

تحلیل چند متغیره سیل با استفاده از مفصل‌های Vine در حوزه آبخیز

بازفت استان چهارمحال و بختیاری

- ❖ **ساسان امینی؛** دانشجوی دکتری آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، ایران.
- ❖ **رفعت زارع بیدکی*؛** استادیار، دانشکده منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، ایران.
- ❖ **رسول میرعباسی؛** دانشیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد، ایران.
- ❖ **مریم شفایی؛** دکتری مهندسی آب، دفتر تخصیص منابع آب وزارت نیرو، تهران، ایران.

چکیده

سیل یک پدیده چند بعدی است و به دلیل داشتن ویژگی‌های همبسته متعدد، تجزیه و تحلیل تک متغیره نمی‌تواند دانش یکپارچه‌ای در مورد این پدیده ارائه دهد. در این مطالعه، از ساختارهای واین برای تجزیه و تحلیل چند متغیره ویژگی‌های سیل استفاده شد. به این منظور، هیدروگراف‌های ۹۸ رویداد سیل ثبت شده در ایستگاه لندی در حوزه آبخیز بازفت در استان چهارمحال و بختیاری انتخاب شد و مشخصات سیلاب، از جمله دبی اوج سیل (P)، حجم سیل (V)، مدت زمان سیل (D) و زمان رسیدن به اوج (T) استخراج شد. سپس با آزمون کلموگروف-اسمیرنوف بهترین توزیع برازش یافته بر هر متغیر انتخاب شد. توزیع حاشیه‌ای منتخب شامل لوگ نرمال، جانسون اس بی و پیرسون نوع ۵ به ترتیب برای دبی اوج سیل و حجم سیل، مدت زمان سیل و زمان رسیدن به اوج می‌باشد. در مرحله بعد، مفصل‌های سی- واین (C -Vine) و دی- واین (D -Vine) در دو شکل سه و چهار متغیره با ترکیب متغیر ایجاد شد. به این ترتیب که در سه متغیره، حجم و دبی اوج سیل در ترکیب ثابت و مدت زمان سیل یا زمان رسیدن به اوج متغیر در نظر گرفته شدند. در مفصل چهار متغیره نیز ترکیب‌های متفاوت از هر چهار متغیر استفاده شد. برای ترکیب این متغیرها، از مفصل‌های گامبل، فرانک، جو، کلاتون، گواسین و تی استیودنت استفاده شد. نتایج به دست آمده از مفصل، با مفصل تجربی آن ترکیب، مقایسه شد. نتایج نشان داد که بهترین ترکیب در هر دو مفصل سی واین و دی واین در مدل‌های سه گانه، ترکیب TPV با مقدار نش $۰/۹۱۳$ است و مفصل‌های گامبل و گواسین به عنوان بهترین مفصل در لبه‌ها شناخته شدند. در مورد ترکیب چهار متغیره، بهترین ترکیب سی واین $PVTD$ و دی واین $PTVD$ با مقدار نش $۰/۹۸۹$ شناخته شدند. مفصل‌های گامبل و گواسین در درختها دارای غالبیت می‌باشند. به طور کلی نتایج نشان داد که ساختارهای واین چهار متغیره از ساختارهای سه متغیره دارای همبستگی بالاتری هستند.

کلید واژگان: روش پارامتریک ریشه دوم، مکعب لاتین مشروط، گندم، ذرت، یونجه، قزوين.

۱. مقدمه

سیل یکی از پرهزینه‌ترین و پراسیب‌ترین بلایای طبیعی است که با داشتن ویژگی‌های همبسته متعدد، به تجزیه و تحلیل چند بعدی نیاز دارد و مدل‌های یک‌بعدی نمی‌توانند دانش یک‌پارچه‌ای از آن فراهم کند [۲۰]. یک سیل نه تنها با دبی اوج به تنهایی بلکه ویژگی‌های دیگری مانند حجم، مدت زمان و غیره کامل‌تر توصیف می‌شود. در مدل‌سازی سیل نیز، پیش‌بینی همه ابعاد سیل مطلوب‌تر است. یکی از روش‌های مطالعات پدیده‌های طبیعی چون سیل و خشک‌سالی استفاده از توابع توزیع احتمال است. در نظر گرفتن ابعاد مختلف یک پدیده نیاز به تابع توزیع چند متغیره دارد. با وجود استفاده توابع توزیع چند متغیره در مطالعات مختلف هیدرولوژی [۱۷، ۱۸] به دلیل پیچیدگی‌های ریاضی و افزایش چشمگیر عدم اطمینان، برای ابعاد بیشتر مورد استقبال واقع نشد.

از اوایل قرن بیست و یکم، یکی از ابزارهای آماری به نام تابع مفصل [۱۶] که در سال ۱۹۵۹ معرفی شده بود توجه محققان را برای ساخت توابع توزیع مشترک جلب کرد. مفصل تابعی است که توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره را ادغام می‌کند و توزیع چندمتغیره را تشکیل می‌دهد. در رویکرد مفصل، نیازی نیست که توزیع‌های حاشیه‌ای یکسان باشند. همچنین، حاشیه یک‌متغیره و ساختار وابستگی چندمتغیره از هم جدا شده و ساختار وابستگی توسط یک مفصل نشان داده می‌شود [۵]. اولین استفاده از تابع مفصل در هیدرولوژی [۱۴] برای تجزیه و تحلیل فراوانی بارش در دو ایستگاه بارانسجی در ایتالیا گزارش شده است. آن‌ها از مفصل فرانک برای ساخت توزیع متغیر مدت رگبار و شدت باران استفاده کردند. سپس، این مطالعه را به سطح سه بعدی گسترش دادند و دوره خشک بین دو واقعه طوفان متوالی را به عنوان متغیر سوم در نظر گرفتند. پس از آن، توابع مفصل به طور گسترده‌ای در تجزیه و تحلیل فرکانس چندمتغیره پدیده‌های آب و

هواشناسی در سراسر جهان مورد استفاده قرار گرفت [۱۰، ۲]. در رویکرد مفصل تو در تو [۶]، در ابتدا، دو توزیع حاشیه‌ای توسط یک تابع مفصل و تابع توزیع تجمعی ۱ متغیر حاصل از توابع مفصل دیگر، به توزیع حاشیه سوم پیوند می‌خورند تا یک توزیع سه بعدی ایجاد کنند. این رویکرد را می‌توان به ابعاد بالاتر نیز گسترش داد. اما روش تو در تو نیز با محدودیت‌هایی روبروست. به عنوان مثال، وابستگی در بین همه جفت‌های متغیرها در مجموعه‌های متقارن چندمتغیره یکسان است [۱۵]؛ یا اگر طیف کوچکی از وابستگی منفی وجود داشته باشد، ابعاد آن‌ها افزایش می‌یابد [۸]. همچنین در مفصل‌های نامتقارن کاملاً تودرتو با افزایش ابعاد، انعطاف‌پذیری به تدریج کاهش می‌یابد [۶]. برای حل این محدودیت‌ها، مفصل‌های واین [۳] ارائه شدند.

در ابتدا مفهوم مفصل زوجی [۸] برای حالت دو متغیره معرفی شده بود. اما برای استفاده از توزیع چندمتغیره (سه متغیره به بالا) [۳] مدل واین به صورت گرافیکی معرفی شد. به طور کلی سه مفصل واین با عنوان سی واین، دی واین و آر واین وجود دارد که این مفصل‌ها انعطاف پذیرند و برای پدیده‌های با ابعاد بالا مناسب می‌باشند. در ابتدا هیدرولوژیست‌ها از مفصل واین برای مدل‌سازی ویژگی‌های باران، خشک‌سالی و طوفان استفاده کردند. برای مثال محققان [۲۰]، یک مدل طوفان را بر اساس داده‌های باران-نگاری در نزدیکی شهر بروکسل بلژیک با استفاده از مفصل واین مدل کردند و نشان دادند که داده‌های شبیه‌سازی شده با داده‌های مشاهداتی، مطابقت خوبی دارند. برخی دیگر [۱۲]، از یک مدل واین برای بارش فصلی بر کمر بند گندم در استرالیا بر اساس توده‌های هوای منطقه‌ای و شاخص‌های آب و هوایی استفاده کردند و دریافتند که این نوع مفصل نقش موفقیت‌آمیزی در پیش‌بینی بارش‌های بهاری داراست. همچنین یک مدل واین برای پیش‌بینی شاخص و ویژگی‌های خشک‌سالی در جنوب شرقی

^۱Cumulative distribution function

تجزیه و تحلیل چند متغیره و ویژگی‌های سیل در حوزه آبخیز بازفت، استان چهارمحال و بختیاری است.

