

## مدلسازی حذف الکترومغناطیسی آخال به صورت پیوسته از مذاب فلزات

محمد رضا افشارمقدم\*، محمد رضا ابوطالبی\*\*، میحیلا آیزاک\*\* و رادیریک گاتری\*\*  
قطب علمی مواد پیشرفته، دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه علم و صنعت ایران  
مرکز فرایندهای فلزات مک گیل، دانشگاه مک گیل، مونترال، کانادا

(دریافت مقاله: ۸۷/۱/۱۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۸/۴/۲۴)

**چکیده** - در این مقاله، یک مدل ریاضی سه بعدی برای شبیه‌سازی حذف الکترومغناطیسی پیوسته آخال از مذاب فلزات توسعه یافته و معرفی شده است. این مدل شامل محاسبه نیروی الکترومغناطیس و جریان سیال در حضور نیروی الکترومغناطیس است. نتایج محاسبات میدان سرعت مذاب و نیروی الکترومغناطیس برای محاسبه مسیر حرکت ذرات آخال در مذاب فلزات مورد استفاده قرار گرفت. مدل توسعه یافته برای شبیه‌سازی حذف آخال از مذاب منیزیم در شرایط مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. مطالعات پارامتری به منظور بررسی تاثیر عوامل مختلف نظیر چگالی شار مغناطیسی، اندازه آخال و سرعت مذاب بر راندمان حذف آخال صورت گرفته است. به منظور مشاهده تاثیر نیروی الکترومغناطیس بر حرکت ذرات آخال و نیز ارزیابی مدل توسعه یافته، یک مدل فیزیکی طراحی و ساخته شد. نتایج تجربی حاصل از مدل فیزیکی برای مسیر حرکت آخال و نیز راندمان حذف آخال بیانگر دقت قابل قبول مدل ریاضی بوده است.

واژگان کلیدی: تصفیه الکترومغناطیسی، نیروی الکترومغناطیس، مدلسازی ریاضی، شبیه‌سازی فیزیکی، تصفیه فلزات، آخال، منیزیم

## Modeling of Continuous Electromagnetic Removal of Inclusions from Molten Metals

M. Reza Afshar, M. R. Aboutalebi, M. Isac, and R.I.L. Guthrie

Center of Excellence for Advanced Materials and Processing (CEAMP), School of Materials and Metallurgical Engineering, Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran  
McGill Metals Processing Centre (MMPC), McGill University, Montreal, Canada

**Abstract:** *In this research, a 3-D mathematical model is developed for simulating electromagnetic continuous removal of inclusions from molten metals. The model includes the computation of electromagnetic force field and fluid flow in the presence*

\*\* - استاد

\* - دانشجوی دکترا

of electromagnetic forces. The results of flow field together with electromagnetic force field were further used for calculating the trajectory of inclusions in the molten metal. Parametric studies were performed to evaluate the effects of various parameters such as magnetic field intensity, inclusion size, and fluid velocity on inclusion removal efficiency in molten magnesium. In order to verify the mathematical model and visualize the trajectories of particles in the melt flow under electromagnetic force, a physical model was constructed. The predicted particle trajectories and separation in the physical model were compared with those obtained from experiments, which showed a relatively good agreement.

**Keywords:** Electromagnetic refining, Electromagnetic force, Mathematical modeling, Physical simulation, Metal refining, Inclusions, Magnesium.

## فهرست علائم

طول کانال (m)	L	اندازه سطح مقطع کانال (m)	a
جرم مذاب (kg)	m	شتاب ذره (m/s <sup>2</sup> )	$\bar{a}$
جرم ذره آخال (kg)	m <sub>p</sub>	فاصله دیواره جداکننده (m)	a <sub>l</sub>
فشار دینامیکی (kg/(ms <sup>2</sup> ))	P	ضرایب نقاط همسایه گره p در معادلات گسسته شده	a <sub>nb</sub>
فشار دینامیکی بدون بعد	p*	ضریب معادله گسسته شده برای گره p	a <sub>p</sub>
باقیمانده معادله گسسته شده برای متغیر $\phi$	R <sub><math>\phi</math></sub>	ثابت عبارت منبع در معادلات گسسته شده	b
عدد بدون بعد رینولدز سیال	Re	بردار چگالی شار مغناطیسی (Tesla)	$\bar{B}$
عدد بدون بعد رینولدز مغناطیسی	Re <sub>m</sub>	چگالی شار مغناطیسی بدون بعد	B*
عدد بدون بعد رینولدز ذره آخال	Re <sub>p</sub>	چگالی شار مغناطیسی در جهات x، y و z (Tesla)	B <sub>x</sub> , B <sub>y</sub> , B <sub>z</sub>
زمان (s)	t	ضریب جرم اضافه	C <sub>A</sub>
بردار سرعت سیال (m/s)	$\bar{u}$	ضریب دراگ	C <sub>D</sub>
بردار سرعت ذره آخال (m/s)	$\bar{u}_p$	قطر آخال کروی (m)	d <sub>p</sub>
سرعت سیال در جهات x، y و z (m/s)	u, v, w	بردار میدان الکتریکی (V/m)	$\bar{E}$
سرعت بدون بعد سیال در جهات x، y و z	U, V, W	میدان الکتریکی در جهات x، y و z (V/m)	E <sub>x</sub> , E <sub>y</sub> , E <sub>z</sub>
سرعت ذره آخال در جهات x، y و z (m/s)	u <sub>p</sub> , v <sub>p</sub> , w <sub>p</sub>	نیروی جرم اضافه (N)	$\bar{F}_A$
سرعت بدون بعد ذره آخال در جهات x، y و z	U <sub>p</sub> , V <sub>p</sub> , W <sub>p</sub>	نیروی دراگ (N)	$\bar{F}_D$
حجم ذره آخال (m <sup>3</sup> )	V <sub>p</sub>	نیروی الکترومغناطیس (N/m <sup>3</sup> )	$\bar{F}_e$
مختصات در جهات x، y و z (m)	x, y, z	نیروی الکترومغناطیس وارد بر ذره آخال (N)	$\bar{F}_{e,p}$
مختصات بدون بعد در جهات x، y و z	X, Y, Z	نیروی الکترومغناطیس وارد بر ذره آخال در جهت x (N)	F <sub>e,p,x</sub>
چگالی مذاب (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_f$	نیروی الکترومغناطیس وارد بر ذره آخال در جهت y (N)	F <sub>e,p,y</sub>
چگالی ذره آخال (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_p$	نیروی الکترومغناطیس وارد بر ذره آخال در جهت z (N)	F <sub>e,p,z</sub>
متغیر در معادله گسسته شده برای گره p	$\phi_p$	نیروی الکترومغناطیس در جهت x (N/m <sup>3</sup> )	F <sub>e,x</sub>
متغیر نقاط همسایه گره p	$\phi_{nb}$	نیروی الکترومغناطیس در جهت y (N/m <sup>3</sup> )	F <sub>e,y</sub>
پتانسیل الکتریکی (V)	$\phi$	نیروی الکترومغناطیس در جهت z (N/m <sup>3</sup> )	F <sub>e,z</sub>
گرانروی مذاب (kg/(ms))	$\eta$	عدد بدون بعد فرود	Fr
هدایت الکتریکی مذاب (C <sup>2</sup> s/(kgm <sup>3</sup> ))	$\sigma_f$	شتاب جاذبه زمین (m/s <sup>2</sup> )	$\bar{g}$
هدایت الکتریکی ذره آخال (C <sup>2</sup> s/(kgm <sup>3</sup> ))	$\sigma_p$	عدد بدون بعد هارتمن	Ha

$\bar{J}$	بردار چگالی جریان الکتریکی ( $A/m^2$ )	$\gamma$	نسبت چگالی ذره به چگالی مذاب، $\rho_p/\rho_f$
$J^*$	چگالی جریان بدون بعد	$\tau$	زمان بدون بعد
$K$	نسبت اندازه ذره به اندازه کانال، $d_p/a$	$\mu$	نفوذپذیری مغناطیسی خلاء (H/m)

## ۱- مقدمه

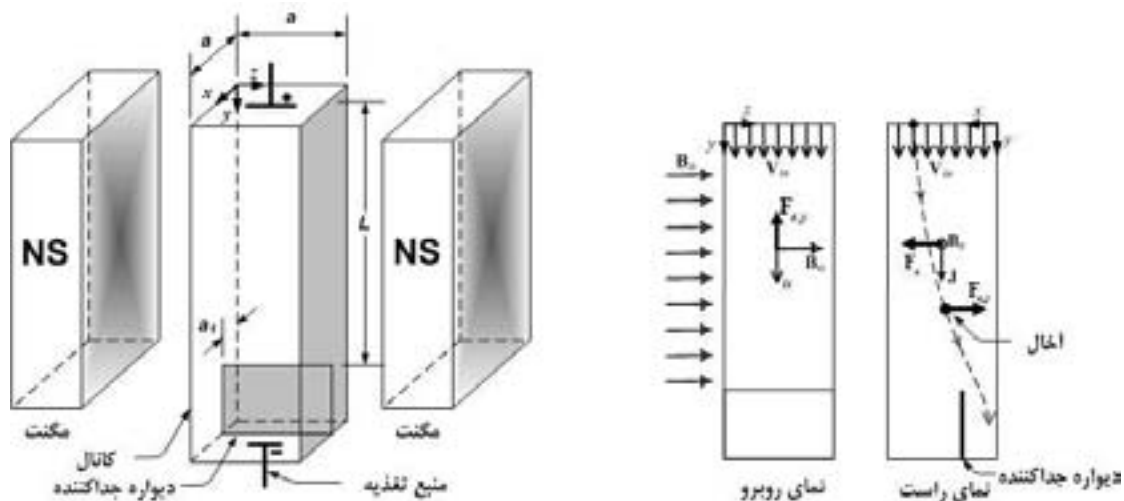
حضور ناخالصیهای جامد به شکل اکسید یا دیگر آخال غیراکسیدی در فلزات می تواند کیفیت محصولات و راندمان فرایندها را تحت الشعاع قرار دهد. وجود آخال در ساختار نهایی قطعات موجب افت خواص مکانیکی، فیزیکی و مقاومت خوردگی خواهد شد [۱-۴]. منشا این آخال می تواند مواد اولیه مورد استفاده در تولید فلزات، واکنشهای انجام شده در طی فرایند تولید با نسوزها، اتمسفر، سرباره، آلیاژسازی و تجهیزات باشد. میزان آخال هنگام استفاده از قراضه و قطعات برگشتی که امروزه بسیار مورد توجه است، افزایش خواهد یافت، به گونه ای که استفاده از آنها را بدون اتخاذ تدابیر خاص ناممکن می کند [۵].

