نشریه جنگل و فراورده‌های چوب. مجله منابع طبیعی ایران
دوره ٦٦، شماره ٢، تابستان ١٣٩٢
١٥٥

تاریخ دریافت: ١٣٨٩/١١/٤
تاریخ پذیرش: ١٣٩٢/٣/٢٩

مدل‌سازی توزیع فراوانی ارتفاع درختان در توده‌های ناهمسال (مطالعهٔ موردی: بخش گرازبن جنگل خیرود)

خسرو محمدعلی‌زاده *؛ پژوهشگر پسادکتری دانشکدهٔ منابع طبیعی دانشگاه تهران، ایران
منوچهر نمیرانیان؛ استاد دانشکدهٔ منابع طبیعی دانشگاه تهران، ایران
محمود زبیری؛ استاد دانشکدهٔ منابع طبیعی دانشگاه تهران، ایران
عبدالحسین هورفر؛ استاد دانشکدهٔ مهندسی و فناوری کشاورزی دانشگاه تهران، ایران
محمدرضا مروی‌مهاجر؛ استاد دانشکدهٔ منابع طبیعی دانشگاه تهران، ایران

چکیـــده

برای مطالعهٔ توزیع فراوانی داده‌های ارتفاع درختان در توده‌های ناهمسال و مدل‌سازی آن از چند توزیع آماری استفاده شد. منطقهٔ مورد مطالعه شامل شش پارسل از بخش گرازبن جنگل خیرود است که نمونه‌گیری در آن‌ها به‌روش سیستماتیک با شبکهٔ ١٥٠×١٠٠ متـر و قطعات نمونهٔ دایـره‌ای ١٠ آری انجام شـده است. از داده‌های حاصـل از این نمونه‌گیری، ارتفاع ١٩٦ اصله درخت (راش، ممرز، بلند مازو، توسکا، پلت و...) به‌عنوان یافته‌های یک نمونهٔ تصادفی از متغیر ارتفاع در نظر گرفته شدند. بازهٔ ارتفاعی درختان اندازه‌گیری‌شده بین ٥ و ٥١ متر است که معرّف تغییرات متغیر ارتفاع درختـان در جنگل‌های شمال است. بعـد از محاسبات مقدماتـی، چهار توزیع وایبول، گاما، نرمال، و لگ‌نرمال برای مدل‌سازی توزیـع فـراوانی متغیر ارتفاع انتخاب و محاسبات مربوطه انجـام شد. نتـایج حاصـل از آزمـون انـدرسـون‌ـدارلینـگ و نمـودار P-P نشان داد که توزیع لگ‌نرمال مدل مناسبی برای مدل‌سازی توزیع فراوانی ارتفاع درختان نیست و از سه توزیع دیگر، به‌ترتیب، توزیع‌های وایبول، گاما، و نرمال برای این کار مناسب‌ترند.

واژگان کلیدی: ارتفاع درختان، توده‌های ناهمسال، توزیع وایبول، توزیع گاما، مدل‌سازی توزیع فراوانی.

* نویسنده مسئول تلفن: ٠٩١٢٣٨٦١٨٧٣
E. mail: khmalizadeh@ut.ac.ir

Archive of SID
www.SID.ir

مقدمه

متغیر ارتفاع کل را می‌توان از اصلی‌ترین متغیرهای مورفومتریک[1] درختان جنگلی دانست. در زیست‌سنجی جنگل متغیرهایی چون ارتفاع درخت، در مواردی مانند تعیین حجم، ترسیم منحنی ارتفاع، محاسبهٔ ضرایب شکل، و قدکشیدگی، کاربرد دارند، اما نباید از شناخت کلی و تبیین رفتار این متغیرها، که حکم متغیر تصادفی را دارند، غافل شد. برای تبیین رفتار این متغیرها می‌توان از مدل‌سازی توزیع فراوانی آن‌ها استفاده کرد.

مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیرهایی چون قطر و ارتفاع در شاخه‌های گوناگون علوم جنگل مانند جنگل‌شناسی، جنگلداری، و زیست‌سنجی جنگل مورد توجه اهل فن بوده و است. اولین تلاش برای مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیرهای درختان را دولیکور[2] در سال ۱۸۹۸ انجام داد [۱]. محققان در سال‌های بعد هم به این مطالعات ادامه دادند و به‌تدریج روش‌های گوناگون ریاضی، به‌ویژه توزیع‌های آماری، را برای این نوع از مدل‌سازی‌ها به‌کار گرفتند.

در ایران، از گذشته، بررسی‌هایی در مورد مدل‌سازی توزیع فراوانی قطر درختان صورت گرفته، اما بیشتر این مطالعات برای این منظور از روش برازش خم استفاده کرده‌اند و فقط در چند مطالعه از روش برآوردکردن چگالی[3] به کمک توزیع‌های آماری استفاده شده است. شایان ذکر است که بین روش برازش خم و برآوردکردن چگالی تفاوت‌های بسیاری وجود دارد. هرچند گاهی بین بعضی از مدل‌های آن‌ها تشابه اسمی وجود دارد. به‌طور مثال، توزیع نمایی و تابع نمایی متفاوت از یکدیگرند و فرمول مایر یک تابع نمایی است نه توزیع نمایی.

به‌هرروی، از آنجا که هدف مقالهٔ حاضر بررسی چگونگی به‌کارگیری توزیع‌های آماری در مدل‌سازی توزیع فراوانی داده‌های ارتفاع درختان است و نه قطر آن‌ها، ابتدا اشارهٔ کوتاهی می‌کنیم به بعضی از مطالعات انجام‌شده در ایران که در آن‌ها از توزیع‌های آماری برای مدل‌سازی توزیع فراوانی قطر درختان استفاده شده است. سپس به تنها مورد مربوط به متغیر ارتفاع می‌پردازیم.

