

تأثیر دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل سازی رگرسیون

محمد صیفوری^{۱*}، مقصود امیری^۲

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه جامع امام حسین علیه السلام، گروه مدیریت صنعتی، تهران، ایران

۲- استاد، دانشگاه علامه طباطبایی، گروه مدیریت صنعتی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۱۷ خرداد ۱۳۹۷

پذیرش مقاله: ۲۷ اردیبهشت ۱۳۹۸

چکیده

برنامه ریزی کارآمد هر سیستم، نیازمند شناخت ماهیت واقعی آن سیستم است. مدل های رگرسیون نیز، نمودی از یک سیستم هستند که متغیرهای ورودی آن، نقش ورودی سیستم، ضرایب متغیرهای آن، نقش فرایند سیستم، و متغیرهای پاسخ آن، نقش خروجی سیستم را ایفا می کنند؛ بنابراین، برای مدل سازی رگرسیون دقیق و برنامه ریزی کارآمد، ضروریست که اجزاء مدل شامل متغیرها، تابع هدف و محدودیت ها، به درستی شناسایی و تعریف شوند. از جمله روش های مدل سازی رگرسیون، طراحی آزمایش ها و روش سطح پاسخ است که برای شناخت سیستم های پیچیده، کاربرد فراوانی دارد. در پژوهش حاضر، قصد داریم رهنمودهایی برای بهبود تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، معرفی کنیم و تأثیر دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل سازی رگرسیون را، بسنجیم. نتایج، نقش مثبت رهنمودهای معرفی شده و تأثیر زیاد دامنه متغیرهای کنترل را بر کارایی مدل سازی رگرسیون، به صورت نتایج عددی، نشان می دهد که رهیافتی برای متخصصان مدل سازی ریاضی و رگرسیون، طراحی آزمایش ها، و روش سطح پاسخ است.

کلمات کلیدی: سیستم، مدل سازی رگرسیون، دامنه آزمایش، متغیرهای کنترل، طراحی آزمایش ها، روش سطح پاسخ.

۱ مقدمه

مدل سازی، بیانی از واقعیت است تا قابلیت شناخت، تحلیل و حل مساله، افزایش یابد. مدل سازی ریاضی، یکی از روش های مدل سازی است که از متغیرها و روابط ریاضی، برای بیان واقعیات، استفاده می کند. از جمله مدل های ریاضی، مدل های رگرسیونی است که برای تخمین روابط میان متغیرهای ورودی با متغیرهای پاسخ، کاربرد دارد. تعیین متغیرهای کنترل، سطوح و دامنه ارزیابی آن ها، نقش مهمی در اعتبار مدل رگرسیون دارد. مطالعات پیشین، ضرورت ارزیابی رهنمودهایی برای شناسایی دقیق تر متغیرهای مساله، سطوح و دامنه آن ها را نشان می دهد. این ضرورت، توسط اندیشمندان حوزه طراحی آزمایش های [۱-۲]، مورد تأکید قرار گرفته است. پژوهش های

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: Mohammad.seifoori@gmail.com

صورت گرفته، نشان می‌دهد که تغییر در طراحی آزمایش‌ها، تغییر در پاسخ‌ها و کارایی مدل‌سازی را به همراه دارد. با این وجود، در بسیاری از پژوهش‌های حوزه طراحی آزمایش‌ها، متغیرها و دامنه آزمایش آن‌ها، بدون روش مشخصی، انتخاب شده‌اند.

یکی از دغدغه‌های مدل‌سازی، جستجوی روش‌هایی برای افزایش اعتبار مدل‌های رگرسیون است. شناخت مشاهدات دورافتاده^۱ و جداسازی آن‌ها از مشاهدات مؤثر^۲، یا برآورد خطاهای تصادفی در مشاهدات، از جمله این روش‌هاست. مشاهده‌ای که آن قدر از بقیه داده‌ها انحراف داشته باشد که این ایده را به ذهن بیاورد که توسط روش و مکانیزم دیگری، تولید شده است، داده دورافتاده است [۳]. مدلی کلی برای به دست آوردن توزیع و چگالی یک متغیر تصادفی در مواجهه با k داده دورافتاده، معرفی شده است [۴]. این مساله، همچنان مورد توجه پژوهشگران قرار دارد [۵-۷] در پژوهشی، اثر خطاهای تصادفی بر روی یک متغیر مستقل، در دو مدل رگرسیون خطی و غیر خطی، مورد بحث قرار گرفت و نشان داده شد که چگونه اندازه خطاهای تصادفی مربوط به مشاهدات متغیرها، وارد فرایند برآورد پارامترهای مدل می‌شوند و چگونه می‌توان پارامترهای این مدل‌ها را در حضور خطاهای تصادفی، برآورد کرد [۸].

در پژوهش حاضر، به نقش تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل می‌پردازیم. بدین صورت که ابتدا، رهنمودهایی برای شناخت و حذف محدوده‌های نامتناسب با مطلوبیت تابع هدف، از دامنه آزمایش متغیرها، ارائه می‌کنیم. سپس، یک مدل ریاضی معین مرسوم را انتخاب و بر مبنای مثالی عددی، حل می‌کنیم. جواب مدل معین، معیار است تا مدل‌های رگرسیون تولید شده با دو رویکرد در طراحی آزمایش‌ها، با معیاری مطلوب، قابل مقایسه باشند. مدل‌های رگرسیون، مبتنی بر مدل معین و با استفاده از روش سطح پاسخ، ساخته می‌شوند. در رویکرد اول، دامنه متغیرهای کنترل، به صورت مستقل، تعیین می‌شود. در رویکرد دوم، دامنه متغیرهای کنترل، بر مبنای روابط مساله، تعیین می‌شود. با حل مدل‌های رگرسیون و مقایسه جواب‌ها با جواب مدل معیار، تأثیر تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل‌سازی رگرسیون، مشخص خواهد شد.

۲ پیشینه پژوهش

در استفاده از رویکردهای آماری در طراحی و تحلیل آزمایش‌ها، ضروریست که افراد دخیل در آزمایش، تصور روشنی از مساله، گردآوری داده‌ها و حداقل ادراک کیفی از چگونگی تحلیل داده‌ها داشته باشند. در شرایطی که آزمایشگر به یادگیری در مورد اینکه کدام متغیرها مهم هستند و چه سطوحی از متغیرها به بهترین جواب منتج می‌شوند، می‌پردازد، دامنه تغییرات متغیرها معمولاً باریک می‌شود. این یادگیری، به دانش فرایندی نیاز دارد [۱]. به دلیل بعید بودن تشخیص رفتار سیستم در کل فضای شدنی مساله، معمولاً ناحیه کوچکی به عنوان ناحیه آزمایش، انتخاب می‌شود. ماهیت مداوم رویکرد سطح پاسخ، به پژوهشگر امکان یادگیری بیش‌تر در مورد مساله

¹ Outliers observations

² Influential observations

از جمله موقعیت منطقه بهینه یا تعداد تکرار لازم را می‌دهد [۲]. تعیین سطوح متغیرهای قابل کنترل به دلیل ارتباط مستقیم موفقیت فرآیند با این سطوح، با اهمیت است [۹].

نتایج مدل‌سازی اکتشافی، به شیوه طراحی آزمایش‌ها، حساس هستند؛ لذا، یک چارچوب تحت نظارت عامل یعنی یک استعاره طراحی تعاملات میان مدل‌سازان و ذینفعان و روند شبیه‌سازی برای کنترل طرح‌های آزمایشی، مبتنی بر نظارت بر رفتار مدل در فضای خروجی، معرفی شد. نتایج، نشان داد که طراحی آزمایش مبتنی بر بازخورد از فضای خروجی، می‌تواند رویکردی مفید باشد [۱۰]. طراحی آنلاین سازگارانه آزمایش‌ها، اجازه تخمین دقیق پارامترهای مدل محدود شده دامنه و ساختار و دامنه‌ای را که مدل معتبر است، می‌دهد [۱۱]. استفاده از روش‌های متداول طراحی آزمایش‌های مبتنی بر مدل، با فرض دقیق بودن ساختار مدل در فرمول‌بندی معیارهای طراحی، با وجود یک مدل تقریبی، ممکن است به جمع‌آوری و برآزش داده‌ها در شرایطی که عملکرد مدل ضعیف است و تخریب قدرت پیش‌بینی مدل، منجر شود؛ لذا، چارچوبی تکراری برای شناسایی مدل‌های تقریبی با وجود محدودیت طراحی آزمایش‌ها به دامنه قابلیت اطمینان، پیشنهاد می‌شود [۱۲]. حل مساله بهینه‌سازی استخراج نفت با رویکرد سطح پاسخ و مقایسه نتایج با نتایج روش کلاسیک مدل‌سازی ریاضی، نشان داد طراحی آزمایش‌ها تنها به عنوان یک روش تخمینی سریع و مقدماتی می‌تواند استفاده شود و به تنهایی، دقت کافی در مدل‌سازی فرایند تزریق گاز ندارد [۱۳].

