مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره دوم (پیاپی ۶۹)،تابستان ۰۰، ص ص ۱۰۵-۹۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

توسعه مدل اندازه با کران اصلاح‌شده جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده

محمد ایزدی خواه[۱]
۱- دانشیار، گروه ریاضی، واحد اراک، دانشگاه آزاد اسلامی، اراک، ایران

رسید مقاله: ۲۷ اسفند ۱۳۹۸
پذیرش مقاله: ۳ آذر ۱۳۹۹

چکیده

استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف سازمان را در شاخص‌های مختلف تعیین کرده و با ارایه میزان مطلوب آنها، خط‌مشی سازمان را به سوی ارتقای کارایی و بهره وری مشخص می کند. یکی از مدل‌های غیرشعاعی در زمینه ارزیابی عملکرد و محاسبه کارایی سازمان‌ها مدل اندازه با کران اصلاح‌شده (BAM) نام دارد. علیرغم مزایا و توانمندی‌هایی که مدل BAM در محاسبه کارایی واحدها دارد ولی قادر به مقایسه و رتبه‌بندی واحدهای کارا نمی‌باشد. بر این اساس با توسعه آن، در این مقاله مدل جدیدی بنام SupBAM جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری ارایه می‌شود. علاوه بر این، خواص مهم و کاربردی مدل BAM و مدل SupBAM ارایه گردیده و اثبات می‌شود. ارزیابی کارایی و رتبه‌بندی تعدادی شهرک صنعتی توانایی‌های مدل پیشنهادی و صحت خواص و قضایای بیان شده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، رتبه‌بندی، مدل BAM، مدل SupBAM.

۱ مقدمه

ارزیابی عملکرد را می‌توان فرآیند سنجش عملکرد از طریق مقایسه وضع موجود با وضع مطلوب یا ایده‌آل براساس شاخص‌های از پیش تعیین شده در دوره زمانی معین با هدف بازنگری، اصلاح و بهبود مستمر آن دانست [۱،۲]. یکی از روش‌هایی که اخیرا جهت ارزیابی عملکرد سازمان‌ها به کرات استفاده شده است روش تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها مجموعه‌ای از روش‌ها و مدل‌ها بر پایه برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده مشاهده‌شده می‌باشد [۵-۳]. مدل‌های متداول تحلیل پوششی داده‌ها که برای ارزیابی عملکرد مورد استفاده قرار می‌گیرند، عمدتا واحدهای تصمیم‌گیرنده را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم‌بندی می‌کنند [۸-۶]. از آنجایی که در بسیاری از مواقع تشخیص واحدی با بهترین عملکرد، و یا حتی

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: m_izadikhah@yahoo.com

مقایسه عملکرد بین واحدهای کارا دارای اهمیت می‌باشد، لذا مدل‌های رتبه‌بندی به‌وجود آمده‌اند [۱۲-۹]. محققان زیادی سعی در ارایه مدل‌های رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس تحلیل پوششی داده‌ها (DEA[1]) کرده‌اند. یکی از مدل‌های بسیار پرکاربرد در زمینه رتبه‌بندی واحدها، توسط اندرسن و پترسن در سال ۱۹۹۳ ارایه گردیده است که به مدل AP[2] معروف است [۱۳]. از طرفی، در مدل‌های کلاسیک DEA فرض بر این است که داده‌های ورودی و خروجی نامنفی هستند ولی در بعضی از موارد وجود داده‌های منفی اجتناب‌ناپذیر است [۱۶-۱۴].

محققان زیادی سعی در ارایه مدل‌هایی در حضور داده‌های منفی کرده‌اند که می‌توان به موارد زیر اشاره کرد، شیل [۱۷]، پورتلا و همکاران [۱۸] که روش RDM را ارایه دادند. در این زمینه کوپر و همکاران [۱۹] مدل اندازه با کران اصلاح شده (BAM) را جهت ارزیابی در حضور داده‌های منفی معرفی کردند. این مدل به نوعی توان تمایز مدل اندازه با محدوده اصلاح شده (RAM) که توسط کوپر و همکاران [۲۰] در سال ۱۹۹۹ ارایه شد را ارتقا می‌دهد. پاستور و همکاران [۲۱] توسعه‌ای بر مدل BAM ارایه دادند که در آن از کران‌هایی با محدودیت کمتر استفاده می‌شد. رشیدی و فرضی پورصائن [۲۲] و حقیقی و رستمی مال‌خلیفه [۲۳] از شاخص‌های توسعه سبز برای محاسبه کارایی زیست محیطی واحدها بر اساس توسعه مدل BAM استفاده کردند. کین و همکاران [۲۴] یک مدل بر پایه اندازه با کران اصلاح شده توسعه‌یافته جهت ارزیابی کارایی انرژی بر پایه کارایی تولید و کارایی انتشار ارایه دادند. علیرغم این‌که، مدل BAM یکی از مدل‌های غیرشعاعی و موفق در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU[3]) است [۲۵]، با این‌حال یکی از ایراداتی که روش BAM با آن مواجه است عدم توانایی آن در رتبه‌بندی واحدهای کارا می‌باشد [۲۶]. در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به کمک مدل‌های DEA، ممکن است بیش از یک واحد تصمیم‌گیرنده دارای مقدار کارایی یک باشد.