نمیرانیان از سه توزیع آماری بتا، وایبول، و دوجمله‌ای منفی برای تعیین فراوانی درختان در طبقات قطری استفاده کرد. این مطالعه، اولین مطالعهٔ مربوط به استفاده از توزیع‌های آماری در علوم جنگل در ایران است [۲]. متاجی و همکاران نیز از توزیع‌های بتا، وایبول، و نرمال برای بررسی فراوانی در طبقات قطری استفاده کردند [۳]. محمدعلی‌زاده و همکاران برای برازش توزیع فراوانی داده‌های قطر سه توزیع نمایی، گاما، و لگ‌نرمال را به‌کار گرفتند [٤]. امان‌زاده و همکاران از نُه توزیع آماری برای برآورد فراوانی در طبقات قطری استفاده کردند [۵] و شیخ‌الاسلامی و همکاران برای تعیین توزیع درختان در طبقات قطری از پنج توزیع آماری استفاده کردند [٦].

حال نگاهی می‌کنیم به تنها تحقیق انجام‌شده در ایران، که در آن سعی شده به کمک توزیع‌های آماری، فراوانی درختان مربوط به توده‌های ناهمسال در طبقات ارتفاعی معلوم شود. در این پژوهش از سه توزیع بتا، وایبول، و نرمال برای بررسی فراوانی درختان در طبقات ارتفاعی، که به زبان ریاضی مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیر تصادفی ارتفاع نامیده می‌شود، استفاده شده است. نتایج دو آزمون خی‌دو[4] و کولموگروف‌ـاسمیرنوف مشخص کرد که هیچ‌یک از توزیع‌های فوق مدل مناسبی برای این منظور نبود [۷].

مروری بر پژوهش‌های انجام‌شده در ایران نشان می‌دهد که ما هنوز در ابتدای راهیم. یعنی نه فقط از لحاظ تعداد مقاله‌ها، بلکه از لحاظ کیفیت آن‌ها نیز باید راه درازی بپیماییم. به‌طور مثال، در برخی از این

1. morphometric
2. de licourt
3. density estimation
4. chi-square

Archive of SID

www.SID.ir

مقاله‌ها به روش برآورد یا حتی به مقدار پارامترهای برآوردشده اشاره‌ای نشده است. یا اینکه بدون توجه به شکل بافت‌نگار،[1] که شباهتی به شکل توزیع نرمال ندارد، از این توزیع برای برازش داده‌ها استفاده شده، که البته نتیجه نیز کاملاً معلوم است. در مورد دیگری، باز هم بدون توجه به شکل بافت‌نگارهای مربوط به داده‌ها، از نُه توزیع آماری، که بعضی از آن‌ها هم انعطاف‌پذیری بسیار اندکی دارند، برای برازش توزیع فراوانی استفاده شده است. جالب این است که حتی پس از معلوم‌شدن نامناسب‌بودن برخی از توزیع‌ها (بر اساس مندرجات خود مقاله)، از همهٔ توزیع‌ها، اعم از مناسب و نامناسب، برای برآورد فراوانی در طبقات قطری استفاده شده است! تمامی این موارد ثابت می‌کند که هنوز به تلاش‌های ذهنی و پژوهش‌های بیشتری در این حوزه نیاز است؛ به‌ویژه در زمینهٔ روش‌شناسی و مبانی این نوع مطالعات.

در خارج از ایران، به‌ویژه در کشورهای غربی، مطالعات بسیاری در مورد مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیرهای درختان به کمک توزیع‌های آماری صورت گرفته است. البته با توجه به نوع توده‌های جنگلی موجود در کشورهای غربی بیشتر این مطالعات بر روی توده‌های همسال صورت گرفته است. از طرف دیگر، به‌سبب اهمیت متغیر قطر، بیشتر این مدل‌سازی‌ها در مورد متغیر قطر است و کمتر به متغیر ارتفاع توجه شده است. باید یادآوری کرد که اساساً نیاز به مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیر ارتفاع نیازی جدید است که با پیشرفت علوم جنگل و اهمیت روزافزون جنگل‌ها، مد نظر قرار گرفته است. با توجه به این توضیحات، ابتدا به‌اختصار چند مطالعهٔ مربوط به متغیر قطر معرفی و سپس شرحی از یک مطالعهٔ مربوط به متغیر ارتفاع ارائه می‌شود. نانگ (۱۹۹۸) از سه توزیع نرمال، لگ‌نرمال، و وایبول برای برازش داده‌های قطر استفاده کرد [۸]. کااو (۲۰۰٤) از توزیع وایبول برای مدل‌سازی توزیع فراوانی قطر کمک گرفت [۹]. نورد لارسون و کااو (۲۰۰٦) با استفاده از توزیع وایبول مدلی را برای قطر درختان ایجاد کردند [۱۰]. زو و زنگ (۲۰۱۰) به کمک توزیع‌های وایبول، گاما، و بتا به مدل‌سازی توزیع متغیر قطر پرداختند [۱۱]. در پژوهشی مربوط به متغیر تصادفی ارتفاع کل درختان، سی‌پی‌لهتو (۲۰۰٦) مطالعه‌ای را با هدف بررسی توزیع (ساختار) ارتفاعی توده‌های جوان کاج جنگلی در جنوب فنلاند انجام داد. منطقهٔ بررسی‌شده شامل ۱۰ ناحیهٔ زادآوری بود و گردآوری داده‌ها به روش نمونه‌گیری صورت گرفت. برای برازش داده‌ها از توزیع وایبول استفاده و برآورد پارامترها به روش صدک‌ها و تابع توزیع انجام شد. آزمون کولموگروف‌ـاسمیرنوف نیز نتیجهٔ برازش را تأیید کرد [۱۲].

