Archive of SID

پژوهش در برنامه‌ریزی درسی
سال هفدهم، دوره دوم، شماره ۳۷ (پیاپی ۶۴)
بهار ۱۳۹۹، صفحات ۱۶۶-۱۵۱

Research in Curriculum Planning
Vol 16. No 37 (continus 64)
spring 2020, Pages 151-166

بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بر توانایی حل مسائل غیرمعمولی ریاضی

مهران عزیزی محمودآباد، محمدجواد لیاقت‌دار*، حمیدرضا عریضی
[۱] دانشجوی دکتری برنامه‌ریزی درسی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران.
[۲] استاد گروه علوم تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران.
[۳] استاد گروه روانشناسی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران.

چکیده
هدف این پژوهش، بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بر توانایی حل مسائل غیرمعمولی ریاضی دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی است. این پژوهش از نوع تحلیل محتوا و طرح‌های نیمه‌آزمایشی از نوع پیش‌آزمون- پس‌آزمون- پیگیری با گروه کنترل است. پس از مطالعه و طراحی آموزشی، ۴۰ نفر از دانش‌آموزان پسر پایه ششم ابتدایی مشغول به تحصیل در یک آموزشگاه در سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶ در شهر یاسوج به‌صورت داوطلب در این پژوهش شرکت کردند. مشارکت‌کنندگان با انتساب تصادفی به دو گروه آزمایش و کنترل تقسیم شده و برای ۱۲ جلسه (هر هفته یک جلسه) با استفاده از روش آموزش بازنمایی‌محور تحت آموزش قرار گرفتند. ابزار گردآوری داده‌ها در بخش تحلیل محتوا چک‌لیست و در بخش نیمه‌آزمایشی آزمون محقق ساخته بود. برای تجزیه‌وتحلیل داده‌ها در تحلیل محتوا از تکنیک آنتروپی شانون و در بخش نیمه‌آزمایشی از آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شد. نتایج تحلیل محتوا نشان می‌دهد بیشترین توجه برای توزیع و حضور مسائل غیرمعمولی به ترتیب به مسائل بازنمایی سلسله‌مراتبی سپس بازنمایی جزء-کل و درنهایت به مسائل بازنمایی شبکه‌ای شده است و مسائل بازنمایی ماتریسی جایگاهی در کتاب درسی ندارند. همچنین نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر نشان داد که تفاوت معناداری در میانگین تمام مؤلفه‌های توانایی حل مسائل غیرمعمولی ($P<0/05$) بین گروه کنترل و آزمایش وجود دارد؛ لذا آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای موجب افزایش توانایی حل مسائل غیرمعمولی ریاضی در دانش‌آموزان شده است. به‌علاوه این نتایج نشان می‌دهد که استفاده از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در حل مسائل غیرمعمولی در طول زمان ثبات دارد. نتایج این مطالعه لزوم توجه ویژه به بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی و استفاده معلمان و دبیران ریاضی از این بازنمایی‌ها در حل مسائل غیرمعمولی را مورد تأکید قرار می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای، مسائل غیرمعمولی، توانایی حل مسئله، ریاضی

Investigating the effectiveness of schematic representation-based instruction on the ability of solving non-routine problems in mathematics

Mehran Azizi Mahmoodabad, Mohammad Javad Liaghatdar, Hamid Reza Oreyzi
[1] Ph.D Candidate of Curriculum Studies, University of Isfahan, Isfahan, Iran.
[2] Professor, Department of Education, University of Isfahan, Isfahan, Iran.
[3] Professor, Department of Psychology, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

Abstract
The aim of the present study is to investigate the effectiveness of schematic representation-based instruction on 6th grade students' ability of solving non-routine problems in mathematics. It is a content analysis and quasi-experimental design research of the pretest-posttest type, follow up by the control group. After studying and educational designing, 40 sixth-grade male students of an elementary school in the academic year of 1396-97 in Yasouj voluntarily participated in the study. They were randomly assigned to experimental and control group and were educated for 12 sessions (one session per week) using representation-based instruction method. Data collection instruments were developed in the content analysis section of the checklist and in the semi-experimental part of the test. Shannon Entropy technique was adopted in order to analyze data in content analysis, and variance analysis test with repeated measures was used for the quasi-experimental part. The results of the content analysis show that the greatest attention for the distribution and the presence of non-routine problems has been directed to hierarchical presentation, part-whole presentation, and network presentation problems, respectively. It was indicated that matrix presentation problems have no place in textbooks. In addition, the results of the variance analysis with repeated measures reveal that there is a significant difference between the averages of all the components of the ablitiy of solving non-routine problems of control group and experimental group ($p<0.05$). Therefore, it can be concluded that schematic representation instruction increases students' ability of solving non-routine problems in mathematics. Besides, the results indicate that using these methods repeatedly for solving non-routine problems will be consistent over time. The results of the study emphasize the need for special attention to the schematic representations in the sixth grade elementary mathematics textbook, and the necessity of applying these representations in solving non-routine problems by mathematic teachers.

Keywords: schematic representation, non-routine problems, problem-solving ability, mathematics.

*. **نویسندهٔ مسئول:** javad@edu.ui.ac.ir

وصول: ۹۷/۱۰/۲۹ پذیرش: ۹۸/۱۰/۱۴

www.SID.ir

Archive of SID

مقدمه

حل مسئله درگیر شدن در وظیفه، تکلیف یا فعالیتی است که روش حل آن از پیش شناخته شده نیست؛ چراکه برای یافتن راه‌حل، دانش‌آموزان باید آن را از درون دانش خودشان بیرون بکشند و آنان اغلب از مسیر این فرایند، درک و فهم‌های جدید ریاضی را رشد و توسعه دهند. از این منظر حل کردن مسئله‌ها فقط یک هدف یادگیری ریاضی نیست، بلکه ابزار و روش اصلی انجام دادن ریاضیات است. دانش‌آموزان باید فرصت‌های فراوان و متواتر برای صورت‌بندی کردن، گلاویز شدن و حل کردن مسائل پیچیده‌ای که نیازمند و مستلزم تلاش و کوشش است، داشته باشند و پس از آن ترغیب و تهییج شوند که روی تفکرشان بازتاب و عکس‌العمل داشته باشند (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

مسائل ریاضی به دو دسته مسائل معمولی (Routine Problem) و مسائل غیرمعمولی (Non- Routine Problem) تقسیم‌بندی می‌شود. مسائلی را که اطلاعات لازم در صورت مسئله برای حل کردن آنها کافی است مسائل معمولی گویند و مسائلی که راه‌حل آنها خیلی صریح و واضح نیست و شاید پاسخ‌های آنها شامل روش‌های معمول آموزشی کلاس درس نباشد، مسائل غیرمعمولی گویند (Diezmann, 2002., Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009). مسائل غیرمعمولی عامل اصلی تقویت دانش و یادگیری محسوب می‌شوند (Bibi, Ahmad, Shahid, Zamri, & Abedalaziz, 2019) و کسب دانش محتوایی این مسائل از مهم‌ترین عوامل در یادگیری دانش‌آموزان و تقویت توانایی حل مسئله آنان محسوب می‌شود (Kazemi, Rafiepour & Fadaie, 2019).

در دهه‌های اخیر جامعه متخصصان علمی در حوزه آموزش و تدریس ریاضی و روانشناسی بر نقش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در فرایند حل مسئله بالأخص مسائل غیرمعمولی تأکید کردند (DeWindt-King, & Goldin, 2003., Monoyiou, Papageorgiou & Gagatsis, 2007). از اوایل دهۀ ۱۹۸۰ پژوهش‌های روان‌شناسی نشان داده‌اند که کارایی تدریس بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای (Schematic Representation teaching) متناظر با طبقه‌بندی مسائل، عملکرد دانش‌آموزان را در حل مسئله بهبود می‌دهد (Fagnant & Vlassis, 2013). جامعۀ آموزش ریاضی هم مدت‌زمان زیادی است که اهمیت بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای را هم در مسائل کاربردی زندگی واقعی (Panwalkar & Koulamas, 2019) و هم در حل مسائل ریاضی تأیید کرده و به‌ویژه بیان داشتند که بازنمایی طرح‌واره‌ای حل مسائل ریاضی را تسهیل کرده و ساختار مسائل را نمایش می‌دهد (Novick & Hurley, 2001,. Diezmann, 2005).