۲. روش شناسی

۱،۲. معرفی منطقه مورد مطالعه

منطقه حوزه آبخیز بازفت (به مساحت ۲۱۶۱ کیلومتر مربع) در قسمت بالادست حوزه آبخیز سد کارون ۴ و در استان چهارمحال و بختیاری واقع شده است. دمای میانگین، حداکثر و حداقل این حوزه آبخیز به ترتیب ۱۵/۱، ۳۴/۷ و ۱/۲ درجه سلسیوس است. همچنین میزان بارندگی سالانه حدود ۷۶۶ میلیمتر و دبی سالانه ۵۷/۸ متر مکعب در ثانیه در ایستگاه لندی ثبت شده است. در این مطالعه، از ۹۸ رویداد سیل ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری لندی (به طول جغرافیایی ۵۰ درجه و ۱۸ دقیقه و ۲۳ ثانیه و عرض جغرافیایی ۳۱ درجه، ۴۹ دقیقه و ۴۶ ثانیه) از سال ۱۳۶۷ تا ۱۳۹۶ استفاده شد. این ایستگاه در خروجی حوزه آبخیز آبشار بازفت در سال ۱۳۵۷ توسط شرکت آب منطقه‌ای چهارمحال و بختیاری تأسیس شده است. موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه لندی در شکل (۱) ارائه شده است.

هیدروگراف سیل تغییر دبی ثبت شده در طی یک رویداد سیل را نشان می‌دهد. در این مطالعه، چهار ویژگی مهم یک رویداد سیل از جمله مدت زمان سیل (D)، حجم سیل (V)، زمان رسیدن به اوج (T) و تخلیه اوج سیل (P) برای تجزیه و تحلیل چند متغیره انتخاب شد.

داده‌های سیل ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری لندی بیش از ۲۸۰ هیدروگراف سیل را در اختیار ما قرار می‌دهد. برای انتخاب رویدادهای مناسب این تحقیق، هیدروگراف‌هایی با یک اوج دقیق و زمان شروع و پایان قابل تشخیص انتخاب شدند. سپس چهار ویژگی ذکر شده از ۹۸ رویداد انتخاب شده سیل استخراج شد. میانگین، حداکثر و حداقل متغیرهای نام‌برده در بین هیدروگراف‌های منتخب در

کوئینزلند استرالیا ایجاد شد که مشخص شد رابطه پیچیده‌ای بین ویژگی‌های خشک‌سالی و ناهنجاری‌های آب و هوایی وجود دارد [۴].

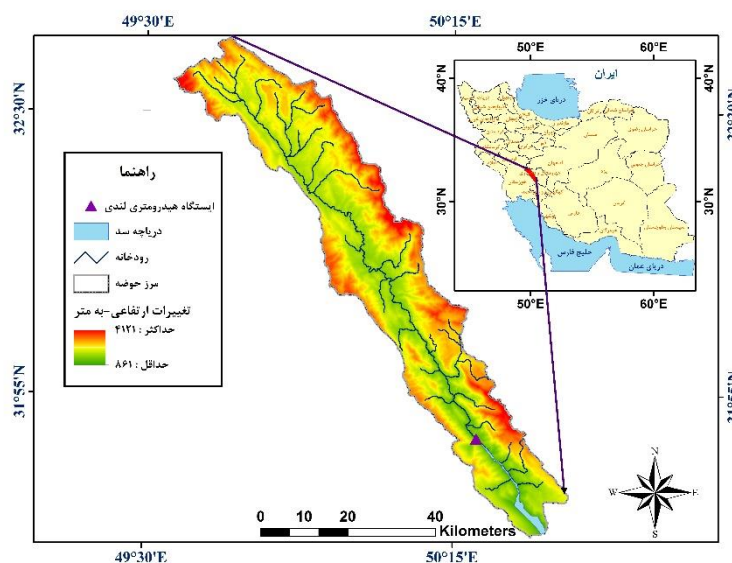
بررسی مقالات نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های درخت و این در مورد سیل در مطالعات چندمتغیره معمول نیست. از مدل دی و این سه متغیره و چهارمتغیره برای تلفیق ویژگی‌های سیل در رودخانه رم استفاده شد که در نتایج، مفصل فرانک بهترین همبستگی را در میان مفصل‌های ارشمیدوسی دارا بود [۱۵]. پژوهشگران برزیلی [۱۳] برای شبیه‌سازی جریان از مدل و این استفاده کردند. آن‌ها سناریوهای جریان تصادفی در نیروگاه برق آبی مانسو در برزیل را مدل کردند و نتایج نشان داد که مشاهدات آن‌ها در داده‌های تاریخی، در سناریوهای شبیه‌سازی شده هیچ تغییری ندارد. در چین [۷] برای تجزیه و تحلیل سیل در حوزه رودخانه ژیانگ یک مدل سی و این چهار متغیره انتخاب کردند و نتایج نشان داد که وقتی ساختار وابستگی و توزیع حاشیه‌ای غیر ثابت باشد، اثرات آن‌ها بر طراحی هیدرولوژیکی مؤثر خواهد بود. اخیراً یک مدل دی و این بر اساس ویژگی‌های سیل (اوج، مدت، حجم) حوزه رودخانه کلانتان در مالزی ساختند و دریافتند که مفصل گواسین و فرانک به ترتیب مناسب‌ترین مفصل برای ترکیب $P-V$ و $V-D$ می‌باشند [۹].

تجزیه و تحلیل چند متغیره سیلاب و به خصوص استفاده از توابع مفصل، هم در دنیا نسبتاً جدید است و هم در ایران موارد زیادی از آن وجود ندارد. مدل‌سازی چهارمتغیره سیل، با استفاده از مفصل‌های و این با محدودیت‌های کمتری نسبت به روش‌های پیشین همراه است. حوزه آبخیز بازفت در استان چهارمحال و بختیاری، یکی از حوزه‌های مناسب از نظر داشتن آمار هیدرومتری و سیل در کشور است. همچنین این حوزه با داشتن شکل کشیده و مستطیل‌مانندی می‌تواند یکی از موارد خاص و مناسب برای مطالعات سیل باشد. لذا هدف از تحقیق حاضر،

خانواده‌های ار شمید سی (گامبل، فرانک، کلایتون، جویی) و الپتیکال (گواسین و تی استیودنت) انتخاب شد و سپس ترکیب‌های مختلف این خصوصیات در حالات سه و چهارمتغیره و بر اساس مدل‌های دی و این و سی و این، ساخته شد. در نهایت برای انتخاب بهترین ترکیب، مقادیر تئوری محاسبه شده با مفصل تجربی متناظر آن‌ها مقایسه شد.

جدول شماره (۱) آمده است. سپس همبستگی بین متغیرها با استفاده از ضریب همبستگی تاو-کندال و پیرسون رتبه‌بندی شد.