همان‌طور که پیشتر گفتیم، ما در آغاز راه این مطالعات و بررسی‌ها هستیم و باید تلاش بسیار کنیم تا در مسیر درست قرار گیریم. مسلماً در این تلاش و کوشش مناسب است از مطالعات و تجربیات محققان کشورهای دیگر نیز استفاده کنیم، ولی این استفاده باید در حدّ کلیات باشد، نه جزئیات. علت این مسئله، هم تفاوت نوع جنگل‌های ایران با این کشورهاست و هم نوع مطالعات آنان. از طرف دیگر، کاستی‌هایی که در مطالعات محققان ایرانی وجود دارد، مثل عدم تمایز و تفکیک مدل‌های برازش خم از توزیع‌های آماری، انتخاب مدل بدون توجه به شکل بافت‌نگار، معرفی‌نکردن روش برآورد، ارائه‌نکردن توابع چگالی، به‌کارگیری مدل حتی پس از تشخیص نامناسب‌بودن آن، یا حتی توصیهٔ مدل فقط بر اساس یک مطالعه، بیانگر نیازی وافر بر انجام مطالعات گسترده، به‌ویژه مطالعات پایه‌ای و متکی بر روش‌شناسی درست، است.

برهمین‌مبنا، مطالعهٔ حاضر به مدل‌سازی توزیع فراوانی ارتفاع درختان (که هم در مطالعات خارجی و هم در مطالعات ایرانی توجه کمتری به آن شده) می‌پردازد. در این مطالعه، برای مدل‌سازی توزیع فراوانی، از توزیع‌های آماری استفاده شده است. در

1. histogram

Archive of SID

www.SID.ir

ضمن، هدف این مطالعه توصیهٔ مدلی خاص، یا مقایسهٔ مدل‌ها با یکدیگر، یا بررسی اثر روش نمونه‌گیری بر نوع توزیع فراوانی نیست، بلکه هدف تأکید بر روش‌شناسی درست این نوع از مطالعه‌ها، و برشماری خصوصیات ریاضی روش‌ها و مدل‌های استفاده‌شده است.

روش‌شناسی

منطقهٔ مورد مطالعه و داده‌های به‌کاررفته

در این پژوهش، پارسل‌های تحت مدیریت سومین بخش جنگل خیرود (بخش گرازبن)، واقع در هفت کیلومتری شرق شهرستان نوشهر، منطقهٔ مورد مطالعه را تشکیل می‌دهند. گسترهٔ بخش گرازبن در سیستم مختصات UTM بدین‌قرار است: طول از ۵۵۴۳۴۲ متر تا ۵۵۹۵۱۷ متر، و عرض از ۴۰۴۳۶۴۵ متر تا ۴۰۴۶۸۲۹ متر (مبنا WGS۸۴). توده‌های این بخش ناهمسال بوده و برخی گونه‌های آن عبارت‌اند از: راش، ممرز، بلند مازو، توسکا، شیردار، پلت، انجیلی، نمدار، خرمندی، ملج، ون، و گیلاس.

داده‌های به‌کاررفته از طرح جنگلداری بخش گرازبن استخراج شدند. شیوهٔ گردآوری داده‌ها به این قرار بود که از پارسل‌های تحت مدیریت شش پارسل به‌عنوان منطقهٔ آماربرداری انتخاب شدند و در هر پارسل شبکهٔ آماربرداری جداگانه‌ای به ابعاد ۱۵۰×۱۰۰ متر اجرا شد. قطعات نمونه نیز دایره‌ای‌شکل بودند و با مساحت ۱۰ آر به اجرا درآمدند. در هر قطعهٔ نمونه، ارتفاع کل دو درختِ شاهد (نزدیک‌ترین و قطورترین به مرکز قطعهٔ نمونه) با استفاده از شیب‌سنج سونتو و متر نواری اندازه‌گیری شد. از بین این دو درخت، نزدیک‌ترین درخت به مرکز قطعهٔ نمونه به‌عنوان نمونهٔ تصادفی برگزیده شد. باید توجه داشت که قطورترین درخت نمونهٔ تصادفی نیست. به‌بیان‌دیگر، قطورترین درخت نمونه‌ای تصادفی بین قطورترین درختان جنگل است، نه کل درختان جنگل. بدین‌ترتیب، ارتفاع کل ۱۹۶ اصله درخت به‌عنوان مشاهدات به‌کاررفته در این پژوهش، به‌کار بسته شدند.

روش‌های آماری و مدل‌های به‌کاررفته

محاسبات اولیه و انتخاب توزیع‌ها: به‌منظور آشنایی و بررسی شکل توزیع فراوانی داده‌ها ابتدا از بافت‌نگار استفاده شد. سپس آماره‌های توصیفی‌ای چون میانگین، میانه، چارک‌ها، واریانس، دامنهٔ تغییرات، ضریب تغییرات، ضرایب چولگی، و کشیدگی گشتاوری محاسبه شدند. سرانجام بر اساس دو معیارِ شکل بافت‌نگار و انعطاف‌پذیری توزیع‌ها، چهار توزیعِ وایبول (دو پارامتری)، گاما (دو پارامتری)، نرمال، و لگ‌نرمال (دو پارامتری) برای مدل‌سازی توزیع فراوانی انتخاب شدند. شایان ذکر است که فرمول‌های مربوط به این توزیع‌ها از دو مرجع [۱۳ و ۱۴] اخذ شدند.

توزیع وایبول: توزیعی پیوسته است که انعطاف‌پذیری بالایی دارد. این توزیع در مطالعات زیست‌سنجی جنگل کاربرد بسیار دارد. منحنی فراوانی این توزیع در بیشتر حالات چوله به راست است. تابع چگالی این توزیع به قرار زیر است:

$$f(x)=\frac{\alpha}{\beta^{\alpha}}\ x^{\alpha-1}e^{-(x/\beta)^{\alpha}}$$

$$0\le x<+\infty \qquad \alpha,\beta>0$$

در این فرمول و فرمول‌های بعدی x متغیر تصادفی، e عدد نپر، $f(x)$ تابع چگالی، و حروف کوچک یونانی پارامترند.