تعدادی از پژوهشگران (Diezmann & English, 2001,. Novick & Hurley, 2001,. Diezmann, 2005) بیان کردند که توانایی استفاده از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای (نمودارها) یک ابزار قوی در تفکر ریاضی و حل مسئله است. به‌ویژه (Diezmann, 2005) بیان می‌کند که این بازنمایی‌ها دارای سه کلید شناختی سودمند در حل مسئله هستند. در ابتدا به فراگیر کمک می‌کند ساختار مسئله (Problem structure) که یک گام مشکل در حل موفقیت‌آمیز مسئله است را بهتر و آسان‌تر درک و دریافت کند؛ به‌خصوص در فرایند حل مسئله، دانش‌آموز یک ساختار خاص از موقعیت مسئله به دست آورد (ساختار شامل آن مؤلفه‌هایی است که منجر به برقراری ارتباط بین عناصر مسئله شده و مفهوم عناصر و روابط را مشخص می‌کند). دوم طرح‌واره‌ها علم استنتاج شده از سیستم بازنمایی هستند که دارای ظرفیت تولید دانش می‌باشند. به عبارتی می‌توان گفت طرح‌واره استنتاج شده از بازنمایی مسئله با فرایندهای تعیین و تشخیص ابهامات، منجر به وضوح اطلاعات و دانشی می‌شود که به حل مسئله می‌انجامد. سوم این بازنمایی‌ها بیشتر از دلایل دیداری پشتیبانی می‌کنند که مکمل فرایند حل مسئله بوده و متفاوت از دلایل کلامی است (Diezmann, 2005).

www.SID.ir

Archive of SID

لذا هدف تولید بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای همانند دیگر رویکردها توانا ساختن دانش‌آموزان برای درک مسائل ریاضی، کمک به آنان در تسهیل فرایند حل مسئله، انتخاب بازنمایی صحیح و دوباره‌سازی این بازنمایی‌ها برای حل مسائل است. این بازنمایی‌ها بیشتر در ارتباط با موقعیت‌های استدلالی و مفهومی که دانش‌آموزان را قادر به تولید استدلال‌های ریاضی می‌کند، کارایی دارد. حل مسئله و ارائهٔ راه‌حل‌های متفاوت و غامض با استفاده از سه نوع از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای (بازنمایی شبکه‌ای، سلسله مراتبی و ماتریسی) را اولین بار نویک و هارلی ارائه دادند. این بازنمایی‌ها برجسته‌ترین ساختار مسائل را به نمایش می‌گذارند (Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009).

با تکیه بر طبقه‌بندی مسائل (Novick, 2006) تحلیلی از طرح‌واره‌های متفاوت که برخی جاها نمودارهای فضایی نامیده می‌شوند ارائه داد که به نظر می‌رسد دامنه وسیعی از مسائل را پوشش داده و به خوبی با مسائل غیرمعمولی و پیچیده تطبیق دارد. این مدل‌های فضایی فقط متناسب با یک نوع ویژه‌ای از مسائل نیستند؛ اول به دلیل این‌که همان طرح‌واره‌ها می‌توانند برای ساختار دو مسئله متفاوت استفاده شوند (برای مثال ماتریس برای مسائل استدلالی و برای مسائل ضربی ترکیبی)؛ و دوم ساختار همان مسائل می‌تواند به‌وسیلهٔ دو نوع متفاوت از طرح‌واره‌ها بازنمایی شود (برای مثال ماتریس یا طرح‌واره سلسله مراتبی برای مسائل ضربی ترکیبی) (Fagnant & Vlassis, 2013).

بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای[1] یا همان نمودارهای فضایی از اطلاعات اصلی مسئله و روابط بین آنها استنتاج می‌شوند. نمودارها درواقع همان بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای هستند که اطلاعات را در یک طرح فضایی نمایش می‌دهند (Diezmann & English, 2001). نمودارها معمولاً بسته به اصول و معیارهایشان پاسخگوی دو مؤلفه موقعیت بازنمایی و سازمان‌دهی هستند. این اصول و معیارها باید قبل از استفاده از نمودارها یاد گرفته شود (Diezmann & English, 2001).

چهار نمودار مفید و خاص با اهداف عمومی وجود دارد که می‌تواند ساختارهای متفاوت زیادی را نمایش دهند. این نمودارها شامل نمودارهای شبکه‌ای (مانند نمودارهای خطی)، سلسله مراتبی، ماتریسی و طیف وسیعی از نمودارهایی که ویژگی‌های جزء-کل را نمایش می‌دهند، هستند (Diezmann, 2002). این نمودارها به‌عنوان پیوندی برای روش‌های حل مسئله در نظر گرفته می‌شوند و استفاده از این نمودارها به‌صورت ضمنی یا ترسیمی دانش‌آموز را قادر می‌سازد که مسائل را حل کنند. انواع نمودارها و توصیف آنها به‌صورت مختصر در زیر بیان شده است.

۱. نمودار شبکه‌ای: این نمودار اطلاعات را در یک توالی زمانی یا جغرافیایی مانند یک جدول زمانی یا نقشه خط سیر قطار مشخص می‌کند. این نمودار شامل مجموعه‌ای از گره‌ها (نقاط) با یک یا چند خط برای ارتباط بین آن‌ها با یکدیگر است.

۲. نمودار ماتریسی: ماتریس برای تطبیق دادن دسته‌ای از اطلاعات بکار برده می‌شود و در مسائل ترکیبی یا قیاسی مفید است. ماتریس از دو بعد برای نشان دادن روابط بین دو مجموعه از داده‌های مسئله و درنتیجه ساخت روابط ضمنی درون اطلاعات با صراحت بیشتر استفاده می‌شود.

۳. نمودار سلسله مراتبی: سلسله‌مراتب نشان‌دهنده سطوح اطلاعاتی است که کاهش یا افزایش می‌یابد. نمودار درختی، شجره‌نامه، ژنتیک و احتمال برخی از کاربردهای نمودار سلسله مراتبی است.

۴. نمودار جزء-کل: این نمودار رابطه بین مرجع (کل) و حداقل یکی از اجزاء را نشان می‌دهد. برای مثال یک نمودار از یک نوار شکلات و قطعات آن، یک نمودار جزء- کل است. همچنین نمودار ون یک نمودار جزء- کل است (Diezmann, 2002).

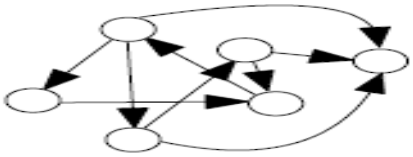
۱. در این مقاله بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای یا نمودارهای فضایی در برخی قسمت‌های مقاله به اختصار نمودار نامیده شده است.

www.SID.ir

Archive of SID

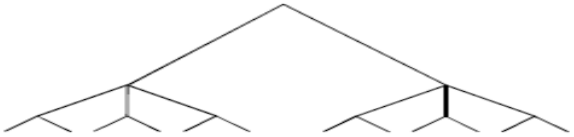
اوایل دهۀ ۲۰۱۰ بود که پژوهشگرانی همچون (Novick & Hurley, 2001) یک چارچوب ثابت از ویژگی‌های مشخص انواع نمودارها ارائه دادند. پژوهشگران این نمودارهای جهت‌دار فضایی را با ده ویژگی تعریف‌شده پیشنهاد کردند که ویژگی متفاوت هر نمودار بر اساس ساختار آن است. این ویژگی‌ها تناسب هر یک از نمودارها را با راه‌حل گروه خاصی از مسائل مشخص می‌کنند. (Novick & Hurley, 2001) یافتند که شش ویژگی از ده ویژگی مجزا و خاص هستند. خواص این نمودارها بر اساس شش مؤلفه ساختار عمومی، تعداد مجموعه‌ها، محدودیت ارتباطی، نوع ارتباط، راه‌های ارتباطی (یکی تا چند تا و بالعکس، هر دو) و تقاطع مسیرهای ممکن در ادامه ذکر شده است.

الف: نمودار شبکه‌ای: هیچ ساختار رسمی تعریف‌شده‌ای ندارد، مختص یک مجموعه از اطلاعات است، دارای محدودیت ارتباطی نیست، در نوع ارتباط و راه‌های ارتباطی بین مؤلفه‌ها انعطاف‌پذیر است و ممکن است مسیرهای چندگانه از یک گره به دیگری وجود داشته باشد. (شکل ۱).



شکل ۱- نمودار شبکه‌ای

ب: نمودار سلسله مراتبی: دارای سازمان‌دهی سطوح است و با شروع از یک گره پایه، منشعب به سطوح بعدی می‌شود، محدودیتی در مجموعه اطلاعات ندارد، امکان ارتباط گره‌ها در یک سطح وجود ندارد، یک گره تک، حداقل به دو گره دیگر افزایش یافته و ارتباط آنها جهت‌دار است، دارای یکی از دو نوع ارتباط (یکی به چندتا و چندتا به یکی)، اما هر دو در یک‌زمان امکان‌پذیر نیست؛ و برای هر جفت از گره‌های A و B تنها یک راه از یکی به دیگری وجود دارد (شکل ۲).

