

رضا مظفری^۱ و سمیرا مودّتی^{۲*}^۱مؤسسه آموزش عالی علوم و فناوری آریان، امیرکلا، ایران^۲دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه مازندران، بابلسر، ایران

چکیده

در این مقاله یک روش جدید به منظور حذف نوفه تصویر براساس یادگیری واژه‌نامه ناهمدوس در فضای تطبیق یافته ارائه می‌شود. روال یادگیری واژه‌نامه براساس در نظر گرفتن معیار همدوسی به منظور حصول واژه‌نامه‌های فراکامل با اتم‌های ناهمدوس و به کارگیری روش تطبیق فضا به منظور کاهش زمان پردازش و دست‌یابی به تصویر حذف نوفه‌شده با دقت بیشتر است. با استفاده از این روش، واژه‌نامه اولیه‌ای از داده تصویر در دسترس تهیه و سپس اتم‌های آموزش دیده متناسب با نوفه‌ای که محیط آزمایش با آن درگیر است به کمک یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید مبتنی بر روش حافظه محدود BFGS به روز می‌شوند. همچنین گام بازنمایی تُنک در این الگوریتم بر مبنای یک الگوریتم مبتنی بر افزایش همدوسی اتم-داده است. آموزش واژه‌نامه فراکامل با اتم‌های ناهمدوس بسیار حائز اهمیت است؛ زیرا به خطای تقریب کوچک‌تر در بازنمایی تُنک منتهی می‌شود چون در بازنمایی داده تصویر، اتم‌های مستقل از هم نقش بیشتری خواهند داشت و فضای داده را به بهترین نحو پوشش می‌دهند. همچنین از یک روش بازنمایی تُنک ناهمدوس نیز در روال یادگیری واژه‌نامه بهره گرفته می‌شود. به کارگیری این روال یادگیری موجب دست‌یابی به تصویر حذف نوفه‌شده با دقت بالا می‌شود. نتایج شبیه‌سازی با نتایج الگوریتم حذف نوفه تصویر مبتنی بر روال تطبیق فضای پایه و روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر K-SVD مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در حذف نوفه گوسین به نتایج مناسب‌تری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دست یافته و توانسته است با به کارگیری اتم‌های ناهمدوس، ساختار داده ورودی را به گونه مناسبی بازنمایی کند.

واژگان کلیدی: حذف نوفه، پردازش تصویر، یادگیری واژه‌نامه، همدوسی، تطبیق فضا

A Novel Image Denoising Method Based on Incoherent Dictionary Learning and Domain Adaptation Technique

Reza Mozafari¹ & Samira Mavaddati^{2*}¹Master of Science in Electronic Engineering, Aryan Institute of Higher Education and Technology, Amirkola, Iran²Electrical Department, Faculty of Technology and Engineering, University of Mazandaran, Babolsar, Iran

Abstract

In this paper, a new method for image denoising based on incoherent dictionary learning and domain transfer technique is proposed. The idea of using sparse representation concept is one of the most interesting areas for researchers. The goal of sparse coding is to approximately model the input data as a weighted linear combination of a small number of basis vectors. Two characteristics should be considered in the dictionary learning process: Atom-data coherence and mutual coherence between dictionary atoms. The first one

* Corresponding author

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات

determines the dependency between the dictionary atoms and training data frames. This criterion value should be high. Another parameter expresses the dependency between atoms defined as the maximum absolute value of the cross-correlations between them. Higher coherence to the data class and lower mutual coherence between atoms result in a small approximation error in sparse coding procedure. In the proposed dictionary learning process, a coherence criterion is employed to yield over complete dictionaries with the incoherent atoms. The purpose of learning dictionary with low mutual coherence value is to reduce the approximation error of sparse representation in the denoising process and also decrease the computing time. We utilize the least angle regression with coherence criterion (LARC) algorithm for sparse representation based on atom-data coherence in the first step of dictionary learning process. LARC sparse coding is an optimized generalization of the least angle regression algorithm with stopping condition based on a residual coherence. This approach is based on setting a variable cardinality value.

Using atom-data coherence measure as stopping criteria in the sparse coding process yields the capability of balancing between source confusion and source distortion. A high value for the cardinality parameter or too dense coding results in the source confusion since the number of dictionary atoms is more than what is required for a proper representation. Source degradation occurs when the sparse coding is done with low cardinality parameter or too sparse coding. Therefore, the number of required atoms will not be enough and data cannot be coded exactly over these atoms. Therefore, the setting procedure of cardinality parameter must be performed precisely.

The problem of finding a dictionary with low mutual coherence between its normalized atoms can be obtained by considering the Gram matrix. The mutual coherence is described by the maximum absolute value of the off-diagonal elements of this matrix. If all off-diagonal elements are the same, a dictionary with minimum self-coherence value is obtained.

Also, we take advantage of domain adaptation technique to transfer a learned dictionary to an adapted dictionary in the denoising process. The initial atoms set randomly and are updated based on the selected patches of input noisy image using the proposed alternating optimization algorithm.

According to these issues, the fitness function in dictionary learning problem includes three main sections: The first term is related to the minimization of approximation error. The next items are the incoherence criterion of dictionary atoms. The last one includes a transformation of initial atoms according to some patches of the noisy input data in the test step. We use limited-memory BFGS algorithm as an iterative solution for regular minimization of our objective function involved different terms. The simulation results show that the proposed method leads to significantly better results in comparison with the earlier methods in this context and the traditional procedures.

Keywords: Image denoising, Dictionary learning, Coherence, Domain adaptation, Image processing

می‌کنند، با تکیه بر بُعد بسیار کمتری از مسیبه‌های پایه^۳ امکان‌پذیر باشد. بنابراین در سال‌های اخیر، ایده نمایش تُنک سیگنال که مبتنی بر مفاهیم حسگری فشرده یا نمونه‌برداری فشرده^۴ است، بسیار مورد توجه قرار گرفته است [8-9]. نمونه‌برداری فشرده که از کاربردهای اصلی تجزیه تُنک محسوب می‌شود در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه قرار گرفته است. دلیل اصلی این توجه آن است که در پردازش سیگنال کلاسیک با نمونه‌برداری یکنواخت از یک سیگنال آنالوگ با نرخ نایکوئیست می‌توان سیگنال اصلی را بازسازی کرد؛ در حالی که در حس‌گری فشرده با جایگزینی مفهوم نمونه^۵ با مفهومی جدید به نام اندازه‌گیری^۶، سیگنال اصلی با تعداد بسیار کمتری از اندازه‌گیری‌ها در مقایسه با تعداد نمونه‌های لازم قابل بازیابی خواهد بود. اندازه‌گیری در حقیقت ترکیبی خطی تصادفی از نمونه‌های سیگنال است که سیگنال اصلی به کمک آن قابل بازسازی باشد [8-9].

³ Basis

⁴ Compressive sensing

⁵ Sample

⁶ Sensing

۱- مقدمه

کاربردهای مختلف پردازش سیگنال تصویر در حوزه‌های گوناگون مانند پزشکی، کشاورزی، سامانه‌های امنیتی، کاربردهای صنعتی و نظامی موجب شده است تا این زمینه پژوهشی بسیار مورد توجه قرار گیرد. در میان حوزه‌های مختلف پردازش تصویر، بهسازی یا حذف نوفه از سیگنال تصویر به علت کاربرد زیاد آن در صنایع مختلف بسیار حائز اهمیت است [1-3]. الگوریتم‌های حذف نوفه ارائه شده تاکنون شامل دسته روش‌های طراحی فیلترهای ساده و وفقی، استفاده از معادلات مشتقات جزئی، استفاده از تبدیل موجک، روش مورفولوژی، روش‌های آماری و غیره است [4-7]. در این مقاله، الگوریتم حذف نوفه تصویری مبتنی بر مفاهیم بازنمایی تُنک^۱ و آموزش واژه‌نامه^۲ ارائه می‌شود.

