مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هفدهم، شماره دوم (پیاپی ۶۵)، تابستان ۹۹، ص ص ۴۶-۲۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

توسعه سیاست سفارش‌دهی $(1,T)$ برای زنجیره دو سطحی با خرده‌فروش‌های غیریکسان و کالاهای فاسدشدنی

انور محمودی[۱*]، هیبت‌اله صادقی[۲]
۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

رسید مقاله: ۱۲ تیر ۱۳۹۸
پذیرش مقاله: ۱۳ اردیبهشت ۱۳۹۹

چکیده

در این مقاله یک زنجیره دو سطحی با یک انبار مرکزی و تعدادی خرده‌فروش غیریکسان در نظر گرفته شده و سیاست $(1,T)$ برای آن توسعه داده می‌شود. فرض می‌شود که هزینه ثابت سفارش‌دهی برای خرده‌فروش‌ها ناچیز است، اما در انبار مرکزی هزینه ثابت سفارش‌دهی وجود دارد. همچنین فرض شده است که کالاها فاسدشدنی با عمر ثابت هستند و طول عمر اقلام از زمان رسیدن آن‌ها به انبار مرکزی شروع می‌شود. با اینکه تقاضای هر خرده‌فروش به صورت تصادفی و از توزیع پواسون پیروی می‌کند، اما به دلیل استفاده از سیاست $(1,T)$ در خرده‌فروش‌ها، تقاضای انبار مرکزی به صورت قطعی قابل تعیین است. بنابراین انبار مرکزی از یک سیاست دوره‌ای با طول دوره ثابت استفاده می‌کند. در این مطالعه تابع هزینه تقریبی مدل موجودی دو سطحی ارایه می‌شود و سپس به دلیل پیچیده بودن تابع هزینه، از الگوریتم متاهیورستیک تکامل تفاضلی برای به دست آوردن بهترین جواب سیاست استفاده می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهند که تقریب استفاده شده در ارایه تابع هزینه دارای خطای قابل قبولی است.

کلمات کلیدی: کنترل موجودی، سیاست $(1,T)$، سیستم دو سطحی، کالای فاسدشدنی.

۱ مقدمه

در اکثر مطالعات مسایل کنترل موجودی فرض می‌شود که اقلام در زمان نامحدود می‌توانند برای برآورده کردن تقاضای آینده ذخیره شوند و کیفیت و کمیت آن‌ها در طول زمان تغییر نمی‌کند، در حالی که کالاهای فاسدشدنی دارای عمر محدود هستند و در طول زمان رو به زوال رفته و یا غیر قابل استفاده می‌شوند. کالاهای فاسدشدنی دسته بزرگی از کالاها هستند که به دلیل فساد و از دست دادن ارزش چه بسا بیشتر از کالاهای غیر فاسدشدنی نیاز به کنترل موجودی دارند. از طرفی امروزه در بسیاری از کسب و کارها، سیستم‌های موجودی به

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: anwar.mahmoodi@uok.ac.ir

صورت دو/چند سطحی هستند و در واقع یک انبار مرکزی در سطح اول قرار دارد که مواد مورد نیاز را از تامین‌کننده تامین می‌کند و در سطح دوم خرده فروشان با انبارهای کوچک‌تر قرار دارند که اقلام مورد نیاز خود را از انبار مرکزی تامین می‌کنند. به همین دلیل، توسعه سیاست‌های کنترل موجودی برای کنترل موجودی هر دو سطح و به منظور کمینه کردن کل هزینه سیستم موجودی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این مقاله یک زنجیره‌تامین دوسطحی با یک انبار مرکزی و تعدادی خرده‌فروش غیر یکسان که کالای مورد نظر آن‌ها فاسدشدنی و دارای عمر ثابت است در نظر گرفته می‌شود. تقاضای هر خرده‌فروش احتمالی بوده و دارای تقاضای پواسون است و کالای خود را از انبار مرکزی تامین می‌کند. انبار مرکزی نیز کالاهای خود را از یک تامین کننده خارجی با ظرفیت نامحدود تامین می‌نماید. عمر کالاها ثابت و به محض رسیدن به انبار مرکزی شروع می‌شود. اگر تقاضایی در خرده‌فروش برآورد نشود، کمبود ایجاد شده و این کمبود به صورت فروش از دست رفته خواهد بود و تقاضا برآورده نخواهد شد. اگرچه هزینه ثابت سفارش‌دهی در انبار مرکزی مثبت در نظر گرفته می‌شود اما فرض بر این است که هزینه ثابت سفارش‌دهی در خرده‌فروش‌ها ناچیز است و به همین دلیل منطقی است که خرده‌فروش‌ها از یکی از دو سیاست $(۱,T)$ و یا $(S-۱,S)$ استفاده نمایند.

در سیاست $(۱,T)$ در هر فاصله زمانی ثابت T یک واحد کالا سفارش داده می‌شود. این سیاست توسط حجی و حجی [۱] ارایه شد و دارای مزایای زیادی نسبت به سیاست $(S-۱,S)$ است. یکی از مهم‌ترین مزیت‌های سیاست $(۱,T)$ حذف عدم قطعیت تقاضا در سطوح بالاتر زنجیره است. زیرا هنگامی که سیاست $(۱,T)$ در خرده‌فروش‌ها به کار می‌رود، تقاضای ارسالی از خرده‌فروش به لایه بالاتر به صورت قطعی و به اندازه یک واحد در هر فاصله زمانی ثابت T است. همین مزیت باعث حذف اثر شلاق چرمی ناشی از عدم قطعیت تقاضا، حذف هزینه‌های مربوط به نگهداری موجودی اطمینان در لایه‌های بالایی، برنامه‌ریزی تولید آسان‌تر و در نهایت کاهش هزینه تبادل اطلاعات می‌شود. از مزیت‌های دیگر این سیاست، حساس نبودن به زمان تامین و کمتر بودن هزینه آن نسبت به سیاست $(S-۱,S)$ در هنگام زیاد بودن زمان تحویل است. حجی و حجی [۱] سیاست $(۱,T)$ را برای سیستم یک سطحی و کالاهای غیرفاسدشدنی تحلیل نمودند و به دنبال آن‌ها، حجی و همکاران [۲] این سیاست را برای مدل دوسطحی با کالاهای غیرفاسدشدنی توسعه دادند. محمودی و همکاران [۳] این سیاست را برای سیستم یک سطحی و کالاهای فاسدشدنی به‌کار بردند.

مطالعات قابل توجهی در مورد مدل‌های موجودی دوسطحی با کالاهای غیر فاسدشدنی انجام شده است. به عنوان مثال طیبی و همکاران [۴] یک انبار مرکزی با تعدادی خرده‌فروش دلخواه در نظر گرفتند که در آن انبار مرکزی نقش تخصیص و توزیع موجودی‌ها را بر عهده داشت و از یک سیاست با دوره مشترک برای ارسال کالاها به خرده‌فروش‌ها استفاده می‌کرد. همچنین خرده‌فروش‌ها دارای تقاضای پواسون بودند و بر اساس سیاستی مشابه $(۱,T)$ کالا به دست آن‌ها می‌رسید. فان و همکاران [۵] یک مدل موجودی دو سطحی دو کانالی را در نظر گرفتند که در صورت نبود موجودی در یک کانال، دو استراتژی شیفت مشتریان به کانال دیگر و انتقال موجودی از کانال دیگر را بررسی کردند. وینگردان و همکاران [۶] تاثیر وجود انبار اضطراری را در مدل دوسطحی موجودی با کالاهای غیرفاسدشدنی بررسی کردند.

دسته دیگر از مطالعات مرتبط با پژوهش حاضر، مقالات ارایه شده در زمینه مدلهای دوسطحی کالاهای فاسدشدنی آنی و غیر آنی با طول عمر تصادفی است. به عنوان مثال، هوانگ و همکاران [۷] یک سیستم دو سطحی را در دو حالت متمرکز و غیر متمرکز مورد بررسی قرار دادند. آنها تقاضا را وابسته به قیمت در نظر گرفتند و علاوه بر بررسی سیاست موجودی، تصمیمات قیمت‌گذاری و قابلیت اطمینان خط تولید را نیز تحلیل کردند.

همه مطالعات فوق کالاها را غیر فاسدشدنی و یا فاسدشدنی با طول عمر تصادفی در نظر گرفته‌اند. به دلیل پیچیدگی زیادی که در بررسی مدل‌های موجودی دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با عمر ثابت وجود دارد، تعداد تحقیقات انجام شده در این زمینه محدود است. عبدالمالک و و زیگلر [۸] سیاست سفارش اقتصادی را در سیستم‌های دو سطحی با یک کالای فاسدشدنی با طول عمر ثابت مورد بررسی قرار دادند. آنها تقاضا را قطعی در نظر گرفتند و اندازه‌ی دسته سفارش‌دهی اقتصادی (EOQ) را برای خرده فروش و تامین‌کننده با اعمال این محدودیت که طول دوره سفارش‌دهی بیشتر از عمر محصول نباشد، تعیین نمودند. فوجیوارا و همکاران [۹] سیاست مرور دوره‌ای را برای مدل دو سطحی با فرض عمرهای متفاوت در دو سطح مورد بررسی قرار دادند آن‌ها سیاست بازپرسازی سطح اول را به صورت (T, S) و سیاست بازپرسازی سطح دوم را به صورت (Ti, Si) در نظر گرفتند و یک الگوریتم برای تعیین مقدار بهینه S و Siها ارایه نمودند. کانچاناسونتورن و تکنیتیساواد [۱۰] سیاست مرور دوره‌ای را برای کنترل موجودی در دو سطح زنجیره با دوره ثابت R در نظر گرفتند که انبار مرکزی از سیاست (R, s, S) و خرده‌فروش‌ها از سیاست (R,Si) استفاده می‌نمودند. آن‌ها بر خلاف مطالعات موجود در این حوزه، تقاضای خرده‌فروش‌ها را توزیع نرمال در نظر گرفتند. اولسون [۱۱] با ناچیز در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی در یک زنجیره دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت، مقدار شبه بهینه برای سیاست $(S-۱,S)$ در حالت کمبود پس افت به دست آورد. محمودی و حجی [۱۲] مدل دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت را در نظر گرفتند که عمر کالاها پس از رسیدن به خرده‌فروش‌ها شروع می‌شد. آن‌ها با مقایسه دو سیاست $(S-۱,S)$ و $(۱,T)$ برای خرده‌فروشان نتیجه گرفتند که وقتی که زمان تحویل از انبار به خرده‌فروشان به اندازه کافی بزرگ است سیاست $(۱,T)$ بهتر از $(S-۱,S)$ عمل می‌کند. محمودی و حجی [۱۳] در یک پژوهش دیگر سیاست $(S-۱,S)$ را برای مدل دو سطحی با تعداد خرده‌فروش دلخواه و کالای فاسدشدنی با طول عمر ثابت در حالت کمبود به صورت فروش از دست رفته بررسی کردند.