در پژوهش حاضر، از روش سطح پاسخ برای مدل‌سازی مساله زنجیره تأمین و از روش‌های دقیق و فراابتکاری، برای حل مدل، استفاده شده است. استفاده از روش سطح پاسخ در مسایل زنجیره تأمین، متداول است. از جمله مدل‌سازی تحلیل علل اثر شلاق چرمی^۱ در یک زنجیره تأمین بر مبنای دو رویکرد متمرکز و غیر متمرکز که با استفاده از رویکرد سطح پاسخ، انجام شده است [۱۴]. کوه^۲ و هان^۳، از الگوریتم هیبریدی ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات، برای حل مساله برنامه‌ریزی خطی دو سطحی زنجیره تأمین، استفاده کردند [۱۵].

۳ بیان مساله

هدف پژوهش حاضر، سنجش تأثیر دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل‌سازی رگرسیون است. پرسش اصلی، اینست که تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، تا چه میزان باعث بهبود دقت مدل رگرسیون می‌شود؟ پرسش‌های فرعی، عبارتند از:

۱. مدل ریاضی معین برای شبیه‌سازی و تولید مدل‌های رگرسیون، چیست؟
۲. حل مدل معین، به چه صورت امکان‌پذیر است؟
۳. راه حل مدل معین، به چه صورت است؟
۴. تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل برای تولید مدل رگرسیون، به چه صورتی امکان‌پذیر است؟
۵. مدل‌های رگرسیون برگرفته از مدل معین، به چه صورت است؟

¹ bullwhip effect

² Kuo

³ Han

۶. حل مدل‌های رگرسیون، به چه صورت امکان‌پذیر است؟
 ۷. راه حل مدل‌های رگرسیون، به چه صورت است؟
 ۸. فاصله جواب و راه حل مدل‌های رگرسیون با مدل معین به عنوان معیار ارزیابی، چقدر است؟
 مزیت‌های پژوهش، عبارتند از:

۱. معرفی الگویی برای بهبود طراحی آزمایش‌ها با تعیین سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل.
 ۲. سنجش تأثیر دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل‌سازی رگرسیون.
- طراحی آزمایش‌ها شامل یک آزمایش یا یک سری آزمایش‌هاست که در آن‌ها به‌طور آگاهانه در متغیرهای ورودی فرآیند تغییراتی ایجاد می‌گردد تا از این طریق میزان تغییرات حاصل در پاسخ خروجی فرآیند، مشاهده و شناسایی شود [۱].

اگر متغیر پاسخ y وابسته به متغیرهای ورودی قابل کنترل $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_K$ باشد، رابطه بین متغیر پاسخ با متغیرهای کنترل، به صورت رابطه (۱) است [۲].

$$y = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_K) + \varepsilon \quad (1)$$

شکل صحیح تابع پاسخ f ناشناخته است. ε ، سایر منابع تغییر را که ذاتاً روی فرایند یا سیستم اثر می‌گذارند و در f محاسبه نمی‌شوند، نشان می‌دهد. برای حالت دو متغیره، مدل کلی مرتبه دوم به صورت رابطه (۲)، خواهد بود:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_j^2 + \beta_k x_k + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

نقشه راه پژوهش برای تحقق هدف پژوهش، شامل گام‌های ذیل است:

۱. الگویی برای تعیین سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، معرفی می‌کنیم.
۲. برای ارزیابی الگو، یک تابع ریاضی معین، انتخاب می‌کنیم. این تابع، تابع سود کل زنجیره تأمین است که در پژوهش‌های بسیاری از جمله [۱۶]، استفاده شده است. این تابع، تک هدفه، احتمالی و دارای تقاضای حساس به قیمت است.
۳. با محاسبه امید ریاضی جملات مربوط به تقاضا در تابع معین، تابع را از حالت احتمالی، به حالت قطعی تبدیل می‌کنیم تا جواب آن، ثابت و معیاری برای ارزیابی مدل‌های رگرسیون باشد.
۴. با توجه به هدف حداکثرسازی، شرط کافی هر جواب بهینه محلی، یک جواب بهینه کلی و استفاده از الگوریتم‌های معین برای یافتن جواب بهینه، اینست که تابع هدف، مقعر و مجموعه محدودیت‌ها، محدب باشند. برای مقعر بودن تابع هدف، ماتریس هشین، باید معین منفی باشد.
۵. با دو رویکرد، توابع رگرسیون سود کل زنجیره تأمین را، تولید می‌کنیم. در رویکرد اول، دامنه آزمایش متغیرهای کنترل را به اندازه تغییرپذیری هر متغیر، و در رویکرد دوم، دامنه آزمایش متغیرهای کنترل را با توجه به روابط سیستمی، تعیین می‌کنیم. سپس، مبتنی بر روش سطح پاسخ، با تولید نقاط آزمایشی و جایگذاری آن‌ها در تابع معین، مقادیر پاسخ را محاسبه و مدل رگرسیون دو رویکرد را، تولید و حل می‌کنیم.

۶. با توجه به غیرخطی بودن تابع معین و وجود محدودیت‌هایی ترکیبی که طراحی آزمایش را از حالت استاندارد خارج می‌سازد، از طرح آزمایشی D-Optimal، استفاده می‌کنیم. برای این کار، از نرم‌افزار Design Expert 7.0.0، استفاده شده است.
۷. با مقایسه جواب مدل‌های رگرسیون با جواب مدل معین به عنوان معیار، تأثیر انتخاب دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بر کارایی مدل‌سازی رگرسیون، نشان داده می‌شود.

۴ تعیین سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل

دانستیم که در صورتی که آزمایشگر، دانشی در مورد سیستم مورد مطالعه داشته باشد، می‌تواند تابع رگرسیون را اصلاح نماید. دقت توابع رگرسیون، برخلاف توابع معین، غیرقطعی و وابسته به تعداد و محدوده آزمایش‌ها است. در صورتی که مشاهدات یا آزمایش‌های آماری، در محدوده بهینگی یا دور از محدوده عدم بهینگی صورت گیرد، دقت تابع رگرسیون در محدوده بهینگی سیستم، افزایش می‌یابد؛ زیرا این کار، موجب محدود شدن دامنه آزمایشات می‌شود. کاهش اندازه مساله، همچنین، باعث افزایش دقت حل نیز می‌شود. مدل دقیق‌تر و محدودتر، علاوه بر افزایش دقت یافتن جواب بهینه، موجب کاهش زمان و هزینه آزمایش‌ها، می‌شود؛ لذا، تحلیل سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، اهمیت دارد. بدین منظور، رهنمودهایی برای تعیین سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، پیشنهاد می‌کنیم.