بهترین توزیع حاشیه‌ای یک متغیره برای همه متغیرها بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف تعیین گردید و سپس، به منظور تجزیه و تحلیل چند متغیره، ساختارهای و این با بهترین همبستگی برای هر متغیر جفت ساخته شد. برای این منظور، شش نوع مفصل از



شکل ۱. موقعیت منطقه مورد مطالعه

جدول ۱. بعضی از خصوصیات آماری رخداد‌های سیل استفاده شده (۹۸ هیدروگراف)

خصوصیات آماری	حجم (میلیون متر مکعب)	زمان رسیدن به اوج (ساعت)	دبی اوج (مترمکعب بر ثانیه)	زمان سیل (ساعت)
میانگین	۳۵/۷۸	۲۳/۲۳	۶۴۵/۸۲	۶۹/۴۶
حداکثر	۲۰۴	۹۱	۲۱۲۹	۱۶۷
حداقل	۱/۱۲	۲	۱۲۶	۱۷

۲.۲. مفصل و این

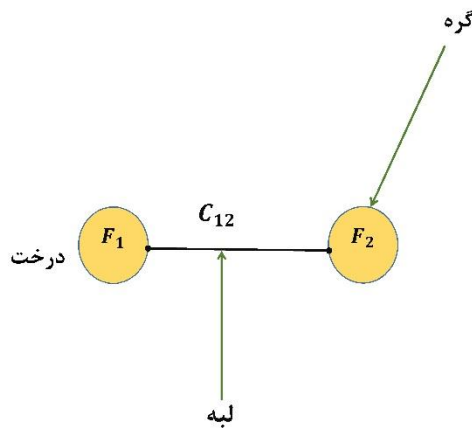
(شکل ۲) لازم است فرمول معرفی شده را به صورت رابطه شماره (۱) تغییر داد.

مفهوم مفصل را به عنوان تابعی که توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت را ایجاد می‌کند تا توزیع احتمال چند متغیره ایجاد شود، تعریف شد [۱۶]. برای توصیف مفصل و این،

در فرمول شماره (۳)، اگر $C_{1,2}(0,0)$ چگالی مناسب برای مفصل جفتی برای انتقال متغیرهای $F_1(x_1)$ و $F_2(x_2)$ باشد در نتیجه چگالی شرطی آن به صورت رابطه شماره (۴) نوشته می‌شود:

$$f(x_1 | x_2) = C_{1,2} \{ (F_1(x_1), F_2(x_2)) \} \cdot f_1(x_1) \quad \text{معادله ۴}$$

زمانی یک مفصل و این منظم به عنوان مفصل سی و این نامیده می‌شود که در هر درخت یک گره با درجه d باشد و همچنین اگر هر گره در درخت یک درجه بیشتر از یک نداشته باشد به عنوان مفصل دی و این نامیده می‌شود. در شکل شماره (۲) یک واحد مفصل و این با خصوصیات مربوط نشان داده شده است [۱۶]. در این مطالعه تحلیل خصوصیات سیل با هر دو مفصل انجام شده است.



شکل ۲. ساختار مفصل و این

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_d) \cdot f(x_{d-1} | x_d) \cdot f(x_{d-2} | x_{d-1}, x_d) \dots \cdot f(x_1 | x_2, \dots, x_d) \quad \text{معادله ۵}$$

$$F_{1,2,\dots,j}(x_1, x_2, \dots, x_j) = C_{1,2,\dots,j} \{ (F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_j(x_j)) \} \quad \text{معادله ۱}$$

در رابطه شماره (۱) $F_{1,2,\dots,j}(x_1, x_2, \dots, x_j)$ به تابع توزیع تجمعی توام در ابعاد (۱ به بالا) با توزیع‌های تک متغیره $(F_i(x_i))$ می‌باشد و نیز $C_{1,2,\dots,d}$ یک مفصل با ابعاد $d \in [0,1]^n \rightarrow [0,1]$ که می‌توان توزیع یکنواخت حاشیه‌ای در تابع توزیع تجمعی توام آن نشان داد. در بعضی مفصل با ابعاد دیگر می‌توان مقدار C را از رابطه شماره (۲) به دست آورد:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_j) = F \{ (F_1^{-1}(u_1), \dots, F_j^{-1}(u_j)) \} \quad \text{معادله ۲}$$

که در این فرمول $F_i^{-1}(u_i)$ یک تابع توزیع حاشیه ای معکوس می‌باشد و همچنین اگر:

$$f(x_1, x_2) = C_{1,2} \{ (F_1(x_1), F_2(x_2)) \} \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \quad \text{معادله ۳}$$

اگر تابع $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ یک تابع چگالی چند متغیره باشد و یک بردار از متغیر تصادفی باشد، پس می‌توان فرمول تابع را به صورت زیر نوشت:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i,i+j|i+1, \dots, i+j-1} \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F(x_j | x_1, \dots, x_{j-1}), \\ F(x_{j+i} | x_1, \dots, x_{j-1}) \end{array} \right\}$$

بر طبق دو معادله شماره (۹) و (۱۰)، معادله کلی حالت سه متغیره (سی و این یا دی و این) عبارت است از:

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot c_{12}\{F_1(x_1), F_2(x_2)\} \cdot c_{23}\{F_2(x_2), F_3(x_3)\} \cdot c_{123}\{F(x_1|x_2), F(x_3|x_2)\} \quad (11)$$

همچنین برای حالت چهار متغیره، معادله سی و این به صورت رابطه شماره (۱۲) نوشته می شود:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \cdot c_{12}\{F_1(x_1), F_2(x_2)\} \cdot c_{13}\{F_1(x_1), F_3(x_3)\} \cdot c_{14}\{F_1(x_1), F_4(x_4)\} \cdot c_{23}\{F_2(x_2), F_3(x_3)\} \cdot c_{24}\{F_2(x_2), F_4(x_4)\} \cdot c_{34}\{F_3(x_3), F_4(x_4)\} \cdot c_{123}\{F(x_2|x_1), F(x_3|x_1)\} \cdot c_{124}\{F(x_2|x_1), F(x_4|x_1)\} \cdot c_{134}\{F(x_3|x_1), F(x_4|x_1)\} \cdot c_{234}\{F(x_3|x_2), F(x_4|x_2)\} \cdot c_{1234}\{F(x_3|x_1, x_2), F(x_4|x_1, x_2)\} \quad (12)$$

برای مفصل دی و این هم، فرمول به صورت رابطه شماره (۱۳) است:

آس [۱] پیشنهاد داد که هر جزء در سمت راست معادله شماره (۵) می تواند به صورت زیر، در رابطه شماره (۶) در نظر گرفته شود:

$$f(x|\kappa) = C_{x\kappa_i|\kappa_{-i}} \{ F(x|\kappa_{-j}), F(\kappa_j|\kappa_{-j}) \} \cdot f(x|\kappa_{-j}) \quad (6)$$

در فرمول شماره (۶)، κ یک بردار شرطی چند متغیره و κ_j یک جزء انتخاب شده دلخواه از بردار κ می باشد و κ_{-j} نشان دهنده بردار با ابعاد $n-1$ می باشد.