مبحث بازنمایی تُنک این امکان را فراهم می‌سازد که عمده اطلاعات مورد نیاز جهت بازنمایی سیگنال و ذخیره‌شده در پایگاه‌های داده که حجم بالایی از فضای اطلاعات را اشغال

¹ Sparse representation

² Dictionary learning

به‌منظور حذف نویز تصویر به‌دست آورده است. تم‌های واژه‌نامه در این روش براساس تکه‌های^۸ مختلف تصویر نویزهای مشخص شده و با تنظیم شاخص تئکی مناسب، حذف نویز به‌کمک بازنمایی تئک تصویر نویزهای بر روی واژه‌نامه تعیین شده حاصل می‌شود. در [13] نیز از الگوریتم K-SVD به‌منظور آموزش واژه‌نامه بهره گرفته می‌شود. حذف نویز سیگنال تصویر به‌کمک ضرایب حاصل از بازنمایی تئک به‌کمک یک روال تعقیب از پیش طراحی شده انجام می‌گیرد. همچنین نسخه اصلاح شده الگوریتم K-SVD برای حذف نویز از تصاویر رنگی در [14] معرفی شده است. در این روش، از بازنمایی تئک با چند مقیاس به‌منظور بازنمایی داده تصویر استفاده می‌شود.

در [15] الگوریتمی جهت یادگیری اتم‌های واژه‌نامه و حذف نویز از تصاویر سه‌بعدی پزشکی ارائه شده که طی دو مرحله کدگذاری تئک و به‌روزرسانی واژه‌نامه انجام می‌شود. مرحله بازنمایی تئک توسط الگوریتمی به نام تعقیب چند خوشه‌ای انجام می‌شود که در کنار روال آموزش واژه‌نامه، نتایج مطلوبی در حذف نویز تصویر بدست می‌دهد.

در [16]، یک الگوریتم بهینه‌سازی برای حذف نویز از تصویر به‌کمک مفاهیم بازنمایی تئک و خوشه‌بندی معرفی شده که در آن از قید تئکی محلی و غیر محلی برای آموزش اتم‌ها و خوشه‌بندی ساختاری استفاده شده است؛ همچنین یک راه حل برای جایگزینی نرم دو با نرم یک در روال بهینه‌سازی پیشنهاد شده است. روش ارائه‌شده در [17] به‌منظور حذف نویز از تصویر براساس عملگرهای محلی و بازنمایی تصویر در هر بلوک معرفی شده مجزا بر روی واژه‌نامه فراکامل آموزش دیده انجام می‌شود. در این روش، واژه‌نامه به‌کارگرفته‌شده در روال حذف نویز براساس تصویر نویزهای ورودی آموزش می‌بیند و یک روال بازنمایی تئک اصلاح‌شده بر اساس آن پیشنهاد می‌شود.

در [18]، یک الگوریتم بازیابی تصویر بر مبنای آموزش واژه‌نامه ناهمدوس ارائه شده است. روال حذف نویز به‌کمک الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادشده و براساس کمینه‌سازی خطای تقریب و همچنین همدوسی متقابل میان اتم‌ها، با در نظر گرفتن قیودی صورت می‌گیرد. این قیود به‌منظور به‌روزرسانی بخش‌های مختلف تابع بهینه‌سازی تنظیم می‌شوند. در [19]، یک بررسی کلی در مورد روش‌های ارائه‌شده برای حذف نویز تصویر انجام شده است که منجر به بازیابی تصویر و در ادامه افزایش تفکیک‌پذیری و قطع‌بندی تصویر می‌شود. بررسی‌های انجام‌شده از الگوریتم K-SVD که

مفهوم تئکی در حالت ایده‌آل به معنای صفر بودن بیش‌تر مؤلفه‌های سیگنال در فضای بازنمایی بوده اما در عمل تئکی به معنای آن است که بیش‌تر ضرایب کوچک بوده و تنها چند مؤلفه از سیگنال دارای مقادیر قابل توجهی باشند. همان‌طور که می‌دانیم بسیاری از سیگنال‌ها در حوزه زمان نمایش تئک ندارند، به همین جهت تلاش‌های زیادی در راستای نمایش تئک این سیگنال‌ها در حوزه‌های مختلف صورت گرفته است.

بسیاری از تبدیلاتی که در پردازش سیگنال برای رسیدن به این هدف مورد استفاده قرار می‌گیرند، واژه‌نامه‌های^۱ کاملی را فراهم می‌آورند که هر یک برای نمایش دسته‌ای از سیگنال‌ها مناسب است. از جمله، حوزه یا تبدیل‌های رایج می‌توان به تبدیل فوریه^۲ (FT)، تبدیل فوریه زمان کوتاه^۳ (STFT)، تبدیل کسینوسی گسسته^۴ (DCT) و تبدیل موجک گسسته^۵ (DWT) اشاره کرد.

در سال‌های اخیر، یادگیری واژه‌نامه به‌منظور بازنمایی تئک سیگنال یکی از موضوعات مورد علاقه پژوهش‌گران در زمینه حذف نویز از تصویر بوده است [10-15]. در [10]، یک روش حذف نویز تصویر براساس بازنمایی تئک چندمقیاسی معرفی شده که در آن بازنمایی تئک در مقیاس‌های مختلف و با توجه به ویژگی‌های سیگنال تصویر انجام می‌شود. همچنین یک معیار توقف برای کدگذاری تئک با توجه به ساختار مؤلفه‌های تصویر به‌منظور به‌دست‌آوردن تصویر با ویژگی‌های بهتر، ارائه گردید. به‌کارگیری روش آموزش واژه‌نامه در روش پیشنهادی، کیفیت تصویر حاصل از گام حذف نویز را افزایش داده و موجب پیچیدگی محاسباتی کمتر می‌شود. در [11] روش حذف نویز محلی-تطبیقی براساس خوشه‌بندی تصویر نویزهای در نواحی دارای ساختار هندسی مشابه ارائه شد. در روال خوشه‌بندی مطرح‌شده از توابع مشتق، رگرسیون و توابع کرنل به‌منظور محاسبه مشخصه وزن محلی استفاده می‌شود. اساس این شیوه خوشه‌بندی، بر روش آنالیز مؤلفه‌های اساسی^۶ استوار است [11].