در ادبیات موضوع، مطالعات زیادی مسایل کنترل موجودی کالای فاسدشدنی تک سطحی [۱۴] و یا مسایل چند سطحی برای کالاهای غیر فاسدشدنی [۱۵] را مورد بررسی قرار داده‌اند. اما بر اساس دانسته‌های نویسندگان، مطالعات اندکی مدل‌های کنترل موجودی دوسطحی کالاهای فاسدشدنی را در نظر گرفته‌اند. از طرفی، به دلیل اهمیت مدل‌های موجودی دو سطحی با کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت، ادبیات نیازمند تلاش‌های بیشتری برای بررسی این گونه مدل‌ها است. در پژوهش حاضر سیاست $(۱,T)$ برای مدل دو سطحی با خرده‌فروش‌های غیریکسان و کالاهای فاسدشدنی با طول عمر ثابت توسعه داده می‌شود.

در این مطالعه یک زنجیره دو سطحی شامل یک انبار مرکزی و N خرده‌فروش غیر یکسان در نظر گرفته می‌شود. همچنین کالاها فاسدشدنی با طول عمر ثابت و شروع طول عمر آن‌ها از ابتدای ورود به انبار مرکزی است. هنگامی که خرده‌فروش‌ها یکسان نیستند، یعنی دارای تقاضا، پارامترهای هزینه و زمان تحویل یکسانی نباشند، پارامتر T در سیاست $(1,T)$ برای آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد. در صورتی که هزینه سفارش‌دهی انبار مرکزی ناچیز در نظر گرفته شود، انبار مرکزی می‌تواند سفارش‌های خود را طوری تنظیم نماید که دقیقا بعد از دریافت، آن‌ها را برای خرده‌فروشان ارسال کند و متحمل هیچ هزینه‌ای نخواهد شد. اما هنگامی که انبار مرکزی دارای هزینه سفارش‌دهی باشد، باید سیاست کنترل انبار مرکزی به منظور کمینه کردن هزینه تعیین گردد. در این پژوهش فرض می‌شود که خرده‌فروش‌ها دارای هزینه سفارش‌دهی نیستند اما انبار مرکزی با هزینه سفارش‌دهی روبروست به علاوه فرض می‌شود که کمبود در خرده فروش‌ها به صورت فروش از دست رفته است اما کمبود در انبار مرکزی مجاز نیست.

فرض می‌شود که انبار مرکزی از یک نوع سیاست سفارش دوره‌ای استفاده می‌کند به طوری که طول دوره سفارش‌دهی که در واقع متغیر تصمیم آن برای کمینه کردن هزینه است، ثابت و برابر T_0 در نظر گرفته شده است و در هر بار سفارش به اندازه تقاضاهایی که در طول دوره T_0 بعدی به او می‌رسد، سفارش می‌دهد. با توجه به اینکه خرده‌فروش‌ها از سیاست $(1,T)$ استفاده می‌کنند، بعد از تعیین دوره سفارش‌دهی توسط خرده‌فروش‌ها، الگوی تقاضا به انبار مرکزی به صورت دقیق و قطعی مشخص می‌شود. بنابراین بعد از تعیین T_0 برای انبار مرکزی مقدار سفارش آن در هر بار سفارش به طور قطعی قابل تعیین است.

با توجه به اینکه عمر کالاها از لحظه رسیدن به انبار شروع می‌شود، عمر آن‌ها هنگام رسیدن به خرده‌فروش می‌تواند متغیر باشد، بررسی مدل با در نظر گرفتن عمر متغیر کالاها در خرده‌فروش فوق‌العاده پیچیده بوده و برای ما قابل انجام نیست. از این رو عمر کالاها در زمان رسیدن به خرده‌فروش را با میانگین آن‌ها تقریب می‌زنیم. به همین دلیل تابع هزینه کل به دست آمده یک تقریب از تابع هزینه واقعی است. نتایج عددی نشان دادند که تقریب استفاده شده منطقی و قابل قبول است. در نهایت با توجه به پیچیدگی تابع هزینه به دست آمده برای مدل، برای حل آن از الگوریتم متاهیورستیک تفاضل تکاملی استفاده می‌شود. به طور خلاصه سهم تحقیقاتی این مقاله نسبت به ادبیات موضوع عبارت است از

۱) توسعه سیاست $(1,T)$ برای سیستم موجودی دوسطحی با خرده‌فروش‌های غیریکسان و در نظر گرفتن کالاهای فاسدشدنی

۲) در نظر گرفتن کمبود به صورت فروش از دست رفته

۳) ارایه یک تابع تقریبی کارا برای هزینه کل سیستم

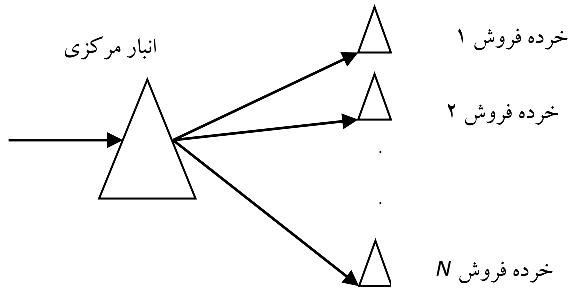
۴) تبیین الگوریتم متاهیورستیک تفاضل تکاملی برای حل مساله.

در ادامه ابتدا در بخش ۲، مدل مورد بررسی با جزییات کامل تشریح می‌شود. سپس در بخش ۳ تابع هزینه انبار مرکزی و خرده‌فروش‌ها ارایه می‌شود. در بخش ۴ روش حل که الگوریتم متاهیورستیک تکامل تفاضلی

است تشریح می‌شود. و در بخش ۵ نتایج عددی حاصل از محاسبات عددی ارایه می‌گردد. در نهایت در بخش ۶، جمع‌بندی و نتیجه گیری پژوهش ارایه می‌شود.

۲ شرح مدل

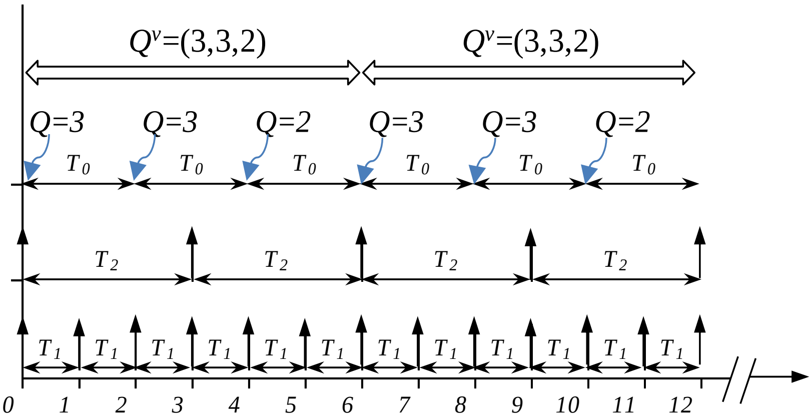
در این مطالعه یک زنجیره دو سطحی با یک انبار مرکزی و N خرده‌فروش غیریکسان که کالای مورد نظر آن‌ها فاسدشدنی و دارای عمر ثابت است در نظر گرفته می‌شود. شکل ۱ ساختار کلی سیستم موجودی مورد بررسی را نشان می‌دهد. هر خرده‌فروش دارای تقاضای پواسون است و کالای خود را از انبار مرکزی تامین می‌کند. انبار مرکزی نیز کالاهای خود را از یک تامین‌کننده خارجی با ظرفیت نامحدود تامین می‌کند. طول عمر کالاها ثابت و به محض رسیدن به انبار مرکزی شروع می‌شود. کمبود برای خرده‌فروشان مجاز بوده و به صورت فروش از دست رفته است، اما کمبود در انبار مرکزی مجاز نیست. به علاوه فرض می‌شود که هزینه کمبود در خرده‌فروش‌ها به اندازه کافی بزرگ است به طوری که در هیچ‌کدام از آن‌ها تعطیل کردن کامل سیستم موجودی به صرفه نیست. هزینه ثابت سفارش‌دهی در انبار مرکزی مثبت اما در خرده‌فروش‌ها ناچیز است.



شکل ۱. ساختار سیستم موجودی

خرده‌فروش iام از سیاست سفارش‌دهی $(1, T_i)$ استفاده می‌کند. به عبارت دیگر در هر فاصله زمانی ثابت T_i به اندازه یک واحد از انبار مرکزی سفارش می‌دهد. چون زمان تامین از انبار مرکزی که شامل حمل و نقل از انبار به خرده‌فروش است، برای هر خرده‌فروش ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین هر خرده‌فروش در هر فاصله زمانی ثابت T_i یک واحد کالا دریافت می‌کند. با توجه به غیریکسان بودن خرده‌فروش‌ها، لزوما T_iها یکسان نیستند. بعد از مشخص شدن T_iها، الگوی تقاضا به انبار مرکزی به صورت دقیق و قطعی مشخص می‌شود. انبار مرکزی از سیاست سفارش دوره‌ای با دوره ثابت T_0 استفاده می‌کند و باید مقدار بهینه T_0 را تعیین کند. انبار مرکزی در هر بار سفارش به اندازه تقاضای خود در دوره T_0 بعدی سفارش می‌دهد و چون الگوی تقاضای او مشخص است این مقدار بعد از مشخص شدن T_iها و T_0 قابل تعیین است. به عنوان مثال اگر مقدار بهینه فاصله زمانی بین ارسال کالاها از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها با توجه به سیاست سفارش‌دهی تعیین شده آن‌ها به ترتیب T_1، T_2، ... و T_N باشد. انبار مرکزی از سیاست (Q^v, T_0) استفاده می‌کند که در آن T_0 زمان ثابت بین هر دو بار سفارش‌دهی متوالی انبار مرکزی است و Q^v یک بردار با تعداد $LCM(T_0, T_1, ..., T_N)$ عضو است که در آن $LCM(T_0, T_1, ..., T_N)$ کوچک‌ترین مضرب مشترک مقادیر T_0، T_1،... و T_N است. در واقع انبار مرکزی در هر بار سفارش به اندازه مقدار مورد نیاز خود برای یک دوره ثابت T_0 سفارش می‌دهد. با توجه به اینکه

تقاضای رسیده به انبار مرکزی قطعی است، این مقدار به طور دقیق قابل پیش‌بینی است. با توجه به فرض مشخص بودن زمان تحویل از تامین‌کننده خارجی، انبار مرکزی طوری سفارش می‌دهد که مقدار مورد نیاز دوره ثابت T_0 را در ابتدای دوره دریافت کند. با این سیاست مقادیر سفارش انبار مرکزی در هر بار ممکن است متفاوت باشد اما به صورت متناوب تکرار می‌شود. دوره تناوب تکرار به اندازه کوچکترین مضرب مشترک مقادیر T_0، T_1، T_2، ... و T_N یعنی $LCM(T_0,T_1,...,T_N)$ است. جهت درک بهتر در شکل ۲ یک مثال با دو خرده‌فروش و با فرض $T_0=2$، $T_1=1$ و $T_2=3$ در نظر گرفته شده و مسیر نمونه سیاست‌های آن‌ها نمایش داده شده است.