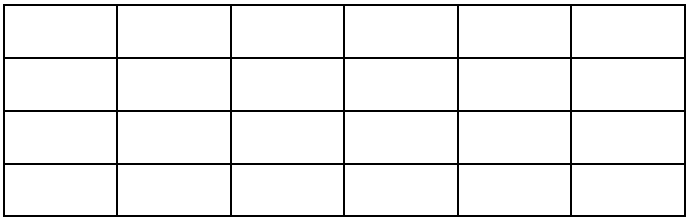


شکل ۲- نمودار سلسله مراتبی

ج: نمودار ماتریسی: دارای ساختار عاملی (تمام مقادیر یک متغیر که با مقادیر متغیر دیگر اشتراک دارند) است، فقط برای دو مجموعه از اطلاعات بکار برده می‌شود، مقادیر در همان ابعاد ممکن نیست به هم مرتبط باشند، یک سلول نشان‌دهنده تقاطع ترکیبی از مقدار i از یک متغیر و مقدار j از متغیر دیگر است، پیوند مرتبط با مقدار هر سطر یا ستون روابط یکی به چندتا و چندتا به یکی را در روابط کلی نمایش می‌دهد؛ اما باوجوداین روابط باید استنتاج‌هایی قابل دستیابی از بازنمایی‌ها باشد و نهایتاً مسیری در این بازنمایی‌ها وجود ندارد (Novick & Hurley, 2001).

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۳- نمودار ماتریسی

به‌صورت کلی در حل مسئله یک نمودار می‌تواند برای نمایش ساختار یک مسئله به کار گرفته شده و ابزار مفیدی در حل مسئله باشد. تناسب یک نمودار برای حل مسائل بسته به این است که چگونه ساختار مسئله را نشان دهد. درمجموع، نمودارها برای اکثر دانش‌آموزان مفید هستند (Booth, & Thomas, 2000).

از این حیث بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای صرفاً به‌عنوان یک کمک بیرونی برای حل مسائل در نظر گرفته نمی‌شود، بلکه به‌عنوان یک فرایند درونی ایجاد شده توسط دانش‌آموزان و قسمتی از خود فرایند حل مسئله است (Fagnant & Vlassis, 2013). مطالعات متعددی کارایی این بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای را در حل مسائل نشان داده است (Levain, Le Borgne & Simard, 2006., Diezmann, 2002., Van Garderen, 2007., Jitendra, DiPipi & Perron-Jones, 2002., Montague, Warger & Morgan, 2000., Uesaka, Manalo & Ichikawa, 2007).

لذا استفاده از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای به‌عنوان یکی از مؤثرترین راهبردهای حل مسئله برای بهبود کارایی حل مسئله ریاضی معرفی شده است (Uesaka, Manalo & Ichikawa, 2007). همچنان که انتخاب یک بازنمایی مناسب یک گام مهم و اساسی در استدلال پیرامون اطلاعات است (Salimi, Sadi .,Novick, 2001 .Pour, Delavar & Maleki, 2014) آموزش مؤثر استفاده از نمودارها نیازمند ارجاع دانش‌آموزان به خواص نمودارهاست. این آموزش باید از سال‌های ابتدایی تحصیل آغاز شود؛ چراکه توانایی تفسیر بازنمایی‌هایی مانند نمودارها، یک توانایی اساسی و بنیادی است و به‌صورت کلی دانش‌آموزان ابتدایی به آموزش‌های روشنی در مورد نمودارها قبل از این‌که فواید شناختی نمودارها را در حل مسائل کسب کنند، نیاز دارند؛ از طرفی راه‌های یادگیری این طرح‌واره‌های نموداری و استفاده از آنها توسط دانش‌آموزان همواره بحث‌های متفاوتی را در پی داشته است (Fagnant & Vlassis, 2013).

لذا هدف این پژوهش با توجه به اهمیتی که حل مسئله در برنامه درسی ریاضی داشته و نقشی که انواع بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در تسهیل و درک فرایند حل مسائل غیرمعمولی ایفا می‌کند، تبیین استفاده از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در کتاب ریاضی ششم ابتدایی و تحلیل تأثیر آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در تسهیل حل مسائل غیرمعمولی و همچنین مهم‌تر از این موارد فراهم آوردن داده‌هایی برای روشن کردن برخی از نقاط تیره و رهاشدهٔ پژوهش‌های قبلی در عدم توجه به توانایی استفاده مجدد از این بازنمایی‌ها بعد از گذشت یک دوره زمانی است؛ به عبارت دیگر سؤالات اصلی پژوهش این است که:

میزان توجه به انواع بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در کتاب ریاضی ششم ابتدایی چقدر است؟

آیا آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در تسهیل حل مسائل غیرمعمولی مؤثر است؟

آیا تأثیر حاصل شده در این فرایند در استفاده مجدد در گذر زمان پایدار می‌ماند؟ یا به عبارتی آیا دانش‌آموزان می‌توانند این بازنمایی‌ها را مورد استفاده مجدد قرار دهند؟

www.SID.ir

Archive of SID

روش پژوهش

این پژوهش، از لحاظ ماهیت و هدف از نوع کاربردی و از لحاظ طرح تحقیق در قالب دو مطالعه کمی است. یکی شامل تحلیل محتوا و دیگری شامل پژوهش نیمه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری با گروه کنترل است که طی آن تأثیر انواع متغیرهای مستقل (آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای) بر روی متغیر وابسته پژوهش (توانایی حل مسائل غیرمعمولی ریاضی) در دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی بررسی شده است.

جامعه، مشارکت‌کنندگان و روش انتخاب آنها:

در بخش تحلیل محتوا، جامعه و نمونه آماری کتاب ریاضی کلاس ششم چاپ ۹۷-۱۳۹۶ بود که با توجه به ماهیت و منطق پژوهش کل کتاب از نظر میزان فراوانی بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای مورد بررسی قرار گرفت. ابزار گردآوری داده‌ها چک‌لیست و روش شمارش نیز فراوانی بود. در این تحلیل محتوا کتاب درسی به چهار بخش (پاسخگو: بازنمایی شبکه‌ای، بازنمایی ماتریسی، بازنمایی سلسله مراتبی و بازنمایی جز-کل) و دو مقوله (مؤلفه: تمرین‌ها و کار در کلاس‌ها) تقسیم گردید. جامعهٔ آماری این پژوهش در بخش نیمه‌آزمایشی را همهٔ دانش‌آموزان پسر پایه ششم ابتدایی شهرستان بویراحمد به تعداد ۲۳۴۳ نفر در سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶ تشکیل دادند. مشارکت‌کنندگان مورد نظر از دانش‌آموزان داوطلب مورد استفاده قرار گرفت. در پژوهش‌هایی که نیاز به تلاش زیاد آزمودنی‌ها دارد مشارکت‌کنندگان داوطلب بهترین گزینه انتخابی برای حضور در پژوهش می‌باشند (Gall, Borg & Gall, 2004). با توجه به این که در تحقیقات نیمه‌آزمایشی باید حجم هر گروه حداقل ۱۵ نفر باشد (Gall, Borg & Gall, 2004)، مشارکت‌کنندگان پژوهش به حجم ۴۰ نفر (دو گروه ۲۰ نفره برای آزمایش و کنترل) انتخاب شدند. برای انتخاب مشارکت‌کنندگان، دانش آموزان پسر یکی از مدارس ابتدایی شهر یاسوج به‌عنوان مشارکت‌کنندگان در دسترس انتخاب و پس از این که ۴۰ نفر به‌صورت داوطلب در این پژوهش شرکت کردند، با انتساب تصادفی به دو گروه آزمایش و کنترل تقسیم شدند. شایان ذکر است در طول فرایند مداخله، ریزشی در تعداد شرکت‌کنندگان رخ نداد و درنهایت مداخله با بیست نفر در هر یک از گروه‌های آزمایش و کنترل به پایان رسید.

دانش‌آموزان مشارکت‌کننده با این نوع بازنمایی‌ها برای حل این نوع مسائل آشنا نبودند. در مرحلهٔ مداخله با پشتوانه نظریه (Novick & Hurley, 2001؛ Diezmann, 2005) در مورد بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای به آموزش بازنمایی‌محور پرداخته شد و با کمک پیش‌آزمون و پس‌آزمون‌های طراحی شده، تأثیر آموزش بازنمایی‌محور بر توانایی حل مسائل غیرمعمولی دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گرفته است.