استفاده از مفاهیم بازنمایی تئک و ایده آموزش واژه‌نامه به‌منظور حذف نویز تصویر برای نخستین‌بار در [12] ارائه شد که مبتنی بر الگوریتم K-SVD^۷ بوده و نتایج مناسبی را

¹ Dictionary

² Fourier Transform

³ Short Time Fourier Transform

⁴ Discrete Cosine Transform

⁵ Discrete wavelet Transform

⁶ Principle component analysis (PCA)

⁷ K-Singular value decomposition

⁸ Patch

$I_{m \in M} \sim N(0, \sigma^2)$ است. تصویر ورودی I به بلوک‌های M تقسیم می‌شود که M مختصات این بلوک‌ها خواهد بود. روش بازنمایی تُنک بیان می‌کند که یک سیگنال $I \in \mathbb{R}^N$ می‌تواند با ترکیب خطی تُنکی از اتم‌ها به صورت $I = Dx$ که $D \in \mathbb{R}^{N \times L}$ یک واژه‌نامه فراکامل است، نمایش داده شود. $L > n$ شامل L اتم در ستون‌ها $\{d_l\}_{l=1}^L$ با نُرم واحد $\|d_{(i)}\|_2 = 1, \forall l = 1, \dots, L$ و بردار کدگذار K -تُنک $x \in \mathbb{R}^L$ شامل ضرایب بازنمایی سیگنال I خواهد بود [21-23]. بنابراین مسأله بازنمایی تُنک که شامل بخش‌های خطای بازسازی و قید تُنکی است به صورت زیر قابل بیان است [23]:

$$x^* = \arg \min_x \|I - Dx\|^2 \quad (2)$$

s. t. $\|x\|_0 \leq K$

تعداد ضرایب غیر صفر در x به صورت $\|x\|_0 = K$ که بیانگر کاردینالیته^۵ سیگنال است، تعریف می‌شود. نُرم l_0 در رابطه (۲) به یک مسأله غیرمحدب منتهی می‌شود که به صورت چند جمله‌ای غیرقطعی-دشوار^۶ بوده و ممکن است موجب گرفتار شدن مسأله بهینه‌سازی در کمینه‌های محلی شود. آزادسازی^۷ این مسأله با جایگزینی نُرم l_0 با نُرم l_1 در [24] گزارش شده است.

همان‌طور که بیان شد، الگوریتم K-SVD به‌عنوان یک روش مناسب به‌منظور آموزش واژه‌نامه فراکامل می‌تواند مورد استفاده قرار می‌گیرد [12]. این روش شامل دو گام بازنمایی تُنک و تطبیق اتم‌ها است که به‌علت انعطاف‌پذیری بودن این روش، از هر الگوریتم کدگذاری تُنک مدنظر می‌توان در گام نخست آن استفاده کرد. روش به‌کارگرفته شده به‌منظور بازنمایی تُنک بر اساس تعداد پارامترهای لازم برای تنظیم، دقت و چگونگی تنظیم نرخ تُنکی برای هر کاربرد متفاوت است. همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش داده آموزش، سرعت هم‌گرایی الگوریتم نیز کاهش می‌یابد. تنظیم مناسب نرخ تُنکی در این شرایط، می‌تواند خطای بازسازی در محدوده قابل قبول را بدست دهد.

تاکنون روش‌های یادگیری واژه‌نامه متعددی ارائه شده است که در این بین می‌توان از الگوریتم‌های مبتنی بر درست‌نمایی بیشینه، روش جهت‌های بهینه^۸، روش بیشینه احتمال پسینه نام برد [25-26].

روش پایه در این زمینه است، شروع و درنهایت به روال‌های آموزش واژه‌نامه به‌صورت برخط منتهی می‌شود.

در [20]، یک روال حذف نوفه تصویر با هدف کاهش زمان محاسبات و نیز کاهش حافظه مورد نیاز در زمان اجرای الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی، ارائه شده است. در این مرجع، دو روال حذف نوفه براساس فیلترهای تطبیقی و همچنین شباهت میان تکه‌های استخراج‌شده از تصویر برای دستیابی به اهداف یادشده ارائه شده است.

معیار مهمی که می‌بایست در آموزش واژه‌نامه فراکامل^۱ مورد توجه قرار گیرد، میزان هم‌دوسی^۲ میان اتم‌ها یا ستون‌های واژه‌نامه است. کوچک‌تر بودن این معیار بیان‌گر این مسأله است که هر اتم مستقل از اتم‌های دیگر در نمایش تصویر ورودی تأثیرگذار خواهد بود؛ بنابراین به کمک پایه‌های فضایی تا حد ممکن مستقل، کمترین خطای تقریب در نمایش تُنک سیگنال تصویر به‌دست می‌آید.

در این مقاله از روش تطبیق فضا^۳ به‌منظور دست‌یابی به واژه‌نامه متناسب با محیط آزمایش و شرایط نوفه‌ای این محیط بهره گرفته می‌شود و یک روال بهینه‌سازی به‌منظور حصول اتم‌های با بیشینه ناهم‌دوسی به کمک انتقال فضای آموزش براساس داده نوفه‌ای ورودی پیشنهاد می‌شود. گام بازنمایی تُنک در این روال نیز مبتنی بر الگوریتمی طراحی شده است که اتم‌های با بیشترین هم‌دوسی نسبت به داده تصویر حاصل شوند.

در بخش دوم این مقاله مسأله حذف نوفه از سیگنال تصویر مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ سپس در بخش سوم، روال حذف نوفه تصویر براساس روش پیشنهادی معرفی شده و در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی‌های انجام‌شده ارائه می‌شود. در ادامه و در بخش پنجم نتیجه‌گیری در مورد روش ارائه‌شده بیان می‌شود.

۲- تعریف مسأله

سیگنال تصویر در مواجهه با نوفه سفید گوسی به‌صورت زیر قابل مدل‌شدن خطی است:

$$Y(m) = I(m) + \eta(m) \quad (1)$$

که در آن Y ، I و η به ترتیب ماتریس داده سیگنال نوفه‌ای، سیگنال تمیز و سیگنال نوفه سفید گوسی با مشخصه

- ¹ Overcomplete
- ² Coherence
- ³ Domain adaptation

⁴ K-sparse

⁵ Cardinality

⁶ Non-deterministic polynomial hard (NP-Hard)

⁷ Relaxation

⁸ Method of optimal directions (MOD)

۳- یادگیری واژه‌نامه ناهم‌دوس

براساس روش تطبیق فضا

ایده به‌کارگیری واژه‌نامه‌های فراکامل با اتم‌های نمونه‌شده از سیگنال برای بازنمایی تَنک، کاربردهای گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف دارد که از این میان به‌کارگیری این روش در حوزه حذف نوفه تصویر بسیار نوپا و جدید است [8-9]. روال متداول برای آموزش یک واژه‌نامه جدید که در حذف نوفه تصویر مورد استفاده قرار گیرد به این صورت است که کل تصویر به‌عنوان ورودی الگوریتم در نظر گرفته می‌شود که بسیار زمان‌بر خواهد بود. بنابراین در نظر گرفتن این دسته روش‌ها که در آن کل تصویر مورد استفاده قرار می‌گیرد، ممکن است به بیش‌برازش^۱ در آموزش واژه‌نامه منجر شود. بیش‌برازش در یادگیری اتم‌ها به این معنی است که ابعاد ماتریس داده ورودی بسیار بالا بوده (داده آموزش زیادی در دسترس است) و تعداد اتم‌ها یا ستون‌های واژه‌نامه به‌منظور بازنمایی تکه‌های تصویر کم است. در این صورت به‌طور معمول خطای بازنمایی تَنک بالایی به‌دست می‌آید که نشان می‌دهد اتم‌های مناسبی برای نمایش محتوای داده ورودی آموزش ندیده‌اند و انطباقی میان اتم‌ها به‌عنوان پایه‌های فضایی و محتوای ساختاری داده تصویر وجود ندارد.