شکل ۲. مثالی برای نشان دادن تناوب سیاست انبار مرکزی

نمادهای مورد استفاده در این مقاله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

N	تعداد خرده‌فروش‌ها
μ_i	نرخ تقاضای پواسان در خرده‌فروش iام
μ_0	نرخ تقاضا در انبار مرکزی
π_i	هزینه یک واحد فروش از دست رفته در خرده‌فروش i
h_0	هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان در انبار مرکزی
h_i	هزینه نگهداری واحد موجودی در واحد زمان در خرده‌فروش i
p_i	هزینه فاسد شدن یک واحد در خرده‌فروش i
c	هزینه خرید یک واحد کالا در انبار مرکزی
k	هزینه ثابت سفارش‌دهی در انبار مرکزی
α_i	احتمال فاسد شدن یک واحد کالا در خرده‌فروش i
τ_0	زمان حمل از تامین کننده خارجی به انبار مرکزی
τ_i	زمان حمل از انبار مرکزی به خرده‌فروش i
m	طول عمر یک کالا
$\overline{m}_i$	میانگین طول عمر کالا در لحظه رسیدن به خرده‌فروش i
$\overline{I}^w$	میانگین موجودی در دست در انبار مرکزی

I_i^r	میانگین موجودی در دست در خرده‌فروش i
H_0	میانگین هزینه کل نگهداری در واحد زمان در انبار مرکزی
H_i^r	میانگین هزینه کل نگهداری در واحد زمان در خرده‌فروش i
Π_i	میانگین هزینه کل کمبود در واحد زمان در خرده‌فروش i
OC_i	میانگین هزینه کل فاسد شدن در واحد زمان در خرده‌فروش i
PC	میانگین هزینه کل خرید در واحد زمان در انبار مرکزی
K	میانگین هزینه ثابت سفارش دهی در واحد زمان در انبار مرکزی
C_0	نرخ هزینه کل در انبار مرکزی
C_i^r	نرخ هزینه کل در خرده‌فروش i
TC	نرخ هزینه کل سیستم

۳ ارایه تابع هزینه مدل

۳-۱ مروری بر سیاست $(1, T)$ در حالت تک سطحی

در محاسبه تابع هزینه خرده‌فروش‌ها از نتایج مدل $(1, T)$ در سیستم یک سطحی استفاده می‌شود. سیاست $(1, T)$ برای سیستم تک سطحی با کالاهای فاسدشدنی توسط محمودی و همکاران در [۳] توسعه داده شده است. نتایج مورد استفاده از این مقاله به طور خلاصه در این بخش ارایه می‌شود.

محمودی و همکاران در [۳] با فرض زمان تحویل ثابت و برابر τ، طول عمر محدود و برابر m و تقاضای پواسون با پارامتر μ، سیاست $(1, T)$ را بررسی کردند. آن‌ها از تشابه مدل خود با مدل سد با ظرفیت محدود، رابطه زیر را برای درصد (احتمال) فاسد شدن کالاها، α، ارایه نمودند.

$$\alpha = \frac{e^{-\mu m}}{1 + \sum_{i=1}^{N_1} (-\mu)^i e^{-i\mu T} \frac{(m-iT)^i}{i!}} \qquad (1)$$

که در آن $N_1 = [\frac{m}{T}]$ و نماد $[.]$ اپراتور جزء صحیح است.

همچنین درصد خالی شدن سیستم از موجودی و یا درصد تقاضای از دست رفته(P_0) به صورت زیر ارایه شده است.

$$P_0 = 1 - \frac{1-\alpha}{\mu T} \qquad (2)$$

به علاوه، میانگین موجودی(I) به صورت زیر به دست آمد.

$$I = \frac{1}{T}(m\alpha + \Theta) \qquad (3)$$

که در آن $\Theta = \int_0^m yh(y)dy$ است که $h(y)$ تابع زیر است.

$$h(y)=\begin{cases}\alpha e^{\mu(m-y)}\left(\mu\sum_{i=0}^{N_1}\frac{(-\mu)^i}{i!}e^{-i\mu T}(m-y-iT)^i+\sum_{i=1}^{N_1}\frac{(-\mu)^i}{(i-1)!}e^{-i\mu T}(m-y-iT)^{i-1}\right) & ;0\le y<m-N_1T\\ \alpha e^{\mu(m-y)}\left(\mu\sum_{i=0}^{n}\frac{(-\mu)^i}{i!}e^{-i\mu T}(m-y-iT)^i+\sum_{i=1}^{n}\frac{(-\mu)^i}{(i-1)!}e^{-i\mu T}(m-y-iT)^{i-1}\right) & ;m-(n+1)T\le y<m-nT\,;n=1,\dots,N_1-1\\ \alpha\mu e^{\mu(m-y)} & ;m-T\le y\end{cases}$$

۳-۲ هزینه انبار مرکزی

در این مقاله فرض شده است که هزینه کمبود در خرده‌فروش‌ها به اندازه کافی بزرگ است به طوری که در هیچ‌کدام از آن‌ها تعطیل کردن کامل سیستم موجودی به صرفه نیست. در نتیجه استقرار سیستم موجودی به صرفه است، یعنی $T_0\neq\infty$ است. با توجه به بهینه بودن استقرار سیستم موجودی، رابطه‌ی زیر برای دوره سفارش‌دهی انبار مرکزی برقرار است.

$$0<T_0<m-\underset{i\in\{1,\dots,N\}}{Min}\{\tau_i\} \tag{۴}$$

دلیل درستی این رابطه به این صورت است که عمر محصول از لحظه ورود به انبار مرکزی شروع می‌شود و اگر $m-\underset{i\in\{1,\dots,N\}}{Min}\{\tau_i\}<T_0$ باشد، در هر دوره T_0، به دلیل فاسد شدن، قطعا هیچ کالای سالمی در بازه‌های زمانی بین زمان $m-\underset{i\in\{1,\dots,N\}}{Min}\{\tau_i\}$ تا T_0 در سیستم موجود نیست که به معنی تعطیل شدن سیستم موجودی در این بازه زمانی است. همچنین با توجه به قطعی بودن تقاضا در انبار مرکزی و ثابت بودن طول عمر کالا، بدیهی است که در سیاست بهینه باید طوری سفارش داده شود که احتمال فاسد شدن در انبار مرکزی و یا در مسیر ارسال به خرده‌فروش صفر باشد که خود دلیل دیگری بر درست بودن رابطه فوق است.

با توجه به قطعی بودن زمان تحویل از تامین‌کننده خارجی، انبار مرکزی می‌تواند سفارش خود را به اندازه زمان تحویل تامین‌کننده زودتر از زمان مورد نیاز ارایه کند تا در زمان مورد نظر کالاهای مورد نیاز را در اختیار داشته باشد. بنابراین مقدار زمان تحویل به انبار مرکزی تاثیری در سیاست بهینه ندارد. هزینه‌های انبار مرکزی شامل هزینه خرید کالا، هزینه ثابت سفارش‌دهی و هزینه نگهداری موجودی می‌باشد، که در ادامه هر کدام از آن‌ها محاسبه می‌شوند.

با توجه به سیاست $(1,T_i)$ در خرده‌فروش‌ها، نرخ تقاضای انبار مرکزی $\mu_0=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{T_i}$ است. در نتیجه متوسط هزینه خرید کالاها در واحد زمان از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$OC=c\mu_0=c\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{T_i} \tag{۵}$$

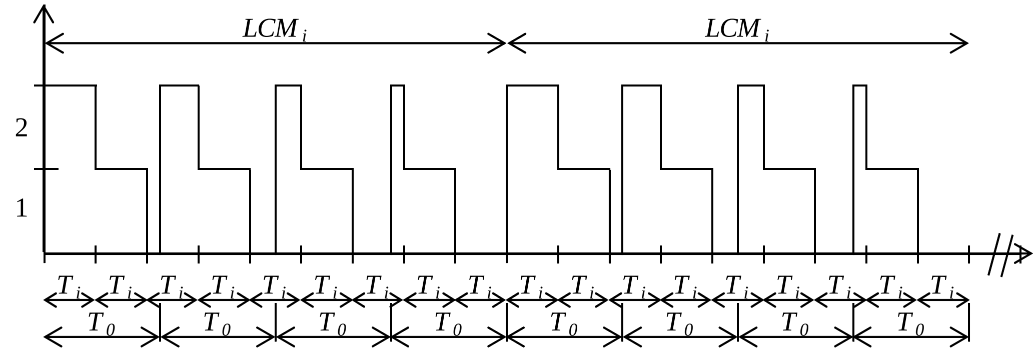
همچنین متوسط هزینه ثابت سفارش‌دهی در واحد زمان در انبار مرکزی به صورت زیر است.

$$K=\frac{k}{T_0} \tag{۶}$$

برای به دست آوردن مقدار متوسط موجودی در انبار مرکزی، براساس زمان ورود و خروج کالاهای ارسالی به خرده‌فروش iام تصمیم گیری می‌شود. در این صورت اگر T_0 برابر T_i باشد انبار مرکزی به محض دریافت یک محموله، کالا را برای خرده‌فروش iام ارسال می‌کند در نتیجه کالای مربوط به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی راکد نمی‌ماند. اما در صورت نابرابر بودن، بنابه کوچک‌تر یا بزرگ‌تر بودن T_0 از T_i دو حالت زیر پیش می‌آید.