جویی [۸] ساختار مفصل جفتی که شامل توزیع های شرطی مثل $F(x|\kappa)$ است را به صورت رابطه شماره (۷) تعریف کرد:

$$F(x|\kappa) = \frac{\partial C_{x,\kappa_i|\kappa_{-i}}(F(x|\kappa_{-i}), F(\kappa_i|\kappa_{-i}))}{\partial F(\kappa_i|\kappa_{-i})} \quad (7)$$

که مقدار $C_{i,j|n}$ در فرمول (۷)، یک تابع مفصل دومتغیره می باشد و همچنین اگر κ تک متغیره باشد، می توان حالت خاصی از فرمول شماره (۷) را به صورت رابطه شماره (۸) نوشت:

$$F(x|\kappa) = \frac{\partial C_{x,\kappa}(x,\kappa,\theta)}{\partial F(\kappa)} \quad (8)$$

زمانی که معادله شماره (۸) برای مفصل و این نوشته شود به صورت رابطه شماره (۹) خواهد بود:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i,i+j|i+1, \dots, i+j-1} \left\{ \begin{array}{l} F(x_j | x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}), \\ F(x_{j+i} | x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}) \end{array} \right\} \quad (9)$$

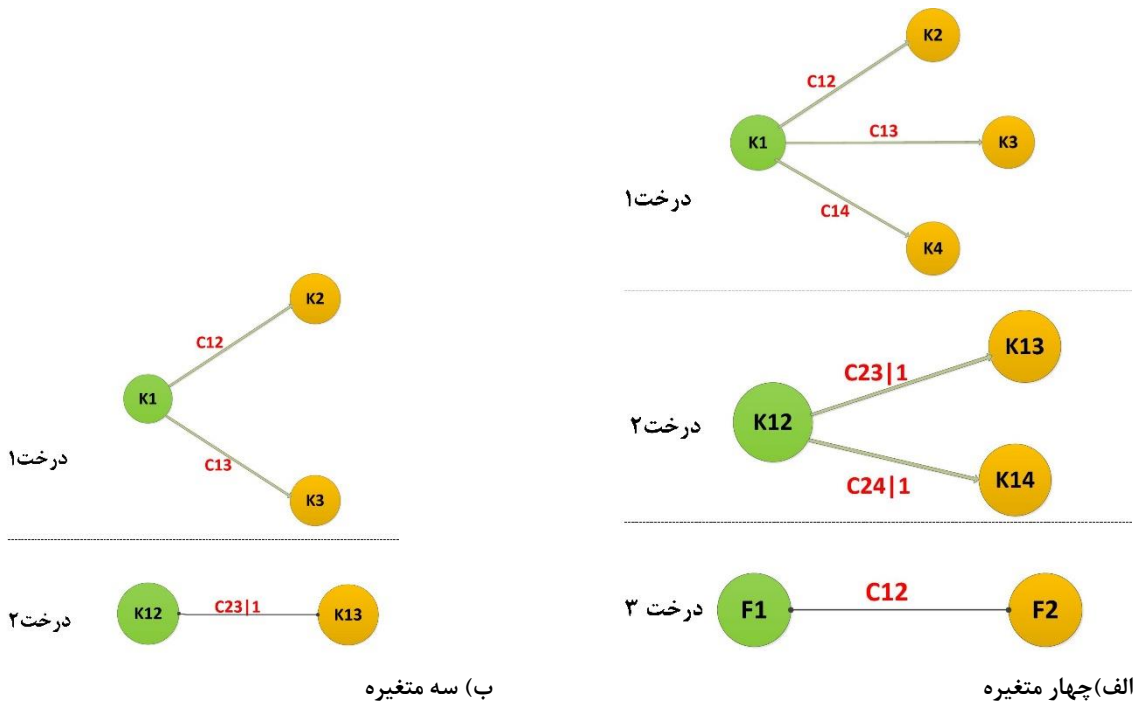
در فرمول بالا j به عنوان تعریف کننده درخت ها و i نشان دهنده لبه ها در هر درخت می باشد. همچنین برای یک مفصل سی و این، تابع چگالی را به صورت رابطه شماره (۱۰) می توان نوشت:

۱.۲.۲. پارامترهای مفصل سی و این

برای ساختن مفصل و این ابتدا باید پارامتر مفصل و این برآورد گردد و برای این کار روش‌های متعددی به وسیله محققین ارائه شده است. از میان آن‌ها می‌توان به روش حداکثر درست‌نمایی^۱، تابع استنتاج برای حاشیه‌ها^۲، روش بهینه سازی (الگوریتم ژنتیک، بهینه ذرات ازدحام^۳ و غیره) اشاره کرد. در این تحقیق از روش حداکثر درست‌نمایی برای برآورد پارامتر مفصل استفاده شده که روش آن در مفصل سی و این با توجه به شکل (۳) در پنج مرحله به شرح زیر می‌باشد:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \cdot c_{12}\{F_1(x_1), F_2(x_2)\} \cdot c_{23}\{F_2(x_2), F_3(x_3)\} \cdot c_{34}\{F_3(x_3), F_4(x_4)\} \cdot c_{13|2}\{F(x_1|x_2), F(x_3|x_2)\} \cdot c_{24|3}\{F(x_2|x_3), F(x_4|x_3)\} \cdot c_{14|23}\{F(x_1|x_2, x_3), F(x_4|x_2, x_3)\}.$$

معادله ۱۳



شکل ۳. طرح‌واره مفصل سی و این الف) چهار متغیره ب) سه متغیره

مرحله اول: در درخت اول، سه پارامتر برای چهار

متغیره $(\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14})$ و دو پارامتر برای سه متغیره $(\theta_{23}, \theta_{24})$ با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی برآورد شد. سپس نوبت به محاسبه مفصل‌های آن‌ها (C_{34}, C_{23}, C_{12}) است.

مرحله دوم: توابع توزیع شرطی k_{12}, k_{13}, k_{14}

برای چهار متغیره و k_{12}, k_{13} برای سه متغیره به وسیله معادله‌های زیر محاسبه گردید:

^۱Particle swarm optimization

^۲Maximum Likelihood (ML)

^۳The Inference Function for Margins (IFM)

مرحله اول: پارامترهای مفصل $(\theta_{12}, \theta_{22})$ برای سه متغیره، $\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{32}$ برای چهار متغیره) به روش حداکثر درست‌نمایی برای مفصل‌های دو متغیره (C_{12}) ، سه متغیره (C_{23}) ، و چهار متغیره (C_{34}) در درخت شماره (۱) محاسبه می‌گردد.

مرحله دوم: توابع توزیع شرطی k_{12} و k_{13} برای سه متغیره و k_{12}, k_{13} و k_{14} برای چهار متغیره با استفاده از معادلات ۱۹، ۲۰ و ۲۱ برآورد می‌شود.

$$k_{12} = F_{2|1}(x_2|x_1) = \frac{\partial C_{12}(u_1, u_2, \theta_{12})}{\partial u_1} \quad \text{معادله ۱۹}$$

$$k_{22} = F_{3|2}(x_3|x_2) = \frac{\partial C_{23}(u_2, u_3, \theta_{23})}{\partial u_2} \quad \text{معادله ۲۰}$$

$$k_{42} = F_{4|2}(x_4|x_2) = \frac{\partial C_{24}(u_2, u_4, \theta_{24})}{\partial u_2} \quad \text{معادله ۲۱}$$

مرحله سوم: در درخت دوم پارامترهای مفصل $(\theta_{13|2}, \theta_{23|2}, \theta_{33|2}, \theta_{43|2})$ مربوط به مفصل دو متغیره $(C_{13|2}, C_{23|2}, C_{33|2}, C_{43|2})$ با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی محاسبه می‌شود و سپس توابع شرطی k_{12}, k_{22}, k_{32} و k_{42} یا k_{12}, k_{22}, k_{32} به دست می‌آید.

مرحله چهارم: توابع توزیع شرطی k_{12} و k_{13} در درخت سوم بر اساس پارامترهای مفصل درخت ۲ با فرمول زیر به دست می‌آید:

$$k_{3|12} = F_{3|12}(x_3|x_1, x_2) = \frac{\partial C_{13|2}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{3|2}(x_3|x_2), \theta_{13|2})}{\partial F_{2|1}(x_2|x_1)} \quad \text{معادله ۲۲}$$

$$k_{4|12} = F_{4|12}(x_4|x_1, x_2) = \frac{\partial C_{24|2}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{4|2}(x_4|x_2), \theta_{24|2})}{\partial F_{2|1}(x_2|x_1)} \quad \text{معادله ۲۳}$$

$$k_{12} = F_{2|1}(x_2|x_1) = \frac{\partial C_{12}(u_1, u_2, \theta_{12})}{\partial u_1} \quad \text{معادله ۱۴}$$

$$k_{13} = F_{3|1}(x_3|x_1) = \frac{\partial C_{13}(u_1, u_3, \theta_{13})}{\partial u_1} \quad \text{معادله ۱۵}$$

$$k_{14} = F_{4|1}(x_4|x_1) = \frac{\partial C_{14}(u_1, u_4, \theta_{14})}{\partial u_1} \quad \text{معادله ۱۶}$$

مرحله سوم: در ادامه در درخت دوم پارامترهای مفصل $(\theta_{23|1}, \theta_{33|1}, \theta_{43|1})$ (برای سه متغیره) و $C_{23|1}, C_{33|1}, C_{43|1}$ (برای چهار متغیره) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی محاسبه شد.