به‌منظور رفع این مشکل در مرجع [27]، یک روال یادگیری واژه‌نامه به‌منظور حذف نوفه تصویر پیشنهاد شد که در آن از روش یادگیری انتقال‌یافته^۲ استفاده شده است. واژه‌نامه اولیه یا فضای منبع^۳ در این روش به‌کمک روش تطبیق فضا^۴ به واژه‌نامه فضای هدف^۵ تنظیم می‌شود. این روال از طریق تنظیم اتم‌ها براساس تابع انرژی صورت می‌پذیرد. در حقیقت، واژه‌نامه جدید تنها با کمک تعداد کمی از تکه‌های^۶ تصویر نوفه‌ای هدف آموزش می‌بیند و دیگر نیاز به آموزش براساس کل تصویر فضای آزمایش نخواهد بود [27]. از این روش در حوزه حذف نوفه سیگنال گفتار نیز استفاده شده است [28].

براساس روش تطبیق فضا، در ابتدا یک واژه‌نامه اولیه (منبع) با استفاده از یکی از روش‌های یادگیری، آموزش خواهد دید. در ادامه اتم‌های این واژه‌نامه اولیه که با D_0 معرفی می‌شود با استفاده از روال یادگیری انتقال واژه‌نامه براساس

¹ Over fitting

² Transfer learning

³ Source domain dictionary

⁴ Domain adaptation

⁵ Target domain dictionary

⁶ Patch

فضای نوفه‌ای تصویر مشاهده‌شده در محیط آزمایش، تطبیق می‌یابد. در گام آزمایش، از آنجایی که واژه‌نامه آموزش‌دیده متشکل از اتم‌هایی است که با داده تصویر تمیز آموزش دیده‌اند و همچنین اتم‌هایی را شامل می‌شود که براساس نوفه تصویر تطبیق یافته‌اند، به‌کمک بازنمایی تَنک داده تصویر نوفه‌ای ورودی بر روی واژه‌نامه انتقال یافته و امکان جداسازی بخش داده تصویر و نوفه وجود خواهد داشت [27].

اگر فرض کنیم که واژه‌نامه اولیه $D_0 \in R^{n \times k}$ که با استفاده از داده تصویر تمیز آموزش دیده است در دسترس باشد و بخواهیم واژه‌نامه جدید D را تنها با داشتن تکه‌های کمی از تصویر y_l به روش انتقال واژه‌نامه به‌دست آوریم، می‌بایست رابطه زیر کمینه‌سازی شود [27]:

$$L(X, D) = \min_{x_i, D} \sum_i \|y_i - Dx_i\|_2^2 + \lambda_1 \|D - D_0\|_F^2 \quad (3)$$

$$s. t. \forall i, \|x_i\|_0 \leq K$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, l, d_j^T d_j \leq 1$$

در این رابطه y_l ، ماتریس داده ورودی است که در آن هر تکه تصویر به‌عنوان یک ستون در نظر گرفته شده است. x_i ضرایب تَنک متناظر و K مقدار تَنکی Y را نمایش می‌دهد. پارامتر تَنکی K یا کاردینالیته، بیان‌گر آن است که هر داده ورودی از ماتریس Y می‌تواند با چند اتم از واژه‌نامه بازنمایی شود و هر چه این مقدار کوچکتر باشد، تَنکی در بازنمایی بیشتر و خطای تقریب نیز افزایش خواهد داشت. همچنین $\| \cdot \|_0$ نرم فریبیوسی^۷ است. همچنین به‌منظور این که درآیه‌ها در بردارهای اتم واژه‌نامه مقادیر بزرگی نداشته باشند و به مقادیر بسیار کوچک درآیه‌ها در ماتریس x_i منجر نشوند، می‌بایست تا نرم دوم اتم‌های واژه‌نامه مقدار یک را داشته باشند و به این معنی است که اندازه ستون‌های واژه‌نامه به مقدار یک نرمالیزه شوند.

بخش نخست در این رابطه بیان‌گر خطای تقریب است و بخش دوم خطای تطبیق را مشخص می‌کند. هر چه مقدار این تابع کوچک‌تر باشد، واژه‌نامه D یادگیری‌شده با خطای تقریب بازنمایی تَنک کمتری به واژه‌نامه اولیه D_0 شبیه است. در واقع داده نوفه‌ای y_l به روی واژه‌نامه D بازنمایی داده می‌شود که شباهت زیادی به واژه‌نامه D_0 دارد که در ابتدای الگوریتم با استفاده از داده تصویر تمیز یادگیری شده است.

λ_1 پارامتر وزن‌دهی برای تعیین چگونگی ارتباط میان فضای اولیه و فضای تطبیق است. اگر دو فضا شبیه باشند،

⁷ Cardinality

⁸ Frobenius

در این رابطه، $A = x_i x_i^T$ و $B = y_i x_i^T$ است. به منظور بهینه‌سازی و به دست آوردن گرادیان خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F}{\partial D} = 0 \rightarrow \frac{\partial \text{tr}(D^T D A)}{\partial D} = 2DA, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \text{tr}(D^T B)}{\partial D} = B,$$

$$\frac{\partial \text{tr}((D - D_0)(D - D_0)^T)}{\partial D} = 2(D - D_0)$$

در نتیجه به دست می‌آید:

$$2DA - 2B + 2\lambda_1(D - D_0) = 0 \rightarrow D = \frac{B + \lambda_1 D_0}{(B + \lambda_1 D_0)(A + \lambda_1 I)} \quad (6)$$

I در این رابطه ماتریس یکه است. اگر داده آموزش کمی در دسترس باشد، خطای تقریب که توسط بخش نخست رابطه معرفی می‌شود افزایش می‌باید و می‌بایست ضریب λ_1 بزرگ‌تر انتخاب شود تا اثر بخش دوم رابطه بیشتر شود. همچنین مقادیر کوچکتر برای این ضریب زمانی در نظر گرفته می‌شود که داده آموزش کافی در دسترس باشد و هر اتم در واژه‌نامه D به راحتی بتواند تصویر ورودی را بازسازی کند.

۱-۳- یادگیری واژه‌نامه براساس ناهمدوسی

از آنجایی که استفاده از واژه‌نامه ناهمدوسی مطابق با آنچه در پیش بیان شد برای تقریب تَنک سیگنال مناسب است، مسأله طراحی واژه‌نامه مشروط به کمیته‌سازی همدوسی اتم‌های واژه‌نامه خواهد بود. در میان ماتریس‌های با ابعاد بالا، قاب‌های سخت متساوی‌الزاویه^۴ (ETF) کمیته همدوسی را دارند [30]. دارا بودن ویژگی ETF به ماتریسی اطلاق می‌گردد که ستون‌ها در آن به طور کامل از یکدیگر مستقل بوده و یا کمترین میزان ممکن وابستگی را داشته باشند.

باید توجه داشت که به دست آوردن این ویژگی به‌الزام برای هر واژه‌نامه با ابعاد دلخواه ممکن نخواهد بود. بنابراین حل مسأله به صورت تقریبی انجام خواهد گرفت. پارامتر مهم در طراحی واژه‌نامه برای حصول تَنکی مناسب استفاده از پارامتر همدوسی μ آن واژه‌نامه است که به صورت مقدار مطلق بزرگ‌ترین حاصل ضرب درونی اتم‌های مجزای واژه‌نامه تعریف می‌شود. اگر $G = D^T D$ ماتریس گرام^۵ واژه‌نامه باشد، همدوسی $D \in \mathbb{R}^{d \times N}$ با ستون‌های نرمالیزه شده برابر با بیشینه مقدار مطلق عناصر غیرقطری در G است.