توزیع گاما: توزیعی پیوسته است که انعطاف‌پذیری نسبتاً خوبی دارد. منحنی فراوانی این توزیع نیز در تمامی حالات چوله به راست است. تابع چگالی این توزیع به‌صورت زیر است:

$$f(x)=\frac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}\ e^{(-x/\beta)}$$

$$0\le x<+\infty \qquad \alpha,\beta>0$$

در این فرمول Γ نماد تابع گاما است.

Archive of SID

www.SID.ir

توزیع نرمال: این توزیع را می‌توان اساسی‌ترین توزیع در آمار کلاسیک دانست، زیرا پایهٔ بسیاری از روش‌های آمار کلاسیک بر این توزیع نهاده شده است. انعطاف‌پذیری این توزیع کم و تابع چگالی آن به‌صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{[-(x-\mu)^2/2\sigma^2]}$$

$$-\infty < x \ , \mu < +\infty \quad \sigma > 0$$

توزیع لگ‌نرمال: این توزیع نیز توزیعی پیوسته است و همان‌طور که از نامش پیداست، اگر متغیری تصادفی توزیع لگ‌نرمال داشته باشد، لگاریتم طبیعی آن دارای توزیع نرمال خواهد بود. منحنی فراوانی این توزیع نیز همچون توزیع گاما چوله به راست است. در زیر تابع چگالی این توزیع آمده است.

$$f(x) = \frac{1}{x\,\sigma\sqrt{2\pi}} e^{[-(\ln x - \mu)^2/2\sigma^2]}$$

$$x, \mu, \sigma > 0$$

در این فرمول ln نماد لگاریتم طبیعی است.

برآوردگرهای به‌کاررفته و خواص آن‌ها: در مبحث برازش توزیع‌ها، روش‌ها یا برآوردگرهای[1] گوناگونی وجود دارد، مانند روش گشتاورها،[2] روش اِل گشتاورها، روش ماکسیمم درست‌نمایی،[3] روش صدک‌ها، و روش کمترین توان‌های دوم. از بین این روش‌ها دو روش گشتاورها و ماکسیمم درست‌نمایی بسیار متداول‌اند که می‌توان آن‌ها را برآوردگرهای گشتاوری و ماکسیمم درست‌نمایی نیز نامید. روش گشتاورها به‌سبب سادگی محاسبات، و روش ماکسیمم درست‌نمایی به‌سبب داشتن خصوصیات مطلوب ریاضی، به‌کار می‌رود. در پژوهش حاضر، این دو روش به‌کار رفتند. روش گشتاورها روشی ساده و اجرای آن به این ترتیب است که گشتاورهای توزیع (نظری) برابر مقدار گشتاورهای نمونه قرار می‌گیرد و در نتیجه، یک دستگاه معادلهٔ چندمجهولی به‌دست می‌آید. ریشه‌های این دستگاه معادله برآوردگرهای گشتاوری نامیده می‌شوند. مهم‌ترین ویژگی برآوردگرهای گشتاوری این است که نسبتاً راحت به‌دست می‌آیند و محاسبات اندکی دارند.

در روش ماکسیمم درست‌نمایی، تابع درست‌نمایی به‌ازای داده‌های نمونه ماکسیمم می‌شود. در اینجا نیز دستگاه معادله‌ای تشکیل می‌شود که ریشه‌های آن برآوردگرهای ماکسیمم درست‌نمایی را در اختیار می‌گذارد. البته ممکن است به‌دست‌آوردن برآوردگرهای ماکسیمم درست‌نمایی به کار پیچیده‌ای تبدیل شود و برای محاسبهٔ آن‌ها به محاسبات بسیاری نیاز باشد، و در نهایت هم فرمول ساده یا فرم بسته‌ای به‌دست نیاید؛ اما در مقابل، این برآوردگرها خواص ریاضی مطلوبی دارند. به‌طورمثال، این برآوردگرها تحت شرایط معینی یکتا، سازگار، مجانباً ناااریب، مجانباً کارا، و مجانباً نرمال‌اند [۱۳و ۱۴].

سنجش میزان نیکویی برازش: سنجش نیکویی برازش به کمک آزمون اندرسون‌ـدارلینگ و نمودار P-P انجام شد. آزمون اندرسون‌ـدارلینگ در بین آزمون‌های متداول مثل خی‌دو، کولموگروف‌ـاسمیرنوف، و کرامرـفون میزس، از توان[4] (احتمال رد فرض صفر در صورت نادرست‌بودن آن) خوبی برخوردار است. در واقع، بین آزمون‌های متداول برای بررسی نیکویی برازش توزیع‌ها، در موارد بسیاری، آزمون خی‌دو دارای کمترین توان، و آزمون اندرسون‌ـدارلینگ دارای بیشترین توان است. توان آزمون کولموگروف‌ـاسمیرنوف نیز در موارد متعددی کمی کمتر از توان آزمون اندرسون‌ـدارلینگ است. در مورد آزمون اندرسون‌ـدارلینگ نیز همچون بعضی دیگر از آزمون‌های نیکویی برازش، بزرگی مقدار آمارهٔ آزمون نشانهٔ دوربودن توزیع فراوانی مشاهده‌شده از توزیع آماری مورد آزمون است. یعنی هرچه مقدار آمار آزمون بزرگ‌تر باشد توزیع فراوانی مشاهده‌شده از توزیع آماری مورد نظر دورتر است.

1. estimator
2. method of moments
3. maximum likelihood method
4. power

Archive of SID
www.SID.ir

دربارهٔ نمودار P-P باید گفت در این نمودار، مقادیر تابع توزیع تجربی بر روی محور طول‌ها و با عنوان P(Empirical)، و مقادیر تابع توزیع مدل بر روی محور عرض‌ها و با عنوان P(Model)، قرار می‌گیرند.