حالت ۱ - $T_0 > T_i$:

برای درک بهتر این حالت یک مسیر نمونه موجودی برای آن با فرض $T_0 = ۲/۲۵T_i$ در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳. سطح موجودی متناظر با کالاهای ارسالی به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی با فرض $T_0 = ۲/۲۵T_i$

در این حالت مقدار موجودیی که برای ارسال به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی در هر لحظه از زمان وجود دارد به صورت متناوب و با تناوب $LCM_i = LCM(T_i, T_0)$ تکرار می‌شود. در نتیجه با به دست آوردن رد مسیر موجودی مربوطه در یک دوره زمانی LCM_i می‌توان مقدار متوسط موجودی مربوط به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی را به دست آورد. با توجه به اینکه انبار مرکزی در دوره‌های ثابت T_0 محموله خود را دریافت می‌کند، هر محموله دریافتی شامل همه کالاهای ارسالی به خرده‌فروش iام از لحظه‌ی دریافت محموله تا T_0 واحد زمانی دیگر می‌شود. هر تناوب LCM_i یک سیکل در نظر گرفته می شود که شامل $PC_i = LCM_i / T_0$ دوره T_0 واحد زمانی است. تعداد کالاهایی که در هر دوره T_0 به خرده‌فروش مذکور ارسال می‌شود بنابه این‌که در کدام دوره T_0 واحد زمانی از سیکل LCM_i باشند می‌تواند متفاوت باشد. در دوره jام T_0 واحد زمانی از سیکل LCM_i که $j = ۱, \dots, PC_i - ۱$ است، مقدار موجودی مربوط به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی -که آن را با I_{ij}^{w} نشان می‌دهیم- به صورت زیر خواهد بود.

$$I_{ij}^{w} = \left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] \right) \times \left(T_i - \mathrm{mod}((j-۱)T_0, T_i) \right) + \left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] - ۱ \right) T_i +$$

$$\left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] - ۲ \right) T_i + \dots + T_i \Rightarrow$$

$$I_{ij}^{w} = \left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] \right) \times \left(T_i - \mathrm{mod}((j-۱)T_0, T_i) \right) +$$

$$\frac{۱}{۲} \left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] - ۱ \right) \times \left([\frac{jT_0}{T_i}] - [\frac{(j-۱)T_0}{T_i}] \right) T_i \quad ; j = ۱, \dots, PC_i - ۱ \qquad (۷)$$

همچنین در دوره آخر T_0 واحد زمانی از سیکل LCM_i این مقدار برابر است با

$$I^w_{iPC_i}=[\frac{T_0}{T_i}]\cdot\left(T_i-\text{mod}(LCM_i-T_0,T_i)\right)+\frac{۱}{۲}([\frac{T_0}{T_i}]-۱)[\frac{T_0}{T_i}]T_i \qquad (۸)$$

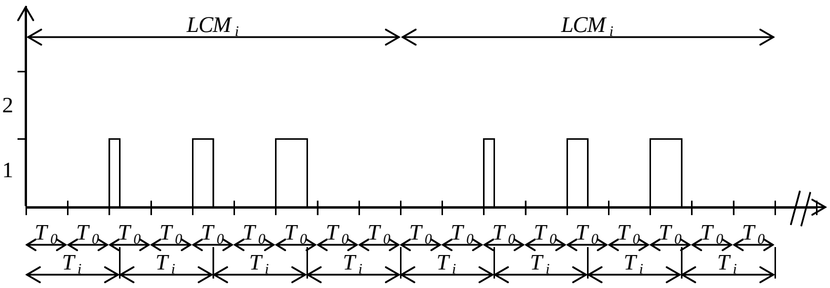
که در آن $\text{mod}(x,y)$ به معنی مقدار باقیمانده حاصل از تقسیم x بر y و $[x]$ تابع جزء صحیح x است. در نتیجه میانگین موجودی مربوط به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی را می‌توان از جمع این مقادیر و تقسیم آن‌ها بر طول سیکل، LCM_i، به دست آورد.

$$\begin{aligned}\bar{I}_i^{\,w}=&\frac{۱}{LCM_i}\sum_{j=۱}^{PC_i-۱}\left\{\begin{array}{l}\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]\right)\cdot\left(T_i-\text{mod}((j-۱)T_0,T_i)\right)\\+\frac{۱}{۲}\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]-۱\right)\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]\right)T_i\end{array}\right\}\\&+\frac{۱}{LCM_i}\left([\frac{T_0}{T_i}]\cdot\left(T_i-\text{mod}(LCM_i-T_0,T_i)\right)+\frac{۱}{۲}([\frac{T_0}{T_i}]-۱)[\frac{T_0}{T_i}]T_i\right)\end{aligned} \qquad (۹)$$

حالت ۲ - $T_0<T_i$:

برای درک بهتر این حالت یک مسیر نمونه موجودی برای این حالت با فرض $T_i=۲/۲۵T_0$ در شکل ۴ نمایش داده شده است. در این حالت نیز موجودیی که برای ارسال به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی در هر لحظه از زمان وجود دارد به صورت متناوب و با تناوب LCM_i تکرار می‌شود. میانگین موجودی در واحد زمان برای این حالت به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\bar{I}_i^{\,w}=\frac{۱}{LCM_i}\sum_{j=۱}^{(LCM_i/T_i)-۱}\text{mod}(jT_i/T_0) \qquad (۱۰)$$



شکل ٤. سطح موجودی متناظر با کالاهای ارسالی به خرده‌فروش iام در انبار مرکزی با فرض $T_i=۲/۲۵T_0$

با در نظر گرفتن متغیر شرطی صفر و یک y_i، به این صورت که اگر $T_0>T_i$ باشد، مقدار ۱ و اگر $T_0\le T_i$ باشد، مقدار صفر بگیرد، داریم.

$$\begin{aligned}\bar{I}_i^{\,w}=&\,y_i\cdot\frac{۱}{LCM_i}\sum_{j=۱}^{PC_i-۱}\left\{\begin{array}{l}\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]\right)\cdot\left(T_i-\text{mod}((j-۱)T_0,T_i)\right)\\+\frac{۱}{۲}\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]-۱\right)\left([\frac{jT_0}{T_i}]-[\frac{(j-۱)T_0}{T_i}]\right)T_i\end{array}\right\}\\&+y_i\cdot\frac{۱}{LCM_i}\left([\frac{T_0}{T_i}]\cdot\left(T_i-\text{mod}(LCM_i-T_0,T_i)\right)+\frac{۱}{۲}([\frac{T_0}{T_i}]-۱)[\frac{T_0}{T_i}]T_i\right)\\&+(۱-y_i)\frac{۱}{LCM_i}\sum_{j=۱}^{(LCM_i/T_i)-۱}\text{mod}(jT_i,T_0)\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

بنابراین با جمع روی همه خرده‌فروش‌ها مقدار متوسط موجودی در واحد زمان در انبار مرکزی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\bar{I}^{w} = \sum_{i=1}^{N} \bar{I}_i^{w} \tag{12}$$

در نتیجه هزینه نگهداری در انبار مرکزی به صورت زیر خواهد بود.

$$H_{0} = h_{0}\bar{I}^{w} = h_{0}\sum_{i=1}^{N} \bar{I}_i^{w} \tag{13}$$

با توجه به روابط (۵)، (۶) و (۱۳) هزینه انبار مرکزی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$C_{0} = K + OC + H_{0} = \frac{k}{T_{0}} + c\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{T_i} + h_{0}\sum_{i=1}^{N}\bar{I}_i^{w} \tag{14}$$

۳-۳ هزینه خرده‌فروش

همان‌طور که قبلا اشاره شد عمر کالا از لحظه رسیدن به انبار مرکزی شروع می‌شود، بنابراین کالاهای رسیده به خرده‌فروش iام بنابه رابطه‌ی T_{0} و T_i ممکن است طول عمرهای متفاوتی داشته باشد. اگر لحظه شروع فرآیند را در نظر بگیرید کالای اول ارسالی دقیقا بعد از دریافت در انبار مرکزی ارسال می‌شود و در نتیجه عمر باقیمانده آن هنگام رسیدن به خرده‌فروش $m-\tau_i$ خواهد بود. کالای دوم ارسالی به اندازه $\bmod(T_i,T_{0})$ واحد زمانی از عمر خود را در انبار مرکزی خواهد بود، (که در آن $\bmod(x,y)$ به معنی باقیمانده x بر y است.) سپس به خرده‌فروش ارسال می‌شود. در نتیجه عمر باقیمانده کالا هنگام رسیدن به خرده‌فروش، $m-\bmod(T_i,T_{0})-\tau_i$ است. به همین صورت عمر jامین کالای ارسالی هنگام رسیدن به خرده‌فروش به اندازه $m-\bmod(jT_i,T_{0})-\tau_i$ است. طول عمر کالاها هنگام رسیدن به خرده‌فروش به صورت متناوب و با تناوب LCM_i است. در نتیجه طول عمر متوسط کالای رسیده به خرده‌فروش iام به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}\bar{m}_i &= \frac{1}{(LCM_i/T_i)}\sum_{j=0}^{\frac{LCM_i}{T_i}-1}\left(m-\bmod(jT_i,T_{0})-\tau_i\right)\\ &= \frac{T_i}{LCM_i}\sum_{j=0}^{\frac{LCM_i}{T_i}-1}\left(m-\bmod(jT_i,T_{0})-\tau_i\right)\end{aligned} \tag{15}$$

طول عمر کالاهای رسیده به خرده‌فروش در دوره‌های مختلف متفاوت است. از این رو بررسی دقیق مدل خرده‌فروش فوق‌العاده پیچیده خواهد بود بنابراین در این تحقیق از میانگین عمر باقیمانده کالای ارسالی به هر خرده‌فروش، $\bar{m}_i$، به جای مقدار واقعی آن استفاده می‌شود. با استفاده از این تقریب مدل خرده‌فروش‌ها دقیقاً مانند مدل تک سطحی بخش ۳-۱ می‌شود. در این صورت احتمال فاسد شدن کالاها در خرده‌فروش i، α_i، با استفاده از رابطه (۱) به صورت زیر است.