اگر اندازه عناصر غیرقطری در این ماتریس مساوی باشد، آنگاه کمیته همدوسی و در نهایت ETF حاصل می‌شود.

یعنی واژه‌نامه اولیه با داده تصویر آموزش دیده باشد که همان داده در مرحله آزمایش نوفه‌ای شده باشد، D به D_0 بسیار شبیه خواهد بود. در واقع در نظر گرفتن بخش دوم در رابطه بالا مزایای بسیاری دارد: (۱) پیچیدگی فضای هدف را کنترل می‌نماید. (۲) از بیش‌برازش در آموزش واژه‌نامه D جلوگیری می‌کند. (۳) این امکان را فراهم می‌سازد که با داده آموزش کم بتوان دقت حذف نوفه بالایی را به دست آورد.

به منظور کمیته‌سازی این رابطه و به دست آوردن ماتریس‌های D و X می‌توان از الگوریتم‌های بهینه‌سازی متناوب^۱ استفاده کرد. حل این رابطه در مرجع [27] به کمک الگوریتم متناوب ارائه شده است. در این الگوریتم در ابتدا کدگذاری تَنک کلاسیک به منظور بهینه‌سازی ماتریس X با واژه‌نامه ثابت D انجام و سپس به روزرسانی اتم‌های واژه‌نامه D با ماتریس ضرایب تَنک X ثابت اجرا و این روال به طور متوالی اجرا می‌شود تا شرط هم‌گرایی رخ دهد. در این مرجع به منظور کدگذاری تَنک از الگوریتم تعقیب متعامد OMP^2 برای محاسبه ضرایب ماتریس تَنک X استفاده شده است [29]. این الگوریتم حریصانه است و اتم‌های واژه‌نامه در آن‌ها پی‌درپی انتخاب می‌شوند. در این روش شامل محاسبه حاصل ضرب درونی سیگنال و اتم‌های واژه‌نامه هستند و گاهی نیز راه‌حل‌های کمیته مربعیات در آن به کار گرفته می‌شود.

در ادامه به منظور به روزرسانی اتم‌های واژه‌نامه، دو روش وجود دارد. روش نخست استفاده از الگوریتم‌های کاهش گرادیان تصادفی^۳ است. این روش که شامل آموزش واژه‌نامه به صورت برخط است، بسیار مؤثر بوده ولی به داده آموزش زیادی نیاز دارد؛ به همین دلیل نمی‌توان از آن به عنوان روش بهینه‌سازی به منظور حل مسأله آموزش واژه‌نامه براساس روش تطبیق فضا استفاده کرد.

روش دیگر استفاده از گرادیان تابع موردنظر و صفر قرار دادن آن است؛ یعنی $\frac{\partial L(X, D)}{\partial D} = 0$ تا بتوان واژه‌نامه مطلوب را به منظور حذف نوفه به دست آورد. این روش چون میزان داده آموزش حائز اهمیت نیست مورد توجه قرار می‌گیرد. به روزرسانی واژه‌نامه در روال پیشنهادی مرجع [27] با در نظر گرفتن ماتریس ضرایب تَنک X صورت می‌پذیرد. خواهیم داشت:

$$F = \min_D \sum_i^m \|y_i - Dx_i\|_2^2 + \lambda_1 \|D - D_0\|_F^2$$

$$= \min_D (\text{tr}(y_i^T y_i) + \text{tr}(D^T D A) - 2\text{tr}(D^T B) + \lambda_1 \text{tr}[(D - D_0)(D - D_0)^T]) \quad (4)$$

⁴ Equiangular tight frame

⁵ Gram matrix

¹ Alternating

² Orthogonal matching pursuit

³ Stochastic gradient descent

نخواهد بود و داده نمی‌تواند به‌درستی بر روی تعداد کم اتم‌های واژه‌نامه کد شود [32].

از طرف دیگر، انتخاب پارامتر تُنکی با نرخ بالا یا کدگذاری بسیار متراکم موجب اعوجاج منبع می‌شود؛ یعنی تعداد اتم‌ها در واژه‌نامه تصویر برای بازنمایی درست آن بیشتر از حد نیاز بوده و در این صورت خطای تقریب افزایش می‌یابد. بنابراین انتخاب مقدار تُنکی باید به‌دقت صورت پذیرد. در روش پیشنهادی از این روش بازنمایی تُنک در گام نخست الگوریتم یادگیری واژه‌نامه به‌منظور دستیابی به واژه‌نامه‌های با همدوسی متقابل بالا استفاده می‌شود.

همان‌طور که بیان شد دست‌یابی به واژه‌نامه ناهمدوس به‌صورت دقیق ممکن نیست و این مسأله هنگامی که ابعاد واژه‌نامه زیاد باشد، بیشتر مسأله ساز خواهد بود. بنابراین حصول واژه‌نامه ناهمدوس به‌صورت تقریبی و از طریق بررسی ماتریس گرام ممکن خواهد بود. ماتریس گرام یک واژه‌نامه ناهمدوس نرمالیزه‌شده به ماتریس یک‌ه واحد شبیه خواهد بود. بنابراین هر چقدر ماتریس گرام یعنی $G = DD^T$ به ماتریس یک‌ه واحد نزدیک‌تر باشد، نتیجه می‌شود که اتم‌ها مستقل‌تر از یکدیگر طراحی شده‌اند. بنابراین پیشنهاد شده که به رابطه (۳) بخش مرتبط با همدوسی واژه‌نامه تحت آموزش اضافه شود. در این صورت تابع بهینه‌سازی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$F_{Proposed} = \min_D \sum_i^m \|y_i - Dx_i\|_2^2 + \lambda_1 \|D - D_0\|_F^2 + \lambda_2 \|DD^T - I\|_F^2 \quad (9)$$

$$F_{Proposed} = \min_D (tr(y_i^T y_i) + tr(D^T DA) - 2tr(D^T B) + \lambda_1 tr[(D - D_0)(D - D_0)^T] + \lambda_2 tr[(DD^T - I)(DD^T - I)^T]) \quad (10)$$

بخش سوم رابطه (۹) تفاضل ماتریس گرام از ماتریس یک‌ه واحد را مشخص و λ_2 پارامتر وزن‌دهی به‌منظور دستیابی به ماتریس گرام یک‌ه برای واژه‌نامه خواهد بود. با به‌دست‌آوردن گرادیان این تابع خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F_{Proposed}}{\partial D} = 2(DA - B) + 2\lambda_1(D - D_0) + 4\lambda_2 D(DD^T - I) \quad (11)$$

بخش نخست در این رابطه مربوط به کاهش خطای تقریب داده نوفه، بخش دوم مربوط به یافتن واژه‌نامه نوفه با ماتریس گرام نزدیک به ETF و بخش سوم مربوط به یافتن اتم‌های واژه‌نامه مستقل از یکدیگر است. پارامتر γ_1 و γ_2

همدوسی اتم‌های واژه‌نامه D به‌صورت زیر قابل تعریف است [30]:

$$\mu(D) = \max_{1 \leq i, j \leq L, i \neq j} |d_i \cdot d_j| \quad (7)$$

بنابراین با توجه به ویژگی‌های بیان‌شده برای الگوریتم حذف نوفه مبتنی بر انتقال واژه‌نامه و نیز روش‌های مبتنی بر یادگیری واژه‌نامه ناهمدوس به‌دنبال روشی خواهیم بود که بتواند در یادگیری واژه‌نامه از این مزایا بهره‌بردارد. در بخش بعدی روش پیشنهادی مبتنی بر موارد بیان‌شده توضیح داده شده است.