تشکیل بازهٔ اطمینان: در روش‌شناسی بررسی‌های آماری بسیار متداول و شایسته است که پس از برآورد پارامترها در مورد آن‌ها استنباط آماری صورت پذیرد. (البته گاهی ممکن است در برخی از مطالعه‌ها، بسته به هدف مطالعه یا بعضی ملاحظات دیگر، ضرورتی به استنباط آماری نباشد.) در این مطالعه برای تمامی پارامترهای مربوط به توزیع‌ها بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی تشکیل شد.

نتایج

قبل از آغاز بحث در مورد متغیر ارتفاع، آشنایی با توزیع فراوانی متغیر قطر برابر سینه، به درک بهتر مطالب و نتایج حاصل از این مطالعه کمک خواهد کرد. به‌همین‌علت، ابتدا نظری می‌اندازیم به بافت‌نگار متغیر قطر. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، توزیع فراوانی داده‌های قطر دارای شکلی کم‌شونده، ولی نه لزوماً به شکل J وارون، است.

نتایج برآمده از محاسبات اولیه بر روی داده‌های ارتفاع در جدول ۱ آورده شده است. به‌طوری‌که دیده می‌شود داده‌های مربوط به ارتفاع کل درختان بین دو مقدار ۵ و ۵۱ متر پخش شده‌اند. مقدار میانگین و میانه به هم نزدیک‌اند و این نزدیکی بیانگر انباشتگی داده‌ها حول میانگین است. مقدار واریانس چندان بزرگ نیست و مقدار کمی چولگی به راست و پخی در داده‌ها دیده می‌شود.

یکی از دستاورهای مهم این مطالعه آن است که به‌رغم نتیجهٔ مورد انتظار از تحلیل‌ها و استنتاج‌های ذهنی، توزیع فراوانی داده‌های ارتفاع دارای شکلی نزولی (کم‌شونده) یا J وارون نبود، بلکه شکلی زنگدیس از خود نشان داد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که شکل کم‌شوندهٔ توزیع فراوانی قطر لزوماً بیانگر چنین شکلی (کم‌شونده) برای توزیع فراوانی ارتفاع نیست. شکل ۲ به‌خوبی این نتیجه را نشان می‌دهد.

مقادیر برآوردشدهٔ پارامترهای توزیع‌ها در جدول ۲ دیده می‌شود. مقادیر آمارهٔ آزمون اندرسون- دارلینگ نیز در جدول ۳ درج شده است. از آنجا که روش ماکسیمم درست‌نمایی خواص بهینهٔ بسیاری دارد و از مطلوب‌ترین روش‌ها در آمار کلاسیک محسوب می‌شود، آمارهٔ اندرسون-دارلینگ بر اساس این روش محاسبه شد.

مقایسهٔ آمارهٔ اندرسون-دارلینگ با مقادیر مربوط به جدول این آماره (مقادیر بحرانی) نشان می‌دهد که به‌جز توزیع لگ‌نرمال، سه توزیع دیگر با اطمینان ۹۵ درصد توزیعی مناسب برای مدل‌سازی توزیع فراوانی ارتفاع درختان‌اند، و مناسبت آن‌ها به‌قرار زیر است: نخست توزیع وایبول و در رتبه‌های بعدی توزیع‌های گاما و نرمال. جدول ٤ نیز بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی پارامترهای توزیع‌ها را نشان می‌دهد. نمودارهای P-P مربوط به توزیع‌ها نیز که در شکل‌های ۳ تا ٦ آمده بیانگر نتایج حاصله از جدول ۳ است.

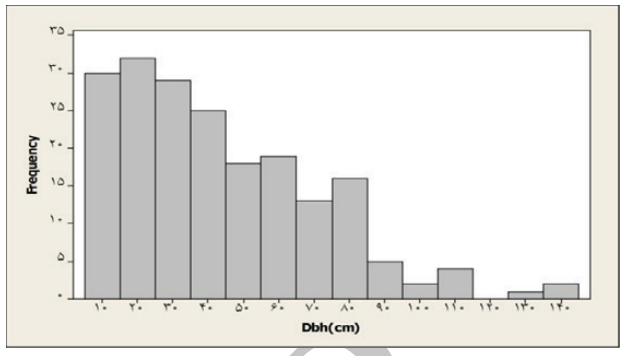
نتیجه‌گیری

از گذشته توجه بسیاری به متغیر قطر برابر سینه و توزیع فراوانی آن شده است؛ به‌طوری‌که اولین مطالعه در این زمینه در سال ۱۸۹۸ انجام شده است [۱]. اما متغیر ارتفاعْ کمتر و دیرتر مورد توجه قرار گرفت. در ایران نیز به‌جز یک مورد [۷]، مطالعهٔ دیگری در مورد مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیر ارتفاع صورت نگرفته است. (در واقع، این مطالعه یک پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد بود که مقاله‌ای از آن استخراج نشد.) به‌همین‌سبب، در این مقاله به موضوع مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیر ارتفاع کل درختان پرداخته شده است.

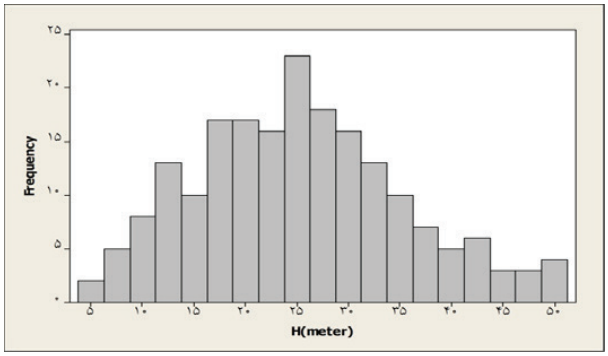
به‌طورکلی، مدل‌های ریاضی ابزارهای کارآمدی برای مدل‌سازی پدیده‌های جهان واقعی[1]اند و کارشناسان علوم

1. real world

Archive of SID



شکل ۱. بافت‌نگار قطر (پراکنش تعداد در طبقات قطری)