روشهای مرسوم حذف آخال شامل ته نشینی، شناورسازی، افزودن فلاکس و فیلتر کردن هستند. ته نشینی برای حالاتی موثر است که اختلاف چگالی ذرات آخال و مذاب به اندازه کافی بالا باشد. کاربرد این روش برای حذف آخال بزرگتر از  $100-90 \mu m$  موثر است [۶]. در روش شناورسازی، آخال موجود در مذاب با چسبیدن به حبابهای حاصل از دمش گاز به درون مذاب حذف می شوند. بهترین راندمان با این روش برای حذف آخالی با ابعاد  $30$  تا  $40$  میکرون مشاهده شده است [۶]. در روش سوم با افزودن فلاکس و ترکیب آن با آخال می توان مذاب را تصفیه کرد. انتخاب فلاکس مناسب از نظر نقطه ذوب، میل ترکیبی با آخال و چگالی برای جدا شدن از مذاب بسیار مهم است. باقیماندن بخشی از فلاکس در مذاب و خوردگی تجهیزات از معایب این روش است [۷]. روش دیگر، فیلتر کردن مبتنی بر استفاده از یک بستر متخلخل از مواد دیرگداز است که مذاب ضمن عبور از آنها آخال زدایی می شود. این روش برای حذف آخالی با ابعاد کوچکتر از  $30$  میکرون موثر است. از طرف دیگر در این روش بایستی به صورت متناوب فیلتر

عوض شده و با فیلتر تازه جایگزین شود. هر یک از روشهای مرسوم اشاره شده با توجه به نوع و اندازه آخال دارای جایگاه خاصی در فرایند تصفیه فلزات است [۶]. انتخاب روش مناسب از میان این روشها بستگی به سرعت حذف آخال، هزینه انرژی و سرمایه گذاری و راهبری آنها دارد.

یکی از روشهای جدید و موثر حذف آخال از مذاب فلزات حذف الکترومغناطیسی آخال است. با استفاده از این روش می توان سرعت حرکت آخال را به چندین برابر مقدار آن در حالت ته نشینی تقلی افزایش داد [۸]. حذف الکترومغناطیسی آخال متعلق به شاخه ای از روشهای حذف آخال است که از اختلاف هدایت الکتریکی بین ذرات و مذاب فلز بهره می برد. با استفاده از این اختلاف می توان یک سرعت نسبی بین ذره و مذاب با اعمال نیروی الکترومغناطیس ایجاد کرده و جهت حرکت آخال را تعیین کرد. مهمترین مزیت این روش نسبت به روشهای مرسوم، کنترل ساده مقدار نیرو و جهت حرکت ذره به وسیله تغییر نیروی الکترومغناطیس است. از دیگر مزایا می توان به راندمان بالاتر نسبت به روشهای دیگر برای حذف آخال ریزتر اشاره کرد. از طرف دیگر این روش خود منبع جدید تولید آخال نخواهد بود.

نیروی الکترومغناطیس وارد بر یک ذره معلق در یک سیال هادی الکتریسیته برای اولین بار توسط لنوف و کولین [۹] محاسبه و ارائه شد. این نتیجه بعداً به صورت تجربی توسط دیگر محققان به اثبات رسید [۱۰ و ۱۱]. بر این پایه و بر مبنای روشهای مختلف تولید نیروی الکترومغناطیس، روشهای مختلفی برای حذف الکترومغناطیسی آخال مطالعه و پیشنهاد شده است. در این میان می توان به اعمال همزمان جریان الکتریکی DC و میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت [۱۲]، اعمال جریان الکتریکی AC [۱۳]، اعمال میدان مغناطیسی AC [۱۴] و



شکل ۱- شماتیک هندسه کانال تصفیه الکترومغناطیسی آخال از مذاب.

حرکت ذرات آخال و نیز ارزیابی مدل توسعه یافته، یک مدل فیزیکی طراحی و ساخته شد. در این مدل از ذرات پلیمری به عنوان آخال و محلول کلرور سدیم به عنوان سیال استفاده شده است. مدل ارزیابی شده در ادامه برای شبیه‌سازی حذف آخال از مذاب منیزیم در شرایط مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. تاثیر عوامل مختلف نظیر چگالی جریان الکتریکی، چگالی شار مغناطیسی، اندازه آخال و سرعت مذاب بر روی راندمان حذف آخال مورد مطالعه قرار گرفته است.

## ۲- مدل ریاضی

شماتیک سیستم حذف الکترومغناطیسی آخال در شکل (۱) نشان داده شده است. مذاب حاوی آخال از بالا با سرعت ثابت و یکنواخت،  $V_{in}$  (m/s) وارد کانال تصفیه شده و یک میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت با چگالی شار مغناطیسی  $B_0$  (Tesla) به آن اعمال می‌شود. همزمان جریان الکتریکی DC با چگالی جریان معین  $J$  ( $A/m^2$ ) در جهت طولی کانال عبور می‌کند. همان‌گونه که در شکل مشخص شده است، یک ذره آخال وارد شده به همراه مذاب، تحت اثر نیروی الکترومغناطیس قرار می‌گیرد و به سمت دیواره هدایت می‌شود. در این طرح، در بخش خروجی کانال یک دیواره جداکننده نصب شده است، به گونه‌ای که مذاب به دو بخش تقسیم

اعمال همزمان جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی AC [۱۵] اشاره کرد. در میان این روشها اعمال همزمان جریان الکتریکی DC و میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت مناسبترین روش به نظر می‌رسد. در روشهای دیگر به دلیل تولید نیروی الکترومغناطیس نایکنواخت، جریانهای گردابی در مذاب تولید می‌شود که می‌تواند حذف آخال را محدود کرده و حتی ناممکن سازد. البته برای غلبه بر این پدیده استفاده از کانلهایی با ابعاد کوچک توصیه می‌شود، تا از توسعه این جریانهای گردابی جلوگیری شود. از طرف دیگر در این روشها حذف آخال با انتقال آن به دیواره و چسبیدن به آنها انجام شده است. در این شرایط با حذف نیروی الکترومغناطیس، آخال مجدداً به همراه مذاب از محفظه تصفیه خارج می‌شود.

در این مقاله، یک مدل ریاضی سه بعدی برای شبیه‌سازی حذف الکترومغناطیسی پیوسته آخال از مذاب فلزات توسعه یافته است. این مدل شامل محاسبه نیروی الکترومغناطیس و جریان مذاب در حضور نیروی الکترومغناطیس است. نیروی الکترومغناطیس بر پایه اعمال همزمان جریان الکتریکی DC و میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت بنا شده است. نتایج محاسبات میدان سرعت مذاب و نیروی الکترومغناطیس برای محاسبه مسیر حرکت ذرات آخال در مذاب مورد استفاده قرار گرفته است. به منظور مشاهده تاثیر نیروی الکترومغناطیس بر

جدول ۱- خواص فیزیکی مذاب منیزیم و پارامترهای سیستم [۱۷ و ۱۶].

پارامتر	مقدار
دمای مذاب (°C)	۷۱۰
چگالی مذاب (kg/m <sup>3</sup> )	۱۵۶۳
گرانروی مذاب (kg/(ms))	۱/۰۲ × ۱۰ <sup>-۳</sup>
هدایت الکتریکی مذاب (C <sup>2</sup> s/(kgm <sup>3</sup> ))	۳۵/۷۶ × ۱۰ <sup>۵</sup>
اندازه کانال (mm)	۵ × ۵
طول کانال (mm)	۱۵۰

در میدان مغناطیسی با قانون اهم مطابق معادله زیر امکانپذیر است [۱۸]:

$$\vec{J} = \sigma_f (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (1)$$

برای محاسبه شدت میدان الکتریکی  $\vec{E}$ ، با استفاده از قانون بقای جریان الکتریکی کرشهوف معادله (۱) به صورت زیر در خواهد آمد.

$$\nabla \cdot \vec{J} = \sigma_f [\nabla \cdot \vec{E} + \nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{B})] = 0 \quad (2)$$

با معرفی پتانسیل الکتریکی اسکالر  $\phi$  به گونه‌ای که

$$\vec{E} = -\nabla \phi \quad (3)$$

معادله بقای جریان الکتریکی به صورت زیر خلاصه خواهد شد.

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (4)$$

با توجه به کوچک بودن عدد رینولدز مغناطیسی،  $\mu$  نفوذپذیری مغناطیسی خلاء، می‌توان از  $Re_m = \mu \sigma_f V_{in} a$ ، میدان مغناطیسی القا شده توسط عبور جریان الکتریکی و جریان القا شده صرف نظر کرد و مقدار  $\vec{B}$  را به صورت یکنواخت و معادل  $\vec{B}_0$  در نظر گرفت. در نتیجه معادله (۴) به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{B}_0) \quad (5)$$

معادله (۵) با توجه به شرایط مرزی مشخص و بر مبنای میدان سرعت محاسبه شده، حل شده و توزیع  $\phi$  در سیستم به دست خواهد آمد. سپس میدان الکتریکی از معادله (۳) محاسبه شده و نهایتاً پس از محاسبه چگالی جریان القا شده از معادله (۲) نیروی الکترومغناطیس مطابق زیر محاسبه می‌شود:

می‌شود. ذرات آخال ورودی در اثر نیروی الکترومغناطیس به طرف یک سمت حرکت کرده، و در نتیجه مقدار آخال در یک بخش از مذاب خروجی افزایش خواهد یافت و بالعکس مقدار آن در بخش دیگر کم خواهد شد. به این ترتیب مذاب تمیز به صورت پیوسته از یک بخش خارج شده و بخش دیگر که حاوی مقادیر بیشتری آخال است، را می‌توان به کانال تصفیه برگشت داد. در ادامه به معرفی دقیقتر مدل ریاضی توسعه یافته پرداخته خواهد شد. خواص فیزیکی مذاب منیزیم در جدول (۱) آورده شده است.