۲-۳- روش پیشنهادی

با توجه به موارد بیان‌شده در بخش‌های قبل این نتیجه حاصل شد که واژه‌نامه فزاکامل با اتم‌های ناهمدوس می‌تواند به خطای بازنمایی کمی منجر شود؛ زیرا هر اتم مستقل از اتم‌های دیگر در نمایش تکه‌های تصویر ورودی تأثیرگذار خواهد بود. بنابراین هدف در آموزش واژه‌نامه دستیابی به اتم‌هایی است که کمترین مقدار پارامتر همدوسی را به‌دست دهند.

تاکنون از مفاهیم مرتبط با بازنمایی تُنک و یادگیری واژه‌نامه در پردازش‌های مختلف بهره‌گرفته شده و کارایی این روش‌ها در به‌دست‌آوردن نتایج مطلوب اثبات شده است [31]. در روش پیشنهادی، از الگوریتم بازنمایی تُنک LARC¹ استفاده شده که تعمیمی از الگوریتم LARS² با شرط توقف براساس مقدار همدوسی مانده است [32-33]. این الگوریتم به‌منظور بازنمایی تُنک سیگنال گفتار ارائه شده و در این مقاله در راستای حذف نوفه داده تصویر به‌کار گرفته می‌شود [32]. بازنمایی تُنک با تکیه بر این روش می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$x^* = LARC(D, x, K, Coh) \quad (8)$$

از آنجایی که الگوریتم بازنمایی تُنک LARC بر طبق مقدار تُنکی متغیر انجام می‌گیرد، K در این رابطه بیان‌گر بیشینه مقدار این نرخ برای هر تکه داده ورودی است. همچنین، پارامتر Coh بیان‌گر میزان همدوسی میان اتم-داده است. در نظر گرفتن معیار همدوسی برای اتمام الگوریتم کدگذاری تُنک، قابلیت مصالحه میان انحراف منبع^۳ و اعوجاج منبع^۴ را به‌دست می‌دهد. انحراف منبع زمانی رخ می‌دهد که بازنمایی تُنک با نرخ تُنکی پایین انجام یا بازنمایی بسیار تُنک باشد؛ بنابراین تعداد اتم‌های مورد نیاز برای نمایش کافی

¹ Least angle regression with coherence criterion

² Least-angle regression

³ Source distortion

⁴ Source confusion

$$I_{out} = \frac{I}{i+I_{in}} \cdot I_{in} \quad (13)$$

در این رابطه، I_{in} سیگنال نوفه‌ای ورودی خواهد بود که در بهره ساخته شده براساس داده تصویر حاصل از واژه‌نامه ناهمدوس ضرب و تصویر تمیز را نتیجه می‌دهد. روال بهینه‌سازی پیشنهادی در الگوریتم ارائه شده در این مقاله به منظور حذف نوفه تصویر در ادامه آورده شده است:

داده ورودی الگوریتم: تکه‌های تصویر y_i, D_0 ، نرخ افزونگی واژه‌نامه، نرخ تُنگی K ، نرخ همدوسی اولیه $Coh0$ و تعداد تکرار I

خروجی الگوریتم: واژه‌نامه D و ضرایب تُنگ

$$1. \quad D_0 - D \quad \text{و ضرایب همبستگی } A \text{ و } B \leftarrow 0$$

$$2. \quad \text{برای } i=1:I$$

3. گام بازنمایی تُنگ مبتنی بر الگوریتم LARC (رابطه ۸):

$$\min_{x,D} \sum_i^m \|y_i - Dx_i\|_2^2 \text{ s.t. } \forall i, \|x_i\|_0 \leq K, Coh \geq Coh0$$

4. برای داده ورودی y_i و ضرایب تُنگ متناظرشان x_i :

$$A \quad x_i x_i^T \rightarrow A$$

$$B \quad y_i x_i^T \rightarrow B$$

5. گام یادگیری واژه‌نامه و نرمالیزه‌سازی واژه‌نامه نهایی (رابطه ۱۰):

$$F_{Proposed} = \min \sum_i^m \|y_i - Dx_i\|_2^2 + \lambda_1 \|D - D_0\|_F^2 + \lambda_2 \|DD^T - I\|_F^2$$

6. اگر $i < I$ باشد بازگشت به گام دوم.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در بخش گذشته روال حذف نوفه تصویر با به‌کارگیری ایده واژه‌نامه‌های فراکامل همدوس و روش تطبیق فضا مورد بررسی قرار گرفت. برخلاف روال زمان‌بر معمول آموزش یک واژه‌نامه جدید به منظور حذف نوفه تصویر که در آن کل تصویر به‌عنوان ورودی الگوریتم آموزش در نظر گرفته می‌شود، ارائه روشی که در آن تنها بخش‌هایی از تصویر برای آموزش واژه‌نامه جدید منطبق با شرایط نوفه‌ای محیط آزمایش مورد استفاده قرار گیرد، بسیار سودمند خواهد بود؛ در نتیجه در این مقاله یک روال یادگیری واژه‌نامه به منظور حذف نوفه تصویر پیشنهاد داده شد که در آن از روش واژه‌نامه انتقال یافته استفاده شده است.

در روش پیشنهادی اتم‌های واژه‌نامه فضای هدف D که منطبق با شرایط محیط نوفه‌ای است، براساس اتم‌های واژه‌نامه اولیه D_0 به کمک روش تطبیق فضا به‌روز می‌شوند. این روال بهینه‌سازی اتم‌ها به کمک انتقال اتم‌ها براساس معیار انرژی

مصالحة میان این بخش‌ها را کنترل می‌کند. با توجه به رابطه بالا و از آنجایی که به‌دست‌آوردن جواب با فرم بسته^۱ برای واژه‌نامه D همانند آنچه از پیش در رابطه (۲) به‌دست آمده است، امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین باید از یک الگوریتم کمینه‌یاب مناسب استفاده کرد. از آنجایی که روش‌های بازنمایی تُنگ انعطاف‌پذیر بوده و از نتایج حاصل از آن‌ها در هر روش یادگیری واژه‌نامه می‌توان استفاده کرد، از یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش BFGS حافظه محدود^۲ که یک الگوریتم تکرارشونده برای حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی بدون قید خواهد بود [34]. این روش تقریبی برای روش بهینه‌سازی نیوتون بوده و نسخه حافظه محدود شده‌ای از روش بهینه‌سازی BFGS است که به منظور بهینه‌سازی در مسائل با ابعاد بالا طراحی شده است. این الگوریتم مشابه روش BFGS از تخمین معکوس ماتریس هسین^۳ به منظور هدایت پارامترها بهره می‌گیرد؛ اما تنها برخی از بردارهای حل مسأله را ذخیره می‌کند که موجب می‌شود برای حل مسائل با پارامترهای زیاد بیشتر مورد توجه قرار گیرد.

این الگوریتم با تخمین اولیه‌ای از مقدار بهینه یعنی x_0 شروع و به‌طور تکرارشونده برای تخمین مقادیر بهتر x_1, x_2 و ... ادامه می‌یابد. مشتق نخست تابع هزینه به‌عنوان نخستین قدم برای شروع الگوریتم و به منظور عملکرد براساس تندترین شیب^۴ در این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین ماتریس هسین^۵ (مشتق دوم) براساس آن تخمین زده می‌شود. همانطور که گفته شد در روش پیشنهادی و به منظور به‌روزرسانی اتم‌ها در واژه‌نامه تصویر به کمک روش حافظه محدود BFGS، می‌بایست، علاوه بر تابع $F_{Proposed}$ ، از مشتق آن یعنی $\frac{\partial F_{Proposed}}{\partial D}$ نیز استفاده کرد. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی و مقایسه نتایج با سایر روش‌ها در بخش بعد آورده شده است.

