند که قادر است واحدهای تصمیم گیرنده کارا را بر اساس اشتراک مرز مرجع رتبه بندی کند. حسین زاده لطفی و همکاران [۸] گزینه ها در سیستم رای گیری را با ارایه مدل چند هدفه و هدف ثانویه رتبه بندی کردند. آقایی و همکاران [۹] با استفاده از وزن مشترک به ارزیابی واحدها در حالت عدم قطعیت با ارایه سطح محافظت و همچنین به رتبه‌بندی واحدها پرداختند. رستمی مال خلیفه و آقایی[۱۰] واحدهای تصمیم گیرنده را بر اساس کارایی سود کلی آن‌ها با داده های بازه‌ای به کمک دو روش اندرسن-پیترسن و نرم L_1 رتبه بندی کردند. الدمک و ذوالفقاری [۱۱] مروری بر روش های رتبه بندی برای واحدهای تصمیم گیرنده انجام دادند. جهانشاهلو و همکاران[۱۲] روشی برای رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده به کمک نقطه ایده ال و داده های بازه ای در تحلیل پوششی داده ها پیشنهاد کردند. امیری و همکاران[۱۳] به کمک مدل غیرخطی به ارزیابی کارایی شرکت‌های غذایی و آشامیدنی پذیرفته شده در سازمان بورس و اوراق بهادار با بهره‌گیری از مدل ارایه شده پرداختند.

در این مقاله رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده ها بیان شده است. در روش ارایه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل *DMU*ها را ارزیابی کرده و سپس *DMU*ها را صرفه نظر از نمره کارایی رتبه بندی می کنیم و نهایتا مدلی جهت تحلیل حساسیت رتبه بندی بیان می شود.

بخش های این مقاله بدین صورت بیان شده است: در بخش دوم، مفاهیم اولیه در ارتباط با مقاله بیان می شود، در بخش سوم، رتبه بندی و تحلیل حساسیت *DMU*ها در *DEA* بر مبنای ابرصفحه ایده آل ارایه داده می‌شود، در بخش چهارم مثال عددی و نهایتا در بخش پنجم نتیجه گیری از مقاله ارایه داده شده، آورده شده است.

۲ مفاهیم اولیه رتبه بندی *DMU*ها در *DEA*

همان طور که قبلا بیان شد درارزیابی *DMU*های متجانس به وسیله *DEA* به هر *DMU* یک نمره کارایی بین ۰,۱ نسبت داده می شود و اگر مقدار کارایی *DMU*ای یک باشد، آن گاه این *DMU* کارا می باشد. حال اگر در ارزیابی *DMU*های متجانس تعدادی از *DMU*ها کارا شوند چگونه می توان تمایزی بین عملکرد آن ها قایل شد و به چه صورت می توانیم تشخیص دهیم که کدام یک از این *DMU*ها نسبت به دیگری ارجحیت دارد برای پاسخ به این سوال محققین روش هایی را ارایه دادند که به کمک آن ها می توان برخی یا تمامی *DMU*های کارا

www.SID.ir

را مرتب نمود این مفهوم در *DEA* رتبه بندی نامیده می‌شود. در ادامه برخی از روش‌های رتبه بندی مورد بحث قرار می گیرد.

۲-۱ مدل اندرسون وپیترسون

اندرسون و پیترسون [۳] مدل ابرکارایی را ارایه کردند. آن ها جهت رتبه بندی *DMU*ها با حذف *DMU* مورد نظر از مجموعه امکان تولید و اجرای مدل *DEA*برای باقیمانده *DMU*ها یک نمره رتبه بندی برای آن به دست آوردند. این مدل که به AP مشهور است به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Max \ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} \\
&s.t. \ \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1, \\
&\quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij} \le 0 \quad , \quad j = 1,\cdots n, j \ne o, \\
&\quad u_r \ge 0 \quad , \quad r = 1,\cdots,s, \\
&\quad v_i \ge 0 \quad , \quad i = 1,\cdots,m.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

دو مشکل اساسی مدلAP

الف- مدل AP در ماهیت ورودی برای *DMU*های با ورودی های صفر، ممکن است نشدنی گردد.

ب - مدل AP برای *DMU*هایی در ماهیت ورودی با داده های نزدیک به صفر ارزیابی دقیقی را نمی دهد همچنین برای *DMU*هایی که داده های نزدیک به صفردارند.