$$\alpha_i = \frac{e^{-\mu_i \bar{m}_i}}{1+\sum_{j=1}^{\bar{N}_i}(-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i}\,\frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!}} \qquad (۱۶)$$

که در آن $\bar{N}_i = [\frac{\bar{m}_i}{T_i}]$. همچنین نرخ ورود کالا به خرده‌فروش iام، $\frac{1}{T_i}$ و احتمال فاسد شدن کالا α_i است. بنابراین هزینه فاسد شدن کالا در این خرده‌فروش از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$OC_i = \frac{p_i \alpha_i}{T_i} = \frac{p_i e^{-\mu_i \bar{m}_i}}{T_i\left(1+\sum_{j=1}^{\bar{N}_i}(-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i}\,\frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!}\right)} \qquad (۱۷)$$

درصد تقاضای از دست رفته به دلیل کمبود موجودی در خرده‌فروش iام -که با P_i^0 نشان داده می‌شود- با استفاده از رابطه (۲) به صورت زیر خواهد بود.

$$P_i^{\circ} = 1 - \frac{1-\alpha_i}{\mu_i T_i} \qquad (۱۸)$$

بنابراین هزینه کمبود در این خرده‌فروش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Pi_i = \pi_i \mu_i P_i^{\circ} = \pi_i \mu_i - \frac{\pi_i(1-\alpha_i)}{T_i} \qquad (۱۹)$$

به علاوه هزینه نگهداری در خرده‌فروش iام با استفاده از رابطه (۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$H_i^r = h_i I_i^r = \frac{h_i}{T_i}(\bar{m}_i \alpha_i + \Theta_i) \qquad (۲۰)$$

که در آن $\Theta_i = \int_0^{\bar{m}_i} y h_i(y)\,dy$ و α_i از رابطه (۱۶) به دست می‌آید. همچنین تابع $h_i(y)$ با توجه به رابطه نظیر آن در بخش ۳-۱ به صورت زیر است.

$$h_i(y) = \begin{cases} \alpha_i e^{\mu_i(\bar{m}_i - y)}\left(\mu_i \sum_{j=0}^{\bar{N}_i} \frac{(-\mu_i)^j}{j!} e^{-j\mu_i T_i}(\bar{m}_i - y - jT_i)^j + \sum_{j=1}^{\bar{N}_i} \frac{(-\mu_i)^j}{(j-1)!} e^{-j\mu_i T_i}(\bar{m}_i - y - jT_i)^{j-1}\right) \\ \qquad ;0 \le y < \bar{m}_i - \bar{N}_i T_i \\ \alpha_i e^{\mu_i(\bar{m}_i - y)}\left(\mu_i \sum_{j=0}^{n} \frac{(-\mu_i)^j}{j!} e^{-j\mu_i T_i}(\bar{m}_i - y - jT_i)^j + \sum_{j=1}^{n} \frac{(-\mu_i)^j}{(j-1)!} e^{-j\mu_i T_i}(\bar{m}_i - y - jT_i)^{j-1}\right) \\ \qquad ;\bar{m}_i - (n+1)T_i \le y < \bar{m}_i - nT_i\,; n = 1,\dots,\bar{N}_i - 1 \\ \alpha_i \mu_i e^{\mu_i(\bar{m}_i - y)} \qquad ;\bar{m}_i - T_i \le y \end{cases}$$

در نتیجه هزینه کل در خرده‌فروش iام از مجموع هزینه‌های فاسد شدن، نگهداری موجودی و فروش از دست رفته به صورت زیر خواهد بود.

$$C_i^r = OC_i + \Pi_i + H_i^r = p_i e^{-\mu_i \bar{m}_i} \Big/ \left(T_i\left(1+\sum_{j=1}^{\bar{N}_i}(-\mu_i)^j e^{-j\mu_i T_i}\,\frac{(\bar{m}_i - jT_i)^j}{j!}\right)\right) + \pi_i \mu_i - \frac{\pi_i(1-\alpha_i)}{T_i} + \frac{h_i}{T_i}(\bar{m}_i \alpha_i + \Theta_i) \qquad (۲۱)$$

در نهایت هزینه کل سیستم از مجموع هزینه کل انبار مرکزی و خرده‌فروش‌ها به صورت زیر است.

$$TC = C_{0} + \sum_{i=1}^{N} C_i^r \tag{۲۲}$$

با توجه به روابط به دست آمده، می‌توان گفت که سیاست مطرح شده مستقل از زمان تحویل تامین کننده خارجی عمل می‌کند و این یکی از مزایای استفاده از سیاست $(1,T)$ است.

٤ روش حل

با حل یک مثال عددی می‌توان نشان داد که رابطه (۲۲)، بر حسب T_i ها محدب نیست. لذا رسیدن به جواب دقیق نیازمند جستجوی کامل فضای جواب است که به دلیل غیریکسان بودن خرده‌فروش‌ها زمان مورد نیاز برای چنین کاری، انجام آن را غیر منطقی می‌سازد. بنابراین استفاده از یک الگوریتم متاهیورستیک برای رسیدن به حل مدل توجیه‌پذیر است. از میان الگوریتم‌های متاهیورستیک موجود در ادبیات، الگوریتم تفاضل تکاملی بنابه مزیت‌هایی از قبیل جمعیت محور بودن، سریع بودن و ساده بودن پیاده‌سازی آن انتخاب شد.

الگوریتم تفاضل تکاملی *(DE)* برای بار اول توسط استورن و پرایس [۱۶] ارایه شد. سپس به دلیل مزیت‌هایی که داشت کاربردهای زیادی پیدا کرد. الگوریتم تفاضل تکاملی یک الگوریتم جمعیت محور است. در این الگوریتم در ابتدا به تعداد NP عضو به طور تصادفی در بازه مجاز متغیرها انتخاب می‌شود. سپس با اعمال اپراتورهای جهش، تقاطع و انتخاب، نسل بعدی جمعیت به وجود می‌آید. در ادامه اپراتورها بر روی نسل جدید اعمال می‌شوند و نسل بعدی را به وجود می‌آورند و این فرآیند تا تحقق شرط پایان الگوریتم ادامه می‌یابد.

برای توضیح نحوه کارکرد الگوریتم DE فرض کنیم مساله مورد نظر به صورت زیر باشد.

$$\begin{aligned} &Min \quad f(X) \\ &s.t. \quad X^l \le X \le X^u \end{aligned}$$

که در آن $f(X)$ تابع هدف مساله، $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ بردار n بعدی متغیرهای تصمیم مساله و $X^l=(x_1^l,x_2^l,\dots,x_n^l)$ و $X^u=(x_1^u,x_2^u,\dots,x_n^u)$ به ترتیب شامل بردار کران‌های پایین و کران‌های بالای متغیرهای تصمیم است. جمعیت اولیه به صورت تصادفی و به روش زیر ایجاد می‌شود.

$$x_{i,j}^{(0)} = x_j^l + r_{i,j}(x_j^u - x_j^l)\ ; i=1,\dots,NP,\ \ j=1,\dots,n$$

که در آن $r_{i,j}$ یک مقدار تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[0,1]$ است.

در الگوریتم تکامل تفاضلی ابتدا عملگر جهش اعمال می‌شود. این کار به این صورت انجام می‌گیرد که ابتدا یک بردار هدف[1] انتخاب می‌شود. سپس ضریبی از تفاضل دو بردار تصادفی به آن اضافه می‌شود. بردار حاصل پس از اعمال عملگر جهش را بردار آزمون[2] می‌نامند. برای انتخاب بردار هدف، روش‌های مختلفی وجود دارد؛ یکی از روش‌های معمول که در این مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از یک بردار ترکیبی از یک

[1] Target vector
[2] Trial vector

عضو تصادفی و بهترین عضو جمعیت است. بنابراین اگر فرض کنید بردار هدف عضو iام جمعیت نسل gام با $X_{T_i}^g$ نشان داده می‌شود؛ این بردار از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$X_{T_i}^g = \gamma X_{best}^g + (1-\gamma) X_{i_1}^g$$

که در آن X_{best}^g بهترین جواب موجود در نسل فعلی، $X_{i_1}^g$ یک عضو تصادفی از جمعیت و γ یک عدد در بازه $[0,1]$ است که میزان حریصانه بودن را نشان می‌دهد. برای تکمیل عملگر جهش و به دست آوردن بردار آزمون باید دو بردار دیگر ($X_{i_2}^g$ و $X_{i_3}^g$) نیز به طور تصادفی از جمعیت موجود انتخاب شوند، به طوری که سه بردار $X_{i_1}^g$، $X_{i_2}^g$ و $X_{i_3}^g$ غیر یکسان باشند. در نهایت بردار آزمون از جمع بردار هدف و ضریبی از تفاضل دو بردار تصادفی انتخاب شده، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$U_i^g = X_{T_i}^g + F(X_{i_2}^g - X_{i_3}^g) = \gamma X_{best}^g + (1-\gamma) X_{i_1}^g + F(X_{i_2}^g - X_{i_3}^g)$$

در این رابطه F را ضریب مقیاس می‌نامند و مقدار آن یک عدد در بازه $(0,2)$ در نظر گرفته می‌شود. به ازای همه اعضای جمعیت باید بردار آزمون تولید شود. بعد از اعمال عملگر جهش، عملگر تقاطع برای به دست آوردن یک فرزند از ترکیب بردار آزمون و بردار والد اعمال می‌شود. عملگر تقاطع به دو روش دوجمله‌ای و هندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش مانند اکثر مطالعات موجود در ادبیات از روش دو جمله‌ای استفاده می‌شود. در روش دوجمله‌ای عضو فرزند از ترکیب بردار والد و بردار آزمون مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$x_{i,j}^{g'} = \begin{cases} u_{i,j}^g & \text{if } r_{i,j} \le CR \text{ or } j = r_i' \\ x_{i,j}^g & \text{otherwise} \end{cases} \qquad ; i = 1,\dots,NP, \quad j = 1,\dots,n$$

که در آن $r_{i,j}$ یک مقدار تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[0,1]$ است. r_i' یک اندیس است که به طور تصادفی از بین $1,\dots,n$ انتخاب می‌شود و تضمین می‌کند که عضو فرزند حداقل یک متغیر خود را از بردار آزمون به ارث می‌برد. همچنین CR ثابت تقاطع و یک عدد در بازه $(0,1)$ است و باید توسط کاربر مقداردهی شود؛ این ثابت در واقع احتمال به ارث بردن یک متغیر از بردار والد توسط فرزند است.