بعد از تعیین واژه‌نامه و ضرب واژه‌نامه حاصل در ضرایب تُنگ، داده تصویر I به‌دست می‌آید که می‌بایست تحت پس‌پردازش قرار گیرد تا داده تصویر تمیز I_{out} حاصل شود:

$$\hat{I} = D \cdot x \quad (12)$$

در این رابطه، D ماتریس واژه‌نامه تطبیق یافته براساس رابطه (۱۱) و x ماتریس ضرایب بازنمایی تُنگ به‌دست آمده از رابطه (۸) است.

¹ Closed form

² Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

³ Hessian matrix

⁴ Steepest descent method

⁵ Hessian matrix



انتخاب شده از تصویر ورودی به منظور ساخت ماتریس داده Y به صورت بلوک‌های 8×8 بوده که به اندازه 25% با یکدیگر هم‌پوشانی دارند. یعنی بلوک‌ها به اندازه شش پیکسل در سطر و ستون هم‌پوشانی داشته و هر بلوک جدید از شماره سطر و ستونی که به اندازه مقدار دو واحد از شماره سطر و ستون بلوک قبلی بیشتر است، شروع می‌شود.

همچنین واژه‌نامه با نرخ چهار فراکامل است و ابعاد 64×256 خواهد داشت. نرخ تُنکی برابر با $10-K$ انتخاب شده که به این معنی است که هر داده ورودی می‌تواند به منظور بازنمایی، حداکثر از ده اتم در واژه‌نامه استفاده کند. نرخ همدوسی Coh در شبیه‌سازی‌های انجام شده برابر با 0.2 در نظر گرفته شده است. یعنی اتم‌های با کمینه نرخ همدوسی 0.2 می‌توانند در واژه‌نامه قرار بگیرند.

همان‌طور که بیان شد، الگوریتم K-SVD نخستین و اساسی‌ترین الگوریتم ارائه شده به منظور یادگیری واژه‌نامه بوده که به منظور حذف نویز از تصویر به کار گرفته شده است. از آنجایی که کاهش نویز تصویر در روش پیشنهادی مبتنی بر ارائه یک راه‌کار جدید براساس آموزش واژه‌نامه است. همچنین روش پیشنهادی در این مقاله نسخه اصلاح شده روال کاهش نویز ارائه شده در مرجع [27] است که اصلاح آن از طریق اعمال قید همدوسی اتم-داده و ناهمدوسی اتم‌ها با یکدیگر است؛ بنابراین مقایسه با نتایج این الگوریتم‌ها انجام شده است. در ابتدا واژه‌نامه اولیه یا منبع D_0 به کمک داده تصویر باربارا² و الگوریتم آموزش واژه‌نامه K -میانگین³ حاصل می‌شود و در ادامه به منظور حذف نویز تصاویر دیگر و نیز تصاویر ام آر آی مغزی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در شکل (۱) تصاویر حذف نویز شده توسط الگوریتم ارائه شده در مرجع [27] نمایش داده شده است. این تصاویر تحت تأثیر نویز گوسین⁴ با انحراف معیار⁵ $\sigma = 20$ قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از حذف نویز تصویر توسط روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا [27] و روال یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش پیشنهادی در شکل (۲) آورده شده است.

همچنین واژه‌نامه تصویر توسط یکصد تکه از تصویر نویزهای، آموزش دیده و تطبیق یافته است. نتایج نسبت پیک سیگنال به نویز⁶ (PSNR) حاصل از این روش‌ها در جدول (۱) آورده شده است. همچنین نتایج براساس هزار تکه انتخابی از تصویر نویزهای در شکل (۳) و جدول (۲) آورده شده است.

اتم‌ها صورت می‌گیرد. بنابراین، واژه‌نامه جدید فضای آزمایش تنها به کمک تعداد کمی از تکه‌های تصویر نویزهای هدف آموزش دیده و دیگر نیاز به آموزش براساس کل تصویر فضای آزمایش نخواهد بود.

واژه‌نامه اولیه D_0 می‌تواند به کمک هر الگوریتم یادگیری واژه‌نامه مدنظر و در دسترس به کمک هر داده تصویر ورودی دلخواه به شرط آنکه تمیز باشد، آموزش ببیند. در این صورت اتم‌های واژه‌نامه D_0 به خوبی ساختار مؤلفه‌های بافت تصویر را بازنمایی کرده و می‌توانند در روال حذف نویز تصویر مبتنی بر روش تطبیق فضا به کار گرفته شوند.

با توجه به مباحث بیان شده در بخش قبل، این نتیجه حاصل شد که واژه‌نامه فراکامل با بیشینه ناهمدوسی اتم‌ها می‌تواند به خطای بازنمایی کمی منجر شود؛ زیرا هر اتم واژه‌نامه می‌تواند مستقل از سایر اتم‌ها در نمایش داده تصویر ورودی تأثیرگذار بوده و واژه‌نامه در مجموع می‌تواند کل فضای داده ورودی را پوشش دهد. بنابراین یکی از اهداف مهم در آموزش واژه‌نامه می‌تواند اکتساب اتم‌هایی باشد که نسبت به یکدیگر کمترین مقدار معیار همدوسی را داشته باشند.

همان‌طور که بیان شد، دست‌یابی دقیق به این دسته از واژه‌نامه‌های ناهمدوس امکان‌پذیر نیست و حصول این واژه‌نامه‌ها با افزایش ابعاد فضا بسیار دشوار خواهد بود.

از آنجایی که به طور معمول ابعاد فضای ورودی در مسأله حذف نویز که با تکه‌های تصویر سروکار دارد، بالا است، ابعاد واژه‌نامه فراکامل دارای افزونگی^۱ بالا خواهد بود و مشکل بیان شده پابرجا است؛ بنابراین انتظار دست‌یابی به تقریبی از واژه‌نامه ناهمدوس تنها از طریق بهینه‌کردن ضرایب ماتریس گرام که در بخش ۳-۱ معرفی شد، محقق می‌شود.

هر چه شباهت این ماتریس، مشخص‌کننده ناهمدوسی اتم‌های واژه‌نامه نرمالیزه شده به ماتریس یکه واحد بیشتر باشد، نتیجه می‌شود که اتم‌ها تا حد ممکن نسبت به یکدیگر ناهمدوس طراحی شده‌اند؛ بنابراین در روش جدید حذف نویز تصویر ارائه شده در این مقاله یک روال بهینه‌سازی پیشنهاد شد که در آن بخشی مرتبط با همدوسی اتم‌های واژه‌نامه در روال آموزش در نظر گرفته شود و آموزش براساس کاهش خطای تقریب در کنار کاهش همدوسی اتم‌ها صورت پذیرد.