در یک مدل ریاضی، پنج عامل، بر دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، اثرگذارند:

۱. قابلیت تغییرپذیری هر متغیر یا دامنه مستقل متغیرها.
۲. قیود و منابع، به صورتی که حداکثر مقدار یک متغیر با حداقل مصرف سایر متغیرها و حداقل مقدار یک متغیر با حداکثر مصرف سایر متغیرها، به دست می‌آید و معمولاً در نرم‌افزار، به صورت خودکار محاسبه می‌شود.
۳. برد هدف، که با دانش تجربی آزمایشگر، یا بهبود دامنه آزمایش‌ها پس از تشکیل تابع رگرسیون، یا جایگذاری متغیر هدف در نقاط آزمایش که موجب تولید پاسخ‌های مجهول می‌شود، به دست می‌آید.
۴. محدوده بهینگی متغیرها، که با تجزیه هدف به ضوابط و متغیرهای سازنده، تحلیل حساسیت متغیرها و تعیین دامنه‌های مطلوب و نامطلوب متغیرها با توجه به جهت مطلوبیت هدف (بیشینه و کمینه)، به دست می‌آید.
۵. تأثیر عوامل سیستمی به صورت ضرایب تابع هدف، که با تحلیل سیستمی و تجربی مساله، به دست می‌آید.
۶. همچنین، با توجه به جواب نهایی، می‌توان به بهبود آزمایش‌ها در محدوده بهینگی، پرداخت.

۵ اجرا و تحلیل داده‌ها

جدول ۱. جزییات تابع سود کل زنجیره تأمین

| نماد اختصاری | توضیحات |
|-------------------------------------|---|
| $i = \{1, 2, \dots, n\}$ | انواع محصولات قابل عرضه در زنجیره تأمین |
| $j = \{1, 2, \dots, m\}$ | انواع کانال‌های عرضه محصولات در زنجیره تأمین |
| D_{ij} | تقاضای تصادفی محصول نوع i ام قابل عرضه در کانال توزیع j ام |
| d_{ij} | تقاضای مورد انتظار محصول نوع i ام قابل عرضه در کانال توزیع j ام |
| q_{ir} | مقدار عرضه محصول نوع i ام توسط خرده فروش r ام به بازار |
| p_{ir} | قیمت عرضه هر واحد محصول نوع i ام توسط خرده فروش r ام به بازار |
| $Min\{q_{ir}, D_{ir}\}$ | مقدار قابل فروش محصول نوع i ام توسط خرده فروش r ام به بازار |
| $q_{ir} - E[Min\{q_{ir}, D_{ir}\}]$ | مقدار محصول نوع i ام در مالکیت خرده فروش که از کانال توزیع خرده فروشی، فروش نرفته است |
| q_{id} | مقدار عرضه محصول نوع i ام توسط تولیدکننده به کانال توزیع مستقیم |
| p_{id} | قیمت عرضه هر واحد محصول نوع i ام توسط تولیدکننده به کانال توزیع مستقیم |
| $Min\{q_{id}, D_{id}\}$ | مقدار قابل فروش محصول نوع i ام توسط تولیدکننده به کانال توزیع مستقیم |
| $q_{id} - E[Min\{q_{id}, D_{id}\}]$ | مقدار محصول نوع i ام در مالکیت تولیدکننده که از کانال توزیع مستقیم، فروش نرفته است |
| c_{ir} | بهای تمام شده هر واحد محصول نوع i ام عرضه شده توسط تولیدکننده به خرده فروش r ام |
| c_{id} | بهای تمام شده هر واحد محصول نوع i ام عرضه شده توسط تولیدکننده به کانال توزیع مستقیم |
| b_i | قیمت عودت محصول نوع i ام به تولیدکننده توسط خرده فروش |
| v_i | ارزش اسقاط محصول نوع i ام توسط تولیدکننده |
| w_i | قیمت فروش محصول نوع i ام توسط تولیدکننده به خرده فروش که مقدار ثابتی است |
| X_i | متغیر صفر و یک قابلیت عرضه (۱) یا عدم قابلیت عرضه (۰) محصول نوع i ام به طریق کانال توزیع مستقیم |
| $ij\epsilon$ | فاکتور تصادفی ساز تقاضای محصول نوع i ام در کانال توزیع j ام |
| β_{ij} | ضریب حساسیت قیمتی ^۱ محصول نوع i ام در کانال توزیع j ام |

مطابق با جدول ۱، متغیر پاسخ، سود کل زنجیره تأمین است. زنجیره تأمین، تک دوره‌ای است و متغیرهای کنترل، عبارتند از: ۱. مقدار محصول نوع i ام که هر بنگاه، از کانال توزیع مستقیم، عرضه می‌کند (q_{id}). ۲. قیمت محصول نوع i ام که هر بنگاه، از کانال توزیع مستقیم، عرضه می‌کند (p_{id}). ۳. مقدار محصول نوع i ام که هر خرده فروش، به بازار عرضه می‌کند (q_{ir}). ۴. قیمت محصول نوع i ام که هر خرده فروش، به بازار عرضه می‌کند (p_{ir}).

تقاضای زنجیره تأمین، غیر قطعی و حساس به قیمت است. رابطه (۳)، این تابع را نشان می‌دهد:

$$D_{ij} = d_{ij} \times \epsilon_i \quad (3)$$

¹ Price-Sensitive Coefficient

در صورتی که $i \neq j$ و $k \neq j$ فرض شود، معادله تقاضای مورد انتظار، مطابق معادله (۴)، خواهد بود:

$$d_{ij} = \alpha_{ij} - (\beta_{ij} \times p_{ij}) + \left[\sum_{k=1}^m \delta_c (1 - \delta_p) \times (\beta_{ij} \times p_{ik}) \right] + \left[\sum_{l=1}^n \delta_p (1 - \delta_c) \times (\beta_{ij} \times p_{lj}) \right] + \left[\sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m (\delta_c \delta_p) \times (\beta_{ij} \times p_{lk}) \right] \quad (4)$$

مطابق رابطه (۵)، α_{ij} ، تقاضای پیش بینی شده محصول i ام در کانال توزیع j ام است. α ، تقاضای کل محصولات و ثابت است. مطابق روابط (۶) و (۷)، θ_{ij} سهم بازار محصول i ام در کانال توزیع j ام را از تقاضای کل نشان می دهد. η ، عددی ثابت است. N ، کل تعداد محصولات و M ، تعداد محصولاتی است که از هر دو کانال، قابل عرضه هستند. رابطه (۸)، حساسیت تقاضای محصول i ام در کانال j ام، نسبت به تغییرات قیمت همان کالا (i) در همان کانال (j) است.

$$\alpha_{ij} = \alpha \times \theta_{ij} \quad (5)$$

$$\theta_{ir} = \frac{\eta}{(\eta \times N) + M} \quad (6)$$

$$\theta_{id} = \frac{1}{(\eta \times N) + M} \quad (7)$$

$$-(\beta_{ij} \times p_{ij}) \quad (8)$$

روابط (۹)، (۱۰)، و (۱۱)، به ترتیب سود خرده فروش، سود تولید کننده، و سود کل زنجیره تأمین را نشان

می دهند:

$$\pi_r(p_{ir}, q_{ir}) = \sum_{i=1}^N (p_{ir} - b_i) \times [\text{Min}\{q_{ir}, D_{ir}\}] - (w_i - b_i) \times q_{ir} \quad (9)$$

$$\pi_m(p_{ij}, q_{ij}) = \sum_{i=1}^N (w_i - c_{ir}) \times q_{ir} - (b_i - v_i) \times (q_{ir} - [\text{Min}\{q_{ir}, D_{ir}\}]) + \quad (10)$$

$$X_i \times \sum_{i=1}^M [(p_{id} - v_i) \times [\text{Min}\{q_{id}, D_{id}\}] - (c_{id} - v_{id}) \times q_{id}] \quad (11)$$

$$\pi_T^l(p_{ij}, q_{ij}) = \pi_r(p_{ir}, q_{ir}) + \pi_m(p_{ij}, q_{ij})$$

روابط (۱۲) و (۱۳)، قیود مقدار عرضه و قیمت محصولات را در کانال های توزیع نشان می دهند:

$$\text{lower bound of } q_{ij} \leq q_{ij} \leq \text{upper bound of } q_{ij} \quad (12)$$

$$\text{lower bound of } p_{ij} \leq p_{ij} \leq \text{upper bound of } p_{ij} \quad (13)$$