در الگوریتم تکامل تفاضلی تعداد اعضای جمعیت در هر نسل ثابت است، به همین دلیل بعد از اعمال دو عملگر جهش و تقاطع، فقط یکی از عضوهای فرزند و والد باید برای ورود به جمعیت نسل بعدی انتخاب شوند. این کار با استفاده از عملگر انتخاب و به صورت حریصانه انجام می‌شود. یعنی مطابق رابطه زیر هر کدام از والد یا فرزند که مقدار تابع هدف آن‌ها بهتر بود به نسل بعدی راه پیدا می‌کنند.

$$X_i^{g+1} = \begin{cases} X_i^{g'} & \text{if } f(X_i^{g'}) \le f(X_i^g)_i \\ X_i^g & \text{otherwise} \end{cases} \; ; i = 1,\dots,NP$$

الگوریتم تفاضل تکاملی در حالت اولیه خود برای فضاهای پیوسته توسعه داده شد. اما کارایی مطلوب این الگوریتم باعث شد که از آن در حل مسایل با متغیرهای صحیح و گسسته نیز استفاده شود. برای این منظور دو رویکرد مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد[17]. در رویکرد غیر مستقیم از الگوریتم به همان شیوه اصلی خود

استفاده می‌شود و متغیرهای غیر پیوسته در ابتدای الگوریتم در صورت نیاز با یک عملگر به مقادیر پیوسته تبدیل شده و درنهایت بعد از بهینه‌سازی دوباره با یک عملگر به حالت عدد صحیح یا گسسته تبدیل می‌شوند. در رویکرد مستقیم اعداد صحیح یا گسسته معمولا به صورت باینری کد می‌شوند و عملیات الگوریتم بر روی بردارهای باینری انجام می‌شود. در این مطالعه برای متناسب سازی الگوریتم برای حل متغیرهای عدد صحیح از رویکرد غیر مستقیم استفاده می‌شود. به این صورت که ما در فرآیند الگوریتم متغیرها را به همان صورتی که تغییر می‌کنند تغییر می‌دهیم، یعنی دقیقا مانند متغیرهای پیوسته با آن‌ها برخورد می‌شود با این تفاوت که هنگام به دست آوردن مقدار تابع هدف در طول الگوریتم رُند آن‌ها را به تابع هدف می‌دهیم. تابع رُند یک مقدار به صورت رابطه $Round(x)=\left[x+۰/۵\right]$ تعریف می‌شود. که در آن $\left[x\right]$، نشان دهنده مقدارجزء صحیح x است. از این روش در مقالات زیادی از جمله [۱۸] و [۱۹] استفاده شده است.

بردارهای آزمون به دست آمده بعد از عملگر جهش و تقاطع ممکن است امکان‌پذیر نباشند؛ یعنی بعضی از متغیرهای بردار آزمون ممکن است از دامنه مجاز خود خارج شده باشند. در صورت رخداد چنین اتفاقی متغیر مذکور در بردار آزمون به این صورت درست می‌شود که اگر یک متغیر بردار آزمون کمتر از حد پایین آن شود یعنی $u_{i,j} < x_j^l$، قرار می‌دهیم $u_{i,j} := x_j^l$ و اگر یک متغیر بردار آزمون بیشتر از حد بالای آن شود یعنی $u_{i,j} > x_j^u$، قرار می‌دهیم $u_{i,j} := x_j^u$.

متغیرهای تصمیم در مساله مورد بررسی مقادیر $T_۰$ برای انبار مرکزی و T_i برای خرده‌فروش i که $(i=۱,...,N)$ است. بنابراین بردار جوابها در الگوریتم مورد استفاده به صورت $X=(T_۰,T_۱,...,T_N)$ خواهد بود همچنین تابع هدف، هزینه کل سیستم است که از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود.

پارامترهای اصلی الگوریتم تفاضل تکاملی شامل تعداد جمعیت هر نسل *(NP)*، ضریب مقیاس *(F)*، ثابت تقاطع یا ضریب تلفیق دو بردار آزمون و والد *(CR)* است. از آنجا که در بسیاری از مقالات ضریب کنترل حریصانه انتخاب کردن بردار هدف (γ) را در نظر نمی‌گیرند و بردار هدف را یا کاملا تصادفی و یا بهترین جواب در نظر می‌گیرند این پارامتر به عنوان پارامتر کنترلی اصلی الگوریتم مطرح نمی‌شود. در این مطالعه ضریب γ برابر ۰/۵ در نظر گرفته شده است تا حد وسط حریصانه کامل و غیر حریصانه برای انتخاب بردار هدف انتخاب شود.

برای پارامترهای کنترلی اصلی استورن و پرایس [۱۶] چند قانون سرانگشتی برای اندازه پارامترها ارایه دادند. آن‌ها اظهار کردند که در نظر گرفتن مقدار *NP* بین ۵ تا ۱۰ برابر تعداد متغیرهای تصمیم (ابعاد مساله) انتخاب مناسبی خواهد بود. همچنین مقدار ۰/۵ برای *F* جواب‌های قابل قبولی ارایه می‌دهد. آن‌ها همچنین مقدار مناسب *CR* را در شروع الگوریتم ۰/۱ و در صورت تمایل به همگرایی سریع ۰/۹ اعلام کردند. در این پژوهش به روش آزمون و خطا، الگوریتم با مقادیر مختلف پارامترها اجرا شد و در نهایت با توجه به نتیجه اجراهای انجام شده و استفاده از قوانین سرانگشتی مقدار *NP* برابر ۳۰ (۷/۵ برابر تعداد متغیرهای مساله) و مقدار *F* برابر ۰/۵و مقدار *CR* نیز ۰/۵ در نظر گرفته شده است.

شرط پایان الگوریتم را می‌توان به صورت حداکثر تعداد تکرارها و یا حداکثر تعداد تکرارهایی که در آن بهترین جواب پیدا شده بهتر نشود، قرار داد. در این پژوهش شرط پایان الگوریتم به این صورت تعریف می‌شود که اگر در ۵۰ تکرار متوالی الگوریتم، بهترین جواب بهبود نیابد، یا تعداد کل تکرارها ۱۵۰ شود، الگوریتم متوقف شود.

۵ نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور بررسی دقت تقریب انجام شده در تابع هزینه و همچنین تحلیل حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مهم آن، یک تحلیل عددی انجام می‌شود. بدین منظور یک مساله با یک انبار مرکزی و سه خرده‌فروش $N=3$ در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای ثابت مدل نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$A=10,\ c=5,\ ,h_0=1,\ h_1=h_2=h_3=2$$

از آنجایی که علاقه‌مند به بررسی تاثیر پارامترهای μ، m، τ_1، p و π بر روی نتایج هستیم، به شیوه‌ای منطقی آن‌ها را در مسایل مختلف تغییر می‌دهیم. مقادیر این پارامترها به همراه نتایج در جدول ۱ ارایه شده است. در تمامی محاسبات واحدهای اندازه‌گیری واحدهای معمول در نظر گرفته می‌شوند بدین معنی که واحد h_iها، واحد پول بر واحد کالا در واحد موجودی، واحد A، c و TC واحد پولی، واحد π و p واحد پولی بر واحد کالا و واحد m و τ_1 واحد زمان هستند.

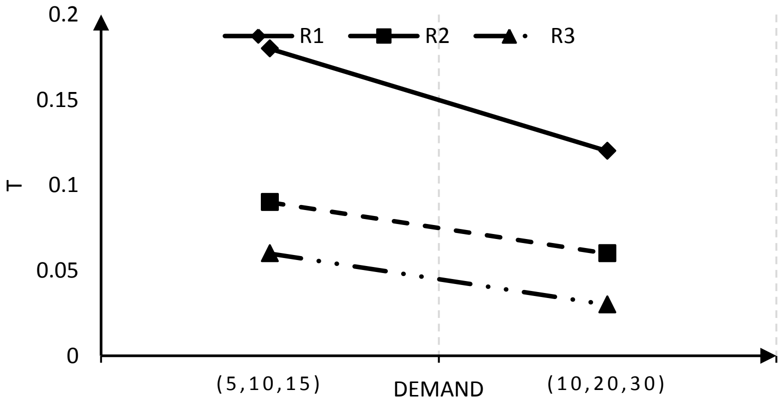
همان‌طور که در بخش‌های قبلی بیان شد، طول عمر کالاها از زمان رسیدن آن‌ها به انبار مرکزی شروع می‌شود. در نتیجه عمر کالاهایی که به یک خرده‌فروش می‌رسند می‌توانند متفاوت باشند. با توجه به پیچیدگی زیادی که در مساله وجود داشت برای به دست آوردن تابع هزینه کل سیستم، عمر کالاهای رسیده به یک خرده‌فروش با امید ریاضی عمر آن‌ها در لحظه رسیدن به خرده‌فروش تقریب زده شده است. در تحلیل عددی علاقه‌مند به بررسی خطای این تقریب هستیم. برای این منظور بعد از تعیین بهترین جواب بر اساس الگوریتم تفاضل تکاملی، هزینه سیستم با استفاده از شبیه‌سازی در جواب مورد نظر به دست آورده می شود و با هزینه به دست آمده از تابع تقریبی در آن نقطه مقایسه می‌شود. جهت شبیه سازی از روش گسسته-پیشامد استفاده کرده و زمان شبیه‌سازی ۱۰۰۰ واحد زمانی و هر مساله ۱۰ بار شبیه سازی شده است. میانگین کل هزینه به دست آمده در این ۱۰ بار به عنوان هزینه به دست آمده از شبیه‌سازی، TC^{sim}، گزارش می‌شود.