ابزار اندازه‌گیری

آزمون محقق‌ساخته توانایی حل مسائل غیرمعمولی: این آزمون با ۱۲ سؤال تشریحی (هر بازنمایی طرح‌واره‌ای در قالب سه سؤال) در سه مرحله پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری در ابتدای دوره آموزشی (پیش‌آزمون) و پس از اتمام دوره (پس‌آزمون) و مجدداً بعد از دو ماه (پیگیری) به اجرا در آمد. هدف از اجرای این آزمون بررسی توانایی حل مسئله (حل مسائل غیرمعمولی) دانش-آموزان با استفاده از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بود. حداکثر نمره این آزمون در توانایی حل مسائل غیرمعمولی هر کدام از بازنمایی‌ها ۲۰ و زمان پاسخ-گویی به ۱۲ سوال آزمون ۶۰ دقیقه است. به دلیل عدم وجود یک آزمون استاندارد شده در این خصوص، از بین سؤالات پژوهش‌های معادل خارجی (Booth, & Thomas, 2000., Diezmann & English, 2001) و آزمون محقق‌ساخته داخلی (سوالات متناسب با هر کدام از انواع بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای به تعداد مساوی متناسب با کتاب ریاضی پایه ششم و سطح شناختی

www.SID.ir

Archive of SID

دانش‌آموزان این پایه و همچنین متناسب با آموزش موضوعات تدریس شده توسط محقق طراحی و تدوین شد) ۳۲ سؤال استخراج و ارائه گردید. به این ترتیب از سؤالاتی که از قدرت تمیز بالا و سطح دشواری متوسط برخوردار بودند ۱۲ سؤال انتخاب شد. ضریب دشواری و تمیز این سؤالات در جدول ۱ گزارش شده است.

روایی آزمون محقق ساخته: برای تعیین روایی این آزمون، از قضاوت متخصصان استفاده شده است. برای این منظور شش نفر متخصص با تجربه (دو متخصص موضوعی (آموزشگر ریاضی)، دو متخصص برنامه‌ریزی درسی آشنا با ریاضی و دو معلم خبره ابتدایی) بر مبنای دانش و تجربه تخصصی خود روایی صوری (منطقی بودن، متناسب بودن، جذاب بودن، گویا و مختصر بودن) و محتوایی آزمون را پس از اصلاحات تأیید کردند. لازم به ذکر است برای تعیین روایی محتوایی ابزار از داوری تخصصی استفاده شد؛ به گونه‌ای که نظرات شش صاحبنظر مذکور محور قرار گرفت. شاخص روایی محتوایی به‌صورت کمی با استفاده از روش والتز و باسل (Waltz & Bausell, 2010) مورد ارزیابی قرار گرفت که میزان میانگین آن برای کل ابزار CVI=۰/۹۵ (حداقل مقدار قابل قبول برای این شاخص برابر ۰/۷۹ است و اگر شاخص گویه‌ای کمتر از این مقدار باشد، آن گویه باید حذف شود) شد.

پایایی آزمون محقق ساخته: برای تعیین پایایی آزمون محقق‌ساخته از شاخص پایایی مصححان استفاده شد. همبستگی بین نمرات مصححان مختلف پایایی مصححان به حساب می‌آید. میزان ضریب همبستگی بین نمرات داده شده توسط دو مصحح (متخصص موضوعی) بر اساس کلید نمره‌گذاری برای بازنمایی شبکه‌ای ۰/۸۷، بازنمایی سلسله‌مراتبی ۰/۹۰، بازنمایی ماتریسی ۰/۸۴ و بازنمایی جزء-کل ۰/۸۲ بوده است.

در بخش تحلیل محتوا برای محاسبه قابلیت اعتماد از روش کدگذاری مجدد توسط سه کدگذار استفاده شده است و ضریب پایایی با استفاده از فرمول ویلیام اسکات ۹۶درصد بدست آمده است.

جدول ۱. ضریب دشواری و تمیز سؤالات آزمون محقق ساخته حل مسائل غیرمعمولی

سؤالات	ضریب دشواری	ضریب تمیز
۱	۰/۴۳	۰/۷۳
۲	۰/۴۱	۰/۷۵
۳	۰/۴۰	۰/۷۱
۴	۰/۳۹	۰/۶۸
۵	۰/۳۷	۰/۶۵
۶	۰/۳۹	۰/۶۹
۷	۰/۳۹	۰/۸۲
۸	۰/۳۶	۰/۸۵
۹	۰/۳۷	۰/۸۷
۱۰	۰/۴۵	۰/۶۵
۱۱	۰/۴۷	۰/۷۱
۱۲	۰/۴۶	۰/۶۹

www.SID.ir

Archive of SID

روند اجرای آموزش

مداخله بازنمایی‌محور مبتنی بر چهار بازنمایی شبکه‌ای، ماتریسی، سلسله مراتبی و جزء-کل در برگیرنده ۱۲ جلسه به مدت ۶۰ دقیقه بود که هفته‌ای یک بار برگزار می‌شد. در این دوازده جلسه ۶۰ دقیقه‌ای در هر جلسه تکالیف خانگی مرتبط با بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای به دانش‌آموزان ارائه گردید. در جلسه اول قبل از آغاز جلسه پیش‌آزمون ارائه شد و پس از پایان جلسه دوازدهم از آنها پس‌آزمون گرفته شد. در پایان هر جلسه بازخورد افراد در مورد جلسه دریافت می‌شد. در آغاز هر جلسه خلاصه‌ای از جلسات قبل و تکالیف هفته پیش مرور می‌شد. به‌منظور پیگیری اثرات مداخله آزمایشی پیگیری دو ماه بعد صورت گرفت. روند جلسات آموزشی به‌صورت زیر صورت گرفته است. روند مختصری از جلسات آموزشی در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. ساختار و محتوای جلسات آموزش بازنمایی‌محور

عنوان	هدف	محتوا
جلسهٔ اول	برقراری ارتباط و ایجاد آمادگی	اجرای پیش‌آزمون-آشنایی با کاربرد انواع تصاویر، نقشه‌ها و نمودارها در حل مسائل- ارائه تکلیف
جلسهٔ دوم	تعریف بازنمایی و معرفی نمودار	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، تاریخچه استفاده از انواع نمودارها، آشنایی با انواع نمودارها
جلسهٔ سوم	تحلیل نمودارها	ارائه تعریف نمودار و اهمیت آن - کاربرد آن- تفاوت و شباهت‌های آن با نقشه، نقاشی، عکس- طراحی یک نمودار از کلاس درس با تعداد اجزاء و موقعیت موجود آنها- بیان کاربرد نمودار در زندگی
جلسهٔ چهارم	تشخصی موقعیت نمودارها	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، آموزش استفاده از نمودار در موقعیت‌های مناسب و تشخیص موقعیتی که می‌توان از نمودار استفاده کرد.
جلسهٔ پنجم	آشنایی با نمودار شبکه‌ای	آشنایی با نمودار شبکه‌ای و کاربرد آن در مسائل، آموزش استفاده از این نمودار در موقعیت‌های مناسب، حل مسئله
جلسهٔ ششم	آشنایی با نمودار ماتریسی	آشنایی با نمودار ماتریسی و کاربرد آن در مسائل، آموزش استفاده از این نمودار در موقعیت‌های مناسب، حل مسئله
جلسهٔ هفتم	آشنایی با نمودار سلسله مراتبی	آشنایی با نمودار سلسله مراتبی و کاربرد آن در مسائل، آموزش استفاده از این نمودار در موقعیت‌های مناسب، حل مسئله
جلسهٔ هشتم	آشنایی با نمودار جزء-کل	آشنایی با نمودار جزء-کل و کاربرد آن در مسائل، آموزش استفاده از این نمودار در موقعیت‌های مناسب، حل مسئله
جلسهٔ نهم	تحلیل چهار نمودار	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، تحلیل جامعی از انواع نمودارها، تشخیص مناسب‌ترین نمودار در موقعیت‌های متفاوت
جلسهٔ دهم	قیاس نمودارها با راهبردها	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، مقایسه راهبردهای متفاوت حل مسئله با نمودارها
جلسهٔ یازدهم	قیاس نمودارها با راهبردها	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، مقایسه راهبردهای متفاوت حل مسئله با نمودارها
جلسهٔ دوازدهم	سنجش کیفیت و ارائه بازخورد	مرور کلی بر تمام جلسات، بررسی مقید بودن تکالیف خانگی و جمع‌بندی نظرات افراد و اجرای پس‌آزمون

تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

به‌منظور پاسخگویی به سؤال پژوهش در قسمت تحلیل محتوا از روش تحلیل محتوا با تکنیک آنتروپی شانون و در قسمت پژوهش نیمه‌آزمایشی از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شده است.

www.SID.ir

Archive of SID

یافته‌ها

پرسش اول: میزان توجه به انواع بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در کتاب ریاضی ششم ابتدایی چقدر است؟ یافته‌های حاصل از تحلیل محتوای مسائل غیرمعمولی کتاب ریاضی ششم

مرحلهٔ اول: جدول فراوانی مؤلفه‌های پژوهش در کتاب ریاضی ششم

تعداد کل مسائل کتاب درسی در بخش تمرین و کار در کلاس ۳۷۵ مسئله است که از این تعداد ۲۰ مورد (قریب به ۵ درصد از کل مسائل کتاب) از آنها مربوط به مسائل بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای است.