مفروض است که بهای عرضه تولید کننده به کانال توزیع مستقیم، کم تر از عرضه به خرده فروشی است:

$$c_{id} > c_{ir}$$

مفروض است که ضریب حساسیت قیمتی محصول نوع i ام در کانال توزیع j ام، بزرگ تر از صفر است:

$$\beta_{ij} > 0$$

بر اساس مثال عددی، زنجیره تأمین شامل سه تولیدکننده، یک خرده فروش، دو کانال توزیع خرده فروشی و یک کانال فروش مستقیم، است. سایر اطلاعات، عبارتند از:

$$q_{ij} = \{q_{1r}; q_{1r}; q_{1r}; q_{1d}, q_{1d}\}; p_{ij} = \{p_{1r}; p_{1r}; p_{1r}; p_{1d}, p_{1d}\}; i = \{1, 2, 3\}; j = \{r, d\}; N \in \{1, 2, 3\}$$

$$M \in \{1, 2\}; \alpha = 150; \eta = 2; \beta_{ir} = 2/\lambda; \beta_{id} = 3; \varepsilon_{ij} \in \text{Uniform Distribution}(0/\lambda, 1/2);$$

$$\delta_p = 0/2; \delta_c = 0/4; \delta_c \delta_p = 0/8; c_{1d} = 24; c_{2d} = 25; c_{1r} = 19; c_{2r} = 20; c_{3r} = 22;$$

$$X_1 = 1; X_r = 1; X_d = 0; w_1 = 35; w_r = 37; w_d = 40; b_i = 22; v_i = 10$$

حدود بالا و پایین قیمت محصول i عرضه شده در کانال توزیع j ام، ثابت و به صورت زیر است:

$$0 \leq p_{1r} \leq 53; 0 \leq p_{1d} \leq 36; 0 \leq p_{2r} \leq 56; 0 \leq p_{2d} \leq 38; 0 \leq p_{3r} \leq 60;$$

حدود بالا و پایین مقدار محصول i عرضه شده در کانال توزیع j ام، ثابت و به صورت زیر است:

$$0 \leq q_{1r} + q_{1d} \leq 60; 0 \leq q_{2r} + q_{2d} \leq 60; 0 \leq q_{3r} \leq 60$$

متغیرهای تصمیم‌گیری مساله پس از معادل‌سازی برای سهولت در حل، عبارتند از:

$$q_{1r} = a; q_{1d} = b; q_{2r} = c; q_{2d} = d; q_{3r} = e; p_{1r} = p; p_{1d} = g; p_{2r} = h; p_{2d} = j;$$

$$p_{3r} = k$$

مطابق رابطه (۱۴)، برای ایجاد معیار ارزیابی، تابع معین را با امید ریاضی فاکتور تصادفی ساز، معین می‌کنیم.

$$Expectation(D_{ij}) = Expectation(\varepsilon_{ij}) \times d_{ij} \quad (14)$$

مطابق با مثال عددی و با محاسبه امید ریاضی توابع تقاضا، تابع معین سود، عبارت است از:

$$f[a, b, c, d, e, p, g, h, j, k] = -9a - 14b - 10c - 15d - 12e + (-10 + p) \text{Min}[a, 375 + 0/896g + 0/336h + 0/224j + 0/336k - 2/83p] + (-10 + 1.g) \text{Min}[b, 187/5 - 3.g + 0/24h + 0/36j + 0/24k + 0/96p] + (-10 + 1.h) \text{Min}[c, 375 + 0/224g - 2/83h + 0/896j + 0/336k + 0/336p] + (-10 + 1.j) \text{Min}[d, 187/5 + 0/36g + 0/96h - 3.j + 0/24k + 0/24p] + (-10 + k) \text{min}[0/375e + 0/224g + 0/336h + 0/224j + 0/336p - 2/8k]$$

برای حذف قیود شرطی تابع هدف، متغیرهای y_i و قیود جدید (۱۵) و (۱۶) را تعریف می‌کنیم:

$$y_i = \text{Min}[a, b]; \quad (15)$$

$$y_i \leq a; y_i \leq b \quad (16)$$

با تغییر متغیر قیود شرطی و افزودن محدودیت‌های رابطه (۱۶)، تابع معین، به صورت ذیل خواهد بود:

$$f[a, b, c, d, e, p, g, h, j, k, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8] = -9a - 14b - 10c - 15d - 12e + (-22 + p) * y_1 + (-22 + h) * y_2 + (-22 + k) * y_3 + 12 * y_4 + 12 * y_5 + 12 * y_6 + (-10 + g) * y_7 + (-10 + j) * y_8$$

محدودیت‌های مدل، عبارتند از:

$$a + b < 60; c + d < 60; e < 60; p < 53; g < 36; h < 56; j < 38; k < (60; a - y_1);$$

$$375 + 0/896 * g + 0/336 * h + 0/224 * j + 0/336 * k - 2/8 * p - y_1 > 0; c - y_2 > 0;$$

$$\begin{aligned}
 & 375 + 0.224g - 2/8h + 0.896j + 0.336k + 0.336p - y2 > 0; e - y3 > 0; \\
 & 375 + 0.224g + 0.336h + 0.224j - 2/8k + 0.336p - y3 > 0; a - y4 > 0; \\
 & 375 + 0.896g + 0.336h + 0.224j + 0.336k - 2/8p - y4 > 0; c - y5 > 0; \\
 & 375 + 0.224g - 2/8h + 0.896j + 0.336k + 0.336p - y5 > 0; e - y6 > 0; \\
 & 375 + 0.224g + 0.336h + 0.224j - 2/8k + 0.336p - y6 > 0; b - y7 > 0; \\
 & 187/5 - 3g + 0.24h + 0.36j + 0.24k + 0.96p - y7 > 0; d - y8 > 0; \\
 & 187/5 + 0.24g + 0.96h - 3j + 0.24k + 0.24p - y8 > 0; \\
 & \{a, b, c, d, e, p, g, h, j, k, y1, y2, y3, y4, y5, y6, y7, y8\} \geq 0
 \end{aligned}$$

جواب نهایی مدل معین در محیط LINGO، برابر با ۳۵۲۷۹/۶ و مقدار ناشدنی بودن^۱، ۱۳-۰/۶۳۹۴۸۸۵E

است. پس، نمی توان با قاطعیت پذیرفت که جواب به دست آمده، جواب بهینه سراسری مساله است.

$$\begin{aligned}
 a = 30.6/34; \quad b = 171/9; \quad c = 298/28; \quad d = 167/34; \quad e = 260/2; \quad p = 53; \quad g = 36; \quad h = 56; \quad j = 38; \quad k = 60 \\
 y1 = 30.6/34; \quad y2 = 298/28; \quad y3 = 260/2; \quad y4 = 30.6/34; \quad y5 = 298/28; \quad y6 = 260/2; \quad y7 = 171/9; \quad y8 = 167/34
 \end{aligned}$$

اکنون، مدل معین را با الگوریتم ژنتیک و در محیط MATLAB، حل می کنیم. تعیین پارامتر الگوریتم ژنتیک، بیش تر بر پایه مشاهدات تجربی و تغییرپذیری مساله است [۱۷]. با تعیین پارامتر آزمون و خطا، اندازه جمعیت ۶۰۰، تعداد تکرار ۳۵۰، و نرخ تقاطع ۰/۱، تعیین شد. جواب نهایی، ۳۵۲۷۹/۳ است.

$$\begin{aligned}
 a = 30.6/59; \quad b = 171/89; \quad c = 298/28; \quad d = 167/33; \quad e = 260/20; \quad p = 53; \quad g = 36; \quad h = 56; \quad j = 38; \quad k = 60; \\
 y1 = 30.6/34; \quad y2 = 298/28; \quad y3 = 260/2; \quad y4 = 30.6/34; \quad y5 = 298/28; \quad y6 = 260/2; \quad y7 = 171/89; \\
 y8 = 167/3345; \quad \text{Best Fitness} = 35279/30.79; \quad \text{Time} = 9/470.9
 \end{aligned}$$

۶ رویکرد اول: تعیین مستقل دامنه متغیرها

۱. در رویکرد اول، دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، به اندازه ممکن هر متغیر، و مطابق جدول ۲، تعیین شد.