شکل ۲. بافت‌نگار ارتفاع (پراکنش تعداد در طبقات ارتفاعی)

جدول ۱. آماره‌های توصیفی مربوط به ارتفاع درختان (متر)

آماره	مقدار	آماره	مقدار
میانگین	۲۵/۲۷۰	کمینه	۵
خطای معیار میانگین	۰/۷۲۷	چارک اول	۱۷/۵
واریانس	۱۰۳/۶۷۳	میانه	۲۵
ضریب تغییرات	۴۰/۲۹	چارک سوم	۳۱/۵
ضریب چولگی	۰/۳۶۰۲	بیشینه	۵۱
ضریب کشیدگی	-۰/۲۷۹۷	دامنهٔ تغییرات	۴۶

جدول ۲. مقادیر پارامترهای برآوردشدهٔ توزیع‌ها

نوع توزیع	روش ماکسیمم درست‌نمایی	روش گشتاورها
وایبول	$\hat{\alpha} = ۲۸/٤٥١$ $\hat{\beta} = ۲/٦٨٦$	$\hat{\alpha} = ۲۷/٩٥٤$ $\hat{\beta} = ۲/٥٤$
گاما	$\hat{\alpha} = ٥/٤٦١٨$ $\hat{\beta} = ٤/٦٢٦٧$	$\hat{\alpha} = ٦/١٥٩٧$ $\hat{\beta} = ٤/١٠٢٥$
نرمال	$\hat{\mu} = ۲٥/۲۷۰٤$ $\hat{\sigma}^{۲} = ۱۰۳/۱٤٤$	$\hat{\mu} = ۲٥/۲۷۰٤$ $\hat{\sigma}^{۲} = ۱۰۳/۱٤٤$
لگ‌نرمال	$\hat{\mu} = ۳/۱۳٦۸$ $\hat{\sigma} = ۰/٤٥٦١$	$\hat{\mu} = ۳/۱۲٥۱$ $\hat{\sigma} = ۰/۳۸۷۹$

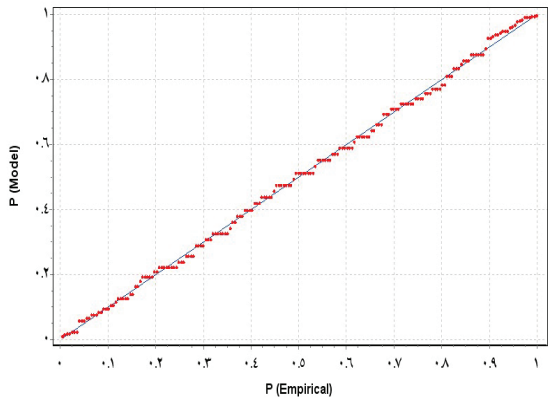
جدول ۳. مقادیر آمارهٔ اندرسون‌ـدارلینگ برای توزیع‌ها

نوع توزیع	مقدار آماره
وایبول	۰/۲۵۹
گاما	۰/۶۰۳
نرمال	۰/۶۴۸
لگ‌نرمال	۱/۸۲

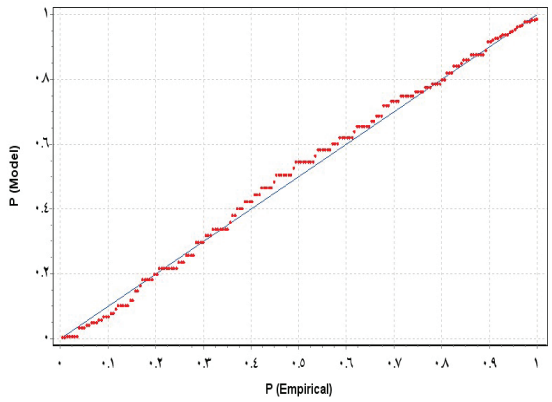
Archive of SID
www.SID.ir

جدول ٤. بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی پارامترهای توزیع‌ها

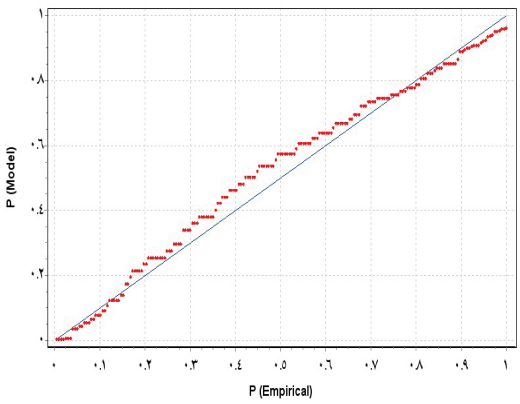
نوع توزیع	پارامتر	بازهٔ اطمینان
وایبول	α	(۳۰/۰۴۹۳ ، ۲۶/۹۰۵۶)
	β	(۲/۹۸۵۱ ، ۲/۴۰۲۲)
گاما	α	(۶/۶۸۳۵ ، ۴/۵۴۸۰)
	β	(۵/۶۱۳۷ ، ۳/۷۵۱۲)
نرمال	μ	(۲۶/۷۰۵ ، ۲۳/۸۳۶)
	σ^2	(۱۲۷/۷۸۰ ، ۸۵/۸۲۲)