جدول ۳. فراوانی مؤلفه‌های پژوهش در کتاب ریاضی ششم

مولفه / پاسخگو	بازنمایی جزء-کل	بازنمایی ماتریسی	بازنمایی سلسله-مراتبی	بازنمایی شبکه‌ای	جمع کل
تمرین	۷	۰	۱	۳	۱۱
کاردرکلاس	۶	۰	۱	۲	۹
جمع کل	۱۳	۰	۲	۵	۲۰

مرحلهٔ دوم: جدول داده‌های بهنجار شده مؤلفه‌ها: ماتریس فراوانی‌های جدول ۳ را به هنجار کردیم.

جدول ۴. داده‌های بهنجار شده مؤلفه‌های پژوهش

مولفه / پاسخگو	بازنمایی جزء-کل	بازنمایی ماتریسی	بازنمایی سلسله‌مراتبی	بازنمایی شبکه‌ای
تمرین	۰/۵۴	۰	۰/۵۰	۰/۶۰
کاردرکلاس	۰/۴۶	۰	۰/۵۰	۰/۴۰

مرحلهٔ سوم: جدول میزان عدم اطمینان (E_J) و ضریب اهمیت (W_J) حاصل از هر یک از مقوله‌ها: بار اطلاعاتی مقوله j محاسبه گردید. سپس با استفاده از بار اطلاعاتی مقوله‌ها ضریب اهمیت هر یک از مقوله‌ها محاسبه گردیده است. هر مقوله‌ای که دارای بار اطلاعاتی بیشتری باشد دارای ضریب اهمیت بیشتری خواهد بود. از طرفی می‌توان با توجه به W مقوله‌های حاصل از پیام را نیز رتبه‌بندی نمود.

جدول ۵. میزان عدم اطمینان (E_J) و ضریب اهمیت (W_J) حاصل از هر یک از مقوله‌ها

مقوله	بازنمایی جزء-کل	بازنمایی ماتریسی	بازنمایی سلسله‌مراتبی	بازنمایی شبکه‌ای
E_j	۰/۴۷۳	۰	۰/۴۷۸	۰/۴۶۴
W_j	۰/۳۳۴	۰	۰/۳۳۷	۰/۳۲۷

با توجه به یافته‌های حاصل از جدول ۵، می‌توان چنین استنباط کرد که بیشترین توجه برای توزیع و حضور مسائل غیرمعمولی به ترتیب به مسائل بازنمایی سلسله‌مراتبی، سپس بازنمایی جزء-کل و درنهایت به مسائل بازنمایی شبکه‌ای شده است و مسائل بازنمایی ماتریسی جایگاهی در کتاب درسی ندارند.

www.SID.ir

Archive of SID

پرسش دوم و سوم: آیا آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در تسهیل حل مسائل غیرمعمولی مؤثر است؟ آیا تأثیر حاصل‌شده در این فرایند در استفاده مجدد در گذر زمان پایدار می‌ماند؟ یا به عبارتی آیا دانش‌آموزان می‌توانند این بازنمایی‌ها را مورد استفاده مجدد قرار دهند؟

در ادامه پژوهش با توجه به این‌که یک متغیر وابسته و سه مرحله (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) وجود داشت از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شده است. نتایج تحلیل شاخص‌های توصیفی بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در حل مسائل غیرمعمولی در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶. شاخص‌های توصیفی بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در حل مسائل غیرمعمولی

گروه	تعداد (نفر)	انواع متغیر	پیش‌آزمون		پس‌آزمون		پیگیری	
			میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد
آزمایش	۲۰	بازنمایی شبکه‌ای	۵/۶	۱/۳۹	۱۹	۱/۲۱	۱۷/۸۵	۱/۳۴
کنترل	۲۰		۳/۷	۱/۷۸	۴/۵	۱/۵۳	۴/۸	۱/۳۶
آزمایش	۲۰	بازنمایی ماتریسی	۵/۱	۲/۴۰	۱۷/۷۵	۲/۰۷	۱۷/۷۵	۱/۷۷
کنترل	۲۰		۴/۵	۲/۴۳	۵/۲۰	۲/۱۱	۵/۶	۱/۷۵
آزمایش	۲۰	بازنمایی سلسله مراتبی	۶/۱۰	۱/۸۶	۱۸/۵۰	۱/۶۳	۱۷/۵۰	۱/۶۰
کنترل	۲۰		۴/۳	۱/۲۶	۵/۱	۱/۲۵	۵/۷۵	۱/۱۶
آزمایش	۲۰	بازنمایی جز-کل	۶/۱۵	۱/۹۵	۱۸/۷	۱/۴۹	۱۷/۹	۱/۴۴
کنترل	۲۰		۷	۰/۹۷	۸/۵	۰/۶۰	۹/۲	۰/۹۵

همان‌طور که مشاهده می‌شود جدول ۶ داده‌های توصیفی را نشان داده است که شامل میانگین و انحراف استاندارد دو گروه آزمایش و کنترل در سه مرحله (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) است. با توجه به جدول ۶ میانگین بازنمایی شبکه‌ای در گروه آزمایشی در پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری به ترتیب ۵/۶، ۱۹ و ۱۷/۸۵، بازنمایی ماتریسی ۵/۱، ۱۷/۷۵ و ۱۷/۷۵، بازنمایی سلسله‌مراتبی ۶/۱۰، ۱۸/۵۰ و ۱۷/۵۰ و بازنمایی جزء-کل ۶/۱۵، ۱۸/۷۰ و ۱۷/۹۰ است که نشان‌دهندهٔ این است که روند میانگین نمره‌ها در سه مرحله تفاوت محسوسی داشته است. همچنین در گروه کنترل میانگین بازنمایی شبکه‌ای در پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری به ترتیب ۳/۷۰، ۴/۵۰ و ۴/۸۰، بازنمایی ماتریسی ۴/۵۰، ۵/۲۰ و ۵/۶، بازنمایی سلسله‌مراتبی ۴/۳۰، ۵/۱۰ و ۵/۷۵ و بازنمایی جزء-کل ۷/۰۰، ۸/۵۰ و ۹/۲۰ است. مقادیر بیان‌شده نشان می‌دهد که نمره‌های همه بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای گروه آزمایش از پیش‌آزمون به پس‌آزمون و از پیش‌آزمون به پیگیری افزایش یافته است؛ ولی در گروه کنترل تغییر محسوسی مشاهده نمی‌شود.

نتایج بررسی پیش‌فرض‌های آزمون تحلیل واریانس با سنجش مکرر در پیش‌آزمون

برای استفاده از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر باید دو پیش‌فرض نرمال بودن داده‌ها و یکنواختی کوواریانس‌ها تأیید شود. برای تأیید نرمال بودن داده‌ها از آزمون شاپیرو-ویلکس و برای یکنواختی کوواریانس‌ها از آزمون ام‌باکس و کرویت‌ماچلی استفاده شده است.

نتایج آزمون شاپیرو-ویلکس برای متغیر بازنمایی شبکه‌ای ۰/۷۵۲ (p= ۰/۶۱۴)، بازنمایی ماتریسی ۰/۸۷۲ (p= ۰/۸۳۴)، بازنمایی سلسله مراتبی ۰/۴۴۰ (p=۰/۸۹۰) و بازنمایی جز-کل ۰/۶۱۵ (p= ۰/۸۴۹) نشان می‌دهد که

www.SID.ir

Archive of SID

فرض مبتنی بر نرمال بودن توزیع نمره‌های پیش‌آزمون در تمام متغیرها باقی است؛ یعنی توزیع نمره‌ها نرمال و همسان با جامعه است (همه سطوح معناداری در آزمون شاپیرو-ویلکس بزرگ‌تر از ۰/۰۵ است).