جدول ۲. حدود بالا و پایین متغیرهای کنترل طراحی آزمایشها- رویکرد اول

| متغیر کنترل | نام | حد پایین واقعی | حد بالای واقعی | حد پایین کد شده | حد بالای کد شده |
|-----------------|-----|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| q _{1r} | | ۰/۰۰ | ۶۰۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| q _{1d} | | ۰/۰۰ | ۶۰۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| q _{2r} | | ۰/۰۰ | ۶۰۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| q _{2d} | | ۰/۰۰ | ۶۰۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| q _{3r} | | ۰/۰۰ | ۶۰۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| p _{1r} | | ۰/۰۰ | ۵۳/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| p _{1d} | | ۰/۰۰ | ۳۶/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| p _{2r} | | ۰/۰۰ | ۵۶/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| p _{2d} | | ۰/۰۰ | ۳۸/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| p _{3r} | | ۰/۰۰ | ۶۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |

¹ Infeasibility

۲. برای مقدار عرضه محصولات ۱ و ۲، دو محدودیت ترکیبی مطابق جدول ۳، وجود دارد:

جدول ۳. محدودیت‌های ترکیبی طراحی آزمایش‌ها- رویکردی اول

| حد بالا | محدودیت | حد پایین |
|---------|---------|----------|
| ۶۰۰/۰۰ | + a + b | ۰/۰۰ |
| ۶۰۰/۰۰ | + c + d | ۰/۰۰ |

۳. با محاسبه مقدار همبستگی^۱ متغیرها به صورت زوجی در Design Expert، استقلال متغیرها، آزمون شد. در برخی آزمایش‌ها، متغیر a با b و c با d، همبستگی کمی پیدا کردند؛ زیرا مقدار محصولات ۱ (متغیر a و b) و ۲ (متغیر c و d) ثابت است. با استفاده از طرح کامپیوتری D-Optimal، وابستگی متغیرها، در نظر گرفته شد.

۴. برای ۱۰ متغیر کنترل، ۷۶ آزمایش برای برازش تابع درجه دوم ضروریست. در نتیجه، توابع درجه اول^۲، 2FI، و درجه دوم^۳ قابل برازش است.

۵. به دلیل احتمالی بودن تابع معین، مقادیر پاسخ در هر اجرا، متفاوت می‌شود؛ لذا، محاسبه پاسخ در هر طرح آزمایشی، ۱۰۰ بار تکرار شد. میانگین مقادیر پاسخ را، یک نمونه در نظر می‌گیریم. بر اساس معادله حداقل تعداد نمونه [۱۸]، حداقل تعداد نمونه در سطح خطای ۰/۰۵ و حاشیه خطای ۰/۰۱ میانگین نمونه $(\frac{83}{0.2} = 830 \times 0.1)$ برابر است با ۱۰/۳. لذا، همان ۱۰۰ تکرار، کفایت.

۶. برای آن که یک تابع رگرسیون، توانایی خوبی برای برازش اطلاعات داشته باشد، ضریب تعیین باید بالای ۰/۸ باشد. همچنین معنی‌دار بودن تست عدم برازش، بیانگر این است که نمی‌توان از مدل برای پیش‌گویی استفاده نمود. با توجه به آنالیز توابع رگرسیون در جدول ۴، خلاصه آماری توابع رگرسیون در جدول ۵، و تست عدم برازش در جدول ۶، تابع مربعی، پیشنهاد می‌شود. مطابق با نتایج تحلیل واریانس، تابع مربعی از نظر آماری، معنادار است.

جدول ۴. آنالیز توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد اول

| پاسخ ۱- سود کل - تبدیل: خیر | | | | | |
|---------------------------------|---------|--------------|------------|--------------|----------------------|
| مدل ترتیبی مجموع مربعات [نوع ۱] | | | | | |
| مقدار > F احتمال P | مقدار F | متوسط مربعات | درجه آزادی | مجموع مربعات | منبع |
| | | ۵/۲۵۸E+۰۱۱ | ۱ | ۵/۲۵۸E+۰۱۱ | متوسط در برابر کل |
| <۰/۰۰۰۱ | ۱۲۴۳/۶۶ | ۴۰۸۰۸E+۰۱۰ | ۱۰ | ۴/۸۰۸E+۰۱۱ | خطی در برابر متوسط |
| <۰/۰۰۰۱ | ۱۴۳۶/۵۶ | ۵/۸۳۸E+۰۰۹ | ۴۵ | ۲/۶۲۷E+۰۱۱ | 2FI در برابر خطی |
| <۰/۰۰۰۱ | ۱۱۵۲/۴۴ | ۱/۸۵۴E+۰۰۹ | ۱۰ | ۱/۸۵۴E+۰۱۰ | مربعی در برابر 2FI |
| <۰/۰۰۰۱ | ۳۷۵/۲۸ | ۴/۸۳۶E+۰۰۸ | ۵ | ۲/۴۱۸E+۰۰۹ | مکعبی در برابر مربعی |
| | | ۱/۲۸۹E+۰۰۶ | ۷۵۲۹ | ۹/۷۰۲E+۰۰۹ | باقی مانده |
| | | ۱/۷۱۱E+۰۰۸ | ۷۶۰۰ | ۱/۳۰۰E+۰۱۲ | کل |

¹ Correlation

² Linear Function

³ Quadratic Function

جدول ۵. خلاصه آماری توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد اول

| خلاصه آماری مدل | | | | | | |
|-----------------|--------------|-------------|------------|--------------------|------------|----------|
| منبع | انحراف معیار | R^2 مربعی | R^2 تعین | R^2 پیش‌بینی شده | PRESS | |
| خطی | ۶۲۱۷/۷۱ | ۰/۶۲۱۰ | ۰/۶۲۰۵ | ۰/۶۱۹۹ | ۲/۹۴۳E+۰۱۱ | |
| 2FI | ۲۰۱۵/۹۸ | ۰/۹۶۰۴ | ۰/۹۶۰۱ | ۰/۹۵۹۹ | ۳/۱۰۴E+۰۱۰ | |
| مربعی | ۱۲۶۸/۳۷ | ۰/۹۸۴۳ | ۰/۹۸۴۲ | ۰/۹۸۴۱ | ۱/۲۳۳E+۰۱۰ | پیشنهادی |
| مکعبی | ۱۱۳۵/۱۹ | ۰/۹۸۷۵ | ۰/۹۸۷۴ | ۰/۹۸۷۲ | ۹/۸۸۹E+۰۰۹ | هم‌اثر |

جدول ۶. تست عدم برازش توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد اول

| تست عدم برازش | | | | | | |
|---------------|--------------|------------|--------------|---------|----------------------|----------|
| منبع | مجموع مربعات | درجه آزادی | متوسط مربعات | مقدار F | مقدار $F > P$ احتمال | |
| خطی | ۲/۸۳۷E+۰۱۱ | ۶۰ | ۴/۷۲۸E+۰۰۹ | ۳۶۶۹/۰۳ | <۰/۰۰۰۱ | |
| 2FI | ۲/۰۹۶E+۰۱۰ | ۱۵ | ۱/۳۹۷E+۰۰۹ | ۱۰۸۴/۲۲ | <۰/۰۰۰۱ | |
| مربعی | ۲/۴۱۸E+۰۰۹ | ۵ | ۴/۸۳۶E+۰۰۸ | ۳۷۵/۲۸ | <۰/۰۰۰۱ | پیشنهادی |
| مکعبی | ۰/۰۰۰ | ۰ | Aliased | ۰/۰۰۰ | ۰ | هم‌اثر |
| خطای خالص | ۹/۷۰۲E+۰۰۹ | ۷۵۲۹ | ۱/۲۸۹E+۰۰۶ | | | |

۷. با توجه به نتایج، R^2 تابع مربعی پس از حذف جملات، ۰/۹۸۴۳ است که بیش از ۰/۸ است. نسبت پارازیت^۱، بیش از ۴ است که حاکی از دقت بالای تابع است. مطابق با روش‌های معمول طراحی آزمایش‌ها، تابع انتخاب شده از نظر تست نرمال بودن، مستقل بودن و تساوی واریانس‌ها بررسی می‌گردد. مطابق نتایج، توزیع نرمال مانده‌ها، تساوی واریانس‌ها، و مستقل بودن داده‌های تابع مربعی، تأیید می‌شود.