مرحله چهارم: تابع توزیع شرطی $K_{23|1}$ (برای سه متغیره و چهار متغیره) و $K_{33|1}$ (برای چهار متغیره) با استفاده از پارامترهای مفصل مرحله قبل به صورت زیر محاسبه شد.

$$k_{23|1} = F_{1|23}(x_1|x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial F_{2|1}(x_2|x_1)} C_{23|1}(F_{1|2}(x_1|x_2), F_{3|2}(x_3|x_2), \theta_{23|1}) \quad \text{معادله ۱۷}$$

$$k_{33|1} = F_{1|33}(x_1|x_3, x_4) = \frac{\partial}{\partial F_{3|2}(x_3|x_2)} C_{33|1}(F_{1|3}(x_1|x_3), F_{4|3}(x_4|x_3), \theta_{33|1}) \quad \text{معادله ۱۸}$$

مرحله پنجم: این مرحله فقط برای مفصل و این چهار متغیره وجود دارد که مقدار $\theta_{34|12}$ با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی برآورد شد و سپس تابع توزیع شرطی برای $C_{34|12}$ با مقادیر $k_{23|1}$ و $k_{33|1}$ محاسبه گردید.

۲.۲.۲. برآورد پارامترهای مفصل دی و این

مطابق شکل شماره (۴)، پارامترهای مفصل دی و این به صورت سه متغیره و چهار متغیره با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی به صورت مراحل زیر محاسبه می‌شود:

۳. نتایج

۱.۳. ساختار همبستگی خصوصیات سیل

به منظور تعیین کمیت ساختار وابستگی بین خصوصیات سیل، مقادیر شاخص آماری کندال تاو و پیرسون در جدول (۲) آورده شده است. برر سی مقادیر جدول (۲) نشان می‌دهد، بیشترین همبستگی بین دو ویژگی دبی اوج و حجم سیلاب وجود دارد و پس از آن تداوم سیل و زمان اوج همبستگی بالاتری نسبت به بقیه جفت‌های تعیین شده دارند.

مرحله پنجم: نهایتاً مقدار $C_{14|23}$ در درخت شماره ۳

بر اساس تابع شرطی بر اساس دو معادله بالا به دست می‌آید.

۲.۲. انتخاب بهترین مفصل

زمانی که مقادیر پارامتر مفصل‌ها محاسبه گردید، برای انتخاب بهترین مفصل، مقادیر محاسبه شده هر نوع مفصل با مفصل تجربی آن مقایسه می‌شود. شاخص آماری نش-ساتکلیف^۱ [۱۱] برای انتخاب مفصل منتخب استفاده شد.

جدول ۲. مقادیر تاو کندال و ضریب پیرسون برای ارزیابی ساختارهای وابستگی در میان خصوصیات سیل دو متغیره

PT	DV	DP	PV	DT	TV	میزان همبستگی
۰/۴۸۲	۰/۶۴۰	۰/۴۸۰	۰/۹۰۸	۰/۷۶۸	۰/۵۷۲	ضریب پیرسون
۰/۲۹۷	۰/۴۳۹	۰/۲۸۲	۰/۷۶۶	۰/۵۵۷	۰/۳۹۴	تاو کندال

نرمال (دبی اوج سیل)، توزیع جانسون اس بی (مدت سیل)، توزیع لوگ نرمال (حجم سیل) و توزیع پیرسون نوع ۵ سه پارامتره (زمان رسیدن به اوج) می‌باشند. بهترین توزیع به همراه پارامترهای برآورد شده توزیع منتخب در جدول ۳ ارائه گردید.

۲.۳. توابع توزیع حاشیه‌ای

متغیرهای مستخرج، با ۶۵ تابع توزیع احتمالاتی برارزش داده شد. بر اساس آزمون کلموگوروف-اسمیرنوف، تابع توزیع احتمالاتی دارای بهترین همبستگی انتخاب شدند. توزیع‌های احتمالاتی منتخب به ترتیب توزیع لوگ

جدول ۳. نتایج برازش بهترین توزیع احتمالاتی و برآورد پارامترهای آن‌ها بر روی مشخصات

متغیرات سیل	توزیع احتمالاتی	پارامترهای برآورده شده	آزمون کلموگوروف-اسمیرنوف
مدت سیل	لوگ نرمال	$\sigma=0/47654$ $\mu=4/1323$	۰/۰۹۱۵۷
دبی اوج سیل	جانسون اس بی	$\gamma=1/0793$ $\delta=0/63891$ $\lambda=2276/5$ $\xi=115/2$	۰/۰۴۸۰۷
زمان تادبی	پیرسون نوع سوم (سه)	$\alpha=11/434$	۰/۰۷۹۷۴

	$\beta=475/45$ $\gamma=-17/756$	متغیره)	اوج
۰/۱۴۴۷۳	$\alpha=240/96$ $\beta=0/6987$	لوگ گاما	حجم سیل

۳.۳. مدل مفصل واین

مفصل‌های واین سه و چهار متغیره در دو حالت سی واین و دی واین با استفاده از متغیرهای سیل منتخب ساخته شدند. در این تحقیق خانواده ارشمیدوسی شامل مفصل‌های فرانک، کلایتون، گامبل و جویی و نیز خانواده الپتیکال شامل مفصل‌های گواسین و تی استیودنت انتخاب شد. سپس پارامتر مفصل‌ها با روش حداکثر احتمال برآورد گردید. سپس نتایج ترکیب‌های مختلف با مفصل تجربی آن با استفاده از آزمون کلموگوروف-اسمیرنوف مقایسه شد.

۳.۳.۱. مدل‌های مفصل سه متغیره

در این مرحله، ساختارهای واین سه متغیره با دو متغیر ثابت (حجم سیل و دبی اوج) و یک متغیر قابل تغییر (زمان تداوم سیل یا زمان رسیدن به اوج) ایجاد شد. مقادیر برآورد شده پارامترهای مفصل نتایج همبستگی برای ساختارهای سه گانه سی واین و دی واین به ترتیب در جدول (۴، ۵) ارائه شده است.

جدول ۴. نتایج میزان همبستگی ترکیب‌های سه متغیره دی واین با مفصل تجربی و پارامترهای مفصل واین محاسبه شده در هر درخت

D-1-2-3	θ_{12}	θ_{23}	$\theta_{12 3}$	NSE
D-PVD	۳/۹۳۶	۱/۷۶۶	-۰/۵۶۷	۰/۸۴۳
D-DPV	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	۰/۷۰۰	۰/۸۸۵
D-DVP	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	-۰/۵۶۷	۰/۸۵۲
D-TPV	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	۰/۹۱۳
D-TVP	۰/۵۷۶	۳/۹۳۶	-۰/۲۵۹	۰/۸۸۸
D-PVT	۳/۹۳۶	۰/۵۷۶	-۰/۲۵۹	۰/۹۰۴

جدول ۵. نتایج میزان همبستگی ترکیب‌های سه متغیره سی واین با مفصل تجربی و پارامترهای مفصل واین محاسبه شده در هر درخت

C-1-2-3	θ_{12}	θ_{13}	$\theta_{23 1}$	NSE
C-DPV	۰/۹۱۳	۱/۷۶۶	۰/۹۳۳	۰/۸۹۸
C-DVP	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	۰/۹۳۳	۰/۸۷۰

۰/۸۴۱	۰/۷۰۰	۱/۳۹۰	۱/۷۶۶	C-PVD
۰/۹۱۳	۰/۹۰۱	۰/۵۷۶	۱/۳۹۰	C-TPV*
۰/۸۹۲	۰/۹۰۱	۱/۳۹۰	۰/۵۷۶	C-TVP
۰/۹۰۵	۰/۴۶۹	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	C-PVT

* بالاترین همبستگی در ساختار سی و این سه متغیره

ساختارهای واین سه متغیره (سی واین و دی واین) دارای سه لبه در دو درخت می‌باشند و مجموعاً دارای ۱۸ گره هستند که در هر لبه برای شش نوع مفصل، پارامتر مفصل ذکر شده محاسبه شد. مفصل منتخب در هر لبه در جدول (۶) ارائه شده است.