## ۱-۲- محاسبه میدان نیروی الکترومغناطیس

در اثر عبور مذاب با سرعت  $\vec{u}$  از میدان مغناطیسی با چگالی شار مغناطیسی  $\vec{B}_0$ ، جریان الکتریکی در مذاب القا خواهد شد. در اثر بر همکنش این جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی اعمالی، نیروی الکترومغناطیس به وجود خواهد آمد که بر مذاب و در خلاف جهت حرکت آن عمل خواهد کرد. این نیرو مانند ترمز مذاب عمل کرده و الگوی حرکت آن را تحت تاثیر قرار خواهد داد. از طرف دیگر در اثر بر همکنش میدان مغناطیسی اعمالی و جریان DC اعمالی نیروی الکترومغناطیسی پدید خواهد آمد که آن نیز بر سیال عمل کرده ولی جهت آن عمود بر حرکت سیال خواهد بود. این نیرو با گرادیان فشار سیال خنثی شده و الگوی حرکت را تحت تاثیر قرار نخواهد داد. محاسبه جریان الکتریکی القا شده در مذاب در حال حرکت

سیال جهت نیروی وارده هم جهت نیروی الکترومغناطیس خواهد بود. برای ذراتی با هدایت الکتریکی مشابه با سیال نیروی صفر شده و به این معنی خواهد بود که به ذره هیچ نیروی الکترومغناطیسی وارد نخواهد شد. برای ذراتی با هدایت الکتریکی کمتر از سیال نیروی وارده خلاف جهت نیروی الکترومغناطیس است. برای اغلب ذرات آخال به ویژه ذرات اکسیدی می توان هدایت الکتریکی آنها را در مقابل مذاب بسیار کوچک در نظر گرفت (نزدیک به صفر). به این ترتیب معادله (۱۳) برای ذره کروی با قطر  $d_p$  به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\vec{F}_{e,p} = -\frac{\pi}{8} d_p^3 \vec{F}_e \quad (14)$$

نیروی وارده بر ذره معلق در سیال در حال حرکت، مسیر حرکت ذره در سیال را تغییر داده و به صورت کنترل شده به سمت یک بخش از خروجی کانال هدایت خواهد کرد.

## ۲-۲- معادلات جریان مذاب

مدلسازی جریان مذاب تراکم ناپذیر با فرض جریان پایدار و آرام مذاب، ثابت بودن خواص فیزیکی مذاب از جمله گرانیروی، چگالی و هدایت الکتریکی در حالت سه بعدی شامل معادله پیوستگی و معادلات ممتوم در سه بعد است، که به ترتیب در زیر آمده است.

$$\rho_f \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (15)$$

$$\rho_f \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + F_{e,x} \quad (16)$$

$$\rho_f \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \eta \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + F_{e,y} \quad (17)$$

$$\rho_f \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \eta \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + F_{e,z} \quad (18)$$

در این معادلات  $u$ ،  $v$  و  $w$  به ترتیب سرعت در جهات  $x$ ،

$$\vec{F}_e = \vec{J} \times \vec{B} = \sigma_f \left[ \vec{E} + (\vec{u} \times \vec{B}) \times \vec{B} \right] \quad (6)$$

با تجزیه این معادله، مولفه های نیروی الکترومغناطیس در سه جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$F_{e,x} = \sigma_f \left[ (E_y B_z - E_z B_y) + ((u B_z - w B_y) B_z - (u B_y - v B_x) B_y) \right] \quad (7)$$

$$F_{e,y} = \sigma_f \left[ (E_x B_z - E_z B_x) + ((v B_z - w B_y) B_z - (u B_y - v B_x) B_x) \right] \quad (8)$$

$$F_{e,z} = \sigma_f \left[ (E_x B_y - E_y B_x) + ((u B_z - w B_x) B_x - (v B_z - w B_y) B_y) \right] \quad (9)$$

با توجه به مقادیر  $\vec{B}$ ،  $\vec{E}$  و  $\vec{u}$  مولفه های نیروی الکترومغناطیس در سه جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  از معادلات (۷) الی (۹) به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$F_{e,x} = \sigma (E_y B_o + u B_o^2) \quad (10)$$

$$F_{e,y} = \sigma v B_o \quad (11)$$

$$F_{e,z} = 0 \quad (12)$$

این نیروها به عنوان عبارت منبع در معادلات ممتوم برای محاسبه جریان سیال در مدل توسعه یافته به کار خواهد رفت.

منشاء نیروی الکترومغناطیس وارد بر ذره آخال معلق در مذاب در سیستم مورد بررسی، برهمکنش میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت و جریان الکتریکی DC عمود بر هم است. میدان مغناطیسی با قرار دادن قطبهای ناهمنام یک جفت مگنت ایجاد شده و برای برقراری جریان الکتریکی از یک منبع تغذیه استفاده شده است. برهمکنش میدانهای مغناطیسی و الکتریکی عمود بر هم، موجب تولید نیروی الکترومغناطیس،  $\vec{F}_e$  ( $N/m^3$ ) در مذاب خواهد شد. در صورت وجود یک ذره معلق در سیال هادی با هدایت الکتریکی،  $\sigma_p$ ، متفاوت با سیال،  $\sigma_f$ ، نیرویی مطابق معادله زیر بر ذره وارد خواهد شد [9]:

$$\vec{F}_{e,p} = -\frac{3}{2} \left( \frac{\sigma_f - \sigma_p}{2\sigma_f - \sigma_p} \right) V_p \vec{F}_e \quad (13)$$

در این معادله  $V_p$  حجم ذره و  $\vec{F}_e$  نیروی الکترومغناطیس اند. مقدار و جهت این نیرو بستگی به نسبت هدایت الکتریکی ذره و سیال دارد. برای ذراتی با هدایت الکتریکی بیشتر نسبت به

در این معادلات  $Ha = B_0 a \sqrt{\sigma_f / \eta}$  عدد بدون بعد هارتمن است، که بیانگر نسبت نیروی الکترومغناطیس به نیروی ویسکوز است. همچنین  $Re = \rho_f V_{in} a / \eta$  عدد رینولدز مذاب است.

### ۲-۳- محاسبه مسیر حرکت ذره آخال در مذاب

تعیین مسیر حرکت ذره آخال در مذاب در حال حرکت این امکان را فراهم می‌آورد تا تاثیر عوامل مختلف بر حذف آن مانند مقدار نیروی الکترومغناطیس، سرعت عبور مذاب مشخص شود و این در شرایطی امکانپذیر است که تمام نیروهای وارده بر ذره مطابق قانون دوم نیوتن در نظر گرفته شود.

$$m\ddot{\mathbf{a}} = \sum \bar{\mathbf{F}} \quad (25)$$

در این تحقیق نیروهای ثقل، شناوری، مقاومت سیال، جرم اضافه و الکترومغناطیس مطابق معادله زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$m_p \frac{d\bar{u}_p}{dt} = m_p \bar{g} - m\bar{g} - \bar{F}_D - \bar{F}_A - \bar{F}_{e,p} \quad (26)$$

با قرار دادن مقادیر نیروها و مرتب کردن، معادلات مسیر حرکت ذره در سه بعد  $x$ ،  $y$  و  $z$  به صورت زیر در خواهند آمد.

$$(\rho_p + C_A \rho_f) \frac{du_p}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_D \rho_f (u_p - u) |U_R|}{d_p} - \frac{3}{4} F_{e,p,x} \quad (27)$$

$$(\rho_p + C_A \rho_f) \frac{dv_p}{dt} = (\rho_p - \rho_f) g - \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_f (v_p - v) |U_R|}{d_p} - \frac{3}{4} F_{e,p,y} \quad (28)$$

$$(\rho_p + C_A \rho_f) \frac{dw_p}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_D \rho_f (w_p - w) |U_R|}{d_p} - \frac{3}{4} F_{e,p,z} \quad (29)$$

در این معادلات داریم:

$$U_r = \sqrt{(u_p - u)^2 + (v_p - v)^2 + (w_p - w)^2}, \quad (30)$$

$$u_p = \frac{dx}{dt}, v_p = \frac{dy}{dt}, w_p = \frac{dz}{dt}$$

با معرفی متغیرهای بدون بعد جدید زیر علاوه بر متغیرهای معرفی شده در معادلات (۱۹) و (۲۰):

$y$  و  $z$  هستند.  $\rho_f$  چگالی مذاب،  $\eta$  گرانیروی مذاب و  $P$  فشار دینامیک (مجموع فشار استاتیک و نیروی ثقل) هستند. نیروی الکترومغناطیس،  $\bar{F}_e$ ، در این معادلات به صورت نیروی حجمی وارد معادلات شده است.