با توجه به مقادیر متفاوتی که برای μ، m، τ_1، p و π در نظر گرفته شده است در کل ۳۲ مساله مختلف با استفاده از الگوریتم تفاضل تکاملی حل شده و نتایج آن در جدول ۱ ارایه شده است. در این مسایل τ_1، p و π برای هر سه خرده‌فروش یکسان در نظر گرفته شده اما نرخ تقاضای آن‌ها متفاوت است به همین دلیل μ به صورت برداری بیان شده است که درایه‌های آن به ترتیب نرخ تقاضای خرده‌فروش‌ها است. در ستون "بهترین جواب به دست آمده" بهترین جوابی که از سه بار اجرای الگوریتم تکامل تفاضلی برای هر مساله به دست آمده، ارایه شده است و در ستون "زمان" متوسط زمانی که برای اجرای الگوریتم تا رسیدن به شرط توقف و ارایه بهترین جواب مساله مورد نظر طول کشیده، ارایه شده است. ستون TC هزینه کل به دست آمده برای بهترین

جواب با استفاده از رابطه (۲۲) است و ستون TC^{sim} هزینه کل به دست آمده برای بهترین جواب با استفاده از شبیه‌سازی است. مقدار $\Delta\%$ از فرمول $\%\Delta = \frac{TC^{sim} - TC}{TC^{sim}} \times ۱۰۰$ به دست آمده است و نشان دهنده درصد خطای ناشی از تقریب انجام شده نسبت به شبیه سازی است. میانگین خطا در ۳۲ مساله مورد بررسی در جدول ۱ برابر ۳/۵۲ درصد است که قابل قبول است و نشان می‌دهد که تقریب انجام شده تقریبی غیر منطقی نیست. به علاوه متوسط زمان اجرای الگوریتم جهت ارایه جواب در ۳۲ مساله حدود ۳۶ ثانیه بوده است که بنابه غیر یکسان بودن خرده‌فروشان می‌تواند منطقی باشد. اما هنگامی که طول عمر کالاها نسبت به زمان حمل از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها زیاد می‌شود، این زمان بیشتر می‌شود که یکی از نقاط ضعف الگوریتم محسوب می‌شود.

با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت که افزایش نرخ تقاضا باعث کاهش دوره سفارش‌دهی هم در انبار مرکزی و هم در خرده‌فروش‌ها می‌شود. این رابطه برای خرده‌فروش‌ها بر اساس نتایج جدول ۱ در شکل ۵ نمایش داده شده است. این نتیجه از نظر شهودی هم قابل توجیه است زیرا با زیاد شدن تقاضا، موجودی در خرده‌فروش‌ها زودتر مصرف می‌شود و در نتیجه آن‌ها باید زودتر از قبل سفارش‌گذاری کنند.

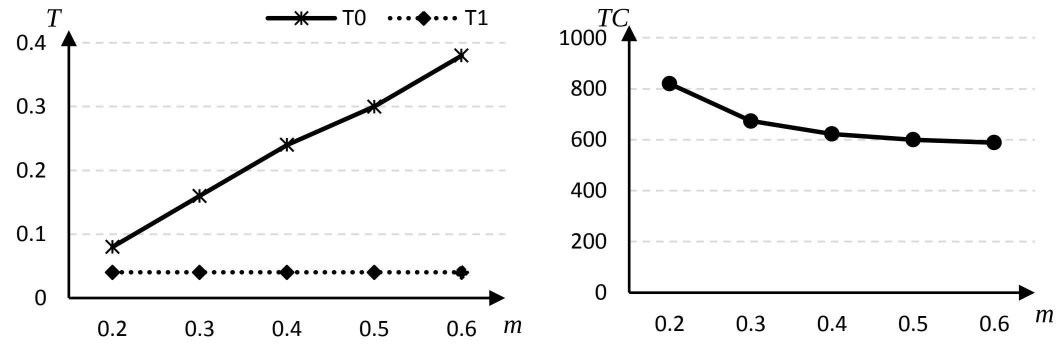
تاثیرات طول عمر کالا بر روی هزینه کل و متغیرهای تصمیم مساله در شکل ۶ ارایه شده است. همچنان که مشاهده می‌شود، افزایش طول عمر کالا باعث کاهش هزینه کل سیستم می‌شود که از لحاظ شهودی هم قابل توجیه است. زیرا زیاد شدن طول عمر منجر به نرخ فاسد شدن کمتر و در نتیجه هزینه کمتر می‌شود. نکته دیگری که از شکل ۶ می‌توان برداشت نمود، حساسیت زیاد دوره سفارش‌دهی در انبار مرکزی و حساسیت کم دوره سفارش‌دهی خرده‌فروش‌ها نسبت به طول عمر کالا است. می‌توان گفت که افزایش طول عمر کالاها باعث کاهش نرخ فساد آن‌ها می‌شود و در نتیجه دوره سفارش‌دهی انبار مرکزی بیشتر شده است. اما به دلیل این‌که خرده‌فروش‌ها در هر دوره سفارش‌دهی خود صرفا یک واحد سفارش می‌دهند و تقاضای آن‌ها نسبتا زیاد است، به منظور برآورد تقاضا و جلوگیری از کمبود دوره سفارش‌دهی آن‌ها بزرگ‌تر نشده است.



شکل ۵. تغییرات دوره سفارش‌دهی با تغییر تقاضا در هر سه خرده‌فروش

با توجه به مسایل مورد بررسی رابطه خاصی بین جواب‌ها و طول زمان تحویل از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها وجود ندارد. در واقع در اکثر مسایل با افزایش مقدار τ_1، مقدار T_i کم می‌شود، اما در تعداد کمی از مسایل با افزایش مقدار τ_1، مقدار T_i بیشتر شده است. از طرفی بنابر رابطه (۲۲) تابع هزینه مستقل از زمان

تحویل از تامین کننده خارجی به انبار مرکزی است، به همین دلیل تحلیلی در مثال‌های عددی روی این پارامتر انجام نشده است. در نهایت در غالب مسایل با زیاد شدن هزینه فاسد شدن و هزینه فروش از دست رفته، فواصل زمانی بین سفارش‌دهی کم شده است که از نظر شهودی منطقی به نظر می‌رسد زیرا با زیاد شدن این هزینه‌ها سیستم به دنبال کاهش تعداد فاسد شده‌ها و یا کمبودها است و به همین منظور دوره سفارش دهی را کمتر می‌کند.



شکل۶. تغییرات هزینه کل و دوره‌های سفارش‌دهی با تغییر طول عمر کالا با فرض $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = ۳۰$، $\tau_1 = ۰/۱$، $p = ۵$ و $\pi = ۱۰$

۶ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

سیاست $(۱,T)$ یکی از سیاست‌هایی است که در صورت ناچیز بودن هزینه سفارش‌دهی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این سیاست مزیت‌های فراوانی نسبت به سیاست سنتی $(S-۱,S)$ دارد. از طرفی بنابه پیچیدگی‌های زیادی که در سیستم‌های دو سطحی موجودی برای کالاهای فاسدشدنی وجود دارد این مسایل در ادبیات موضوع کمتر مورد پژوهش قرار گرفته است، در حالی که در عمل کاربردهای فراوانی برای این‌گونه سیستم‌ها وجود دارد. در این مطالعه یک سیستم دوسطحی موجودی برای کالاهای فاسدشدنی در نظر گرفته شد که از یک انبار مرکزی و تعدادی خرده‌فروش غیریکسان تشکیل شده است. فرض شده است که هزینه سفارش‌دهی در خرده‌فروش‌ها ناچیز است و به همین دلیل برای آن‌ها سیاست سفارش‌دهی $(۱,T)$ در نظر گرفته شد.

هزینه‌های مختلف سیستم دوسطحی مورد نظر از نظر تحلیلی به دست آمد و با توجه به تقریبی که در طول عمر کالاهای رسیده به خرده‌فروش‌ها در نظر گرفته شد، تابع هزینه تقریبی کل سیستم ارایه گردید. در نهایت با توجه به پیچیدگی تابع هدف مساله از الگوریتم متاهیورستیک تکامل تفاضلی برای حل آن استفاده شد و یک تحلیل عددی روی مساله انجام شد. نتایج عددی نشان دادند که تقریب به کار گرفته شده به طور متوسط منجر به خطای ۳/۵۲ درصدی نسبت به هزینه شبیه‌سازی می‌گردد که مقدار قابل قبولی است و استفاده از این تقریب را منطقی می‌سازد. یکی دیگر از نتایج قابل توجه مقاله این است که تابع هزینه به دست آمده و در نتیجه آن، سیاست سفارش‌دهی تعیین شده نسبت به زمان تحویل تامین کننده خارجی مستقل است و این مساله یکی از مزایای این سیاست محسوب می‌شود. نتیجه جالب دیگر به این صورت است که دوره سفارش‌دهی انبار مرکزی نسبت به

طول عمر کالا حساسیت بالایی دارد و با افزایش طول عمر افزایش‌می‌یابد اما برعکس، خرده‌فروش‌ها حساسیت کمی نسبت به این پارامتر دارند و وقتی که تقاضای آن‌ها نسبتا زیاد باشد با افزایش طول عمر کالا دوره سفارش‌دهی آن‌ها تغییری نمی‌کند. در نهایت نتایج عددی نشان دادند که رابطه یکنوایی بین جواب‌ها و طول زمان تحویل از انبار مرکزی به خرده‌فروش‌ها وجود ندارد.