نتایج در جدول (۶) نشان می‌دهد که فقط دو مفصل گامبل و گواسین بهترین همبستگی را در ساختار سه متغیره داشته‌اند که در درخت شماره ۱ (لبه یک و دو)، مفصل گامبل غالب بوده و در درخت ۲ (لبه سوم) فقط مفصل گواسین دیده می‌شود.

با توجه به جدول (۴)، در میان ترکیب‌های مختلف بررسی شده از ویژگی‌های سیل در ساختار سه متغیره دی واین، ترکیب D-TPV بالاترین همبستگی را با مفصل تجربی مربوطه با مقدار نش ۰/۹۱۳ داراست و همچنین همین ترکیب (C-TPV) در ساختار سه متغیره سی واین دارای بالاترین همبستگی را با مقدار نش ۰/۹۱۳ دارد. ترکیب‌های مختلف مفصل سه متغیره با دو متغیر ثابت (دی و حجم سیل) این امکان را به ما داد تا زمان تداوم سیل و زمان رسیدن به اوج را نسبت به هم مقایسه کنیم. از نتایج جداول (۴، ۵) می‌توان دریافت زمان رسیدن به اوج دارای همبستگی بیشتری نسبت به زمان تداوم سیل می‌باشد که دلیل آن، شکل هیدروگراف‌های سیلاب با دامنه پرشیب و مدت زمان نسبتاً کوتاه رسیدن به اوج می‌باشد.

جدول ۶. مفصل‌های دارای بهترین همبستگی در لبه‌های ساختار واین سه متغیره

ساختار واین			
درخت ۲	درخت ۱		
لبه ۳	لبه ۲	لبه ۱	
گواسین	گامبل	گامبل	D-DPV
گواسین	گامبل	گامبل	D-DVP
گواسین	گامبل	گامبل	D-PVD
گواسین	گامبل	گواسین	D-PVT
گواسین	گامبل	گامبل	D-TPV
گواسین	گواسین	گامبل	D-TVP
گواسین	گامبل	گامبل	C-DPV

گوآسین	گامبل	گامبل	<i>C-DVP</i>
گوآسین	گامبل	گامبل	<i>C-PVD</i>
گوآسین	گامبل	گامبل	<i>C-PVT</i>
گوآسین	گامبل	گوآسین	<i>C-TPV</i>
گوآسین	گوآسین	گامبل	<i>C-TVP</i>

است که طبق جدول (۷) ترکیب *PVTD* دارای بالاترین همبستگی با مقدار نش ۰/۹۸۹ و ترکیب *TPVD* با مقدار نش (۰/۷۰۵) کمترین همبستگی را با مفصل تجربی دارد.

۲.۳.۳. مدل‌های واین چهار متغیره

مفصل سی واین چهار متغیره دارای ۱۳ حالت ممکن

جدول ۷. نتایج میزان همبستگی ترکیب‌های چهار متغیره سی واین با مفصل تجربی و پارامترهای مفصل واین محاسبه شده در هر درخت

NSE	$\theta_{34 12}$	$\theta_{24 1}$	$\theta_{23 1}$	θ_{14}	θ_{13}	θ_{12}	ساختار واین
۰/۹۸۳	۰/۵۹۰	۰/۴۶۹	۰/۷۲۴	۳/۳۹۶	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	<i>C-PTDV</i>
۰/۹۸۹	۰/۶۲۵	۰/۷۰۰	۰/۴۶۹	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	<i>C-PVTD</i>
۰/۹۵۷	-۰/۵۴۹	۰/۷۲۴	۰/۷۰۰	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	<i>C-PDVT</i>
۰/۸۲۰	۰/۶۰۳	-۰/۲۵۹	-۰/۵۶۷	۰/۵۷۶	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	<i>C-VPDT</i>
۰/۸۲۸	-۰/۵۳۹	۰/۶۲۷	-۰/۲۵۹	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	۰/۵۷۶	<i>C-VTPD</i>
۰/۸۴۲	۱/۰۴۹	۰/۶۲۷	-۰/۵۶۷	۰/۵۷۶	۳/۹۳۶	۱/۷۶۶	<i>C-VDPT</i>
۰/۸۲۴	-۰/۱۷۸	۱/۲۱۱	۰/۹۳۳	-۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	۱/۷۶۶	<i>C-DVPT</i>
۰/۹۵۰	-۰/۱۰۴	۰/۹۳۳	۱/۱۷۴	۱/۷۶۶	-۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	<i>C-DPTV</i>
۰/۹۷۳	۰/۹۲۴	۱/۱۷۴	۱/۲۱۱	۱/۳۹۰	۱/۷۶۶	-۰/۷۸۱	<i>C-DTVP</i>
۰/۹۸۳	۰/۹۲۸	۱/۱۴۳	۰/۳۸۱	۱/۳۹۰	۰/۵۷۶	-۰/۷۸۱	<i>C-TDVP</i>
۰/۸۳۱	-۰/۴۸۳	۰/۳۸۱	۰/۹۰۱	-۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	۰/۵۷۶	<i>C-TVPD</i>
۰/۸۶۳	۰/۵۸۸	۰/۹۰۱	۱/۱۴۳	۰/۵۷۶	-۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	<i>C-TPDV</i>
۰/۹۸۳	۰/۵۹۰	۰/۴۶۹	۰/۷۲۴	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	<i>C-PTDV</i>

جدول ۸. نتایج میزان همبستگی ترکیب‌های چهار متغیره دی و این با مفصل تجربی و پارامترهای مفصل و این محاسبه شده در هر درخت