به منظور استفاده از مدل‌سازی برای بررسی متغیرهای موثر بر فرایند، یکی از مراحل مهم استفاده از معادلات بدون بعد است. با بدون بعد کردن معادلات حاکم، اعداد بدون بعدی در معادلات ظاهر خواهند شد که می‌توانند به خوبی بیانگر مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم مورد مطالعه باشند. به این منظور متغیرهای بدون بعد زیر معرفی می‌شوند.

$$X = \frac{x}{a}, Y = \frac{y}{a}, Z = \frac{z}{a}, \quad (19)$$

$$U = \frac{u}{V_{in}}, V = \frac{v}{V_{in}}, W = \frac{w}{V_{in}} \quad (20)$$

$$B^* = \frac{B}{B_0}, P^* = \frac{P}{\rho_f V_{in}^2}, J^* = \frac{J}{\sigma_f V_{in} B_0}$$

با قرار دادن این متغیرها در معادلات (۱۵) تا (۱۸) و مرتب کردن، معادلات به صورت بدون بعد زیر در خواهند آمد.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (21)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] \quad (22)$$

$$+ \frac{Ha^2}{Re} (J_Y^* B_Z^* - J_Z^* B_Y^*)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] \quad (23)$$

$$+ \frac{Ha^2}{Re} (J_X^* B_Z^* - J_Z^* B_X^*)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right] \quad (24)$$

$$+ \frac{Ha^2}{Re} (J_X^* B_Y^* - J_Y^* B_X^*)$$

که تلفیقی از روش اختلاف محدود مرکزی و بالا دست است، استفاده شده است. برای به هم پیوستن میدانهای سرعت و فشار در معادلات اندازه حرکت از الگوریتم سیمپل استفاده شده است [۲۱]. میدان محاسباتی به صورت یکنواخت در سه جهت مشبندی شده و تعداد گره‌ها  $34 \times 34 \times 34$  به ترتیب در جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  انتخاب شد. روش تکرار با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (TDMA) برای حل معادلات گسسته شده به کار رفته است. معیار همگرایی زیر برای متغیرهای مستقل به صورت زیر تعریف شده است:

$$R_\phi = \sum |a_p \phi_p - \sum a_{nb} \phi_{nb} - b| < 1 \times 10^{-3} \quad (35)$$

برای مسیریابی حرکت ذرات آخال در کانال تصفیه، معادلات مربوطه به روش رانگ - کوتا درجه چهارم حل شده‌اند.

### ۳- مدل فیزیکی

به منظور مشاهده اثر نیروی الکترومغناطیس بر جدایش ذرات و نیز ارزیابی مدل ریاضی یک مدل آبی طراحی و ساخته شد، که در ادامه به تشریح آن پرداخته خواهد شد. طرح شماتیک تجهیزات مورد استفاده در آزمایشها در شکل (۲) نشان داده شده است. مدل ساخته شده شامل یک جفت مگنت از جنس NdFeB، کانالی با مقطع مربع از جنس پلکسی گلاس، مخزن ذخیره و منبع تغذیه جریان الکتریکی DC است. محلول کلرور سدیم به عنوان سیال و ذرات کروی پلیمری به عنوان ذرات آخال با دانه‌بندی مختلف مورد استفاده قرار گرفتند. در انتهای کانال دیواره جداکننده‌ای در داخل کانال نصب شد تا محلول خروجی به دو بخش تقسیم شود. جریان محلول خروجی از هر بخش با توجه به سطح مقطع آنها تنظیم شده و با نصب دوربینهای فیلم‌برداری موقعیت ورود ذره به حوزه میدان مغناطیسی ثبت می‌شد.

مگنتهای مورد استفاده دارای ابعاد  $50 \times 40 \times 20$  میلی‌متر بوده و برای به دست آوردن میدان مغناطیسی به طول ۲۰۰ میلی‌متر از ۸ مگنت با مشخصات بالا استفاده شد. با توجه به اینکه بایستی قطبهای نا همنام روبروی یکدیگر قرار می‌گرفتند، از یک قاب

$$U_p = \frac{u_p}{V_{in}}, V_p = \frac{v_p}{V_{in}}, W_p = \frac{w_p}{V_{in}}, \tau = \frac{V_{in}}{a} \quad (31)$$

معادلات حرکت ذره آخال به صورت بدون بعد زیر در خواهند آمد:

$$\frac{dU_p}{d\tau} = -\frac{3}{4(\gamma + C_A)} \left[ \frac{C_D}{K} (U_p - U) |U_R| + \frac{Ha^2}{Re} (J_Y^* B_Z^* - J_Z^* B_Y^*) \right] \quad (32)$$

$$\frac{dV_p}{d\tau} = \frac{1}{(\gamma + C_A)} \left[ \frac{(\gamma - 1)}{Fr} - \frac{3C_D}{4K} (V_p - V) |U_R| + \frac{Ha^2}{Re} (J_X^* B_Z^* - J_Z^* B_X^*) \right] \quad (33)$$

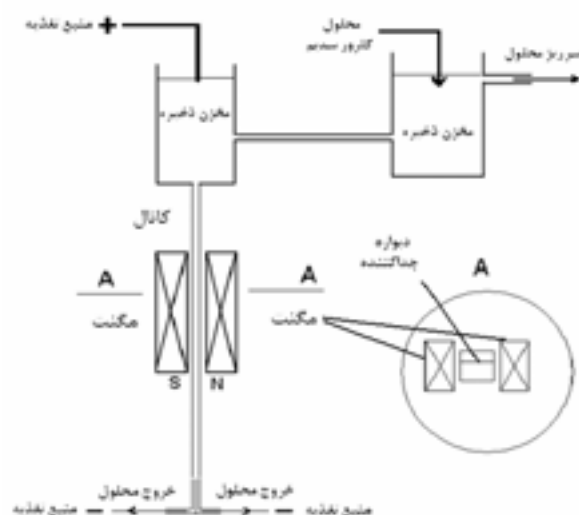
$$\frac{dW_p}{d\tau} = -\frac{3}{4(\gamma + C_A)} \left[ \frac{C_D}{K} (W_p - W) |U_R| + \frac{Ha^2}{Re} (J_X^* B_Y^* - J_Y^* B_X^*) \right] \quad (34)$$

در این معادلات  $Ha$  همانند معادلات بدون بعد جریان مذاب، عدد بدون بعد هارتمن،  $Fr = V_{in}^2 / ag$  عدد فرود،  $\gamma = \rho_p / \rho_f$  نسبت چگالی آخال به چگالی مذاب و  $K = d_p / a$  نسبت قطر ذره به اندازه کانال هستند.  $U_R$  سرعت منتج ذره آخال و مذاب است.  $C_A$  ضریب جرم اضافه است که معادل  $0.5$  انتخاب شده است [۱۹].  $C_D$  ضریب دراگ است که وابسته به عدد رینولدز ذره  $Re_p = \rho_f U_R d_p / \eta$  است. برای محاسبه ضریب دراگ در این مدل، از نتایج نیمه تجربی ارائه شده در منابع استفاده شده است [۲۰]. ذرات آخال معلق در مذاب به شکل کروی در نظر گرفته شده‌اند. به علاوه فرض بر این است که ذرات آخال پس از وارد شدن به بخش جدا شده توسط دیواره جداکننده، حذف می‌شوند.

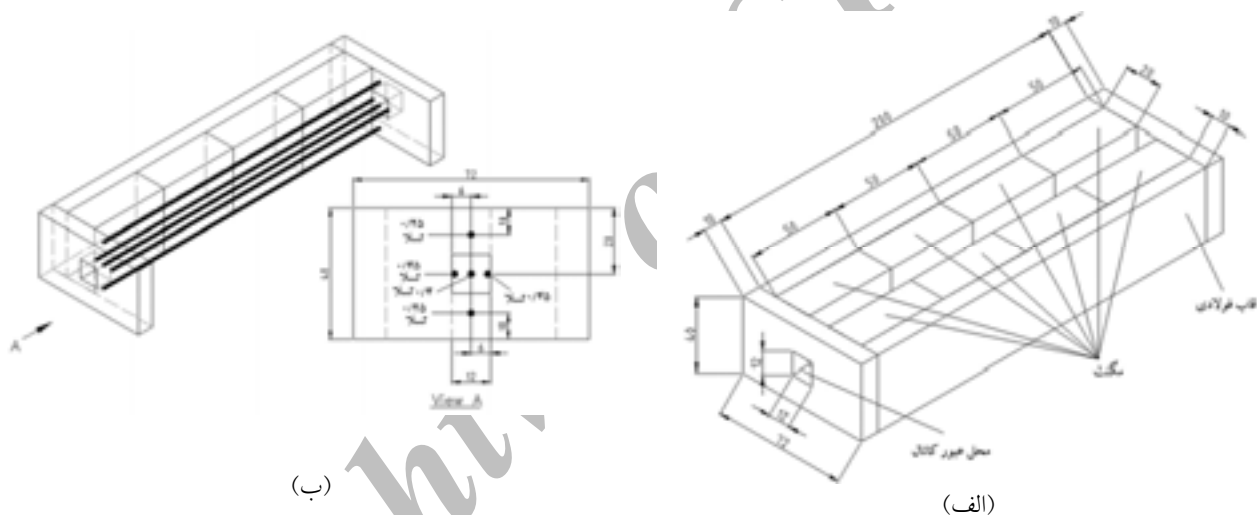
### ۲-۴- شرایط مرزی و روش حل معادلات

شرایط مرزی حاکم بر حل معادلات حاکم بر جریان مذاب شامل سرعت یکنواخت در ورودی کانال، حالت توسعه یافته سرعت در خروجی کانال و سرعت صفر در دیواره‌ها هستند. معادلات حاکم بر جریان مذاب به همراه شرایط مرزی به صورت عددی به روش حجم محدود حل شده‌اند. برای گسسته کردن عبارات جابه‌جایی در معادلات از روش ترکیبی





شکل ۲- شماتیک تجهیزات مورد استفاده در آزمایشهای مدل فیزیکی.



شکل ۳- (الف) هندسه مجموعه مگنت مورد استفاده در آزمایشهای مدل فیزیکی و (ب) خطوط اندازه‌گیری شده چگالی شار مغناطیسی، اندازه‌ها بر حسب میلیمتر.