۸. مدل مربعی، پس از حذف جملات با معناداری پایین و در حالت ضرایب واقعی، عبارتست از:

$$f[a,b,c,d,e,p,g,h,j,k] = -3444/46.4 + 7/6741*a - 17/2273*b - 14/74.9*c - 23/2142*d - 3/3179*e - 0/1385*p + 246/0.3 * g + 123/52.07*h + 122/5.03*j + 175/2562*k - 0/0.5103*a*b - 0/0.13*a*c + 0/0.24*a*d + 0/0.24*a*e + 0/47412*a*p - 0/4388*a*g + 0/3478*a*h + 0/391*a*j + 0/4723*a*k - 0/0.25*b*c + 0/0.25*b*d - 0/3187*b*p + 0/317.3*b*g - 0/474*b*h + 0/3555*b*j - 0/1449*b*k + 0/0.293*c*d - 0/0.513*c*e + 0/421*c*g + 0/49.34*c*h + 0/6.24*c*j - 0/0.68*d*e - 0/0.95*d*p - 0/3.6*d*g + 0/0.849*d*h + 0/1558*d*j + 0/3593*d*k - 0/7562*e*p - 0/2217*e*g - 0/2.06*e*j + 0/45726*e*k + 1/3.29*p*g - 0/44954*p*h + 0/2757*p*j - 1/359*p*k - 0/8516*g*h + 1/17977*g*j - 0/5.6.8*g*k - 0/9.88*h*j + 0/3463*h*k - 0/169.4*j*k - 0/418*a^2 + 0/0.2*b^2 - 0/0.18*c^2 + 0/0.32*d^2 - 0/2.085e^2 + 1/15624*p^2 - 6/55445*g^2 - 1/7934*h^2 - 2/52644*j^2 - 2/46386*k^2$$

۹. با توجه به مقادیر دترمینان تابع هدف، ماتریس هشین نامعین بوده و نقطه اکسترمم، زینی است؛ لذا نمی‌توان هر جواب بهینه محلی را، الزاماً یک جواب بهینه کلی دانست؛ بنابراین، از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌کنیم.

۱۰. قیود مدل، مطابق جداول ۲ و ۳ است. اندازه جمعیت ۴۰، تعداد تکرار ۳۰۰ و نرخ تقاطع، ۰/۱، تعیین شد.

جواب نهایی، ۲۲۳۸۲/۶۸ است. با جایگذاری راه حل نهایی در مدل معین، به جواب ۲۳۳۸۶/۶۱ می‌رسیم.

¹ Noise Ratio

$$a = 454/84; b = 0; c = 600; d = 0; e = 409/64; p = 53; g = 20/38; h = 56; j = 28/81; k = 60$$

$$Best\ Fitness = 22382/6809; Time = 0/67095$$

۷ رویکرد دوم: محدودسازی دامنه متغیرها مبتنی بر سیستم مساله

مبتنی بر تجزیه ساختاری هدف مساله، سودآوری شامل: فروش با قیمتی حداقل کمی بیش از بهای تمام شده، اسقاط با ارزش افزوده، و سایر درآمدهای فروش از جمله اجاره محصولات و خدمات است.

$$p \times q > [FC + (v \times q)] + [(D - q) \times (v_i - b_i - v)] + Etc$$

$$p > c + \alpha; q < D$$

p, q, v, FC, D ، به ترتیب قیمت، فروش، بهای تمام شده، هزینه ثابت، و تقاضا هستند. α مقدار ایست که قیمت باید از بهای تمام شده بیش تر باشد تا هزینه ثابت، جبران شود. همچنین، سود شامل اسقاط به قیمتی بالاتر از بها و هزینه عودت است. با توجه به پارامترها و متغیرهای مساله، سایر روش‌های سودآوری، موضوعیت ندارند؛ لذا، با توجه به: نبود انبار و عدم امکان انتقال تقاضا، قیمت عودت (b_i)، ارزش اسقاط (v_i)، و بهای تمام شده (C_{ij}) در مثال عددی، ۱. عرضه بیش از تقاضا. ۲. عودت و اسقاط. ۳. قیمت کم تر از بهای تمام شده، دامنه‌های نامطلوب برای سودآوری هستند. برای ارزیابی اثرات تغییرات، قید عرضه به اندازه تقاضا را در آزمایش‌ها، وارد می‌کنیم.

رابطه (۱۷)، محدودیت عرضه در مقابل تقاضا را نشان می‌دهد:

$$q_{ij} \leq D_{ij} \quad (17)$$

مقدار محصول $i \in N$ قابل عرضه به دو کانال r و d ، مطابق رابطه (۱۸)، محدود به تقاضای محصول i

خواهد بود:

$$\sum_{j=1}^m q_{ij} \leq \sum_{j=1}^m D_{ij} \quad (18)$$

مقدار عرضه کل محصولات، مطابق رابطه (۱۹)، محدود به کل تقاضای محصولات خواهد بود:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m D_{ij} \quad (19)$$

رابطه (۱۷)، دربرگیرنده روابط (۱۸) و (۱۹)، است؛ لذا، قیود عرضه به اندازه تقاضا، بر اساس مثال عددی عبارتند از:

$$a + 2/800 * p - 0/896 * g - 0/336 * h - 0/224 * j - 0/336 * k \leq 375/00$$

$$b - 0/96 * p + 3/000 * g - 0/240 * h - 0/360 * j - 0/240 * k \leq 187/50$$

$$c - 0/336 * p - 0/224 * g + 2/800 * h - 0/896 * j - 0/336 * k \leq 375/00$$

$$d - 0/240 * p - 0/360 * g - 0/960 * h + 3/000 * j - 0/240 * k \leq 187/50$$

$$e - 0/336 * p - 0/224 * g - 0/336 * h - 0/224 * j + 2/800 * k \leq 375/00$$

۱. با توجه به حدود بالا و پایین متغیرها و ساده‌سازی محدودیت‌ها، دامنه متغیرها، مطابق جدول ۷، است.

جدول ۷. حدود بالا و پایین متغیرهای کنترل طراحی آزمایش‌ها- رویکرد دوم

| متغیر کنترل | نام | حد پایین واقعی | حد بالای واقعی | حد پایین کد شده | حد بالای کد شده |
|-------------|-----|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| Q_{1r} | a | ۰/۰۰ | ۴۵۴/۷۴ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| Q_{1d} | b | ۰/۰۰ | ۲۷۹/۹۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| Q_{2r} | c | ۰/۰۰ | ۴۵۵/۰۸ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| Q_{2d} | d | ۰/۰۰ | ۲۸۱/۳۴ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| Q_{3r} | e | ۰/۰۰ | ۴۲۸/۲۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| P_{1r} | p | ۰/۰۰ | ۵۳/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| P_{1d} | g | ۰/۰۰ | ۳۶/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| P_{2r} | h | ۰/۰۰ | ۵۶/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| P_{2d} | j | ۰/۰۰ | ۳۸/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |
| P_{3r} | k | ۰/۰۰ | ۶۰/۰۰ | -۱/۰۰ | ۱/۰۰ |

۲. محدودیت ترکیبی طراحی آزمایش‌ها، مطابق جدول ۸ است.

جدول ۸. محدودیت های ترکیبی طراحی آزمایش‌ها- رویکرد دوم

| حد بالا | محدودیت | حد پایین |
|---------|---------|----------|
| ۶۰۰/۰۰ | a + b | ۰/۰۰ |
| ۶۰۰/۰۰ | c + d | ۰/۰۰ |

۳. متغیرهای کنترل، مستقلند که این موضوع، با محاسبه مقدار همبستگی^۱ متغیرها به صورت زوجی آزمون شد.

۴. هر طرح آزمایشی ۷۶ نقطه‌ای، ۱۰۰ بار تکرار شد. میانگین مقادیر پاسخ هر طرح آزمایشی را، یک نمونه در نظر می‌گیریم. حداقل تعداد نمونه در سطح خطای ۰/۰۵ و حاشیه خطای ۰/۰۱ میانگین نمونه اولیه (۱۵/۵۶ = ۰/۰۱ × ۱۵۵۶) برابر با ۹۴/۳۷ است. لذا، ۱۰۰ تکرار، کافی است.

۵. با توجه به جداول ۹، ۱۰، ۱۱، و تحلیل واریانس، تابع مربعی از نظر آماری معنادار است و پیشنهاد می‌شود.