۲-۲ مدل MAJ

محرابیان و همکاران [۴] مدل MAJ را جهت رتبه بندی واحدهای کارا مطرح نمودند. دراین مدل حرکت به سوی مرز درامتداد موازی محور ورودی ها و به صورت حرکاتی در مسیرهای قائم و عمود بر هم و قدم های مساوی انجام می شود. این مدل به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Min \ 1+w \\
&s.t. \ \sum_{j \ne o}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{io} + w, \quad i = 1,...,m, \\
&\quad \sum_{j \ne o}^{n} \lambda_j y_{rj} \le y_{ro}, \qquad r = 1,...,s, \\
&\quad \lambda_j \ge 0, \qquad j = 1,...,n, \ j \ne o.
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

دوآل مساله فوق همان فرم مضربی مدل است که به صورت زیر است:

Archive of SID

www.SID.ir

$$
\begin{aligned}
Max \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij} \le 0, \quad j = 1,\cdots n, j \ne o, \\
& \sum_{i=1}^{m} v_i = 1, \\
& u_r \ge 0, \qquad r = 1,\cdots,s, \\
& v_i \ge 0, \qquad i = 1,\cdots,m.
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

مشکلات مدل MAJ

الف- مقدار تابع هدف بهینه مساله به واحد اندازه گیری ورودی ها بستگی دارد. برای از بین بردن این مشکل، لازم است که داده ها را نرمال نماییم.

ب- ممکن است مدل MAJ در برخی حالات نشدنی گردد. برای رفع این مشکل مدل MAJ اصلاح شده پیشنهاد شد.

۲-۳ مدل MAJ اصلاح شده

همان طور که قبلا بیان شد، ممکن است در برخی حالات مدل نشدنی گردد برای رفع این مشکل ساعتی و همکاران [۱۴] مدلی ارایه دادند که در آن با کاهش ورودی ها و هم زمان افزایش خروجی ها با اندازه مساوی، DMU تحت ارزیابی را روی مرز کارایی تصویر می کند این مدل به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & 1+w \\
s.t. \quad & \sum_{j \ne o}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{io} + w, \qquad i = 1,...,m, \\
& \sum_{j \ne o}^{n} \lambda_j y_{rj} \le y_{ro} - w, \qquad r = 1,...,s, \\
& \lambda_j \ge 0, \qquad j = 1,...,n, \; j \ne o.
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

۳ رتبه بندی و تحلیل حساسیت DMUها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

همان طور که قبلا بیان شد در ارزیابی DMUها امکان دارد چندین DMU از نقطه نظر کارایی دارای اندازه کارایی یکسان باشند، در چنین مواقعی مدیر خواهان تعیین ارجحیت بین چنین DMUهایی می باشند، برای این منظور بحث رتبه بندی DMUها مطرح می شود و حتی در حالت کلی صرف نظر از نمره کارایی به دنبال ارجحیت بین DMUها هستند که در این حالت امکان دارد DMU ناکارایی رتبه بهتری نسبت به کارا داشته باشد. در این حالت می توان بعد از ارایه رتبه کلی، رتبه DMUهای کارا را به ترتیب اولویت به دست آمده مشخص کرد.

www.SID.ir

Archive of SID

روش رتبه بندیی که ما در این مقاله ارایه می دهیم به صورتی است که تمامی DMUها را رتبه بندی می کند، و مبنای این رتبه بندی بر اساس فاصله تا ابرصفحه ایده آل پایه گذاری شده است که هر چه فاصله تا ابرصفحه ایده آل کم تر باشد DMU مورد نظر رتبه بهتری دارد و طبق این روش برای مدیر ارجح تر می باشد. نهایتا در این قسمت تحلیل حساسیت رتبه بندی روش ارایه داده شده بیان می شود.

حال فرض کنید n، DMU تحت ارزیابی وجود دارد، به طوری که $DMU_j \quad (j = ۱,...,n)$ m ورودی $x_{ij} \quad (i = ۱,...,m)$ را برای تولید s خروجی $y_{rj} \quad (r = ۱,...,s)$ مصرف می کند.

۳-۱ رتبه بندی DMUها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

اکثر مدل هایی که تاکنون برای رتبه بندی ارایه داده شده اند فقط قادر به رتبه بندی واحد تصمیم گیرنده کارا می‌باشند. در حالی که مدل ارایه داده شده در اینجا همه واحدهای تصمیم گیرنده را بر مبنای ابرصفحه ایده آل رتبه بندی می کند.