از آنجایی که رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا برای تصمیم‌گیران ضروری است؛ لذا روش‌ها و مدل‌های مختلفی جهت رتبه‌بندی واحدهای کارا ارایه شده است [۲۹-۲۷]. از سوی دیگر، یکی دیگر از مشکلات مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها و به‌خصوص مدل‌های شعاعی عدم توانایی در تشخیص کارایی ضعیف است [۲۶] که مدل‌های غیرشعاعی این مشکل را برطرف کرده‌اند [۱۶]. بر این اساس یکی از اهداف اصلی مقاله حاضر ارایه روشی بر مبنای مدل BAM جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری است و لذا مدل SupBAM ارایه می‌شود. علاوه بر این، خواص مهم مدل BAM و مدل SupBAM نیز ارایه و اثبات می‌شود. در انتها مدل پیشنهادی جهت ارزیابی شهرک‌های صنعتی به‌کار رفته و صحت نتایج ارایه شده مشاهده می‌شود.

[1] DEA: Data Envelopment Analysis
[2] AP: Andersen and Petersen
[3] DMU: Decision Making Unit

۲ پیش‌زمینه ریاضی

در این بخش مدل‌های به‌کار رفته به صورت خلاصه ارایه می‌شود. در سرتاسر مقاله فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیرنده به صورت $DMU_j\left(j=1,\ldots,n\right)$ داریم که هر DMU_j به میزان m ورودی به شکل $x_{ij}\left(i=1,\ldots,m\right)$ را مصرف کرده و s خروجی به صورت $y_{rj}\left(r=1,\ldots,s\right)$ را تولید می‌نماید.

۲-۱ مدل AP

در ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده با مدل‌های متداول تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است بیش از یک واحد دارای امتیاز کارایی یک شده و به عنوان کارا معرفی شوند. لذا برای ایجاد تمایز بین آنها و رتبه‌بندی واحدهای کارا مدل‌های رتبه‌بندی معرفی شدند. مدل AP در سال ۱۹۹۳ توسط اندرسن و پیترسن [۱۳] معرفی شد. ایده این روش بر پایه ابرکارایی و حذف واحد تحت ارزیابی DMU_o از مجموعه امکان تولید می‌باشد و تحت بازده به مقیاس متغیر به صورت مدل (۱) معرفی می‌شود.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \theta \\
s.t. \quad & \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta x_{io}, \quad i=1,\ldots,m, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro}, \quad r=1,\ldots,s, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n} \lambda_j = 1, \\
& \lambda_j \ge 0, \qquad \forall j
\end{aligned}
\tag{1}
$$

در این روش، یکی از واحدها (واحد تحت ارزیابی) حذف شده و تاثیر آن بر روی مرز کارایی بررسی می‌شود. بدین ترتیب، واحدهای ناکارا همان مقدار ناکارایی خود را می‌گیرند ولی واحدهای کارا مقداری بزرگ‌تر یا مساوی یک (در ماهیت ورودی محور) را به خود اختصاص می‌دهند. بنابراین، واحدهای کارا نیز مانند واحدهای ناکارا رتبه‌بندی می‌شوند. مدل (۱) امتیاز بزرگ‌تر و یا مساوی یک را به واحدهای کارا اختصاص می‌دهد. مدل AP از انواع مدل‌های شعاعی در تحلیل پوششی داده‌ها به حساب می‌آید.

۲-۲ مدل RDM

در بسیاری مواقع از شرایط مسایل واقعی، ممکن است با داده‌هایی مواجه شویم که مقدار منفی داشته باشند. مدل‌های متداول DEA قادر به به ارزیابی واحدها در حضور مقادیر منفی نمی‌باشند. یکی از روش‌هایی که برای

این منظور به‌وجود آمد مدل RDM[1] می‌باشد که بر پایه اندازه با محدوده جهت‌دار ساخته شده است. برای اندازه‌گیری میزان ناکارایی واحد تحت ارزیابی، DMU_o، مدل (۲) توسط پورتلا و همکاران [۱۸] ارایه شد:

$$\begin{aligned} \max \quad & \beta \\ s.t. \quad & \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{io} - \beta L_{io}^{-}, \quad i = 1,\dots,m, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} + \beta L_{ro}^{+}, \quad r = 1,\dots,s, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \\ & \lambda_j \ge 0, \qquad \forall j \end{aligned} \tag{۲}$$

در مدل (۲)، حد پایین تغییرات ورودی و حد بالای تغییرات خروجی واحد تحت ارزیابی توسط رابطه (۳) مشخص شده است:

$$\begin{aligned} L_{io}^{-} &= x_{io} - \min_j \{x_{ij}\}, \quad (i = 1,\dots,m) \\ L_{ro}^{+} &= \max_j \{y_{rj}\} - y_{ro}, \quad (r = 1,\dots,s) \end{aligned} \tag{۳}$$

رابطه (۳)، نشان‌دهنده میزان محدوده مجاز برای تغییر ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد. در مدل (۲)، درجه کارایی واحدها توسط رابطه $1-\beta^*$ بیان می‌شود.

۲-۳ مدل BAM

کوپر و همکاران [۱۹] مدل BAM[2] را ارایه دادند که در آن همه ناکارایی‌هایی که توسط متغیرهای کمکی به‌وجود می‌آیند مشخص می‌شوند و باعث بالا رفتن قدرت تمایز مدل می‌شود. اندازه ناکارایی DMU_o توسط مدل BAM با مدل زیر مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} \Gamma_{BAM}^{\inf} = \max \quad & \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{L_{io}^-} + \sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{L_{ro}^+} \right) \\ s.t. \quad & \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io}, \qquad i = 1,\dots,m, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \qquad r = 1,\dots,s, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \\ & s_i^-, s_r^+, \lambda_j \ge 0, \qquad \forall i, r, j \end{aligned} \tag{۴}$$

[1] RDM: Range Directional Measure
[2] BAM: Bounded Adjusted Measure

مدل BAM به معنی اندازه با کران‌های تنظیم شده است و در آن، حد پایین تغییرات ورودی و حد بالای تغییرات خروجی واحد تحت ارزیابی مطابق رابطه (۳) می‌باشد. مدل (۴) دارای ویژگی‌های مهم زیر می‌باشد:

قضیه ۱: مدل (۴) همواره شدنی است.