NSE	$\theta_{14 23}$	$\theta_{24 3}$	$\theta_{13 2}$	θ_{34}	θ_{23}	θ_{12}	ساختار و این
۰/۹۸۹	۰/۶۰۲	-۰/۵۶۷	۰/۴۶۹	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	<i>D-PTVD</i> *
۰/۹۶۲	۰/۹۲۱	۱/۲۱۱	۱/۱۴۳	۱/۷۶۶	۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	<i>D-PTDV</i>
۰/۸۰۶	-۵/۳۰۵	۰/۳۸۱	-۰/۲۵۹	۰/۷۸۱	۰/۵۷۶	۳/۹۳۶	<i>D-PVTD</i>
۰/۸۷۳	۱/۰۱۳	۱/۲۱۱	-۰/۵۶۷	۰/۷۸۱	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	<i>D-PVDT</i>
۰/۹۴۲	۰/۱۸۷	۰/۶۲۷	۰/۹۳۳	۰/۵۷۶	۱/۷۶۶	۱/۳۹۰	<i>D-PDVT</i>
۰/۹۷۱	۰/۹۲۹	۰/۳۸۱	۱/۱۷۴	۰/۵۷۶	۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	<i>D-PDTV</i>
۰/۹۲۲	-۰/۶۳۳	۱/۱۷۴	۰/۷۰۰	۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	<i>D-VPDT</i>
۰/۹۸۲	۰/۶۰۱	۱/۱۴۳	۰/۴۶۹	۰/۷۸۱	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	<i>D-VPTD</i>
۰/۹۸۴	۰/۵۵۴	۰/۷۲۴	۰/۹۰۱	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	۰/۵۷۶	<i>D-VTPD</i>
۰/۹۲۷	۰/۹۲۹	۱/۱۷۴	۰/۳۸۱	۱/۳۹۰	۰/۷۸۱	۰/۵۷۶	<i>D-VTDP</i>
۰/۹۲۷	-۰/۰۷۴	۰/۷۲۴	۰/۹۳۳	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	۱/۷۶۶	<i>D-VDPT</i>
۰/۹۷۱	۰/۹۲۱	۱/۱۴۳	۱/۲۱۱	۱/۳۹۰	۰/۷۸۱	۱/۷۶۶	<i>D-VDTP</i>
۰/۸۳۸	۰/۶۰۲	۰/۴۶۹	-۰/۵۶۷	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	۱/۷۶۶	<i>D-DVPT</i>
۰/۸۲۸	-۰/۵۳۲	۰/۹۰۱	۰/۶۲۷	۱/۳۹۰	۰/۵۷۶	۱/۷۶۶	<i>D-DVTP</i>
۰/۹۸۴	۰/۵۵۴	۰/۹۰۱	۰/۷۲۴	۰/۵۷۶	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	<i>D-DPTV</i>
۰/۹۷۴	۰/۶۳۴	-۰/۲۵۹	۰/۷۰۰	۰/۵۷۶	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	<i>D-DPVT</i>
۰/۷۷۷	۴/۲۹۵	-۰/۲۵۹	۰/۳۸۱	۳/۹۳۶	۰/۵۷۶	۰/۷۸۱	<i>D-DTVP</i>
۰/۹۶۷	۰/۶۰۱	۰/۴۶۹	۱/۱۴۳	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	۰/۷۸۱	<i>D-DTPV</i>
۰/۷۷۹	-۰/۶۳۳	۰/۷۰۰	۱/۱۷۴	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	۰/۷۸۱	<i>D-TDPV</i>
۰/۸۲۸	۱/۰۱۳	-۰/۵۶۷	۱/۲۱۱	۳/۹۳۶	۱/۷۶۶	۰/۷۸۱	<i>D-TDVP</i>
۰/۹۱۶	۰/۶۳۴	۰/۷۰۰	-۰/۲۵۹	۱/۳۹۰	۳/۹۳۶	۰/۵۷۶	<i>D-TVPD</i>
۰/۹۸۲	۰/۱۸۷	۰/۹۳۳	۰/۶۲۷	۱/۳۹۰	۱/۷۶۶	۰/۵۷۶	<i>D-TVDP</i>
۰/۹۳۱	-۰/۰۷۴	۰/۹۳۳	۰/۷۲۴	۱/۷۶۶	۱/۳۹۰	۱/۳۹۰	<i>D-TPDV</i>
۰/۷۰۵	۰/۶۰۲	-۰/۵۶۷	۰/۴۶۹	۱/۷۶۶	۳/۹۳۶	۱/۳۹۰	<i>D-TPVD</i>

جدول ۹. مفصل‌های دارای بهترین همبستگی در لبه‌های ساختار سی و این چهار متغیره

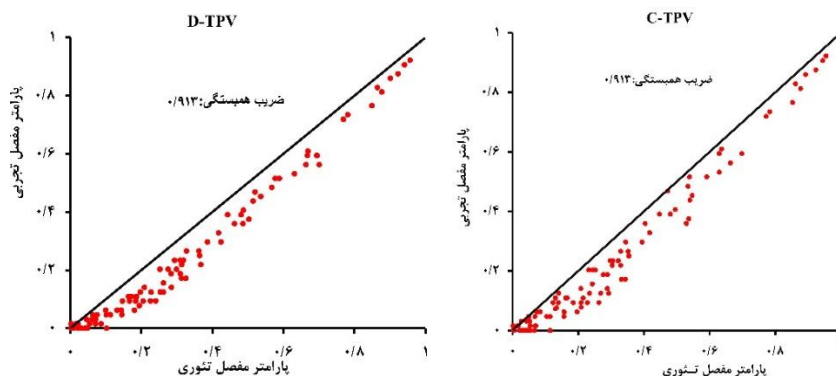
درخت ۳	درخت ۲			درخت ۱		
لبه ۶	لبه ۵	لبه ۴	لبه ۳	لبه ۲	لبه ۱	ساختار و این
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	<i>C-PTDV</i>

گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	C-PVTD
فرانک	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	C-PDVT
گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	C-VPDT
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	C-VTPD
فرانک	گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	C-VDPT
گواسین	فرانک	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	C-DVPT
گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	گواسین	C-DPTV
گواسین	گامبل	فرانک	گامبل	گامبل	گامبل	C-DTVP
گواسین	جویی	گواسین	گامبل	گامبل	گواسین	C-TDVP
گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	C-TVPD
گواسین	گواسین	جویی	گواسین	گواسین	گواسین	C-TPDV

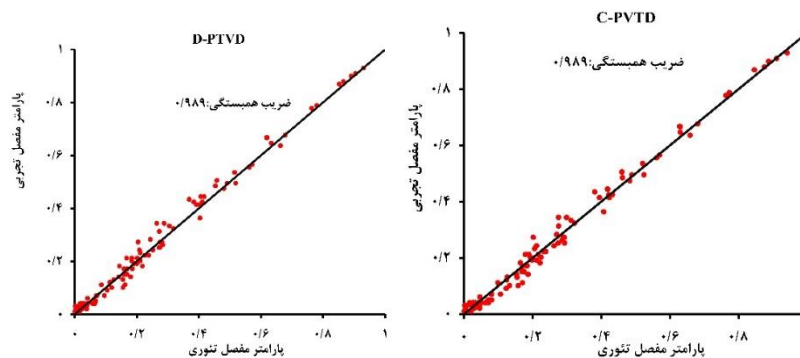
جدول ۱۰. مفصل‌های دارای بهترین همبستگی در لبه‌های ساختار دی و این چهارمتغیره

درخت ۳	درخت ۲			درخت ۱		
لبه ۶	لبه ۵	لبه ۴	لبه ۳	لبه ۲	لبه ۱	ساختار و این
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	D-PTVD
گواسین	فرانک	جویی	گامبل	گواسین	گامبل	D-PTDV
تی استیودنت	گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	D-PVTD
فرانک	فرانک	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-PVDT
گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-PDVT
گواسین	گواسین	گامبل	گواسین	گواسین	گامبل	D-PDTV
فرانک	گامبل	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-VPDT
گواسین	جویی	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-VPTD
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گواسین	D-VTPD
گواسین	گامبل	گواسین	گامبل	گواسین	گواسین	D-VTDP
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	D-VDPT

گواسین	جویی	فرانک	گامبل	گواسین	گامبل	D-VDTP
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	D-DVPT
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گواسین	گامبل	D-DVTP
گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-DPTV
گواسین	گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	D-DPVT
تی استیودنت	گواسین	گواسین	گامبل	گواسین	گواسین	D-DTVP
گواسین	گواسین	جویی	گامبل	گامبل	گواسین	D-DTPV
گواسین	فرانک	گامبل	گامبل	گامبل	گواسین	D-TDPV
فرانک	گواسین	فرانک	گامبل	گامبل	گواسین	D-TDVP
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گواسین	D-TVPD
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گواسین	D-TVDP
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	D-TPDV
گواسین	گواسین	گواسین	گامبل	گامبل	گامبل	D-TPVD



شکل ۴. همبستگی در مدل‌های سه متغیره بین مفصل تئوری و مفصل تجربی



شکل ۵. همبستگی در مدل‌های چهار متغیره بین مفصل‌های تئوری و تجربی دی-واین و سی-واین

شده است. مقادیر برآوردی در پایین نیمساز قرار داشته که نشان می‌دهد برآورد داده‌ها کمتر از مقدار واقعی آن است و همچنین در شکل (۵)، همبستگی مدل‌های سی واین و دی واین نشان می‌دهد پراکنش و همبستگی مناسب با مقادیر مفصل تجربی وجود دارد.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، از ساختارهای سی واین و دی واین برای تجزیه و تحلیل چند متغیره ویژگی‌های سیل ایستگاه لندی در حوزه آبخیز بازفت، استان چهارمحال و بختیاری استفاده شد. پس از انتخاب بهترین توزیع حاشیه‌ای برای هر متغیر سیل، ساختار سی واین و دی واین با توجه به سه متغیر (دبی اوج سیل، حجم سیل و زمان رسیدن به اوج یا زمان تداوم سیل) و چهار متغیر (حواص همه متغیرها) با ترتیب قابل تغییر، تشکیل شد. برای بررسی عملکرد شش مفصل مختلف (گامبل، فرانک، جویی، کلایتون، گواسین و تی استیودنت) برای ایجاد همه جایگزینی‌های احتمالی ساختارهای سی واین و دی واین، ۷۲ مورد برای سی واین و ۱۴۴ مورد برای دی واین آزمایش شد. نهایتاً بهترین ترکیب با مقایسه مقادیر محاسبه شده با مفصل تجربی انتخاب گردید.