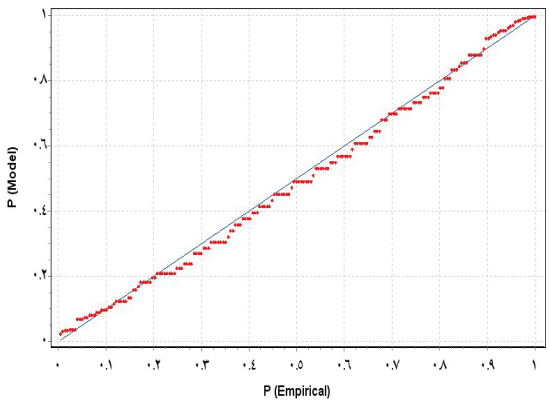
شکل ۳. نمودار P–P توزیع وایبول



شکل ٤. نمودار P–P توزیع گاما



شکل ۵. نمودار P–P توزیع نرمال



شکل ٦. نمودار P–P توزیع لگ‌نرمال

کاربردی بهرهٔ فراوانی از مدل‌های ریاضی می‌برند. این موضوع در مورد علوم جنگل نیز صادق است. البته در راستای فهم و ساده‌سازی واقعیت پیچیدهٔ جنگل به‌قصد مدل‌سازی آن، می‌توان به‌طرق گوناگونی اندیشه و تعقل کرد و از رویکردهای متفاوت ریاضی و فلسفی برای رسیدن به این هدف بهره جست [۱۵]. از انواع مدل‌سازی متداول و مفید در علوم جنگل استفاده از توزیع‌های آماری برای مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیرهای مورفومتریک

www.SID.ir

درختان است. کاربردهای گوناگونی برای این نوع مدل‌سازی قابل تصور است، مانند نمایش شکل کلی توزیع فراوانی داده‌ها، به‌دست‌آوردن منحنی تعادل، مطالعهٔ ساختار توده، ساختن مدل‌های رویشی، شبیه‌سازی به کمک اعداد تصادفی و اجرای آزمون مونت‌کارلو، و تعیین تابع چگالی احتمال [۱۶]. حال با توجه به این موارد به تفسیر نتایج حاصله می‌پردازیم.

مقادیر به‌دست‌آمده از محاسبهٔ آماره‌های توصیفی، به‌ویژه ضرایب چولگی و کشیدگی، به‌ترتیب با مقادیر ۰/۳۶۰۲ و ۰/۲۷۹۷-، و شکل بافت‌نگار، بیانگر آن است که توزیع فراوانی داده‌های ارتفاع بر خلاف انتظار (یا حداقل بر خلاف استنتاج ذهنی که شکلی کم‌شونده را به ذهن متبادر می‌کند) شکلی متمرکز یا قله‌مانند[1] از خود نشان می‌دهد. علت اصلی این پدیده را می‌توان رقابت درختان جوان برای رسیدن به اشکوب بالا و دسترسی به نور و فضای بیشتر دانست.

نتایج برآمده از آزمون نیکویی برازش نشان می‌دهد که دو توزیع وایبول و گاما مناسبت لازم برای برازش داده‌های ارتفاع درختان را دارند. اما توزیع لگ‌نرمال این مناسبت را ندارد که می‌توان علت این امر را انعطاف‌پذیری کم توزیع لگ‌نرمال در مقایسه با دو توزیع دیگر دانست. به‌بیان‌دیگر، باید گفت توزیع لگ‌نرمال به مقدار زیادی چوله به راست است، ولی داده‌های فوق فقط اندکی به سمت راست چوله‌اند (ضریب چولگی داده‌ها ۰/۳۶۰۲).

در مورد توزیع نرمال همین موضوع نتیجهٔ معکوس داده است، یعنی کم‌بودن مقدار چولگی داده‌ها، و نیز کم‌بودن مقدار کشیدگی (مقدار ضریب کشیدگی ۰/۲۷۹۷-) آن‌ها موجب شده توزیع نرمال امکان برازش بر داده‌های فوق را داشته باشد. جدول ۳ و شکل‌های ۳ تا ۶ به‌خوبی بیانگر این مطالب‌اند.

باید افزود که در مطالعهٔ حاضر انتخاب توزیع نرمال برای مدل‌سازی، پس از مشاهدهٔ بافت‌نگار داده‌ها، صورت گرفت؛ یعنی انتخاب توزیع نرمال برای مدل‌سازی فراوانی داده‌های ارتفاع (یا قطر) درختان در توده‌های ناهمسال با هیچ دلیل ذهنی (پیش‌تجربی) توجیه‌پذیر نیست. بنابراین، به‌کارگیری توزیع نرمال در مواردی که شکل بافت‌نگار قله‌مانند نیست، کاری است اشتباه. به زبانی ساده‌تر اینکه با توجه به انعطاف‌پذیری اندک توزیع نرمال، فقط در صورتی این توزیع را برای برازاندن به داده‌ها برمی‌گزینیم که شکل بافت‌نگار داده‌ها شبیه شکل توزیع نرمال باشد. درغیر این صورت، حتی آزمایش این توزیع به‌منظور مدل‌سازی توزیع فراوانی کاری بسیار ناشیانه و اشتباه محسوب می‌شود؛ کاری که در برخی از مطالعه‌های ایرانی، مانند مطالعهٔ [۶]، صورت گرفته است.

مقایسهٔ پژوهش حاضر با تنها پژوهش ایرانی [۷] نشان می‌دهد که بافت‌نگار داده‌های دو پژوهش کاملاً متفاوت از یکدیگرند. در پژوهش حاضر بافت‌نگار دارای شکل قله‌مانند است، اما در پژوهش مذکور شکل بافت‌نگار به‌هیچ‌وجه قله‌مانند نیست. در واقع، در پژوهش مذکور داده‌ها دارای یک توزیع آمیخته‌اند، یعنی از ابتدا معلوم بوده که توزیع‌های ساده (غیر آمیخته) نمی‌توانند برای مدل‌سازی چنین بافت‌نگاری به‌کار روند. به‌همین‌سبب است که در پژوهش مذکور توزیع‌های وایبول و نرمال (و حتی توزیع بتا که انعطاف‌پذیری بالایی دارند) نتوانسته‌اند مدل مناسبی برای برازش داده‌ها باشند، ولی همین دو توزیع در پژوهش حاضر توانایی مدل‌سازی توزیع فراوانی داده‌ها را داشته‌اند. باید توجه کرد که همین اختلاف شکل دو بافت‌نگار حاصل از دو پژوهش نشان می‌دهد که نباید در تعمیم نتایج حاصل از چنین پژوهش‌هایی عجله کرد. به‌بیان‌دیگر، شایسته است برای پاسخ‌گویی به پرسش‌های موجود، تا انجام پژوهش‌های متعدد، صبر کرد؛ به‌ویژه آنکه پژوهش حاضر نشان می‌دهد که نتیجهٔ برآمده از تحلیل‌های ذهنی می‌تواند بسیار دور از واقعیت باشد.