برای اندازه‌گیری چگالی شار مغناطیسی از گوس متر F.W. Bell مدل ۵۰۸۰ استفاده شد. مقدار اندازه‌گیری شده چگالی شار مغناطیسی بر حسب تسلا بر روی خطوط مختلف مجموعه مگنت در شکل (۳-ب) نشان داده شده است. به این ترتیب چگالی شار مغناطیسی محدوده میانی مجموعه مگنت، که محل قرار گرفتن کانال پلکسی گلاس بود،  $0.4$  تسلا انتخاب شد. ابتدا محلول کلرور سدیم با افزودن نمک طعام خوراکی به آب مقطر تهیه شد. چگالی محلول پس از تهیه، به وسیله توزین

فولادی برای مهار آنها استفاده شد. در شکل (۳-الف) طرح مجموعه مگنت تهیه شده برای این آزمایشها نشان داده شده است. به این ترتیب که پس از قرار دادن مگنتها به ترتیب بر روی تسمه فولادی و چسباندن آنها با چسب، مگنتها با استفاده از ورق فولاد زنگ نزن استینیتی به ضخامت  $0.5$  میلیمتر به قاب ثابت می‌شدند. با قرار گرفتن قطبهای ناهمنام در برابر هم، مگنتها ثابت و بدون حرکت باقی می‌ماندند. در ابتدا و انتهای قاب حفره‌ای برای عبور کانال پلکسی گلاس تعبیه شده است.

۲۰ میلی لیتر از محلول با ترازیوی دیجیتالی با دقت یک صدم گرم تعیین شد. در شروع هر آزمایش محلول تهیه شده از مخزن ذخیره محلول مجهز به پمپ به مخزن تنظیم ارتفاع وارد می شد. برای کنترل سطح محلول در مخزن تنظیم ارتفاع، مجرای برای سرریز محلول تعبیه شده بود. محلول از مخزن تنظیم ارتفاع با یک کانال به مخزن دیگری که کانال پلکسی گلاس در کف آن نصب شده بود وارد می شد. سطح محلول کلرور سدیم در این مخزن مشابه مخزن تنظیم ارتفاع ثابت نگه داشته می شد. محلول در طی عبور از کانال پلکسی گلاس به وسیله دیواره جداکننده از جنس PVC به ضخامت ۵/۰ میلی متر به دو بخش تقسیم و به صورت جداگانه خارج می شد. از منبع تغذیه میکرو مدل PW4053R با دامنه خروجی ولتاژ ۴۰/۰-۰/۰ ولت و جریان الکتریکی ۵/۰-۰/۰ آمپر برای تامین جریان الکتریکی DC استفاده شد. الکترودهایی از آلومینیم خالص به عنوان آند و کاتد در کانالهای خروجی و مخزن مورد استفاده قرار گرفت. به منظور اندازه گیری جریان الکتریکی به صورت دقیق از مالتی متر Hioki مدل ۳۸۰۳ با دقت یک صدم آمپر، که به صورت سری در مدار قرار می گرفت، استفاده شد.

پس از اطمینان از پایداری جریان محلول در کانال پلکسی گلاس، جریان الکتریکی از طریق منبع تغذیه برقرار و ذرات پلیمری به صورت تک تک از طریق یک لوله شیشه ای به ورودی کانال با مقطع مربع افزوده می شد. در اثر برهمکنش میدان مغناطیسی حاصل از مگنتها و جریان الکتریکی، ذرات پلیمری در ضمن عبور از کانال به سمت دیواره کانال منحرف شده و پس از برخورد به دیواره به همراه محلول از بخش کوچکتر خروجی کانال خارج می شدند. موقعیت ذره پلیمری در ورود به میدان مغناطیسی و در طی مسیر حرکت در طول کانال و محل برخورد آن با دیواره ثبت می شد. این اطلاعات برای ارزیابی مدلسازی مسیر حرکت ذرات پلیمری مورد استفاده قرار می گرفت. به منظور ارزیابی راندمان حذف، ذرات پلیمری از نقاط مختلف کانال وارد شده و انحراف و وارد شدن آنها به بخش کوچکتر خروجی کانال به عنوان معیار حذف

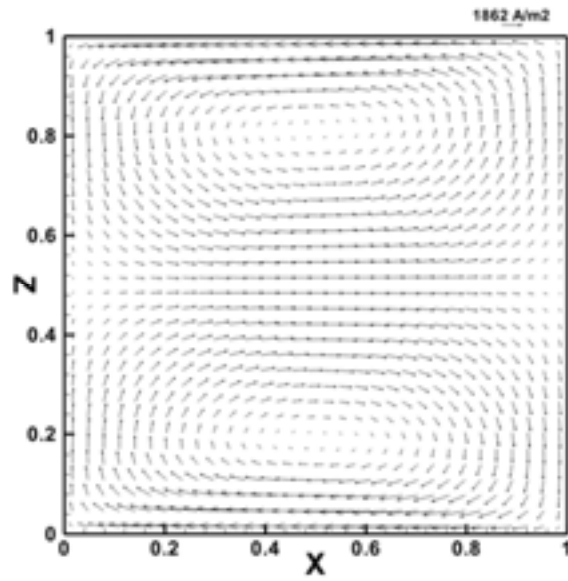
آخال در نظر گرفته می شد. مدل فیزیکی مذکور برای ارزیابی مدل ریاضی حذف پیوسته آخال از مذاب مورد استفاده قرار گرفت، که در ادامه به آن اشاره خواهد شد.

#### ۴- نتایج و بحث

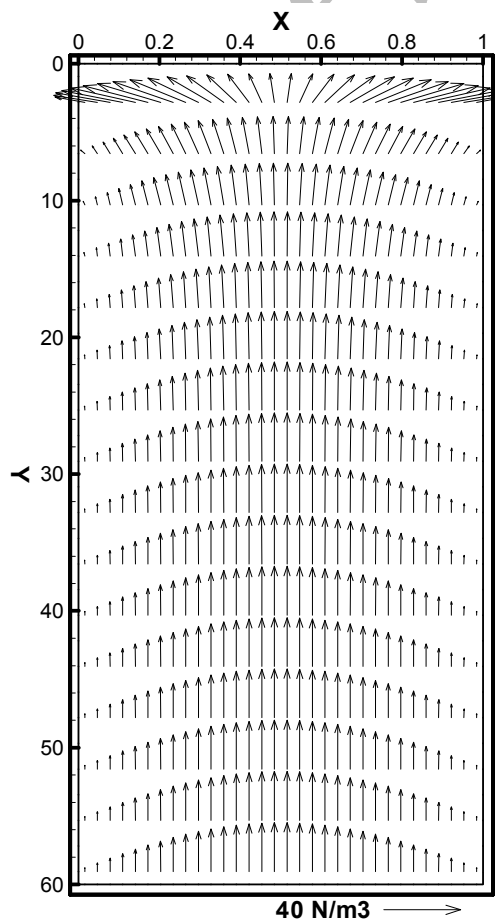
همان گونه که از معادلات بدون بعد اندازه حرکت سیال و حرکت ذره آخال مشخص می شود، متغیرهای سیستم در معادلات با اعداد بدون بعد  $Re$ ،  $Ha$ ،  $\gamma$ ،  $K$ ، و  $Fr$  بیان می شوند. عدد رینولدز مربوط به مذاب و  $Ha$  بیانگر نیروی الکترومغناطیسی است. عدد  $Fr$ ، خود را در نیروی شناوری  $(I-\gamma)/Fr$  نشان می دهد. در عمل سرعت ورودی سیال خود را در عدد رینولدز نشان داده و میدان مغناطیسی اعمالی با عدد بدون بعد هارتمن،  $Ha$  مشخص می شود. اندازه ذره آخال در  $K$  و چگالی ذره آخال در  $\gamma$  نمایان می شود. دیگر عوامل موثر در حذف آخال شامل موقعیت ورود آخال نسبت به مبدا کانال و نیز نسبت اندازه کانال به طول آن است. در ادامه به بررسی هریک از عوامل موثر اشاره شده پرداخته خواهد شد.

همان گونه که بیان شد، عبور مذاب از کانال تصفیه که در معرض میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت قرار گرفته است موجب القای جریان الکتریکی در سطح مقطع کانال می شود. به عنوان نمونه خطوط جریان القا شده در سطح مقطع کانال تصفیه در شکل (۴) نشان داده شده است. با توجه به عایق بودن دیواره های کانال و قانون بقای جریان الکتریکی، جریان الکتریکی القا شده به صورت دو حلقه بسته ظاهر می شود.

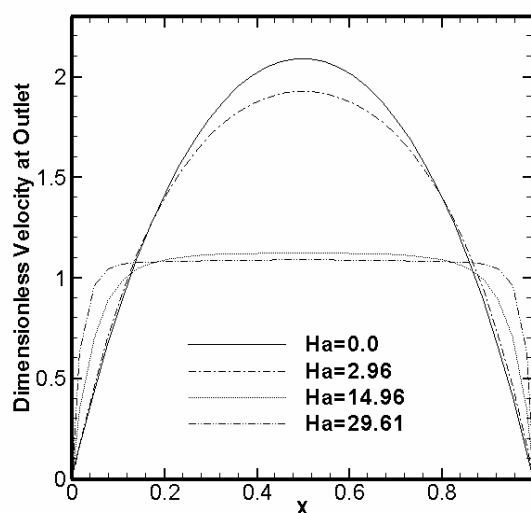
برهمکنش این میدان الکتریکی القا شده با میدان مغناطیسی اعمالی که به صورت عمود بر هم هستند، موجب به وجود آمدن یک نیروی الکترومغناطیسی می شود. جهت این میدان نیرو بر خلاف جهت حرکت مذاب در کانال تصفیه است. در شکل (۵) میدان نیروی تولید شده در کانال تصفیه ارائه شده است. همان گونه که ملاحظه می شود نیروی وارد بر مذاب خلاف جهت حرکت مذاب در کانال بوده و مقدار آن در نزدیکی دیواره کم و با نزدیک شدن به مرکز کانال افزایش



شکل ۴- خطوط جریان القا شده در مقطع کانال،  $Re=200$  و  $Ha=2.96$ .



شکل ۵- میدان نیروی الکترومغناطیس حاصل از برهمکنش میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی القا شده،  $Re=400$  و  $Ha=2.96$ .