از آنجا که روش مذکور بر مبنای ابرصفحه ایده آل می باشد، ابتدا واحد تصمیم گیرنده ایده آل و ابرصفحه ایده آل معرفی می شوند.

تعریف ۱: واحد تصمیم گیرنده ایده آل واحدی است که با مصرف کم ترین ورودی بیش ترین خروجی را تولید کند.

$$y_r^{\max} = \max_j \{y_{rj}\} \quad r = ۱,...,s$$
$$x_i^{\min} = \min_j \{x_{ij}\} \quad i = ۱,...,m$$

مدل (۵) مینیمم فاصله ابرصفحه متناظر هر DMU تا ابرصفحه ایده آل را نشان می دهد و جهت رتبه بندی همه DMUها مورد استفاده قرار می گیرد ملاک رتبه بندی به گونه ای است که هر چه مقدار s_j کم‌تر باشد DMU تحت ارزیابی از رتبه بهتری برخوردار خواهد بود.

$$\begin{aligned} Min \quad & \{s_۱, s_۲, \ldots, s_n\} \\ s.t. \quad & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij} + s_j = ۰, \qquad j = ۱,...,n, \\ & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_r^* - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_i^* = ۰, \qquad (۵) \\ & u_r \geq \varepsilon, \qquad r = ۱,...,s, \\ & v_i \geq \varepsilon, \qquad i = ۱,...,m. \end{aligned}$$

مدل (۵) به صورت $MOLP$ می باشد که برای حل آن چندین روش وجود دارد که ما در این قسمت جهت سهولت در محاسبه و خطی کردن مدل از روش مجموع وزن دار شده استفاده می کنیم که مدل فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

www.SID.ir

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \sum_{j=1}^{n} s_j \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j = 0, \qquad j = 1,\dots,n, \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y^{*}_{r} - \sum_{i=1}^{m} v_i x^{*}_{i} = 0, \\
& u_r \geq \varepsilon, \qquad r = 1,\dots,s, \\
& v_i \geq \varepsilon, \qquad i = 1,\dots,m.
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

به طور خلاصه ملاک، رتبه بندی s_j می باشد به گونه‌ای که هر چه s_j کم‌تر باشد DMU_j از رتبه بهتری برخوردار می‌باشد. شایان ذکر است که متغیر s_j همواره مثبت است.

۳-۲ تحلیل حساسیت DMUها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

از آنجا که رتبه بندی DMUها از مهم‌ترین اهداف مدیران می‌باشد و خواهان اطلاعات کافی مبنی بر این که شاخص‌های مربوط به DMUها در چه بازه‌ای تغییر کنند به گونه‌ای که رتبه های حاصل شده حفظ شوند، بنابراین برای این منظور تحلیل حساسیت رتبه بندی DMUها مطرح می شود که در این مقاله، جهت تحلیل حساسیت DMUها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل که در قسمت قبل بیان شد، از مدل های زیراستفاده می‌شوند. بدون اینکه به کلیت استدلال خللی وارد شود فرض شده است که DMUها به صورت زیر مرتب شده اند:

$$s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n$$

مدل(۷) جهت محاسبه شعاع پایداری در حالتی استفاده می‌شود که DMU تحت ارزیابی بهبود می‌یابد، به گونه‌ای که رتبه خودش و دیگر DMUها حفظ شود.

$$
\begin{aligned}
Max \quad & \alpha \\
s.t. \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r (y_{rj} + \alpha) - \sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ij} - \alpha) + s_o = 0, \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j = 0, \qquad j = 1,\dots,n,\ j \neq o, \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y^{*}_{r} - \sum_{i=1}^{m} v_i x^{*}_{i} = 0, \\
& y_{rj} + \alpha \leq y^{*}_{r}, \qquad r = 1,\dots,s, \\
& x_{ij} - \alpha \geq x^{*}_{i}, \qquad i = 1,\dots,m, \\
& s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n \\
& \alpha \geq 0 \\
& u_r \geq \varepsilon, \qquad r = 1,\dots,s, \\
& v_i \geq \varepsilon, \qquad i = 1,\dots,m.
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

www.SID.ir

قضیه ۱: اگر α^* جواب بهینه مدل (۷) باشد آنگاه با جا به جایی DMU_o با $DMU_{\bar{o}} = (x_o - \alpha, y_o + \alpha)$ و $\alpha \in [0, \alpha^*)$ و حل مدل (۶) رتبه DMUها هیچ تغییری نمی کند. به عبارت دیگر $[0, \alpha^*)$ شعاع پایداری رتبه بندی می‌باشد.