اثبات: به‌راحتی می‌توان دید که بردار $\left(s^-, s^+, \lambda\right) = \left(0_m, 0_s, e_p\right)$ که در آن $e_p = \left(\circ, \ldots, \text{۱}, \ldots, \circ\right)^t$ و ۱ در مکان o می‌باشد، یک جواب شدنی برای مدل (۴) می‌باشد. □

قضیه ۲: در هر جواب شدنی مدل (۴) داریم $\circ \le \Gamma_{BAM}^{inf} \le \text{۱}$.

اثبات: به ازای هر جواب شدنی در مدل (۴) و طبق قید تحدب می‌دانیم که $\min_j \left\{x_{ij}\right\} \le \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}$ و همچنین $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \le \max_j \left\{y_{rj}\right\}$. بر این اساس داریم $s_i^- = x_{io} - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}$ و $s_r^+ = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - y_{ro}$. در این صورت به آسانی نتیجه زیر از آن برداشت می‌شود: $s_i^- \le L_{io}^-$ و $s_r^+ \le L_{ro}^+$ و بنابراین $\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{L_{io}^-} \le m$ و $\sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{L_{ro}^+} \le s$.

از آنجایی که متغیرهای کمکی نامنفی هستند، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\circ \le \frac{\text{۱}}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{L_{io}^-} + \sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{L_{ro}^+}\right) \le \text{۱}$$

و بنابراین حکم برقرار است. □

مدل (۴) امتیاز ناکارایی واحد DMU_o را نشان می‌دهد و برای اندازه گیری کارایی نسبی آن باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\Gamma_{BAM}^{*} = \text{۱} - \frac{\text{۱}}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^{-*}}{L_{io}^-} + \sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^{+*}}{L_{ro}^+}\right) \qquad (۵)$$

در روابط (۴) و (۵) اگر $s_i^{-*} = \circ$ (و یا $s_r^{+*} = \circ$) آنگاه قرار می‌دهیم $\frac{s_i^{-*}}{L_{io}^-} = \circ$ (و یا $\frac{s_r^{+*}}{L_{ro}^+} = \circ$).

۲-٤ مدل جمعی وزن‌دار

آپاریسیو و همکاران [۳۰] مدل جمعی وزن‌دار (۶) را معرفی کردند. مدل (۶) امتیاز ناکارایی تکنیکی را بر اساس مقادیر متغیرهای کمکی ورودی و خروجی مشخص می‌کند.

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{m} w_i^- s_{io}^- + \sum_{r=1}^{s} w_r^+ s_{ro}^+ \\ s.t. \quad & \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} = x_{io} - s_i^-, \quad i = 1,\dots,m, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} = y_{ro} + s_r^+, \quad r = 1,\dots,s, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \\ & s_{io}^-, s_{ro}^+, \lambda_j \geq 0, \qquad \forall i, r, j \end{aligned} \tag{۶}$$

که در آن $\boldsymbol{w}^- = \left(w_1^-,\dots,w_m^-\right)$ و $\boldsymbol{w}^+ = \left(w_1^+,\dots,w_s^+\right)$ به ترتیب نشان‌دهنده اهمیت نسبی هر واحد ورودی و خروجی می‌باشند. با توجه به این‌که مقادیر وزن‌ها هر مقداری ممکن است اختیار کنند، لذا مدل (۶) خانواده‌ای از مدل‌ها را تشکیل می‌دهد که در بخش بعدی نشان می‌دهیم که مدل‌های RDM و BAM از مدل (۶) به‌دست می‌آیند.

۳ مدل رتبه‌بندی بر اساس مدل BAM

مدل (۶) که توسط آپاریسیو و همکاران [۳۰] معرفی شد حالت کلی را نشان می‌دهد که در ادامه نشان می‌دهیم که مدل‌های RDM و BAM را می‌توان با اختصاص وزن‌های مناسب از مدل پیشنهاد شده آن‌ها به‌دست آورد.

قضیه ۳: مدل‌های RDM و BAM حالت‌های خاصی از مدل (۶) می‌باشند.

اثبات:

الف) ابتدا مدل RDM را بررسی می‌کنیم. به‌راحتی می‌توان دید که اگر برای هر i، قرار دهیم $s_{ip}^- = \beta L_{ip}^-$، و $w_i^- = \dfrac{1}{2mL_{ip}^-}$ و به ازای هر r، نیز قرار دهیم $s_{rp}^+ = \beta L_{rp}^+$ و $w_r^+ = \dfrac{1}{2sL_{rp}^+}$، در این صورت از مدل (۶) به مدل (۲) یعنی RDM می‌رسیم.

ب) حال مدل BAM را بررسی می‌کنیم. اگر برای هر i، قرار دهیم $w_i^- = \dfrac{1}{(m+s)L_{ip}^-}$ و به ازای هر r، نیز قرار دهیم $w_r^+ = \dfrac{1}{(m+s)L_{rp}^+}$، در این صورت از مدل (۶) به مدل (۴) یعنی BAM می‌رسیم. □

بنابراین می‌توان گفت که مدل‌های RDM و BAM به یک خانواده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها تعلق دارند. علاوه بر این، امتیاز کارایی مدل BAM که طبق رابطه (۵) به‌دست می‌آید در مقایسه با مدل RDM دارای ویژگی مهمی می‌باشد که در قضیه ۴ به آن اشاره می‌شود.