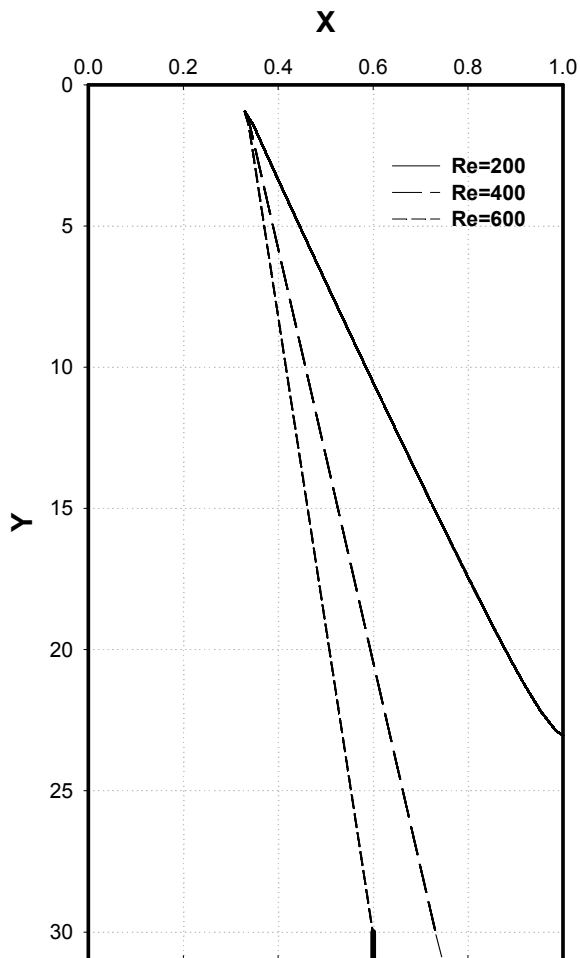
شکل ۶- تاثیر عدد هارتمن بر پروفیل سرعت در خروجی کانال تصفیه،  $Re=200$ .

کاهش می‌دهد. نیروی الکترومغناطیس حاصل از بر همکنش میدان مغناطیسی اعمالی و جریان الکتریکی عبوری از مذاب هم روی مذاب اثر می‌گذارد، ولی این نیرو با گرادیان فشار مذاب خنثی شده و الگوی آن را بر هم نمی‌زند. در صورت وجود یک ذره آخال با هدایت الکتریکی متفاوت با مذاب، نیرویی در جهت خلاف نیروی الکترومغناطیس بر آن وارد می‌شود که منشا حذف آخال است. میدان نیروی عکس‌العملی الکترومغناطیس که بر ذرات وارد می‌شود، در یک جهت عمل کرده و ذره آخال را به سمت یک دیواره هدایت می‌کند.

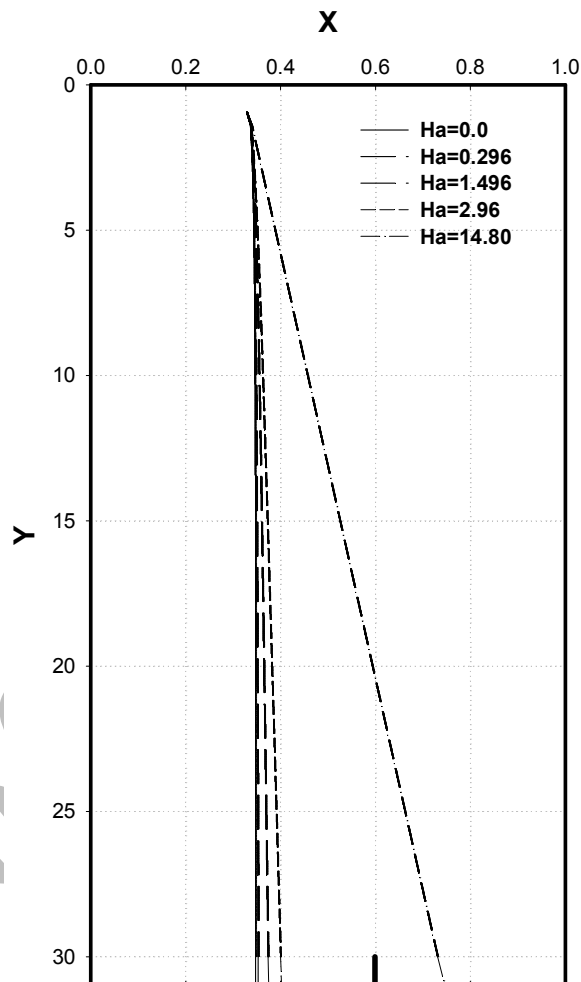
#### ۴-۱- بررسی مسیر حرکت آخال در کانال تصفیه

با اعمال نیروی الکترومغناطیس ذرات نزدیکتر به دیواره جداکننده در موقعیتهای نزدیکتر به ورودی کانال به سمت جداکننده منحرف می‌شوند. ذراتی که موقعیت ورود آنها در بخش کوچکتر جداکننده است، در اثر اعمال نیروی الکترومغناطیس به دیواره برخورد کرده و همراه مذاب آلوده از بخش کوچکتر جداکننده خارج می‌شوند. در ادامه عوامل موثر بر مسیر حرکت آخال و حذف آنها مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد.

می‌یابد. به این ترتیب انتظار می‌رود وجود این نیروی بازدارنده الگوی حرکت مذاب در کانال تصفیه را تحت تاثیر قرار دهد. در شکل (۶) پروفیل سرعت مذاب در خروجی کانال برای مقادیر مختلف عدد هارتمن،  $Ha$ ، در عدد رینولدز،  $Re$ ، ثابت رسم شده است. در شرایطی که میدان مغناطیسی به کانال اعمال نمی‌شود،  $Ha=0$ ، پروفیل سرعت حالت سهمی‌گون دارد. با اعمال میدان مغناطیسی سرعت حداکثر مذاب در مرکز کاهش می‌یابد و بر سرعت مذاب در نزدیکی دیواره‌ها افزوده می‌شود. این تغییرات پروفیل سرعت با افزایش عدد  $Ha$  بیشتر می‌شود، به گونه‌ای که در مقدار عدد  $Ha=14.80$  پروفیل سرعت به حالت تخت درآمد و سرعت مذاب در بیشتر سطح مقطع کانال یکسان می‌شود. همان‌گونه که در شکل (۵) مشاهده شد، نیروی الکترومغناطیس حاصل از برهمکنش میدان مغناطیسی اعمالی و میدان الکتریکی القا شده در مذاب به عنوان ترمز عمل کرده و سرعت آن را کاهش می‌دهد. با توجه به اینکه مقدار نیرو در نقاط دورتر از دیواره‌ها بیشتر بوده لذا کاهش سرعت در آن نقاط بیشتر است. با توجه به ثابت بودن دبی، پروفیل سرعت با افزایش عدد  $Ha$  به سمت تخت شدن میل می‌کند، که این امر می‌تواند تاثیر مثبتی بر حذف آخال نیز داشته باشد. این نیرو تنها روی مذاب اثر می‌گذارد و سرعت آن را



شکل ۸- اثر عدد رینولدز بر مسیر آخال در کانال تصفیه،  
 $Ha=14.8$  و  $a/L = 3.33 \times 10^{-2}$ ،  $K = 5 \times 10^{-3}$



شکل ۷- تاثیر عدد هارتمن بر مسیر آخال در کانال تصفیه،  
 $Re=400$ ،  $K = 5 \times 10^{-3}$  و  $a/L = 3.33 \times 10^{-2}$

ثابت در سه عدد  $Re$  نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، با کاهش عدد  $Re$  انحراف ذره بیشتر شده و در موقعیتهایی نزدیکتر به ورودی کانال به بخش کوچکتر وارد می‌شود. این میزان انحراف ممکن است به حدی باشد که ذره با دیواره نزدیک به بخش کوچکتر جداکننده برخورد کند.

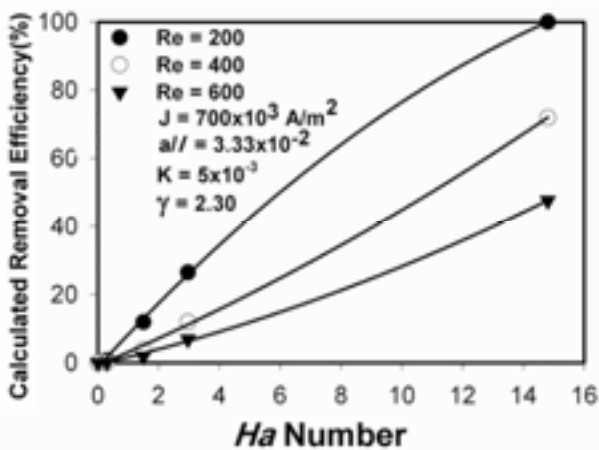
#### ۴-۱-۳- اثر اندازه ذره آخال، عدد $K$

متغیر  $K$  نسبت اندازه آخال به اندازه کانال است و افزایش آن به معنی افزایش اندازه آخال ورودی به کانال تصفیه است. با افزایش اندازه آخال نیروی الکترومغناطیس وارد بر آن نیز افزایش

۴-۱-۱- اثر نیروی الکترومغناطیس، عدد هارتمن،  $Ha$   
 در شکل (۷) مسیر حرکت آخال در  $Re=400$  نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با افزایش عدد  $Ha$  میزان انحراف به سمت دیواره جداکننده بیشتر می‌شود. در صورت کافی بودن نیروی الکترومغناطیس ذره که در شرایط طبیعی از بخش بزرگتر خارج می‌شود، کاملاً منحرف شده و از بخش کوچکتر جداکننده خارج می‌شود.