جدول ۹. آنالیز توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد دوم

| پاسخ ۱- سود کل- تبدیل: خیر | | | | | |
|---------------------------------|----------|--------------|------------|--------------|----------------------|
| مدل ترتیبی مجموع مربعات [نوع ۱] | | | | | |
| مقدار > F احتمال P | مقدار F | متوسط مربعات | درجه آزادی | مجموع مربعات | منبع |
| | | ۱/۸۶۸E+۰۱۰ | ۱ | ۱/۸۶۸E+۰۱۰ | متوسط در برابر کل |
| <۰/۰۰۰۱ | ۹۴۳/۰۲ | ۴/۷۴۲E+۰۱۰ | ۱۰ | ۴/۷۴۲E+۰۱۱ | خطی در برابر متوسط |
| <۰/۰۰۰۱ | ۱۶۷۷۵/۵۸ | ۸/۳۹۷E+۰۰۹ | ۴۵ | ۳/۷۷۹E+۰۱۱ | 2FI در برابر خطی |
| <۰/۰۰۰۱ | ۴/۱۳ | ۲/۰۶۱E+۰۰۶ | ۱۰ | ۲/۰۶۱E+۰۰۷ | مربعی در برابر 2FI |
| ۰/۱۷۲۹ | ۱/۵۴ | ۷/۶۸۶E+۰۰۵ | ۵ | ۳/۸۴۳E+۰۰۶ | مکعبی در برابر مربعی |
| | | ۴/۹۸۳E+۰۰۵ | ۷۵۲۹ | ۳/۷۵۲E+۰۰۹ | باقی مانده |
| | | ۱/۱۵۱E+۰۰۸ | ۷۶۰۰ | ۸/۷۴۵E+۰۱۱ | کل |

¹ Correlation

جدول ۱۰. خلاصه آماری توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد دوم

| خلاصه آماری مدل | | | | | | |
|-----------------|--------------|--------|--------------|--------------------|------------|----------|
| منبع | انحراف معیار | R^2 | R^2 تعیینی | R^2 پیش‌بینی شده | PRESS | |
| خطی | ۷۰۹۱/۳۳ | ۰/۵۵۴۱ | ۰/۵۵۳۵ | ۰/۵۵۲۸ | ۳/۸۲۸E+۰۱۱ | |
| 2FI | ۷۰۷/۴۸ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۵ | ۳/۸۳۴E+۰۰۹ | |
| مربعی | ۴۰۶/۰۲ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۵ | ۳/۸۲۳E+۰۰۹ | پیشنهادی |
| مکعبی | ۷۰۵/۸۹ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۶ | ۰/۹۹۵۵ | ۳/۸۲۴E+۰۰۹ | هم‌اثر |

جدول ۱۱. تست عدم برازش توابع رگرسیون طراحی آزمایش‌ها- رویکرد دوم

| تست عدم برازش | | | | | | |
|---------------|--------------|------------|--------------|----------|----------------------|----------|
| منبع | مجموع مربعات | درجه آزادی | متوسط مربعات | مقدار F | مقدار $F > P$ احتمال | |
| خطی | ۳/۷۷۹E+۰۱۱ | ۶۰ | ۶/۲۹۸E+۰۰۹ | ۱۲۶۳۹/۳۳ | <۰/۰۰۰۱ | |
| 2FI | ۲/۴۴۵E+۰۰۷ | ۱۵ | ۱/۶۳۰E+۰۰۶ | ۳/۲۷ | <۰/۰۰۰۱ | |
| مربعی | ۳/۸۴۳E+۰۰۶ | ۵ | ۷/۶۸۶E+۰۰۵ | ۱/۵۴ | ۰/۱۷۲۹ | پیشنهادی |
| مکعبی | ۰/۰۰۰ | ۰ | | | | هم‌اثر |
| خطای خالص | ۳/۷۵۲E+۰۰۹ | ۷۵۲۹ | ۴/۹۸۳E+۰۰۵ | ۱۲۶۳۹/۳۳ | <۰/۰۰۰۱ | |

۶. با توجه به نتایج، R^2 تابع مربعی پس از حذف جملات با معناداری پایین، ۰/۹۹۵۶ است که بیش از ۰/۸ و قابل قبول است. نسبت پارازیت نیز، بیش از ۴ است که دقت بالای تابع مربعی را نشان می‌دهد. نرمال بودن مانده‌ها، تساوی واریانس‌ها، و مستقل بودن داده‌های تابع مربعی نیز، تأیید می‌شود.

۷. مدل مربعی، پس از حذف جملات با معناداری پایین و در حالت ضرایب واقعی، عبارتست از:

$$f[a,b,c,d,e,p,g,h,j,k] = -126/9157 - 19/4267 * a - 23/3124 * b - 19/497 * c - 25/4755 * d - 21/935 * e - 4/565 * p + 7/422 * g + 1/7427 * h - 6/5721 * j + 5/18 * k + 0/9503 * a * p - 0/0069 * a * h - 0/0061 * a * k - 0/00558 * b * d + 0/0012 * b * e + 0/0274 * b * p + 0/922 * b * g - 0/0191 * b * j + 0/000675 * c * e + 0/9504 * c * h - 0/0102 * c * j + 0/00462 * c * k + 0/00116 * d * e - 0/011 * d * p - 0/027 * d * h + 0/9905 * d * j - 0/0122 * d * k + 0/0053 * e * p + 0/0099 * e * j + 0/943 * e * k + 0/048 * p * g - 0/0816 * p * j - 0/0561 * p * k + 0/085 * g * k - 0/0557 * h * j + 0/0896 * h * k + 0/0031 * a^2 + 0/0103 * d^2 + 0/1268 * p^2 - 0/2512 * g^2 + 0/27944 * j^2 - 0/073 * k^2$$

۸. با توجه به نامعین بودن ماتریس هشین تابع رگرسیون رویکرد دوم، از الگوریتم ژنتیک، استفاده می‌کنیم.

۹. قیود مدل، مطابق محدودیت‌های جداول ۷ و ۸ است. اندازه جمعیت ۳۰، تعداد تکرار ۳۰۰، و نرخ تقاطع ۰/۱، تعیین شد. جواب نهایی، ۳۲۷۶۰/۱۶۷ است که به جواب معیار؛ یعنی ۳۵۲۷۹/۶، نزدیک است. فاصله

۲۵۱۹/۴۳ واحدی با جواب معیار، می‌تواند به دلیل قیود احتمالی یا حذف تعدادی از ترکیبات متغیرها از آزمایش‌ها باشد.

۱۰.

$$a = 306/34; b = 171/9; c = 298/28; d = 167/34; e = 260/2; p = 53; g = 36; h = 56; j = 38; k = 60$$

$$Best\ Fitness = 32760/1677; Time = 0/57184$$

۸ نتیجه گیری و پیشنهادها

جدول ۱۲. مقایسه جواب مدل‌های مختلف مساله سود کل زنجیره تأمین

| مدل سود | سود نهایی | سود با جایگذاری راه حل | اختلاف با سود مدل معین | روش حل |
|--------------------|-----------|------------------------|------------------------|-----------------------|
| معین (معیار) | ۳۵۲۷۹/۶ | ۳۵۲۷۹/۶ | ۰ | لینگو/ الگوریتم ژنتیک |
| رگرسیون رویکرد اول | ۲۲۳۸۲/۶ | ۲۳۳۸۶/۶ | -۱۱۸۹۳ | الگوریتم ژنتیک |
| رگرسیون رویکرد دوم | ۳۲۷۶۰/۲ | ۳۵۲۷۹/۶ | ۰ | الگوریتم ژنتیک |

مطابق با یافته‌های پژوهش، جواب مدل معین به عنوان معیار، برابر با ۳۵۲۷۹/۶ بوده که بالاترین مقدار سود محاسبه شده است. جواب نهایی رویکرد اول طراحی آزمایش‌ها با تعیین مستقل دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، ۲۲۳۸۲/۶ است که در بازه صفر تا ۳۵۲۷۹/۶، فاصله زیادی با جواب مدل معیار دارد. راه حل رویکرد اول نیز، متفاوت با راه حل مدل معیار است. در نتیجه، تعیین مستقل دامنه آزمایش متغیرهای کنترل بدون توجه به اهداف، فرایند، و قیود مساله و به عبارت دیگر سیستم مساله، باعث کاهش دقت تابع آماری و افت ارزش جواب بهینه، خواهد شد.