قضیه ٤: فرض کنیم اندازه کارایی در مدل‌های BAM و RDM به ترتیب برابر با Γ_{BAM}^* و $1-\beta^*$ باشد در این صورت داریم:

$$\Gamma_{BAM}^* \leq 1-\beta^*$$

اثبات:

طبق محدودیت اول و دوم در مدل RDM داریم $\beta \leq \frac{x_{io}-\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}}{L_{io}^{-}}$ و $\beta \leq \frac{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-y_{ro}}{L_{ro}^{+}}$ و با جمع روی اندیس ورودی‌ها و خروجی‌ها به نتایج زیر می‌رسیم:

$$s\beta \leq \sum_{r=1}^{s}\frac{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-y_{ro}}{L_{ro}^{+}}=\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^{+}}{L_{ro}^{+}} \quad \text{و} \quad m\beta \leq \sum_{i=1}^{m}\frac{x_{io}-\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}}{L_{io}^{-}}=\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^{-}}{L_{io}^{-}}$$

$$\Rightarrow (m+s)\beta \leq \sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^{-}}{L_{io}^{-}}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^{+}}{L_{ro}^{+}}$$

$$\Rightarrow \beta \leq \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^{-}}{L_{io}^{-}}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^{+}}{L_{ro}^{+}}\right)$$

و لذا به‌راحتی ملاحظه می‌شود که $\beta \leq \Gamma_{BAM}^{inf}$ و لذا خواهیم داشت که $\Gamma_{BAM}^{*} \leq 1-\beta^{*}$ و بنابراین نتیجه حاصل شده است. □

قضیه ۴ بیان می کند که امتیاز کارایی در مدل BAM کوچک‌تر و یا مساوی امتیاز کارایی مدل RDM است. این موضوع باعث می‌شود که مدل BAM تعداد واحدهای کم‌تری را به عنوان کارا معرفی کند. علاوه بر این، نشان می‌دهد که مدل BAM منابع ناکارایی بیشتری را نسبت به مدل RDM شناسایی می کند و این موضوع یک مزیت عمده آن بر مدل RDM است. علاوه بر هم خانواده بودن، مدل RDM از این‌رو جهت مقایسه انتخاب شده است که همانند مدل BAM توانایی ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده را در حضور داده‌های منفی دارد. مدل BAM یک مدل برای محاسبه کارایی است و در نتیجه با اجرای آن ممکن است بیش از یک واحد تصمیم‌گیرنده به عنوان کارا شناخته شوند. این موضوع به‌خصوص برای مواردی که انتخاب مناسب‌ترین واحد مدنظر است و تعیین ترتیب واحدها حایز اهمیت است می‌تواند برای تصمیم‌گیرندگان به عنوان یک مشکل عمده باشد. لذا این موضوع برای روش BAM با وجود مزایای خوبی که دارد یک ایراد به حساب می‌آید. بر این اساس در این بخش مدلی بر اساس توسعه BAM جهت رتبه‌بندی پیشنهاد می‌شود. مشکل روش BAM در قضیه ۵ ملاحظه می‌شود.

قضیه ۵: اگر DMU_o یک واحد تصمیم گیرنده راسی باشد، در این صورت مدل (۴) پس از حذف DMU_o از مجموعه امکان تولید برای ارزیابی DMU_o نشدنی خواهد بود.

اثبات: مدل (۴) پس از حذف DMU_o از مجموعه امکان تولید به صورت مدل (۷) تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}
\max \quad & \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^-}{L_{io}^-}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{L_{ro}^+}\right)\\
s.t.\\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=x_{io}, \qquad i=1,\dots,m,\\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_r^+=y_{ro}, \qquad r=1,\dots,s,\\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j=1,\\
& s_i^-, s_r^+, \lambda_j \geq 0, \qquad \forall i,r,j
\end{aligned} \tag{7}$$

به برهان خلف، فرض کنیم مدل (۷) شدنی بوده و دارای جوابی شدنی مانند $\left(\hat{s}_i^-, \hat{s}_r^+, \hat{\lambda}_j\right)$ باشد. در این صورت دو حالت متصور است:

حالت ۱: اگر برای هر i و r داشته باشیم $\hat{s}_i^- = \hat{s}_r^+ = 0$. در این صورت طبق محدودیت‌های مدل (۷) داریم:

$$\begin{cases}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j x_{ij}=x_{io},\\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j y_{rj}=y_{ro},\end{cases}$$

که نشان می‌دهد DMU_o بر اساس ترکیب محدب سایر واحدها قابل بیان است که تناقض با راسی بودن DMU_o در مجموعه امکان تولید دارد. بنابراین این حالت رخ نخواهد داد.

حالت ۲: اگر برای هر i و r داشته باشیم $\left(\hat{s}_i^-, \hat{s}_r^+\right) \neq (0,0)$. در این صورت حداقل یک مولفه از آن مثبت خواهد بود و بنابراین طبق محدودیت‌های مدل (۲) داریم:

$$\begin{cases}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j x_{ij}\leq x_{io},\\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j y_{rj}\geq y_{ro},\end{cases}$$

و حداقل یک نامساوی اکید است که نشان می‌دهد که $\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j x_{ij}, \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j y_{rj}\right)$ بر DMU_o غالب است که این موضوع با راسی بودن DMU_o و غیر مغلوب بودن آن در تضاد است.