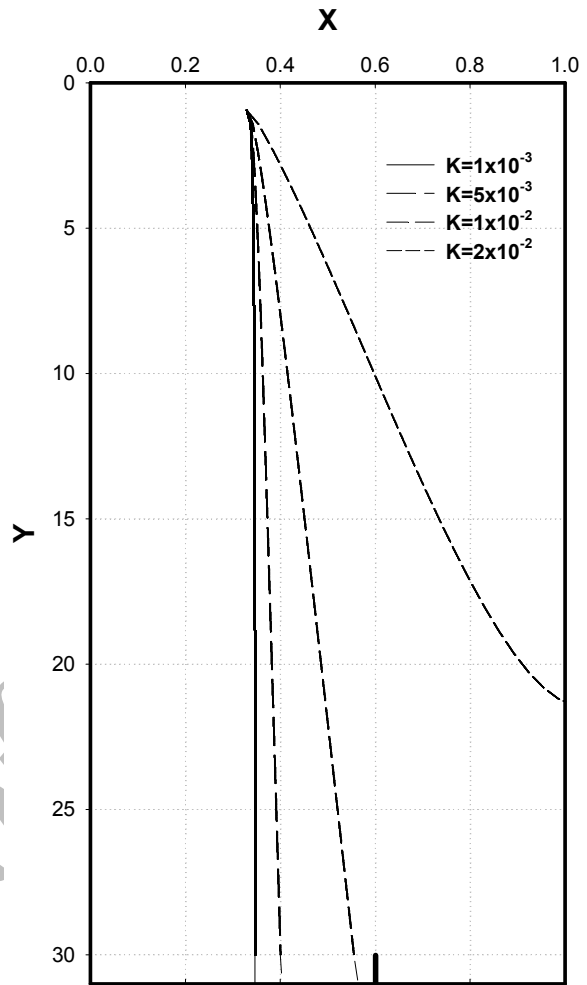
#### ۴-۱-۲- اثر سرعت سیال، عدد رینولدز، $Re$

در شکل (۸) مسیر حرکت ذره آخال در ورودی و  $Ha$



شکل ۱۰- تغییرات راندمان حذف آخال محاسبه شده بر حسب عدد هارتمن برای اعداد رینولدز متفاوت

جداکننده در خروجی کانال به منظور افزایش غلظت آخال در یک سمت جداکننده است. راندمان حذف آخال در این طرح به صورت نسبت سطحی از ورودی کانال که در آن ذرات به بخش جداکننده منحرف می‌شوند، به سطح کل کانال تعریف شده است. راندمان حذف آخال محاسبه شده برای اندازه ذره ثابت در سه عدد  $Re$  در شکل (۱۰) آورده شده است. در مقادیر  $Ha$  پایین افزایش راندمان حذف مربوط به ذراتی است که نزدیک به دیواره جداکننده‌اند و مسیر کوتاهتری را طی می‌کنند. با افزایش  $Ha$  مقدار نیروی الکترومغناطیس به حد کافی بالا می‌رود تا بتواند ذرات را در فواصل طولانیتر از جداکننده به سمت آن منحرف کند. از طرف دیگر در اعداد  $Ha$  بالاتر سرعت مذاب در جهت عمودی کاهش یافته و به سمت میانگین ورودی کانال میل خواهد کرد. این اثر نیز در اعداد  $Ha$  بالاتر به انحراف ذرات با کاهش سرعت آنها در جهت عمودی کمک خواهد کرد. در مقادیر پایین  $Ha$  اختلاف چندانی بین راندمان حذف آخال در اعداد  $Re$  متفاوت مشاهده نمی‌شود. علت را می‌توان به کم بودن مقدار نیروی الکترومغناطیس و عدم تاثیر نیرو بر پروفیل سرعت دانست. با افزایش  $Ha$  مقدار نیرو آنچنان افزایش خواهد یافت که می‌تواند ذرات وارد شده را در سطح مقطع بیشتری به سمت دیواره جداکننده منحرف کند. همزمان سرعت مذاب نیز در جهت عمودی کاهش خواهد یافت. با



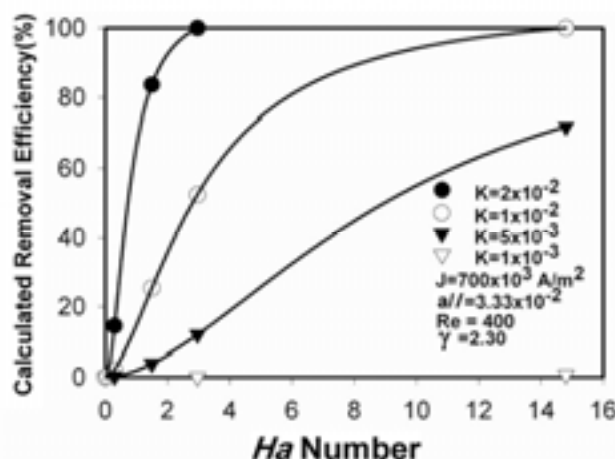
شکل ۹- اثر اندازه ذره آخال بر مسیر حرکت در

کانال،  $Re = 400$ ،  $a/L = 3.33 \times 10^{-2}$  و  $Ha = 2.96$ .

خواهد یافت و ذره تحت این نیرو بیشتر به سمت بخش کوچکتر جداکننده منحرف می‌شود. همزمان افزایش  $Ha$  موجب کاهش سرعت مذاب در جهت طولی کانال می‌شود. به این ترتیب از سرعت ذره در جهت طولی نیز کاسته شده و ذره زمان بیشتری در معرض نیروی الکترومغناطیس قرار می‌گیرد. برای انحراف ذرات کوچکتر نیروی الکترومغناطیس بیشتری نیاز است. مسیر حرکت ذرات آخال با اندازه‌های متفاوت در شکل (۹) نشان داده شده است.

#### ۲-۴- راندمان حذف آخال

این طرح مبتنی بر جدایش پیوسته آخال با استفاده از یک



شکل ۱۱- تاثیر متغیر نسبت اندازه ذره به اندازه کانال بر راندمان حذف آخال محاسبه شده.

در حدود  $10^{-3}$  خواهد بود و به این ترتیب اثر آن بر پروفیل سرعت جریان محلول کلرور سدیم بسیار ناچیز خواهد بود و می‌توان الگوی حرکت سیال را بدون تغییر در نظر گرفت.

به منظور مشاهده مسیر آخال در کانال آزمایشگاهی با ذرات پلیمری در محلول کلرور سدیم به ازای  $Re=200$  انجام گرفت. نمونه‌ای از نتایج در شکل (۱۲) ارائه شده است. در این شکل نتیجه محاسبات به صورت خط ممتد و نتیجه تجربی با تعیین موقعیت ذره پلیمری در طی مسیر خود در کانال به صورت نقاط تیره آورده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، همخوانی نسبتاً خوبی مابین نتایج محاسباتی و تجربی مشاهده می‌شود، که بیانگر دقت مطلوب مدل ریاضی توسعه یافته است.

به منظور بررسی راندمان حذف آخال ذرات هم اندازه پلیمری از نقاط مختلف ورودی کانال وارد و انحراف آنها در طول کانال مورد بررسی قرار گرفت. معیار اصلی در این بررسی خارج شدن آنها از جداکننده بوده است. به این ترتیب سطحی از ورودی کانال که ذرات در آن محدوده از جداکننده خارج می‌شدند، نسبت به کل سطح مقطع کانال به عنوان معیار راندمان جدایش در نظر گرفته شد. در شکل (۱۳) راندمان حذف آخال محاسبه شده برای مدل آبی با مقادیر اندازه‌گیری شده به روش اشاره شده در بالا مقایسه شده‌اند. مقایسه نتایج محاسباتی و اندازه‌گیری شده در مدل آبی حاکی از دقت نسبتاً قابل قبول (با

کاهش عدد  $Re$  سرعت مذاب در جهت عمودی کانال کاهش خواهد یافت. به این ترتیب راندمان حذف برای اعداد  $Re$  پایین بیشتر خواهد شد. برای اعداد  $Re$  بالاتر برای رسیدن به راندمان حذف بیشتر نیاز به میدان الکترومغناطیس بیشتر و قویتری است.

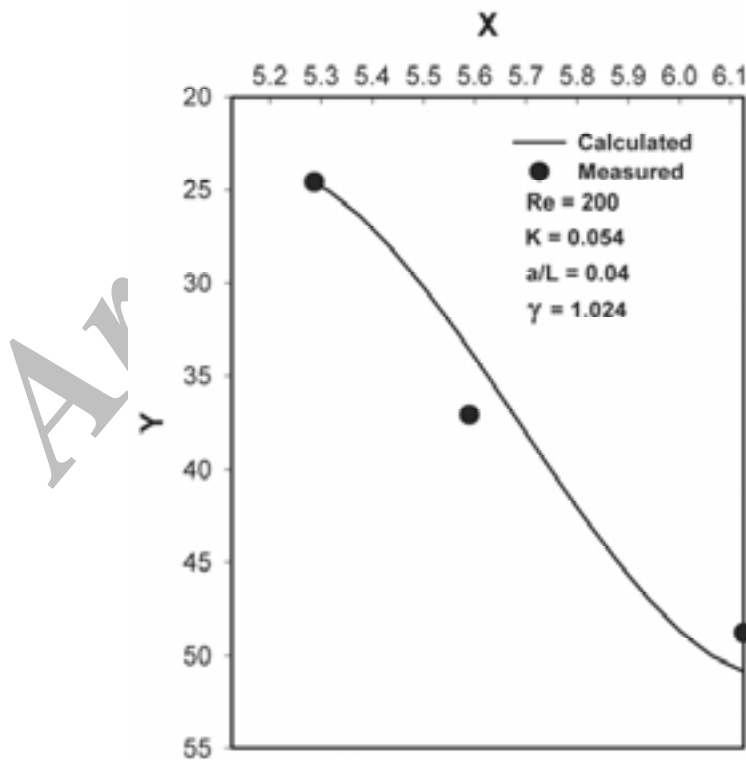
تاثیر متغیر  $K$  بر راندمان حذف آخال در کانال تصفیه در  $Re$  ثابت در شکل (۱۱) ارائه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، راندمان حذف آخال برای مقادیر  $K$  بزرگتر بیشتر بوده و در مقادیر  $Ha$  پایین می‌توان به راندمان حذف کامل رسید. در صورتی که با کاهش مقدار  $K$ ، اعداد  $Ha$  بالاتری برای رسیدن به راندمان حذف مشابه لازم است.