جواب نهایی رویکرد دوم طراحی آزمایش‌ها با تعیین سیستمی دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، ۳۲۷۶۰/۲ است که در بازه ۰ تا ۳۵۲۷۹/۶، فاصله بسیار کم‌تری با جواب مدل معیار دارد که با توجه به ماهیت احتمالی تابع رگرسیون، قابل قبول است. راه حل رویکرد دوم نیز، مشابه راه حل مدل معیار است؛ بنابراین، محدودسازی دامنه مشاهده/آزمایش متغیرهای کنترل با توجه به تجزیه و تحلیل‌های سیستمی و تجربی مساله، باعث افزایش دقت تابع تشکیل شده در نمایش رفتار مساله در محدوده بهینه و کوچک شدن فضای مساله شده، تأثیر زیادی در یافتن جواب بهینه دارد. این امر، به ویژه در توابع شرطی و چندضابطه‌ای، از اهمیت زیادی برخوردار است؛ زیرا برای پوشش رفتار تابع هدف در تمام فضای مساله، لازم است نقاط آزمایش، متناسب با مساله، برنامه‌ریزی گردند.

همچنین، استفاده از ابزارهایی همچون معادلات ساختاری برای تجزیه هدف به متغیرها و فرایند سازنده، موجب شناخت سیستم مساله و انتخاب دامنه‌ای محدودتر برای آزمایش متغیرهای کنترل می‌شود. کاهش فضای آزمایش مساله، افزایش دقت و اعتبار تابع رگرسیون و افزایش دقت حل راه، در پی دارد. بهبود طراحی آزمایش‌ها، علاوه بر افزایش دقت جواب، موجب کاهش زمان و هزینه آزمایش‌ها نیز، خواهد شد.

رهیافت اصلی پژوهش، ضرورت توجه به طرح مساله، مشاهده، مصاحبه، و ارزیابی تجربی، برای تحلیل سیستمی مساله، تحلیل ساختاری هدف و شناخت رفتارهای مختلف تابع هدف و تعیین دامنه ممکن، شدنی، مورد انتظار و مطلوب هر متغیر، برای طراحی آزمایش‌ها، همچنین استفاده از بازخورد، پس از مدل‌سازی و حل مساله است.

پیشنهاد می‌شود پژوهشگران، با توجه به اهمیت طرح کلان مساله در طراحی نمونه‌گیری‌ها یا آزمایش‌های آماری، دانش علمی و تجربی خود را در مورد مساله، افزایش دهند. بدین منظور، استفاده از نظرسنجی خبرگان، تجارب و مطالعات پیشین، ابزارهای تحلیل ساختاری و فرایندی و نیز شش رهنمود پژوهش حاضر برای تعیین دامنه آزمایش متغیرهای کنترل، می‌تواند مفید باشد.

ضروریست که در مدل‌سازی رگرسیون، دامنه آزمایش متغیرها، با توجه به هدف بهینه‌سازی یا پیش‌بینی، انتخاب شود. همچنین، برای ایجاد چرخه بازخورد، می‌توان دامنه آزمایش متغیرهای کنترل را پس از ساخت و حل مدل، با توجه به برد مورد نظر هدف و محدوده راه حل بهینه، مجدداً تعیین کرد. این امر، به ویژه در شرایطی که دانش چندانی در مورد مساله وجود ندارد، می‌تواند مفید باشد. همچنین، افزودن متغیرها با تجزیه متغیرها به زیرمتغیرهای سازنده، می‌تواند ضمن افزایش پیچیدگی آزمایش‌ها، باعث افزایش دقت آزمایش‌ها شود.

منابع

- [۸] بابانژاد، منوچهر. (۱۳۹۶). حل معادلات برآوردکننده مدل‌های رگرسیون با اندازه خطای تصادفی روی متغیر مستقل به روش بهینه‌سازی. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۵۴، ۸۹-۹۸.
- [۹] بلوریان، شادی، خلیلیان، صفیه، خلیلیان، محمد. (۱۳۹۲). بهینه‌سازی شرایط استخراج کورکومین از ریزوم گیاه زردچوبه (*Curcuma longa*) به کمک امواج فراصوت با استفاده از روش سطح پاسخ. نشریه فرآوری و نگهداری مواد غذایی، جلد ۱۲، شماره ۱، ۷۵-۸۹.
- [۱۳] قیم، محمد علی، کیهانی، محمد، بهجومنش، میلاد، توکلی، رئوف. (۱۳۹۱). مقایسه‌ی روش طراحی آزمایش باکس - بنکن (Box-Behnken) و مدل‌سازی ریاضی در تخمین تولید پنج حلقه چاه با استفاده از روش Gas lift. اولین کنفرانس و نمایشگاه تخصصی نفت، ایران، تهران.
- [۱۸] جانسون، ریچارد آ، باتاچاریا، گوری ک. (۱۹۹۶). آمار، اصول و روش‌ها (ویرایش سوم). ترجمه فتاح میکائیلی (۱۳۸۰). جلد اول. اصفهان: ارکان اصفهان.
- [1] Montgomery, Douglas C. (1997). Design and Analysis of Experiment (5th Ed). New York: John Wiley & Sons.
- [2] Myers, Raymond H., Montgomery, Douglas C. (1995). Response Surface Methodology: product optimization using designed experiments. New York: John Wiley & Sons.
- [3] Hawkins, D. M. (1980). Identification of outliers, London: Chapman and Hall.
- [4] Dixit, U. J. (1987). Characterization of the gamma distribution in the presence of k outliers. Bull. Bombay Mathematical Colloquium, 4, 54-59.
- [5] Birch, Jeffrey B., Fleischer, Shelby J. (1984). Diagnostic methods for detecting outliers in regression analysis. Environmental Entomology, 13 (1), 19-25.
- [6] Pusparum, Murih., Kurnia, Anang., Alamudi, Aam. (2017). Winsor approach in regression analysis with outlier. Applied Mathematical Sciences, 11, 41, 2031 – 2046.
- [7] Bin, Riccardo De., Boulesteix, Anne-Laure., Sauerbrei, Willi. (2017) Detection of influential points as a byproduct of resampling-based variable selection procedures. Computational Statistics & Data Analysis, 116, 19-31.
- [10] Moallemi, Enayat A., Elsayah, Sondoss., Ryan, Michael J. (2018). An agent-monitored framework for the output-oriented design of experiments in exploratory modelling. Simulation Modelling Practice and Theory, 89, 48-63.
- [11] Tsay, Calvin., Pattison, Richard C., Baldea, Michael., Weinstein, Ben., Hodson, Steven J., Johnson, Robert D. (2017). A superstructure-based design of experiments framework for simultaneous domain-restricted model identification and parameter estimation. Computers & Chemical Engineering, 107, 408-426.
- [12] Quaglio, Marco., Fraga, Eric S., Galvanin, Federico. (2018). Constrained model-based design of experiments for the identification of approximated models. IFAC-PapersOnLine, 51, 515-520.
- [14] Hassanzadeh, Amir., Jafarian, Ahmad., Amiri, Maghsoud. (2014). Modeling and analysis of the causes of bullwhip effect in centralized and decentralized supply chain using response surface method. Applied Mathematical Modeling, 38, 2353-2365.
- [15] Kuo, R.J., Han, Y.S. (2011). A hybrid of genetic algorithm and particle swarm optimization for solving bi-level linear programming problem – A case study on supply chain model. Applied Mathematical Modelling, 35, 3905-3917.

- [16] Hsieh, Chung-Chi., Chang, Yih-Long., Wu, Cheng-Han. (2014). Competitive pricing and ordering decisions in a multiple-channel supply chain. *Int. J. Production Economics*, 154, 156–165.
- [17] Elegbede, C., Adjallah, K. (2003). Availability allocation to repairable systems with genetic algorithms: a multi-objective formulation. *Reliability Engineering and System Safety*, 82 (3), 319–330.

Archive of SID