بنابراین نتیجه می‌گیریم که مدل (۷) جواب شدنی نخواهد داشت و نشدنی می‌باشد. □

طبق قضیه ۵ می‌توان نتیجه گرفت که حذف واحد تحت ارزیابی برای رتبه‌بندی واحدها بر اساس مدل BAM کارساز نیست. با این‌حال این مساله طبق ساختار مدل BAM قابل اصلاح می‌باشد. بر این اساس با انجام اصلاحاتی در محدودیت‌ها و تابع هدف مدل (۴) به مدل (۸) می‌رسیم که برای رتبه‌بندی قابل استفاده می‌باشد. در قضیه ۲ ثابت شد که در مدل (۴) داریم: $s_i^- \le L_i^-$ و $s_r^+ \le L_r^+$. این موضوع باعث می‌شود که تابع هدف مدل (۴) همواره کوچک‌تر یا مساوی یک شود. برای این منظور برای ساختن مدلی جهت رتبه‌بندی در مدل (۹)، حد بالای تغییرات ورودی و حد پایین تغییرات خروجی واحد تحت ارزیابی را بر اساس رابطه (۸) تعریف می‌کنیم:

$$H_{io}^- = \left|\max_{j\neq o}\left\{x_{ij}\right\} - x_{io}\right|, \quad (i = 1,\ldots,m)$$
$$H_{ro}^+ = \left|y_{ro} - \min_{j\neq o}\left\{y_{rj}\right\}\right|, \quad (r = 1,\ldots,s) \qquad (۸)$$

قدرمطلق در رابطه (۸) به منظور تضمین مثبت شدن مقادیر حد بالای تغییرات ورودی و حد پایین تغییرات خروجی واحد تحت ارزیابی است. با توجه به اینکه مدل (۹) بر اساس ایده ابرکارایی طراحی شده است آن‌را SupBAM می‌نامیم.

$$\begin{aligned}
\Gamma_{SupBAM} = \min \quad & 1 + \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^-}{H_{io}^-} + \sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{H_{ro}^+}\right) \\
s.t. \quad & \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j x_{ij} - s_i^- = x_{io}, \qquad i = 1,\ldots,m, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j y_{rj} + s_r^+ = y_{ro}, \qquad r = 1,\ldots,s, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\lambda_j = 1, \\
& s_i^-, s_r^+, \lambda_j \ge 0, \qquad \forall i, r, j
\end{aligned} \qquad (۹)$$

با یک بررسی ساده مشابه قضیه ۲ می‌توان دید که در مدل (۹) داریم: $s_i^- \le H_i^-$ و $s_r^+ \le H_r^+$. مدل SupBAM ارایه‌شده فوق دارای ویژگی‌های زیر است.

قضیه ٦: مدل (۹) همواره شدنی است.

اثبات: برای بررسی شدنی بودن مدل (۹) دو حالت را در ارزیابی DMU_o در نظر می‌گیریم.

حالت اول: اگر DMU_o یک واحد ناکارا و یا یک واحد کارای غیر راسی باشد.

در این صورت می‌دانیم که بردار نامنفی $\bar{\lambda}$ای وجود دارد که بر اساس آن می‌توان DMU_o را بر اساس ترکیب محدب سایر واحدها بیان کرد. یعنی بردار $\bar{\lambda}$ای داریم به طوری‌که $\sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\bar{\lambda}_j = 1$ و

$$\begin{cases} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\bar{\lambda}_j x_{ij} = x_{io}, \\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\bar{\lambda}_j y_{rj} = y_{ro}, \end{cases}$$

که این موضوع نشان می‌دهد که بردار $\left(\bar{\lambda},\bar{s}^-,\bar{s}^+\right)$ که $\left(\bar{s}^-,\bar{s}^+\right)=\left(0,0\right)$ یک جواب شدنی برای مدل (۹) می‌باشد.

حالت دوم: اگر DMU_o یک واحد کارای راسی باشد.

در این صورت اگر تعریف کنیم $\dot{x}_i = max_j\left\{x_{ij}\right\}$ و $\dot{y}_r = min_j\left\{y_{rj}\right\}$ در این صورت بدیهی است که $\left(\dot{x},\dot{y}\right)\in T_c, T_c^{'}$ و بردار $\dot{\lambda}$ای وجود دارد که

$$\begin{cases} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j x_{ij} = \dot{x}_{io}, \\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j y_{rj} = \dot{y}_{ro}, \\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j = 1, \end{cases}$$

و از آنجایی‌که DMU_o بر $\left(\dot{x},\dot{y}\right)$ غالب است پس بردار نامنفی $\dot{\lambda}$ای وجود دارد که $\sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j = 1$ و

$$\begin{cases} \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j x_{ij} \geq x_{io}, \\ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j y_{rj} \leq y_{ro}, \end{cases}$$

و حداقل یک نامساوی اکید است. بدون کاستن از کلیت فرض کنیم

$$\exists t; \sum_{\substack{j=1\\ j\neq o}}^{n}\dot{\lambda}_j x_{tj} > x_{to},$$

و سایر روابط به صورت تساوی برقرار باشد. در این صورت اگر تعریف کنیم: $\dot{s}_t^- = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq o}}^{n} \dot{\lambda}_j x_{tj} - x_{to},$ و قرار دهیم $\dot{s}_i^- = 0, i = 1,\ldots,m, i \neq t$ و همچنین تعریف کنیم $\dot{s}_r^+ = 0, r = 1,\ldots,s$، در این صورت بدیهی است که بردار $\left(\dot{\lambda}, \dot{s}^-, \dot{s}^+\right)$ یک جواب شدنی برای مدل (۹) است. □

در جواب بهینه مدل (۹)، طبق محدودیت‌ها و تابع هدف بدیهی است که همواره داریم $\Gamma_{SupBAM} \geq 1$. این موضوع را می توان در قضیه ۷ بررسی کرد.

قضیه ۷: در مدل (۹) همواره داریم $\Gamma_{SupBAM} \geq 1$.

اثبات: برای بررسی و اثبات این موضوع دو حالت زیر را لحاظ می‌کنیم:

حالت ۱: اگر DMU_o یک واحد ناکارا و یا یک واحد کارای غیرراسی باشد.

در این صورت طبق قضیه ۲ جواب شدنی مانند بردار $\left(\bar{\lambda}, \bar{s}^-, \bar{s}^+\right)$ که $\left(\bar{s}^-, \bar{s}^+\right) = (0,0)$ برای مدل (۹) وجود دارد و با توجه به این‌که تابع هدف از نوع مینیمم‌سازی است، در این حالت جواب بهینه به صورت $\Gamma_{SupBAM} = 1$ خواهد بود.