برهان: با توجه به وجود قید $s_1 < s_2 < \ldots < s_o < \ldots < s_n$ در مدل اثبات بدیهی می‌باشد.

جهت محاسبه شعاع پایداری در حالتی که DMU تحت ارزیابی بدتر می‌شود به گونه ای که رتبه خودش و دیگر DMUها حفظ شود از مدل (۸) استفاده می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \alpha \\
&s.t \quad \sum_{r=1}^{s} u_r (y_{rj} - \alpha) - \sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ij} + \alpha) + s_o = 0 \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j = 0, \qquad j = 1,\ldots,n,\ j \neq o, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^* - \sum_{i=1}^{m} v_i x_i^* = 0, \\
&y_{rj} - \alpha \leq y_r^*, \qquad r = 1,\ldots,s, \\
&x_{ij} + \alpha \geq x_i^*, \qquad i = 1,\ldots,m, \\
&s_1 < s_2 < \ldots < s_o < \ldots < s_n \\
&\alpha \geq 0 \\
&u_r \geq \varepsilon, \qquad r = 1,\ldots,s, \\
&v_i \geq \varepsilon, \qquad i = 1,\ldots,m.
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

قضیه ۲: اگر α^* جواب بهینه مدل (۸) باشد آنگاه با جا به جایی DMU_o با $DMU_{\bar{o}} = (x_o + \alpha, y_o - \alpha)$ و $\alpha \in [0, \alpha^*)$ و حل مدل (۶) رتبه DMUها هیچ تغییری نمی کند. به عبارت دیگر $[0, \alpha^*)$ شعاع پایداری رتبه بندی می باشد.

برهان: با توجه به وجود قید $s_1 < s_2 < \ldots < s_o < \ldots < s_n$ در مدل اثبات بدیهی می باشد.

نکته ۱: مدل های (۷) و (۸) غیر خطی می باشند که به راحتی می‌توان با استفاده از قید نرمال ساز $\sum_{r=1}^{s} u_r + \sum_{i=1}^{m} v_i = 1$ آن ها را خطی کرد.

مدل (۷) با اعمال این قید به صورت زیر بیان می شود:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \alpha \\
&s.t \quad \sum_{r=1}^{s} u_r\, y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i\, x_{ij} - \alpha + s_o = 0, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j = 0, \qquad j = 1,\ldots,n,\ j \neq o, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_r^* - \sum_{i=1}^{m} v_i x_i^* = 0, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r + \sum_{i=1}^{m} v_i = 1,
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$y_{rj} - \alpha \le y_r^*, \qquad r = ۱,...,s,$$
$$x_{ij} + \alpha \ge x_i^*, \qquad i = ۱,...,m,$$
$$s_۱ < s_۲ < ... < s_o < ... < s_n$$
$$\alpha \ge ۰$$
$$u_r \ge \varepsilon, \qquad r = ۱,...,s,$$
$$v_i \ge \varepsilon, \qquad i = ۱,...,m.$$

به طور مشابه مدل (۸) نیز بازنویسی می شود.

نکته ۲: مشکل مدل ارایه شده در اینجا از نظر وجود جواب های دگرین می باشد به گونه‌ای که برای هر جواب رتبه بندی تغییر می کند و متعاقبا شعاع پایداری برای رتبه بندی تغییر می‌کند که این مشکل اکثر روش‌های رتبه بندی می‌باشد و آن نیز به دلیل استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده‌ها در رتبه بندی است که همگی مشکل جواب بهینه چندگانه را دارند.

۴ مثال عددی

برای فهم بیش‌تر روش رتبه بندی ارایه داده شده در این مقاله مثال عددی به صورت زیر بیان می‌شود، فرض کنید مجموعه ی داده‌ها شامل ۸ *DMU* است هر کدام دارای دو ورودی و یک خروجی می باشد. مقدار داده‌ها در جدول (۱) نشان داده شده است :

جدول ۱. داده های مثال عددی

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	DMU(ایده آل)
ورودی۱	۷	۳	۲/۵	۵	۱	۴	۷	۲	۱
ورودی۲	۱	۳	۲	۲	۵	۱	۴	۳	۱
خروجی	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

نتایج حاصل از حل مدل (۶) در جدول (۲) آورده شده است، همان طور که توضیح داده شد *DMU*ای که فاصله کم‌تری از ابرصفحه ایده آل دارد رتبه بهتری را به خود اختصاص می دهد، سطر دوم جدول مقادیر مربوط به s_j $(j = ۱,...,۸)$ و سطر سوم مقادیر رتبه را با توجه به سطر دوم به دست آورده شده است. برای حل این مساله از نرم افزار WinQSB استفاده شده است و مقدار ε = ۰/۰۱ می باشد.