#### ۳-۴- ارزیابی مدل ریاضی

به منظور ارزیابی مدل ریاضی معادلات حاکم بر جریان محلول کلرور سدیم عبوری از کانال مدل فیزیکی در حضور نیروی الکترومغناطیس مطابق معادلات (۲۱) تا (۲۴) به روش عددی حل شدند. مسیر حرکت ذرات پلیمری در محلول کلرور سدیم از حل معادلات (۳۲) تا (۳۴) مشخص شد. شرایط مرزی حاکم بر معادلات و نیز روش حل آنها مشابه شرایط ارائه شده در بخش (۲-۴) هستند. با توجه به خصوصیات فیزیکی ارائه شده در جدول (۲) ملاحظه می‌شود که  $Ha$  مربوط به این مدل

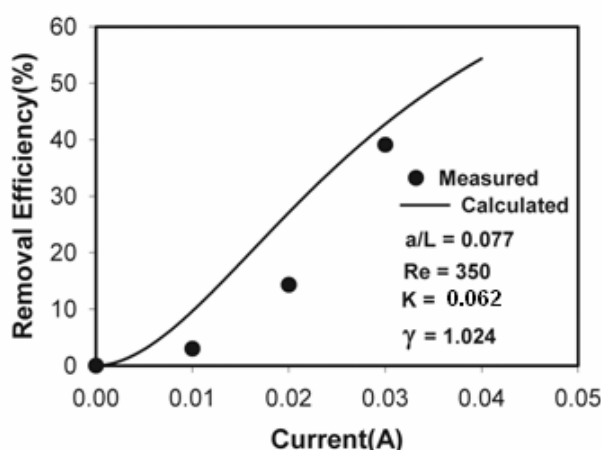
جدول ۲- خصوصیات فیزیکی و هندسی مدل فیزیکی [۲۳ و ۲۴].

مقدار	متغیر
۱۰۶۴	چگالی محلول کلرور سدیم ( $\text{kg/m}^3$ )
۱۰۹۰	چگالی ذرات پلیمری ( $\text{kg/m}^3$ )
$1/494 \times 10^{-3}$	هدایت الکتریکی محلول کلرور سدیم ( $\text{C}^2\text{s}/(\text{kgm}^3)$ )
$1/168 \times 10^{-3}$	گرانروی محلول کلرور سدیم ( $\text{kg}/(\text{ms})$ )
۲۰	درجه حرارت محلول ( $^{\circ}\text{C}$ )
$7/7 \times 7/7$	اندازه مقطع کانال (mm)
۴۵۰	طول کانال (mm)
۲۰۰	طول مگنت (mm)
۰/۴	چگالی شار مغناطیسی (تسلا)
۴۲۰-۴۸۰	اندازه ذرات پلیمری (میکرون)
$7/1 \times 10^{-19}$	هدایت الکتریکی ذرات پلیمر ( $\text{C}^2\text{s}/(\text{kgm}^3)$ )



شکل ۱۲- مقایسه نتایج مدلسازی و تجربی مسیر حرکت آخال برای مدل فیزیکی.





شکل ۱۳- مقایسه مقادیر محاسبه شده و اندازه‌گیری شده راندمان حذف آخال.

که بیانگر سرعت سیال، نیروی الکترومغناطیس و اندازه آخال هستند، بیان شد. به منظور مشاهده تاثیر نیروی الکترومغناطیس بر حرکت ذرات آخال و نیز ارزیابی مدل توسعه یافته، یک مدل فیزیکی طراحی و ساخته شد. در این مدل از ذرات پلیمری به عنوان آخال و محلول کلرور سدیم به عنوان سیال استفاده شده است. نتایج حاصل از مدل فیزیکی برای مسیر حرکت آخال و نیز حذف آخال بیانگر پیش‌بینی قابل قبول مدل است. مطالعات پارامتری در سیستم حذف آخال از مذاب منیزیم نشان داد که با افزایش عدد هارتمن،  $Ha$ ، راندمان حذف آخال در عدد رینولدز،  $Re$ ، و اندازه آخال ثابت به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. به علاوه هر چه عدد رینولدز پایتتر باشد، حذف آخال میسرتر می‌شود. از نتایج محاسبات مشخص شد که با کاهش اندازه آخال برای دستیابی به راندمان حذف مناسب، عدد هارتمن بایستی افزایش یابد.

خطای کمتر از ۲۰ درصد) مدل ریاضی توسعه یافته برای حذف پیوسته آخال در سیستم مورد نظر است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مدل ریاضی برای حذف پیوسته آخال از مذاب فلزات به صورت پیوسته با استفاده از نیروی الکترومغناطیس توسعه و معرفی شد. نیروی الکترومغناطیس بر پایه اعمال همزمان جریان الکتریکی DC و میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت بنا شده است. این مدل شامل محاسبه میدان نیروی الکترومغناطیس و میدان حرکت مذاب در حضور آن است. نتایج محاسبات میدان سرعت مذاب و نیروی الکترومغناطیس برای محاسبه مسیر حرکت ذرات آخال در مذاب مورد استفاده قرار گرفته است. عوامل موثر بر مسیر حرکت آخال و نیز راندمان حذف با استفاده از اعداد بدون بعد

## مراجع

1. T.A. Engh, "مبانی تصفیه فلزات"، محمدرضا ابوطالبی و محمدرضا افشارمقدم (مترجمین)، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۷.
2. Shih, T. S., Liu, W. S., and Chen, Y. J., "Fatigue of As-Extruded AZ61A Magnesium Alloy," *Materials Science and Technology*, Vol. A325, pp. 152-162, 2002.
3. Hanawalt, J.D., Nelson, C.E., and Peloubet, J.A., "Corrosion Studies of Magnesium and Its Alloys," *Transaction of AIME*, Vol. 147, pp. 273-299, 1942.
4. Lindstrom, R., Johansson, L.-G., Thompson, G.E., Skeldon, P., and Svensson, J.-E., "Corrosion of Magnesium in Humid Air," *Corrosion Science*, Vol. 46, Issue 5, pp. 1141-1158, May 2004.
5. Hu, H. and Luo, A., "Inclusions in Molten Magnesium and Potential Assessment Techniques,"

- (Overview), *JOM*, pp. 47- 51, Oct. 1996.
6. Eckert, C.E., Miller, R.E., Apalian, D., and Mutharasan, R., "Molten Aluminum Filtration: Fundamentals and Models," pp. 1281-1304, *Light Metal*, The Minerals, Metals and Materials Society, 1984.
  7. Bowman, K.A., "Magnesium by the Magnetherm Process – Process Contamination and Fused Salt Refining," *Light Metals*, The Minerals, Metals and Materials Society, 1985.
  8. El-Kaddah, N., "Electromagnetic Filtration-An Emerging Technology for the Production of Ultra Clean Metal," *Emerging Separation Technologies for Metals II*, Ed. Bautista, R.G., The Minerals, Metals and Materials Society, pp. 203-213, 1996.
  9. Leenov, D., and Kolin, A., "Theory of Electromagnetophoresis. I. Magnetohydrodynamic Force Experienced by Spherical and Symmetrically Oriented Cylindrical Particles," *Journal of Chemical Physics*, Vol. 22, No. 4, pp. 683-688, April 1954.
  10. Marty, P., and Alemany, A., "Theoretical and Experimental Aspects of Electromagnetic Separation," *Metallurgical Application of Magnetohydrodynamics*, Ed., Moffatt, H.K., and Proctor, M.R.E., The Metals Society, London, pp. 254-259, 1982.
  11. Park, P., Tanaka, Y., Sassa, K., and Asai, S., "Elimination of Tramp Elements in Molten Metal Using Electromagnetic Forces," *International Symposium on Electromagnetic Processing of Materials*, Nagoya, Japan, pp. 497-502, 1994.
  12. Yoon, E.-P., Kim, J.-H., Choi, J.-P., and Kwon, H.-R., "Effects of Electromagnetic Force on the Removal of Alumina Particles in Molten A356 Aluminum Alloy," *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 21, pp. 739-745, 2002.
  13. Taniguchi S., and Brimacombe, J.K., "Application of Pinch Force to the Separation of Inclusion Particles from Liquid Steel," *ISIJ international*, Vol. 34, pp. 722-735, 1994.
  14. El-Kaddah, N., Patel, A.D., and Natarajan, T.T., "The Electromagnetic Filtration of Molten Aluminum Using an Induced-Current Separator," *JOM*, Vol. 47, pp. 46-49, 1995.
  15. Alemany, A., Argous, J.P., Barbet, J., Ivanes, M., Moreau, R., and Poinot, S., French Patent No. 80400 4430, 1980.
  16. Iida, T., and Guthrie, R.I.L., *The Physical Properties of Liquid Metals*, Clarendon Press, Oxford, 1988.
  17. Poirier, D.R., Geiger, G.H., *Transport Phenomena in Materials Processing*, TMS, 1998.
  18. Moreau, R., *Magnetohydrodynamic*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
  19. Szekely, J., *Fluid Flow Phenomena in Metals Processing*, Academic Press, New York, p. 256, 1979.
  20. Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N., *Transport Phenomena*, Wiley, New York, p.193, 1960.
  21. Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, pp. 126-131, 1980.
  22. Shah, R.K., and London, A.L., *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, in *Advances in Heat Transfer* (Hartnett, J.P. et al., Eds.), Supplement 1, Academic Press New York, 1978.
  23. Robinson, R.A., and Stokes, R.H., *Electrolyte Solutions*, Butterworths, London, 1959.
  24. Sohnel, O., and Novotny, P., *Density of Aqueous Solutions of Inorganic Substances*, Elsevier, Amsterdam, 1985.