همچنین نتایج آزمون باکس مربوط به همسانی ماتریس‌های کوواریانس **در** بازنمایی شبکه‌ای با آماره ۳/۲۷ (p= ۰/۵۱۴)، بازنمایی ماتریسی با آماره ۱/۱۷ (p= ۰/۳۱۷)، بازنمایی سلسله مراتبی با آماره ۲/۶۹ (p= ۰/۴۱۶) و بازنمایی جزء-کل با آماره ۴/۱۶ (p= ۰/۷۱۱) بزرگ‌تر از سطح معناداری پیش‌فرض به میزان ۰/۰۵ است، لذا نتیجه می‌شود که تساوی کوواریانس‌ها رعایت شده است و کاربرد تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر مجاز است.

نتایج آزمون لامبدای ویلکز و همچنین مقدار مجذور اتای تفکیکی به‌منظور تعیین میزان تفاوت متغیرها در مرحله قبل و بعد از آموزش بازنمایی‌محور در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷. نتایج آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر برای بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای

متغیر	مقدار لامبدای ویلکز	آماره F	درجهٔ آزادی	سطح معناداری	مجذور اتای تفکیکی
بازنمایی شبکه‌ای	۰/۱۳۲	۵۶۷/۸۳۱	۲	۰/۰۰۰	۰/۹۶۸
بازنمایی ماتریسی	۰/۲۱۲	۱۴۷/۱۲۶	۲	۰/۰۰۰	۰/۸۸۸
بازنمایی سلسله مراتبی	۰/۱۷۲	۲۳۹/۳۵۷	۲	۰/۰۰۰	۰/۹۲۸
بازنمایی جزء-کل	۰/۱۴۷	۳۵۷/۷۵۳	۲	۰/۰۰۰	۰/۹۵۳

جدول ۸. نتایج آزمون ماچلی در اندازه‌گیری‌های مکرر در مراحل پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری

اثرات درون آزمودنی	ضریب W ماچلی	ضریب خی-دو	درجهٔ آزادی	سطح معناداری	اپسیلون		
					ضریب گرین-هاووس-گیسر	ضریب هوین فینک	حد پایین
شبکه‌ای	۰/۶۶۹	۱۴/۸۳	۲	۰/۰۰۱	۰/۷۵۱	۰/۷۹۶	۰/۵۰۰
ماتریسی	۰/۴۶۴	۲۸/۴۳	۲	۰/۰۰۱	۰/۶۵۱	۰/۶۸۲	۰/۵۰۰
سلسله مراتبی	۰/۵۹۴	۱۹/۳۰	۲	۰/۰۰۱	۰/۷۱۱	۰/۷۵۰	۰/۵۰۰
جز-کل	۰/۷۹۷	۸/۴۱	۲	۰/۰۰۱	۰/۸۳۱	۰/۸۸۷	۰/۵۰۰

با توجه به جدول ۷ مقدار لامبدای ویلکز برای بازنمایی شبکه‌ای برابر ۰/۱۳۲، ماتریسی ۰/۲۱۲، سلسله مراتبی ۰/۱۷۲ و جزء-کل ۰/۱۴۷ است که در سطح ۰/۰۰۱ معنادار می‌باشند. بدین معنی که تفاوت بین توانایی حل مسئله همه بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای گروه آزمایش که تحت آموزش بازنمایی‌محور قرار گرفتند و گروه کنترل که چنین آموزشی ندیدند، معنادار است. همچنین مجذور اتای تفکیکی برای بازنمایی شبکه‌ای ۰/۹۶۸، ماتریسی ۰/۸۸۸، سلسله‌مراتبی ۰/۹۲۸ و جزء-کل ۰/۹۵۳ است که این مقادیر اثرات بسیار بالایی محسوب می‌شوند؛ به این معنا که ۹۶درصد از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون متغیر بازنمایی شبکه‌ای، ۸۸درصد از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون بازنمایی ماتریسی، ۹۲درصد از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون بازنمایی سلسله‌مراتبی و ۹۵درصد از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون بازنمایی جزء-کل با تأثیر آموزش بازنمایی‌محور تبیین می‌شود.

در ادامه برای بررسی فرض یکنواختی کوواریانس از آزمون کرویت‌ماچلی نیز استفاده شده است که نتایج آن در جدول زیر آمده است. اگر p در آزمون کرویت‌ماچلی

www.SID.ir

Archive of SID

کمتر از ۰/۰۵ باشد نشان‌دهندهٔ تخطی از مفروضه کرویت ماچلی است و به‌طور معمول از آزمون‌های محافظه‌کارانه‌ای چون گرین‌هاووس-گیسر برای تحلیل واریانس اندازه‌گیری مکرر استفاده می‌شود؛ اما اگر آزمون کرویت ماچلی معنادار نشد یا به عبارتی، هنگامی‌که فرض همگنی کوواریانس‌ها برقرار است از فرضیه کرویت برای تفسیر نتایج استفاده می‌شود.

نتایج مندرج در جدول ۸ گویای آن است که آماره ماچلی در سطح α=۰/۰۰۱ معنادار است. با توجه به معنادار بودن آزمون ماچلی از آزمون محافظه‌کارانهٔ گرین‌هاووس-گیسر استفاده می‌شود.

جدول ۹. نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر با آزمون گرین‌هاووس-گیسر

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجهٔ آزادی	میانگین مجذورات	F	سطح معناداری
بازنمایی شبکه‌ای	۹۵۰/۶۱۷	۱/۵۰۲	۶۳۲/۷۲۰	۷۸۳/۵۸	۰/۰۰۰
بازنمایی ماتریسی	۹۲۱/۲۱	۱/۳۰۲	۷۰۷/۶۲۱	۲۵۶/۲۰	۰/۰۰۰
بازنمایی سلسله مراتبی	۷۸۷/۶۱	۱/۴۲۲	۵۳۳/۸۷	۳۷۹/۹۷	۰/۰۰۰
بازنمایی جز-کل	۷۱۸/۵۱	۱/۶۶۲	۴۳۲/۳۰	۵۵۹/۸۸	۰/۰۰۰

نتایج جدول ۹ نشان می‌دهد که اثر اصلی بازنمایی شبکه‌ای F=۷۸۳/۵۸ و p<۰/۰۵، بازنمایی ماتریسی F=۲۵۶/۲۰ و p<۰/۰۵ و بازنمایی سلسله‌مراتبی F=۳۷۹/۹۷ و p<۰/۰۵ و بازنمایی جزء-کل F=۵۵۹/۸۸ و p<۰/۰۵، معنادار است. در فرضیهٔ کرویت مقدار P-value به‌دست‌آمده برابر ۰/۰۰۰ است. لذا فرض تأثیرگذاری آموزش همهٔ بازنمایی‌های طرحواره‌ای پذیرفته می‌شود. به این معنا که بین گروه آزمایش و کنترل در توانایی حل مسائل غیرمعمولی در هرکدام از بازنمایی‌های طرحواره‌ای به تفکیک (شبکه‌ای، ماتریسی، سلسله مراتبی و جز-کل) تفاوت معناداری وجود دارد. لذا دانش‌آموزان گروه آزمایش توانایی بیشتری در پاسخگویی به مسائل غیرمعمولی بازنمایی‌های طرحواره‌ای در قیاس با گروه کنترل داشتند.

جدول ۱۰. تغییرات بازنمایی‌های طرحواره‌ای هر آزمون به‌صورت جداگانه در مراحل پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری گروه آزمایش

آزمون‌ها	مراحل			خطای استاندارد	سطح معناداری	فاصله اطمینان	
	مرحله A	مرحله B	A-B=D تفاضل			حد پایین	حد بالا
بازنمایی شبکه‌ای	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	-۱۳/۴۰*	۰/۳۳۶	۰/۰۰۰	-۱۴/۱۰	-۱۲/۶۹
	پیش‌آزمون	پیگیری	-۱۲/۵۰*	۰/۳۷۶	۰/۰۰۰	-۱۳/۰۳	-۱۱/۴۶
	پس‌آزمون	پیگیری	۱/۱۵*	۰/۱۸۲	۰/۰۰۰	۰/۷۷۰	۱/۵۳
بازنمایی ماتریسی	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	-۱۲/۶۵*	۰/۳۶۵	۰/۰۰۰	-۱۳/۴۱	-۱۱/۸۸
	پیش‌آزمون	پیگیری	-۱۲/۶۵*	۰/۴۱۲	۰/۰۰۰	-۱۳/۵	-۱۱/۷۸
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۰۰*	۰/۲۵۱	۱/۰۰	-۰/۵۲۶	۰/۵۲۶
بازنمایی سلسله مراتبی	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	-۱۲/۴۰*	۰/۴۸۹	۰/۰۰۰	-۱۳/۴۲	-۱۱/۳۷
	پیش‌آزمون	پیگیری	-۱۱/۴۰*	۰/۴۵۵	۰/۰۰۰	-۱۲/۳۵	-۱۰/۴۴
	پس‌آزمون	پیگیری	۱/۰۰*	۰/۲۰۵	۰/۰۰۰	۰/۵۷۱	۱/۴۲
بازنمایی جز-کل	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	-۱۲/۵۵*	۰/۳۷۳	۰/۰۰۰	-۱۳/۳۳	-۱۱/۷۶
	پیش‌آزمون	پیگیری	-۱۱/۷۵*	۰/۳۰۷	۰/۰۰۰	-۱۱/۷۶	-۱۳/۳۳
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۸۰*	۰/۲۲۵	۰/۰۰۲	۰/۳۳	۱/۲۷

*=p≤۰/۰۵

www.SID.ir

Archive of SID

نتایج جدول ۱۰ نشان می‌دهد در مراحل پیش‌آزمون و پس‌آزمون و همچنین پیش‌آزمون و پیگیری گروه آزمایش در چهار سطح بازنمایی تفاوت معنادار وجود دارد؛ به این معنا که میانگین نمرات پس‌آزمون و پیگیری هر چهار بازنمایی به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای از مرحلهٔ پیش‌آزمون بازنمایی‌ها بیشتر است؛ بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ارائه آموزش بر بهبود نمرات حل مسائل غیرمعمولی دانش‌آموزان مؤثر بوده است.