حالت ۲: اگر DMU_o یک واحد کارای راسی باشد.

برای واحدهای کارای راسی هیچ جواب شدنی با مقدار متغیرهای کمکی برابر صفر وجود ندارد و لذا با توجه به شدنی بودن مدل (۹) نتیجه می‌گیریم که در این حالت $\Gamma_{SupBAM} \geq 1$ خواهد بود. و لذا اثبات تمام است. □

قضیه فوق نشان می‌دهد که باید مدل SupBAM را فقط برای رتبه‌بندی واحدهای کارا به‌کار ببریم و واحدهای ناکارا طبق مدل (۴) رتبه‌بندی می‌شوند و واحدهای کارای غیرراسی نیز با هر دو مدل BAM و SupBAM به امتیاز کارایی ۱ می‌رسند. شدنی بودن مدل SupBAM یک مزیت عمده دیگر این روش در مقایسه با بعضی روش‌های رتبه‌بندی دیگر مانند AP می‌باشد که در بعضی اوقات نشدنی هستند.

٤ رتبه‌بندی و ارزیابی عملکرد شهرک‌های صنعتی

هدف این بخش ارزیابی و رتبه‌بندی ۱۰ شهرک صنعتی واقع در سه استان همدان، کرمانشاه و کردستان می‌باشد. این ارزیابی به کمک مدل BAM صورت می‌گیرد. رتبه‌بندی واحدهای کارا نیز به کمک مدل پیشنهادی SupBAM انجام می‌شود. اطلاعات و داده‌ها متعلق به بازه زمانی چهارساله ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۶ می‌باشند. برای این ارزیابی، سه ورودی و سه خروجی در نظر گرفته شده است. ورودی‌ها عبارتند از: تعداد کارمندان، سرمایه و مساحت منطقه در حالی‌که خروجی‌ها عبارتند از: تعداد شغل‌های ایجادشده، تعداد قراردادهای امضا شده و درآمد کل می‌باشد. جدول ۱ توصیفی از ورودی‌ها و خروجی‌ها را به‌همراه داده‌ها و اطلاعات نمایش می‌دهد.

جدول ۱. داده‌ها و اطلاعات مربوط به شهرک‌های صنعتی

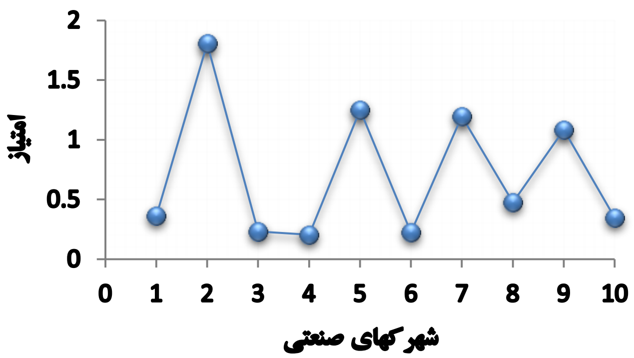
	ورودی			خروجی		
شهرک‌های صنعتی	سرمایه	نیروی انسانی	مساحت	تعداد شغل ایجاد شده	تعداد قراردادهای منعقد شده	درآمد کل
۱	۹۱۲۰	۲۵	۱۸۵۰	۵۹۷	۵۷	۸۲۰
۲	۹۲۰	۳۰	۱۰۰۰	۶۵	۱۵	۵۳۰
۳	۱۲۰۰	۳۲	۲۲۰۰	۱۷۵	۴۵	۱۱۵۰
۴	۱۵۵۰	۲۴	۲۷۰۰	۸	۱۷	۳۲۰
۵	۱۳۵۰	۱۵	۲۳۰۰	۵۲۵	۹۵	۱۷۰۰
۶	۱۳۲۰	۲۳	۲۵۵۰	۱۹۶	۱۵	۸۵۰
۷	۵۹۰	۱۹	۱۸۹۰	۸۵۶	۷۸	۲۲۰۰
۸	۶۰۰	۲۰	۲۱۰۰	۱۲	۵۵	۱۸۰۰
۹	۵۴۰	۲۱	۲۳۵۰	۱۱۵	۸	۳۵۰
۱۰	۱۰۵۰	۲۰	۱۹۰۰	۲۵	۹	۳۵۰

جدول ۲. نتایج ارزیابی شهرک‌های صنعتی

شهرک‌های صنعتی	مدل AP		مدل RDM		مدل BAM		مدل SupSBM		مدل SupBAM	
	امتیاز	رتبه	امتیاز	رتبه	امتیاز	رتبه	امتیاز	رتبه	امتیاز	رتبه
۱	۰/۸۸۵	۵	۰/۸۱۴۹	۷	۰/۳۶۱۸	۶	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–
۲	۱/۸۸۴۶	۱	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۸۴۲۷۳	۱	۱/۸۰۶۵	1
۳	۰/۷۱۵۶	۸	۰/۵۹۲۸	۸	۰/۲۳۲۱	۸	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–
۴	۰/۷۴۳۷	۷	۰/۴۹۹۸	۱۰	۰/۲۰۵۹	۱۰	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–
۵	نشدنی	-	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۳۱۷۳	۴	۱/۲۵۱۱	2
۶	۰/۷۸۲	۶	۰/۵۵۲۳	۹	۰/۲۲۵۱	۹	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–
۷	نشدنی	-	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۸۲۶۰	۲	۱/۱۹۷۱	3
۸	۰/۹۶۸۲	۴	۰/۸۱۷۲	۶	۰/۴۷۷۹	۵	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–
۹	۱/۰۹۲۶	۲	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۰۰۰۰	۱	۱/۶۹۴۵	۳	۱/۰۸۴۰	4
۱۰	۰/۹۷۴۲	۳	۰/۹۳۰۳	۵	۰/۳۴۷۴	۷	۱/۰۰۰۰	-	۱/۰۰۰۰	–