در ادامه، لازم است به دو نکته اشاره شود. نکتهٔ اول

1. peaked

Archive of SID

www.SID.ir

اینکه وقتی مدلی برای هدفی مناسب نیست باید آن را کنار گذاشت و هیچ استفاده‌ای از آن نکرد. (کاری که در کمال ناباوری و متأسفانه در مطالعهٔ امان‌زاده و همکاران، خلاف آن صورت گرفته است.) به‌همین‌سبب، در جدول ٤ برای پارامترهای توزیع لگ‌نرمال بازهٔ اطمینان محاسبه نشده است؛ یعنی پس از آنکه معلوم شد مناسبت این توزیع برای مدل‌سازی توزیع فراوانی به کمک آزمون اندرسون‌ـدارلینگ رد شد (به‌عبارت‌دیگر، آزمون نشان داد که داده‌ها دارای توزیع مورد نظر نیستند) این توزیع را کنار گذاشتیم و هیچ استفاده‌ای از آن نکردیم. البته باید توجه کرد که ممکن است آزمون‌های دیگر، مثلاً آزمون خی‌دو، به‌خصوص اگر برای انجام آزمون از مقادیر برآوردشدهٔ پارامترها به روش‌های دیگر مثل روش گشتاورها یا روش صدک‌ها متوسل شویم، مناسبت مدل را رد نکنند. به‌هرحال، باید در هر پژوهشی تا حد امکان مطلوب‌ترین برآوردگرها و پرتوان‌ترین آزمون‌ها را به‌کار برد.

اما نکتهٔ دوم مربوط است به مدل‌سازی توده‌های ناهمسال و به‌طورکلی جنگل‌های طبیعی و بکر. باید گفت در دهه‌های اخیر براثر پیشرفت علوم کامپیوتری و بسط و گسترش شاخه‌های جدید علوم ریاضی، توانایی مدل‌های ریاضی به‌قدری افزایش یافته که امروزه امکان مدل‌سازی چنان پدیده‌هایِ پیچیده‌ای وجود دارد که تا چندی پیش تصور آن هم دشوار بود. البته روشن است که برای به‌کارگیری این مدل‌ها باید از دانش ریاضی بالایی بهره‌مند بود. به‌طورمثال، در مورد مدل‌سازی توزیع فراوانی متغیرهای مورفومتریک درختان در توده‌های ناهمسال باید از مدل‌های مناسب و انعطاف‌پذیر یا مدل‌های آمیخته، و حتی دیگر روش‌های ریاضی استفاده کرد. بی شک، در صورت انتخاب مدل‌ها و روش‌های ریاضی مناسب‌تر، نتایج بهتری عاید پژوهشگران خواهد شد.

Archive of SID

www.SID.ir

References

[1]. Baily, R. L. (1980). Individual tree growth derived from diameter distribution model. Forest Science, 26(4): 626-632.

[2]. Namiranian, M. (1990). Application of probability models in description of distribution of trees in diameter classes. Iranian Journal of Natural Resources, 44: 93-108.

[3]. Mattaji, A., Hojjati, S. M., and Namiranian, M. (2000). A study of tree distribution in diameter classes in natural forests using probability distributions. Iranian Journal of Natural Resources, 53(2): 165-172.

[4]. Mohammadalizadeh, Kh., Zobeiri, M., Namiranian, M., Hoorfar, A., and Marvie Mohajer, M. R. (2009). Fitting of diameter distribution using some statistical models (distributions). Iranian Journal of Forest and Poplar Research, 17:116-124.

[5]. Amanzadeh, B., Sagheb-Talebi, Kh., Fadaei Khoshkebijari, F., Khanjani Shiraz, B., and Hemmati, A. (2011). Evaluation of different statistical distribution for estimation of diameter distribution within forest development stages in Shafaroud beech stands. Iranian Journal of Forest and Poplar Research, 19: 254-67.

[6]. Sheykholeslami, A., Kia Pasha, Kh., and Kia Lashaki, A. (2011). A study of tree distribution in diameter classes in natural forests of Iran. Annals of Biological Research, 2011, 2(5):283-290

[7]. Mataji, A. (1999). Study on tree distribution in height classes in natural forests. M.Sc. thesis in forestry, Faculty of Natural Recourses, University of Tehran.

[8]. Nanang, D. M. (1998). Suitability of the normal, log-normal and Weibull distribution for fitting diameter distribution of neem plantation in northern Ghana. Forest Ecology and Management, 103: 1-7.

[9]. Cao, Q. V. (2004). Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. Forest Science, 50(5): 682-685.

[10]. Nord-Larson, T., and Cao, Q. V. (2006). A diameter distribution model for even-aged beech in Denmark. Forest Ecology and Management, 231: 218-225.

[11]. Zheng, L., and Zhou, X. (2010). Diameter distribution of trees in natural stands managed on polycyclic cutting system. Forest studies in China, 12(1): 21-25

[12]. Siipilehto, J. (2006). Height distribution of Scots pine sapling stands affected by retained tree and edge stand competition. Silva Fennica, 40(3): 473-486.

[13]. Hoorfar, A. (2007). Engineering statistics, course for Ph.D. students of irrigation, Faculty of Agricultural Engineering and Technology, University of Tehran.

[14]. Zwillinger, D., and Kokoska, S. (2000). CRC Standard probability and statistics table and formulae. Chapman & Hall/ CRC, 554pp.

[15]. Amaro, A., Reed. D., and Soares, P. (2003). Modelling forest systems. CABI Publishing, 401pp.

Archive of SID

www.SID.ir