بحث و نتیجه‌گیری

باوجود اینکه آموزشگران ریاضی تلاش بسیاری در جهت تعلیم حل مسائل غیرمعمولی و مسائل واقعی زندگی به دانش‌آموزان دارند، اما دانش‌آموزان اغلب با مسائل ریاضی به‌ویژه مسائل غیرمعمولی در چالش و کشمکش هستند (Kuzle, 2017). هدف از این مطالعه بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بر توانایی حل مسئله (حل مسائل غیرمعمولی) دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی است. پس از مطالعه پیشینه پژوهشی روش آموزشی مبتنی بر بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای طراحی و برای ۱۲ هفتهٔ تحصیلی به اجرا در آمد. در این راستا کتاب درسی ریاضی هم توسط سه ارزیاب بررسی و تحلیل شد. نتیجه تحلیل محتوای کتاب درسی نشان می‌دهد که فقط پنج درصد از مسائل و تمرینات کتاب درسی به مسائل طرح‌واره‌ای اختصاص یافته است و به عبارتی کتاب فعلی فقدان تأکید بر بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای در حل مسائل غیرمعمولی را منعکس می‌کند. درعین‌حال بیشترین توجه برای توزیع و حضور مسائل بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای به ترتیب به مسائل بازنمایی سلسله‌مراتبی، بازنمایی جزء-کل و درنهایت به مسائل بازنمایی شبکه‌ای شده است و مسائل بازنمایی ماتریسی جایگاهی در کتاب درسی ندارند. این نتایج با یافته‌های پژوهش (Alkhateeb, 2018) مبنی بر تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه هشتم کشور اردن که نتایج آن حاکی از میزان برخورداری ناچیز کتاب ریاضی پایه هشتم از مسائل بازنمایی طرح‌واره‌ای است؛ هم‌راستا است.

نتایج توصیفی متغیرهای پژوهش نشان می‌دهد که میانگین نمرات دانش‌آموزان در مراحل پس‌آزمون و پیگیری در گروه آزمایش در همه بازنمایی‌های شبکه‌ای، ماتریسی، سلسله‌مراتبی و جزء-کل از گروه کنترل بیشتر بود؛ ولی تفاوت محسوسی در نمرات پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری در گروه کنترل قابل مشاهده نیست. لذا آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای (هر چهار مورد) سبب ارتقاء توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل غیرمعمولی ریاضی می‌شود.

نتایج استنباطی متغیرهای پژوهش (تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر مطابق جدول (۷)) نشان می‌دهد که تفاوت معناداری در همه متغیرهای پژوهش (بازنمایی-های شبکه‌ای، ماتریسی، سلسله‌مراتبی و جزء-کل) بین گروه آزمایش و کنترل وجود دارد؛ یعنی درواقع آموزش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای مختلف سبب اثربخشی و ارتقاء توانایی حل مسائل غیرمعمولی در دانش‌آموزان شده است. به‌علاوه بین ۸۸ تا ۹۶ درصد از تفاوت در نمره-های پس‌آزمون همه بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای (ارتقاء توانایی حل مسائل غیرمعمولی) با تأثیر آموزش بازنمایی‌محور تبیین می‌شود.

همچنین بررسی جداگانه نتایج تغییرات توانایی حل مسائل غیرمعمولی گروه آزمایش (در هرکدام از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای مطابق جدول ۱۰) نشان می‌دهد که هرکدام از بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بین مراحل پیش‌آزمون - پس‌آزمون و پیش‌آزمون-پیگیری تفاوت معناداری دارد. به‌عبارت‌دیگر آموزش همه بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای ازجمله بازنمایی شبکه‌ای، ماتریسی، سلسله مراتبی و جزء-کل توانایی دانش‌آموزان را در حل مسائل غیرمعمولی افزایش می‌دهد. این نتایج با نتایج پژوهش (Mellone, Verschaffel & Van Dooren, 2017)، (Booth, & Thomas, 2000)، (Van Meter, 2001)، (Diezmann & English, 2001)،

www.SID.ir

Archive of SID

(Novick & Hurley, 2001)، (Shiakalli, & Zacharos, 2014)، (Deliyianni, Gagatsis, Elia & Panaoura, 2016)، (Koichu, & Leron, 2015) و (Hmelo-Silver, Jordan, Eberbach, & Sinha, 2017) مبنی بر افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان با استفاده از شیوهٔ بازنمایی‌محور همسو است. پژوهشگران مذکور اذعان دارند که بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای بازسازی اطلاعات را تسهیل می‌کند و اطلاعات غیرصریح مسائل را در یک نمودار به‌صورت صریح و شفاف ملموس می‌نماید و از این‌رو اساس یک راه‌حل جدید است و فهم این بازنمایی‌ها کمک شایانی در حل مسائل غیرمعمولی است.

در تبیین این یافته‌ها می‌توان گفت (Hmelo-Silver, Jordan, Eberbach, & Sinha, 2017)، (Uesaka, Manalo & Ichikawa, 2007)، (Fagnant & Vlassis, 2013)، (Diezmann & English, 2001)، (Monoyiou, Papageorgiou & Gagatsis, 2007)، (Wu, Lin, & Hsu, 2013) بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای را به‌عنوان تسهیل‌کنندهٔ حل مسائل غیرمعمولی مطرح کردند؛ بنابراین طرح مداخله بر اساس آموزش بازنمایی‌محور می‌تواند توانایی حل مسائل غیرمعمولی را افزایش دهد. در همین راستا (Salimi, Sadi Pour, Delavar & Maleki, 2014) نشان دادند که میانگین نمره‌های دانش‌آموزانی که در حل مسائل از روش بازنمایی کتبی استفاده می‌کنند، به‌طور معناداری بیشتر از میانگین نمره‌های دانش‌آموزان گروه کنترل است. درواقع آموزش بازنمایی‌محور از اساسی‌ترین دلایل افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان است.

این یافته‌ها با نتایج پژوهش (Deliyianni, Gagatsis, Elia & Panaoura, 2016) که مبنی بر توانایی بازنمایی نموداری و تصویری به‌عنوان مهم‌ترین عامل برای توضیح و تفسیر و افزایش توانایی حل مسئله است، همسو است. نتایج پژوهش (Flores, Koontz, Inan, & Alagic, 2015) هم‌راستا با نتایج این پژوهش نشان داده است که گروهی که به شیوه بازنمایی‌محور آموزش دیده بودند توانمندی بیشتری برای حل مسائل داشتند؛ چراکه حل مسائل غیرمعمولی به شیوه بازنمایی‌محور یکی از عوامل اصلی تقویت یادگیری محسوب می‌گردد (Bibi, Ahmad, Shahid, Zamri, & Abedalaziz, 2019).

از طرفی با توجه به اینکه تأثیر بسیاری از مداخله‌های آموزشی تنها در هنگام اجرای آن روش‌ها پایدار است، در این پژوهش نتیجه مداخلات بعد از دو ماه مورد بررسی قرار گرفتند تا مشخص شود آیا تأثیر اجرای متغیر مستقل در طول زمان پایدار مانده است یا خیر. لذا از آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده نمودیم. هر چهار متغیر در سه نوبت اندازه‌گیری شدند. این سه نوبت عبارت بودند از: نمرات پیش‌آزمون، نمرات پس‌آزمون و نمرات پیگیری. نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر نشان داد که نمرات گروه آزمایش در متغیرهای مورد بحث و در اندازه‌گیری پیگیری با نمرات پیش‌آزمون تفاوت معناداری دارند. این عبارت به این معنی است که گذشت زمان اثربخشی آموزش‌های بازنمایی‌محور را تثبیت می‌کند.