نتایج ارزیابی شهرک‌های صنعتی فوق در جدول ۲ خلاصه شده است. جهت مقایسه و همچنین بررسی صحت قضیه ۱، نتایج ارزیابی به کمک مدل RDM نیز ارایه شده است. نتایج نشان می‌دهد که رابطه $\Gamma^{*}_{BAM} \leq ۱-\beta^{*}$ همواره برقرار است. چهار شهرک صنعتی $\{۲،۵،۷،۹\}$ از بین ده شهرک تحت ارزیابی به عنوان کارا شناخته شده‌اند و نتایج نشان می‌دهد که این واحدها از عملکرد قابل قبولی بر اساس داده‌ها و در مقایسه با سایر واحدها برخوردار بوده‌اند. این چهار واحد هم بر اساس مدل RDM و هم بر اساس مدل BAM به عنوان کارا معرفی شده‌اند. واحد ۴ در هر دو مدل به عنوان آخرین واحد از لحاظ عملکرد مشخص شده است. با توجه به وجود چهار واحد کارا و لزوم رتبه‌بندی واحدها، از روش SupBAM پیشنهادی استفاده شده است. جهت مقایسه

رتبه‌بندی شهرک‌ها، نتایج مدل‌های AP و SupSBM تحت بازده به مقیاس متغیر هم آورده شده است. مدل SupSBM یک مدل غیرشعاعی است که توسط تون [۳۱] ارایه شده است. می‌توان دید که روش AP قادر به رتبه‌بندی دو واحد ۵ و ۷ نشده است. نتایج اجرای مدل SupBAM را نیز در جدول ۲ می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که دیده می‌شود، مدل پیشنهادی SupBAM همه واحدهای کارا را رتبه‌بندی کرده است و بدین ترتیب یک رتبه‌بندی کامل ارایه داده است. نتایج ارایه شده صحت قضیه ۴ را نیز به تصویر کشیده‌اند و ملاحظه می‌شود که امتیاز ابرکارایی همه واحدها بزرگ‌تر یا مساوی یک است. طبق جدول ۲، شهرک صنعتی ۲ مطلوب‌ترین عملکرد را نسبت به بقیه شهرک‌ها و بر اساس شاخص‌های تحت بررسی داشته است. این موضوع در نتایج روش AP نیز دیده می‌شود.



شکل ۱. امتیاز شهرک‌های صنعتی بر اساس مدل‌های BAM و SupBAM

شکل ۱ نتایج ارزیابی و رتبه‌بندی شهرک‌های صنعتی را بر اساس مدل BAM و SupBAM نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۱ می‌توان دید شهرک صنعتی ۲ رتبه اول و شهرک صنعتی ۴ رتبه آخر را به خود اختصاص داده‌اند. یکی از مواردی که باعث شده واحد ۲ رتبه اول را به‌خود اختصاص دهد مصرف کم‌ترین سطح ورودی سوم با اختلاف زیاد نسبت به بقیه واحدها است. یکی از دلایل اینکه واحد ۴ رتبه آخر را به خود اختصاص داده است این است که این واحد دارای بیش‌ترین سهم از مصرف ورودی ۱ و ورودی ۳ بوده و کم‌ترین سطح از خروجی‌های ۱ و ۳ را تولید کرده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل SupBAM قادر به رتبه‌بندی شهرک‌های صنعتی بوده است و بدین ترتیب ایراد روش BAM را در عدم توانایی رتبه‌بندی واحدها برطرف کرده است.

۵ نتیجه‌گیری

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در زمینه محاسبه کارایی و ارزیابی عملکرد سازمان‌ها به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد که به عنوان یک روش غیرپارامتری به منظور محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده می‌شود. امروزه استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها با سرعت زیادی در حال گسترش بوده و در ارزیابی سازمان‌ها و صنایع مختلف مانند صنعت بانکداری، پست، بیمارستان‌ها، مراکز آموزشی، نیروگاه‌ها، پالایشگاه‌ها و... استفاده می‌شود. یکی از مدل‌های کاربردی در زمینه محاسبه کارایی مدل BAM نام دارد. در این

مطالعه ملاحظه شد که مدل BAM فقط امتیاز کارایی را محاسبه می‌کند و قادر به مقایسه و رتبه‌بندی واحدهای کارا نمی‌باشد. بر این اساس با توسعه آن، مدل جدیدی بنام SupBAM جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری ارایه شد. همچنین خواص مهم و کاربردی مدل BAM و مدل SupBAM ارایه و اثبات گردید. برای بررسی کاربرد مدل پیشنهادی، ارزیابی کارایی و رتبه‌بندی تعدادی شهرک صنعتی انجام گرفت که در نتیجه آن رتبه‌بندی کاملی ارایه گردید و همچنین صحت خواص و قضایای بیان شده نیز تحقیق گردید.

منابع

[1] Rezaee Kelidbari H., (2019), Presentation of the Human Resource Performance Assessment Model using Fuzzy Inference System (FIS), Journal of Operational Research and Its Applications, 15 (4), 79-95. URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1585-fa.html

[2] Izadikhah, M., (2018), Improving the Banks Shareholder Long Term Values by Using Data Envelopment Analysis Model, Advances in Mathematical Finance and Applications, 3 (2), 27-41

[3] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984), Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. Management Science, 30(9), 1078–1092.

[4] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2(6), 429-444. doi: http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8

[5] Emrouznejad, A., & Yang, G. L. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. Socio-Economic Planning Sciences, 61, 4-8.