نتایج نشان داد که بیشترین همبستگی بین زوج متغیرهای سیلاب در این ایستگاه، در بین حجم سیل و دبی اوج وجود دارد. از بین توزیع‌های مورد آزمون، توزیع‌های لوگ نرمال، جانسون، پیرسون نوع ۵ و لوگ

همچنین در جدول (۸) از میان ۲۴ حالت ممکن برای ساختار دی واین چهار متغیره، ترکیب *PTVD* با بیشترین مقدار نش، به مقدار ۰/۹۸۹ و ترکیب *TPVD* با مقدار نش مساوی ۰/۷۰۵ بیشترین همبستگی را با مفصل تجربی داشته‌اند.

مفصل‌های واین با چهار متغیر، دارای شش لبه در سه درخت می‌باشند. در مجموع، ۷۲ گره در حالت سی واین و ۱۴۴ گره در حالت دی واین وجود دارد. نتایج مقایسه ۶ نوع مفصل (خانواده‌های ارشمیدوسی و الپتیکال) و نیز مفصل‌های منتخب در جدول (۹) برای سی واین و جدول (۱۰) برای دی واین ارائه شده است. با توجه به جدول ۹، مفصل‌های گامبل و گواسین در گره‌ها تکرار بیشتر دارند و مفصل‌های جویی و فرانک را به صورت محدود و فقط در درخت ۲ و ۳ می‌توان مشاهده نمود.

همچنین نتایج در جدول (۱۰) نشان دهنده غالبیت گامبل و گواسین در گره‌ها و نیز شبیه به ساختارهای سی واین در جدول (۹) می‌باشد. در این ساختارها حتی مفصل‌های فرانک و گامبل مشاهده می‌شود و نیز به تعداد محدودی مفصل تی استیودنت در درخت ۲ و ۳ وجود دارد.

مقایسه میزان همبستگی مدل سی واین و دی واین سه متغیره تئوری با مفصل تجربی در شکل (۴) نشان داده

به مدت زمان سیل می‌باشد که با نتایج [۱۵] مطابقت ندارد. زمان اوج در مدل چهار متغیره باعث افزایش همبستگی می‌شود. همچنین، هم در سه متغیره و هم در چهار متغیره، مفصل‌های گامبل و گوا سین دارای غالبیت بر روی لبه‌ها هستند. به عنوان یک نتیجه کلی، استفاده از ساختار سی و این برای تجزیه و تحلیل سه و چهار متغیره ساده‌تر و دارای پیچیدگی کمتر و حجم محاسبات کمتری نسبت به ساختار دی و این است. همچنین، ساختارهای و این چهار متغیره با ساختارهای تجربی مطابقت بهتری نشان می‌دهند که با نتایج محققان دیگر [۱۵] مطابقت دارد.

نرمال به ترتیب بهترین توزیع حاشیه‌ای برای مدت سیل، دی اوج، زمان رسیدن به اوج و حجم سیل شناخته شدند. دی اوج سیل و حجم سیلاب که بیشترین همبستگی را با هم دارند هر دو بهترین برازش را با توزیع لوگ نرمال داشته‌اند. بهترین ترکیب مدل‌های سه متغیره سی و این و دی و این ترکیب *TPV* برای هر دو مدل می‌باشد. همچنین مفصل‌های گامبل و گوا سین بر اساس ارزیابی نش به عنوان بهترین مفصل در لبه‌ها در هر دو مدل شناخته شد. در مورد چهار متغیره‌ها، در مدل سی و این ترکیب *PVTD* و در دی و این، ترکیب *PTVD* بهترین همبستگی را با مفصل تجربی دارا بودند. پارامتر زمان اوج در مدل‌های سه متغیره دارای همبستگی بیشتری نسبت

References

- [1] Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(2), 182–198.
- [2] Ayantobo, O. O., Li, Y. and Song, S. (2019). Multivariate drought frequency analysis using four-variate symmetric and asymmetric Archimedean copula functions. *Water Resources Management*, 33(1), 103–127.
- [3] Bedford, T. and Cooke, R. M. (2002). Vines: A new graphical model for dependent random variables. *Annals of Statistics*, 1031–1068.
- [4] Dayal, K. S., Deo, R. C. and Apan, A. A. (2019). Development of copula-statistical drought prediction model using the standardized precipitation- evapotranspiration index. In *Handbook of Probabilistic Models*. Elsevier Inc.
- [5] Favre, A. C., Adlouni, S. El, Perreault, L., Thiémondge, N. and Bobée, B. (2004). Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, 40(1), 1–12.
- [6] Grimaldi, S. and Serinaldi, F. (2006). Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. *Advances in Water Resources*, 29(8), 1155–1167.
- [7] Jiang, C., Xiong, L., Yan, L., Dong, J. and Xu, C. Y. (2019). Multivariate hydrologic design methods under nonstationary conditions and application to engineering practice. *Hydrology and Earth System Sciences*, 23(3), 1683–1704.
- [8] Joe, H. (1997). *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. CRC Press.
- [9] Latif, S. and Mustafa, F. (2020). Trivariate distribution modelling of flood characteristics using copula function—A case study for Kelantan River basin in Malaysia. *AIMS Geosciences*, 6(1), 92–130.
- [10] Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A. and Dinpashoh, Y. (2012). Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108(1–2), 191–206.
- [11] Nash, J. E. and Sutcliffe, J. V. (1970). 'L ~ E Empirical or Analytical Approach. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282–290.
- [12] Nguyen-Huy, T., Deo, R. C., An-Vo, D. A., Mushtaq, S. and Khan, S. (2017). Copula-statistical precipitation forecasting model in Australia's agro-ecological zones. *Agricultural Water Management*, 191(September), 153–172.
- [13] Pereira, G. and Veiga, Á. (2018). PAR(p)-vine copula based model for stochastic streamflow scenario generation. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 32(3), 833–842.
- [14] Salvadori, G. and De Michele, C. (2006). Statistical characterization of temporal structure of storms. *Advances in*

Water Resources, 29(6), 827–842.

- [15] Shafaei, M., Fakhri-Fard, A., Dinpashoh, Y., Mirabbasi, R. and De Michele, C. (2017). Modeling flood event characteristics using D-vine structures. *Theoretical and Applied Climatology*, 130(3–4), 713–724.
- [16] Sklar, A., SKLAR, A. and Sklar, C. A. (1959). Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges.
- [17] Snyder, W. M. (1962). Some possibilities for multivariate analysis in hydrologic studies. *Journal of Geophysical Research*, 67(2): 721–729.
- [18] Wong, S. T., Gray, D. M. and Hydro-, D. (1958). Mean Annual Flood I N New England '. 298–311.
- [19] Vernieuwe, H., Vandenberghe, S., De Baets, B. and Verhoest, N. E. C. (2015). A continuous rainfall model based on vine copulas. *Hydrology and Earth System Sciences*, 19(6), 2685–2699.
- [20] Zhang, L. and Singh, V. P. (2007). Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel–Hougaard copula. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 431–439.