درمجموع می‌توان بیان کرد که ارائه بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای تأثیر مثبتی بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل غیرمعمولی دارد و دانش‌آموزان در طی زمان این بازنمایی‌ها را مورد استفاده مجدد قرار می‌دهند.

از محدودیت‌های پژوهش حاضر اجرای آموزش در سطح تنها یک شهر و یک آموزشگاه و فقط دانش‌آموزان پسر است؛ بنابراین این بررسی یک پژوهش مقدماتی در این زمینه محسوب می‌شود و بدون شک یافته‌های تکمیلی و پژوهش‌های آتی در سطح گسترده‌تر و در هر دو گروه دانش‌آموزان پسر و دختر و مقایسهٔ آنها می‌تواند نکات تازه‌ای را آشکار سازد. لذا در پایان با توجه به اهمیت بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای و لزوم آشنایی دانش‌آموزان با این بازنمایی‌ها و نقش کمرنگ آن در کتاب ریاضی ششم ابتدایی پیشنهاد می‌شود که

www.SID.ir

Archive of SID

سیاست‌گذاران آموزشی و مؤلفان کتب درسی ریاضی پایه ششم ابتدایی فرصت‌ها و موقعیت‌های چالشی بیشتری در کتاب درسی برای مواجهه با این بازنمایی‌ها، در جهت کمک به افزایش میزان درک و فهم یادگیرندگان فراهم کنند. همچنین با توجه به اینکه یافته‌های پژوهش حاضر نشان داده است که روش‌های بازنمایی طرح‌واره‌ای یک روش مؤثر برای کمک به دانش‌آموزان در توانایی حل مسائل غیرمعمولی ریاضی بوده و این مسائل عامل اصلی تقویت دانش محتوایی و یادگیری ریاضی است، توصیه می‌شود که معلمان و دبیران ریاضی، در آموزش‌های خود، از روش بازنمایی‌های طرح‌واره‌ای برای توسعهٔ درک دانش‌آموزان استفاده نموده، دانش‌آموزان خود را نیز به استفاده از این روش‌ها تشویق کنند؛ چگونگی استفاده از آنها در حل مسائل غیرمعمولی ریاضی را به دانش‌آموزان آموزش دهند و تمرینات بیشتری برای یادگیری و ممارست دانش‌آموزان با آنها انجام دهند. روش‌های بازنمایی مسائل، روش‌های متنوعی هستند که مهم‌ترین آنها شامل بازنمایی تصویری، طرح‌واره‌ای، جدول، رسم شکل، محور اعداد، نمادین‌سازی و ... می‌شود؛ درنهایت پیشنهاد می‌شود که پژوهشگران آموزش ریاضی در پژوهش‌های خود میزان تأثیر این روش‌ها را بر عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی با یکدیگر مقایسه نمایند.

منابع

Alkhateeb, M. (2018). *Multiple Representations in 8th Grade Mathematics Textbook and the Extent to which Teachers Implement Them.* International Electronic Journal of Mathematics Education, 14(1), 137-145.

Booth, R. D., & Thomas, M. O. (2000). *Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties.* The Journal of Mathematical Behavior, 18(2), 169-190.

Bibi, A., Ahmad, M., Shahid, W., Zamri, S. N. S., & Abedalaziz, N. A. M. (2019). *An Evolving Research to Tackle Teaching and Learning Challenges during Differential Equations Course: A Combination of Non-routine Problems and Teacher Training.* International Electronic Journal of Mathematics Education, 14(3), 647-656.

Deliyianni, E., Gagatsis, A., Elia, I., & Panaoura, A. (2016). *Representational flexibility and problem-solving ability in fraction and decimal number addition: A structural model.* International Journal of Science and Mathematics Education, 14(2), 397-417.

Diezmann, C. M. (2002). *Enhancing students' problem solving through diagram use*. Australian Primary Mathematics Classroom, 7(3), 4-8.

Diezmann, C. M., & English, L. D. (2001). *Promoting the use of diagrams as tools for thinking.* 2001 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook: The Role of Representation in School Mathematics, 77-89.

Diezmann, C. M. (2005). *Assessing primary students' knowledge of networks, hierarchies and matrices using scenario-based tasks.* MERGA.

DeWindt-King, A. M., & Goldin, G. A. (2003). *Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions.* Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 2(1), 1-42.

Fagnant, A., & Vlassis, J. (2013). *Schematic representations in arithmetical problem solving: Analysis of their impact on grade 4 students*. Educational Studies in Mathematics, 84(1), 149-168.

Flores, R., Koontz, E., Inan, F. A., & Alagic, M. (2015). *Multiple representation instruction first versus traditional algorithmic instruction first: Impact in middle school mathematics classrooms.* Educational Studies in Mathematics, 89(2), 267-281.

Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (2004). *Educational research: An introduction. translated by Ahmad Reza Nasr et all*. Tehran. samt. [persian]

Hmelo-Silver, C. E., Jordan, R., Eberbach, C., & Sinha, S. (2017). *Systems learning with a conceptual representation: a quasi-experimental study*. Instructional Science, 45(1), 53-72.

Jitendra, A., DiPipi, C. M., & Perron-Jones, N. (2002). *An Exploratory Study of Schema-Based Word-Problem—Solving Instruction for Middle School Students with Learning*

www.SID.ir

Archive of SID

Disabilities An Emphasis on Conceptual and Procedural Understanding. The Journal of Special Education, 36(1), 23-38.

Koichu, B., & Leron, U. (2015). *Proving as problem solving: The role of cognitive decoupling*. The Journal of Mathematical Behavior, 40, 233-244.

Kuzle, A. (2017). *Delving into the Nature of Problem Solving Processes in a Dynamic Geometry Environment: Different Technological Effects on Cognitive Processing.* Technology, Knowledge and Learning, 22(1), 37-64.

Kazemi, F., Rafiepour, A, & Fadaie, M. (2019). *Investigate content knowledge and pedagogy content knowledge of the primary school teachers and its relation with the students' problem-solving ability at mathematical fractions.* Research in Curriculum Planning. 33(2), 104-120. [persian]

Levain, J. P., Le Borgne, P., & Simard, A. (2006). *Apprentissage de schemas et resolution de problemes en SEGPA.* Revue française de pedagogie. Recherches en education, (155), 95-109.

Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). *Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving.* Learning Disabilities Research & Practice, 15(2), 110-116.

Mellone, M., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). *The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems.* The Journal of Mathematical Behavior, 46, 1-12.

Monoyiou, A., Papageorgiou, P., & Gagatsis, A. (2007). *Students' and teachers' representations in problem solving.* In Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Working Group (Vol. 1, pp. 141-151).

Novick, L. R. (2006). *Understanding spatial diagram structure: An analysis of hierarchies, matrices, and networks*. The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 59(10), 1826-1856.

Novick, L. R., & Hurley, S. M. (2001). *To matrix, network, or hierarchy: That is the question.* Cognitive Psychology, 42(2), 158-216.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). Natl Council of Teachers of Mathematics.

Pantziara, M., Gagatsis, A., & Elia, I. (2009). *Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems.* Educational Studies in Mathematics, 72(1), 39-60.

Panwalkar, S. S., & Koulamas, C. (2019). *The evolution of schematic representations of flow shop scheduling problems.* Journal of Scheduling, 1-13.

Shiakalli, M. A., & Zacharos, K. (2014). *Building meaning through problem solving practices: the case of four-year olds.* The Journal of Mathematical Behavior, 35, 58-73.

Salimi, M., Sadi Pour, E., Delavar, A., & Maleki, H. (2014). *Comparison of training effects in imagery strategies of mental imagery of think-aloud of written representation and motor representation on the performance of elementary students* in solving verbal math problems. Research in Curriculum Planning. 14(2). 12-22. [persian]

Uesaka, Y., Manalo, E., & Ichikawa, S. I. (2007). *What kinds of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving?*. Learning and Instruction, 17(3), 322-335.

Van Garderen, D. (2007). *Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems*. Journal of Learning Disabilities, 40(6), 540-553.

Van Meter, P. (2001). *Drawing construction as a strategy for learning from text.* Journal of educational psychology, 93(1), 129.

Wu, H. K., Lin, Y. F., & Hsu, Y. S. (2013). *Effects of representation sequences and spatial ability on students' scientific understandings about the mechanism of breathing.* Instructional Science, 41(3), 555-573.

www.SID.ir