جدول ۲. نتایج مربوط به حل مدل (۶)

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
s_j	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۲۵	۰/۰۵	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۹	۰/۰۳
رتبه بندی	۷	۴	۱	۶	۴	۲	۸	۲

Archive of SID
www.SID.ir

۵ نتیجه گیری

در این مقاله رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها بیان شده است. در روش ارایه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل *DMU*ها را ارزیابی کرده و سپس *DMU*ها را براساس نمره کارایی رتبه بندی نموده و نهایتا مدلی جهت تحلیل حساسیت رتبه بیان می‌شود. در واقع با حل یک مدل (مدل (۶)) تمام *DMU*ها رتبه بندی می‌شوند و این از مزایای روش ارایه داده شده می‌باشد. یکی از بزرگ‌ترین ایرادات مدل وجود جواب‌های بهینه دگرین می‌باشد که باید راهکار موثری برای رفع این مشکل به عنوان کارهای آتی در نظر گرفته شود از دیگر ایرادات مدل این است که امکان دارد چندین *DMU* دارای رتبه یکسان باشند.

منابع

[1] Farrell, M.J., 1957. The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society 120 (3), 253-281.

[2] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2 (6), 422-444.

[3] Anderson.P, Peterson. N.C, (1993). A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis, Management Science 39. 1261-1264.

[4] Mehrabian. S, Alirezaei. M. R, Jahanshahloo. G. R, 1998. A complete efficiency ranking of decision making unit: an application to the teacher training university, Computational Optimization and Application, 14, 261-266.

[5] Jahanshahloo, G. R. , Hosseinzadeh Lotfi, F. , Jafari, Y. , Maddahi, R. 2011. Selecting symmetric weights as a secondary goal in DEA cross-efficiency evaluation. Applied Mathematical Modelling, 35 , 544–549 .

[6] Jahanshahloo, G. R. , Hosseinzadeh Lotfi, F. , Khanmohammadi, M., Kazemi- manesh, M. , Rezaie, V. 2010. Ranking of units by positive ideal DMU with common weights. Expert Systems with Applications, 37 , 7483–7488 .

[7] Rezaeiani, M. J., Foroughi, A.A., 2017. Ranking efficient decision making units in data envelopment analysis based on reference frontier share, European Journal of Operational Research 1–10.

[8] Hosseinzadeh Lotfi, F., Rostamy-Malkhalifeh, M., Aghayi, N., Ghelej Beigi, Z., Gholami, K., 2013. An improved method for ranking alternatives in multiple criteria decision analysis, Applied Mathematical Modelling, 37 (1-2), 25–33.

[9] Aghayi, N., Tavana, M., Raayatpanah, M. A., 2016, Robust efficiency measurement with common set of weights under varying degrees of conservatism and data uncertainty, European Journal of Industrial Engineering 10 (3), 385-405.

[10] Rostamy-Malkhalifeh, M., Aghayi, N., 2011, Two Ranking of Units on the Overall Profit Efficiency with Interval Data, Mathematics Scientific Journal 82, 73-93.

[11] Aldamak, A. M., Zolfaghari, S., 2017, Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis. Measurement, 106, 161–172.

[12] Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F., Rezaie, V., Khanmohammadi, M., 2011, Ranking DMUs by ideal points with interval data in DEA. Applied Mathematical Modelling 35 (1) 218-229.

[13] Amiri M, Bamdadsoorf J, Mansouri mohammad abadi S. 2018, Provide a Model for Performance Evaluation of Decision Making Units by Using Common Weight Model of Data Envelopment Analysis Approach. Journal of Operational Research and Its Applications. 15 (1).

[14] Saati, M.S., Zerafat Angiz, M., Jahanshahloo, G.R, 2002. A model for ranking decision making units in data envelopment analysis, Recrca Oprerativa, 31, 47-59.

Archive of SID

www.SID.ir