جدول ۱. نتایج عددی به دست آمده برای مقادیر $A=10,\ c=5,\ ,h_0=1,\ h_1=h_2=h_3=2$

شماره مساله	μ	m	τ_1	p	π	بهترین جواب به دست آمده T_0	(T_1,T_2,T_3)	TC	TC^{sim}	$\%\Delta$	زمان (ثانیه)
۱	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۱	۵	۱۵	۰/۱۸	(۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶)	۳۶۷/۵۲	۳۸۲/۸۷	۴/۰۱	۱۲/۷۳
۲	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۱	۵	۳۰	۰/۱۲	(۰/۱۲, ۰/۰۸, ۰/۰۶)	۴۵۳/۱۶	۴۶۷/۳۹	۳/۰۴	۱۲/۸۳
۳	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۱	۱۰	۱۵	۰/۱۴	(۰/۲۸, ۰/۱۴, ۰/۰۷)	۳۹۷/۹۳	۴۰۳/۶۸	۱/۴۲	۱۰/۸۲
۴	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۱	۱۰	۳۰	۰/۱۲	(۰/۱۲, ۰/۰۸, ۰/۰۶)	۵۰۹/۸۲	۵۲۴/۹۲	۲/۸۸	۱۲/۵۵
۵	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۲	۵	۱۵	۰/۱۵	(۰/۰۳, ۰/۱۵, ۰/۱۵)	۴۷۱/۲۹	۴۷۲/۳۵	۰/۲۲	۱۰/۹
۶	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۲	۵	۳۰	۰/۱	(۰/۱, ۰/۱, ۰/۰۵)	۶۲۳/۶۵	۷۱۶/۰۲	۱۲/۹۰	۹/۹۳
۷	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۲	۱۰	۱۵	۰/۱۵	(۰/۳, ۰/۱۵, ۰/۱۵)	۵۰۱/۱	۵۰۰/۵۶	−۰/۱۱	۷/۴۸
۸	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۳	۰/۲	۱۰	۳۰	۰/۱	(۰/۲, ۰/۱, ۰/۰۵)	۷۱۴/۷۳	۷۵۶/۸۱	۵/۵۶	۱۰/۱۸
۹	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۱	۵	۱۵	۰/۳۵	(۰/۲۱, ۰/۱, ۰/۰۷)	۲۷۰/۸۶	۲۸۴/۳۹	۴/۷۶	۵۲/۷۲
۱۰	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۱	۵	۳۰	۰/۳۶	(۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶)	۳۰۹/۷۹	۳۳۵/۳۲	۷/۶۱	۵۵/۳۶
۱۱	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۱	۱۰	۱۵	۰/۳۶	(۰/۳۶, ۰/۱۲, ۰/۰۸)	۲۸۸/۰۸	۳۰۱/۶۰	۴/۴۸	۳۸/۴۶
۱۲	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۱	۱۰	۳۰	۰/۲۷	(۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶)	۳۳۶/۹	۳۵۴/۱۷	۴/۸۸	۵۳/۴۹
۱۳	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۲	۵	۱۵	۰/۲۷	(۰/۲۷, ۰/۰۹, ۰/۰۶)	۲۹۲/۴۴	۳۰۵/۳۸	۴/۲۴	۳۲/۸۳
۱۴	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۲	۵	۳۰	۰/۲۴	(۰/۱۶, ۰/۰۸, ۰/۰۶)	۳۳۴/۲۶	۳۵۰/۹۱	۴/۷۴	۲۷/۵
۱۵	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۲	۱۰	۱۵	۰/۲۴	(۰/۲۴, ۰/۱۲, ۰/۰۸)	۳۰۴/۵۹	۳۱۰/۹۹	۲/۰۶	۲۵/۸۳
۱۶	(۵, ۱۰, ۱۵)	۰/۶	۰/۲	۱۰	۳۰	۰/۱۸	(۰/۱۸, ۰/۰۹, ۰/۰۶)	۳۶۳/۹۶	۳۷۲/۹۴	۲/۴۱	۳۴/۲۱
۱۷	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۱	۵	۱۵	۰/۱۲	(۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۳)	۵۷۱/۶۱	۵۸۵/۵۲	۲/۳۸	۱۷/۲
۱۸	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۱	۵	۳۰	۰/۱۲	(۰/۰۸, ۰/۰۴, ۰/۰۳)	۶۴۸/۷۵	۶۸۴/۵۸	۵/۲۳	۱۵/۵۱
۱۹	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۱	۱۰	۱۵	۰/۱۲	(۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۴)	۵۹۸/۲	۶۱۱/۸۱	۲/۲۲	۱۶/۴۲
۲۰	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۱	۱۰	۳۰	۰/۱	(۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۷۱۹/۲۸	۷۵۱/۱۴	۴/۲۴	۱۵/۹۲
۲۱	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۲	۵	۱۵	۰/۰۹	(۰/۰۹, ۰/۰۹, ۰/۰۳)	۷۳۶/۳۴	۷۵۹/۹۷	۳/۱۱	۱۴/۷۳
۲۲	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۲	۵	۳۰	۰/۰۶	(۰/۰۶, ۰/۰۴, ۰/۰۳)	۸۹۵/۶۲	۹۲۴/۲۱	۳/۰۹	۹/۸۲
۲۳	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۲	۱۰	۱۵	۰/۰۸	(۰/۱۶, ۰/۰۸, ۰/۰۴)	۷۸۵/۲۱	۷۹۱/۸۷	۰/۸۴	۱۰/۷۸
۲۴	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۳	۰/۲	۱۰	۳۰	۰/۰۶	(۰/۰۶, ۰/۰۴, ۰/۰۳)	۱۰۰۸/۹	۱۰۳۷/۹۰	۲/۷۹	۱۲/۵۵
۲۵	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۱	۵	۱۵	۰/۳۵	(۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۴۵۹/۳۶	۴۷۳/۶۷	۳/۰۲	۱۰۹/۶۱
۲۶	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۱	۵	۳۰	۰/۳	(۰/۰۹, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۵۰۳/۲۶	۵۲۳/۴۸	۳/۸۶	۱۰۳/۴۲
۲۷	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۱	۱۰	۱۵	۰/۳	(۰/۱۲, ۰/۰۵, ۰/۰۴)	۴۷۶/۲۷	۴۸۴/۲۵	۱/۶۵	۷۹/۸۲
۲۸	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۱	۱۰	۳۰	۰/۲۵	(۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۵۳۵/۲۶	۵۴۹/۴۷	۲/۵۹	۱۰۱/۵۳
۲۹	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۲	۵	۱۵	۰/۲۵	(۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۴۷۸/۲	۴۹۵/۷۳	۳/۵۴	۶۵/۱۹
۳۰	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۲	۵	۳۰	۰/۲	(۰/۰۸, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۵۲۵/۷۱	۵۴۱/۵۰	۲/۹۲	۶۱/۳۳
۳۱	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۲	۱۰	۱۵	۰/۲۴	(۰/۱۲, ۰/۰۶, ۰/۰۴)	۴۹۶/۹۹	۵۱۰/۵۳	۲/۶۵	۳۸/۹۱
۳۲	(۱۰, ۲۰, ۳۰)	۰/۶	۰/۲	۱۰	۳۰	۰/۲	(۰/۱, ۰/۰۵, ۰/۰۳)	۵۶۱/۷۳	۵۸۱/۱۳	۳/۳۴	۵۸/۵۹

جهت‌های تحقیقاتی جذابی برای این مقاله وجود دارد از جمله اینکه سیستم مورد نظر برای کالاهای فاسدشدنی با عمر تصادفی توسعه داده شود. از طرفی با توجه به پیچیدگی‌های زیاد مساله هنوز سیاست $(S-1,S)$ برای مساله مورد نظر این پژوهش بررسی نشده است، ارایه تابع هدف مساله با در نظر گرفتن سیاست $(S-1,S)$ و مقایسه آن با نتایج مقاله حاضر و سیاست $(1,T)$ می‌تواند یکی دیگر از جهت‌های مفید تحقیقات آتی باشد.

منابع

[۱۴] رضایی، س.، خاکستری م.، (۱۳۹۸). ارایه مدل ترکیبی کنترل موجودی تحت کنترل فروشنده همراه با انتخاب تأمین کننده سبز در شرایط عدم قطعیت. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۶ (۴)، ۷۳–۸۷.

[۱۵] وحدانی ب.، الهویرنلو ت.، سلطانی م.، (۱۳۹۴). ارایه مدلی برای مساله مکانیابی- موجودی سه سطحی با در نظر گرفتن کمبود موجودی و تقاضا همبسته و حل آن با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۲(۳)، ۱۱۵–۱۳۶.

[1] Haji, R., Haji, A., (2007). One-for-one period policy and its optimal solution, Journal of Industrial and Systems Engineering., 1, 200–217.

[2] Haji, R., Neghab, M. P., Baboli, A., (2009). Introducing a new ordering policy in a two-echelon inventory system with Poisson demand, International Journal of Production Economics, 117(1), 212–218.

[3] Mahmoodi, A., Haji, A., Haji, R., (2015). One for one period policy for perishable inventory, Computers & Industrial Engineering, 79, 10–17.

[4] Tayebi, H., Haji, R., Jeddi, B. G., (2018). Joint order (1, T) policy for a two-echelon, single-item, multi-retailer inventory system with Poisson demand, Computers & Industrial Engineering, 119, 353-359.

[5] Fan, D., Xu, Q., Fan, T., Cheng, F., (2019). Inventory optimization model considering consumer shift and inventory transshipment in dual-channel supply chains, RAIRO-Operations Research, 53(1), 59-79.

[6] van Wingerden, E., Tan, T., Van Houtum, G. J., (2019). The impact of an emergency warehouse in a two-echelon spare parts network, European Journal of Operational Research, 276(3), 983-997.

[7] Huang, H., He, Y., Li, D., (2018). Coordination of pricing, inventory, and production reliability decisions in deteriorating product supply chains, International Journal of Production Research, 56(18), 6201-6224.

[8] Abdel-Malek, L. L., Ziegler, H., (1988). Age dependent perishability in two-echelon serial inventory systems, Computers & operations research, 15(3), 227–238.

[9] Fujiwara, O., Soewandi, H., Sedarage, D., (1997). An optimal ordering and issuing policy for a two-stage inventory system for perishable products, European Journal of Operational Research, 99(2), 412–424.

[10] Kanchanasuntorn, K., Techanitisawad, A., (2006). An approximate periodic model for fixed-life perishable products in a two-echelon inventory–distribution system, International Journal of Production Economics, 100(1), 101–115.

[11] Olsson, F., (2010). Modelling two-echelon serial inventory systems with perishable items, IMA Journal of Management Mathematics, 21(1), 1–17.

[12] Mahmoodi, A., Haji, A., (2014). (1, T) policy for a Two-echelon Inventory System with Perishable-on-the-Shelf Items, Journal of Optimization in Industrial Engineering, 7(16), 31–40.

[13] Mahmoodi, A., Haji, A., Haji, R., (2016). A two-echelon inventory model with perishable items and lost sales, Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering, 23(5), 2277–2286.

[16] Storn, R., Price, K., (1997). Differential evolution–a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Journal of global optimization, 11(4), 341–359.

[17] Datta, D., Figueira, J. R., (2013). A real–integer–discrete-coded differential evolution. Applied Soft Computing, 13(9), 3884–3893.

[18] Mahmoodi, A., (2020). Stackelberg–Nash equilibrium of pricing and inventory decisions in duopoly supply chains using a nested evolutionary algorithm. Applied Soft Computing, 86, 105922.

[19] Liao, T. W., (2010). Two hybrid differential evolution algorithms for engineering design optimization. Applied Soft Computing, 10(4), 1188–1199.