[6] Charnes, A., Clark, C. T., Cooper, W. W., & Golany, B. (1985). A development study of data envelopment analysis in measuring the efficiency of maintenance units in US air forces. Annals of Operations Research, 2(1), 95-112.

[7] Sexton, T. R. (1986). The methodology of data envelopment analysis. San Francisco: Jossey-Bass.

[8] Izadikhah, M., Farzipoor Saen, R. (2019). Ranking sustainable suppliers by context-dependent data envelopment analysis. Annals of Operations Research, 2019, 1-31. doi: https://doi.org/10.1007/s10479-019-03370-4

[9] Mehrabian, S., Alirezaee, M. R., Jahanshahloo, G. R. (1999). A complete efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis. Computational Optimization and Applications, 14, 261–266.

[10] Amirteimoori, A., Jahanshahloo, G., & Kordrostami, S. (2005). Ranking of decision making units in data envelopment analysis: A distance-based approach. Applied Mathematics and Computation, 171(1), 122-135. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2005.01.065

[11] Toloo, M., Salahi, M. (2018). A powerful discriminative approach for selecting the most efficient unit in DEA. Computers & Industrial Engineering, 115(C), 269-277. doi: https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.11.011

[12] Aghayi N, Hosseinzadeh Lotfi F, Gholami K, Ghelej Beigi Z., (2018), Ranking and Sensitivity Analysis for Ranks of DMUs based on the Ideal Hyperplan. Journal of Operational Research and Its Applications, 15 (2), 125-133 URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1646-fa.html

[13] Andersen, P., Petersen, N. C. (1993). A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis. Management Science, 39(10), 1261-1264. doi: 10.1287/mnsc.39.10.1261

[14] Emrouznejad, A., Anouze, A. L., & Thanassoulis, E. (2010). A semi-oriented radial measure for measuring the efficiency of decision making units with negative data, using DEA. European Journal of Operational Research, 200(1), 297-304. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.001

[15] Kordrostami, S., & Jahani Sayyad Noveiri, M. (2012). Evaluating the efficiency of decision making units in the presence of flexible and negative data Indian Journal of Science and Technology, 5(12), 78-84.

[16] Tavana, M., Izadikhah, M., Di Caprio, D., Farzipoor Saen, R. (2018). A New Dynamic Range Directional Measure for Two-Stage Data Envelopment Analysis Models with Negative Data. Computers & Industrial Engineering, 115, 427–448. doi: https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.11.024

[17] Scheel, H., (2001), Undesirable outputs in efficiency valuations, Euro. J. Operat. Res., 132, 400–410.

[18] Portela, M. C. A. S., Thanassoulis, E., Simpson, G., (2004), Negative data in DEA: a directional distance approach applied to bank branches, Journal of the Operational Research Society, 55, 1111-1121.
[19] Cooper, W.W., Borras, F., Aparicio, J., Pastor, J.T., Pastor, D., (2011), BAM: A Bounded Adjusted Measure of Efficiency for use with Bounded Additive Models, Journal of Productivity Analysis, 35, 85-9.
[20] Cooper, W., Park, K., Pastor, J., (1999), RAM: A Range Adjusted Measure of Inefficiency for Use with Additive Models, and Relations to Other Models and Measures in DEA. Journal of Productivity Analysis, 11(1), 5-42.
[21] Pastor, J.T., Aparicio, J., Alcaraz, J., Vidal, F., Pastor, D., (2015). An enhanced BAM for unbounded or partially bounded CRS additive models. Omega, 56, 16-24.
[22] Rashidi, K., Farzipoor Saen, R., (2015), Measuring eco-efficiency based on green indicators and potentials in energy saving and undesirable output abatement. Energy Economics 50(C), 18-26.
[23] Haghighi, H.Z., Rostamy-Malkhalifeh, M., (2017), A bounded adjusted measure of efficiency for evaluating environmental performance. International Journal of Environment and Waste Management 19(2), 148-163.
[24] Qin, Q., Li, X., He, H., Chen, X., (2018), Unified energy efficiency in China's coastal areas: A virtual frontier-based global bounded adjusted measure, Journal of Cleaner Production, 186, 229-240.
[25] Kazemimatin, R., Salehi, L., (2014), BAM model in relation with negative data, Journal of Operational Research and Its Applications, 10 (4) URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-715-en.html
[26] Izadikhah, M., Farzipoor Saen, R., & Ahmadi, K. (2017). How to Assess Sustainability of Suppliers in the Presence of Dual-Role Factor and Volume Discounts? A Data Envelopment Analysis Approach. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 34(3), 1-25.
[27] Ashrafi A, Amiri M., (2020), Ranking Efficient Decision Making Units Using Cooperative Game Theory Based on SBM Input-Oriented Model and Nucleolus Value. Journal of Operational Research and Its Applications, 17 (1), 67-83, URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1692-fa.html
[28] Amirteimoori H, Amirteimoori A, Karbasian M., (2020), Performance analysis and ranking of provincial gas companies in the presence of undesirable products. Journal of Operational Research and Its Applications, 17 (2), 1-8, URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1877-fa.html
[29] Khoshandam L., (2020), Ranking by Using Improved Cross Efficiency Based on Perturbation Problem: An Application to Iranian Commercial Banks. Journal of Operational Research and Its Applications, 17 (2), 127-144, URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1889-fa.html
[30] Aparicio, J., Ortiz, L., & Pastor, J. T., (2017), Measuring and decomposing profit inefficiency through the Slacks-Based Measure. European Journal of Operational Research, 260(2), 650–654.
[31] Tone K . (2002), A slacks-based measure of super-effciency in data envelopment analysis, Eur J Oper Res, 143(1), 32–41