به منظور بررسی نتایج این الگوریتم، شبیه‌سازی‌هایی بر روی داده تصویر طبیعی و پزشکی انجام شده است. شبیه‌سازی‌ها بر روی مجموعه‌ای از تصاویر هشت‌بیتی با سطوح خاکستری و ابعاد 256×256 انجام شده است. تکه‌های

¹ Redundancy

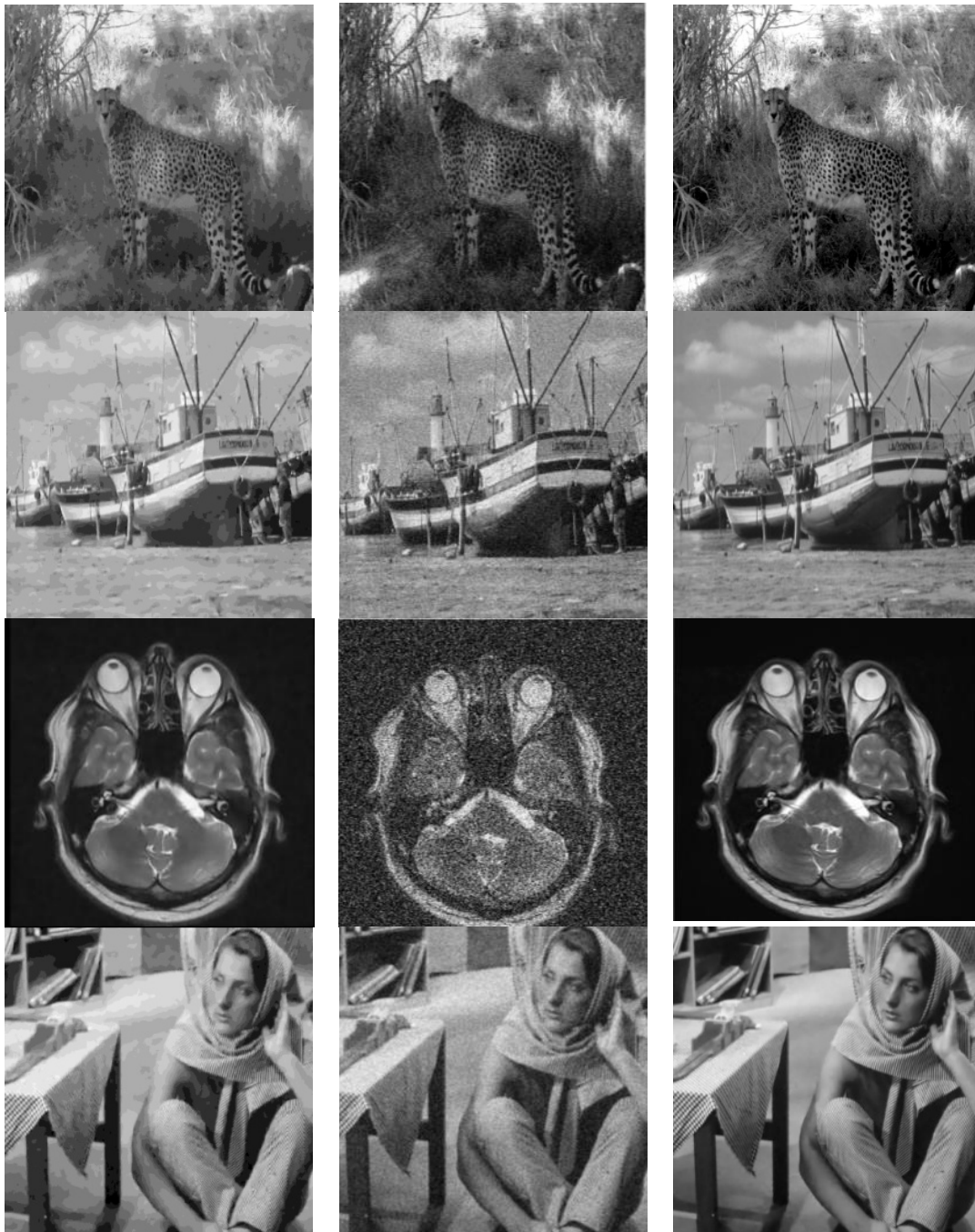
² Barbara

³ K-means

⁴ Gaussian noise

⁵ Standard deviation

⁶ Peak signal to noise ratio



(شکل-۱): نتایج حذف نوفه تصویر حاصل از به کارگیری روش پیشنهادی در حضور نوفه گوسین و $\sigma = 20$ برای یکصد تکه. ستون سمت

راست: تصاویر تمیز. ستون وسط: تصاویر نوفه‌ای. ستون سمت چپ: تصاویر حذف نوفه شده حاصل.

(Figure-1): Results of image denoising based on the proposed algorithm in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 100 patches of noisy image. Right column: Clean images. Middle column: Noisy images. Left column: Denoised image.



(شکل-۲): نتایج حذف نویز تصویر با نویز گوسین و $\sigma = 20$ برای یکصد تکه. ستون سمت راست: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا [27]. ستون وسط: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر K-SVD. سمت چپ: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش پیشنهادی.

(Figure-2): Results of image denoising in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 100 patches. Right column: The dictionary learning method based on domain adaptation [27]. Middle column: The denoising algorithm based on K-SVD dictionary learning method. Left column: The proposed method.

(جدول-۱): مقادیر نسبت پیک سیگنال به نویز حاصل از حذف نویز تصویر با به‌کارگیری روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا، K-SVD و روش پیشنهادی در حضور نویز گوسین با $\sigma = 20$ و یکصد تکه.

(Table-1): Results of PSNR values of different image denoising approaches such as domain adaptation-based dictionary learning, K-SVD and the proposed method in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 100 patches.

تصویر ←	چینا	کشتی	باربارا	ام آرای مغزی
الگوریتم K-SVD [12]	۲۶/۲۳۱	۲۹/۰۱۲	۲۹/۰۰۸	۳۱/۶۴۵
روش تطبیق فضا [27]	۲۷/۷۳۵	۳۰/۴۲۵	۳۰/۶۱۵	۳۲/۸۹۶
روش پیشنهادی	۲۸/۴۳۲	۳۱/۲۵۱	۳۲/۰۸۵	۳۳/۳۳۶

(جدول-۲): مقادیر نسبت پیک سیگنال به نوفه حاصل از حذف نوفه تصویر با به کارگیری روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا و روش پیشنهادی در حضور نوفه گوسین با $\sigma = 20$ و هزار تکه.

(Table-2): PSNR values of different image denoising methods using dictionary learning technique in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 1000 patches.

تصویر ←	چیتا	گشتی	باربارا	ام آرای مغزی
الگوریتم K-SVD [12]	۲۶/۲۳۱	۲۹/۰۱۲	۲۹/۰۰۸	۳۱/۶۴۵
روش تطبیق فضا [27]	۲۶/۴۶۸	۲۹/۰۹۹	۲۹/۶۶۲	۳۱/۷۹۰
روش پیشنهادی	۲۶/۹۷۲	۲۹/۷۵۱	۳۰/۱۵۸	۳۲/۵۶۸



(شکل-۳): نتایج حذف نوفه تصویر حاصل از به کارگیری روش پیشنهادی در حضور نوفه گوسین و $\sigma = 20$ و هزار تکه. ستون سمت راست: تصاویر تمیز. ستون وسط: تصاویر نوفه‌ای. ستون سمت چپ: تصاویر حذف نوفه شده حاصل.

(Figure-3): Results of image denoising based on the proposed algorithm in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 1000 patches of noisy image. Right column: Clean images. Middle column: Noisy images. Left column: Denoised image.

سایر تصاویر (به جز ام آر آی) است و این بدان علت است که تکه‌های مختلف این تصویر به‌عنوان واژه‌نامه پایه در ابتدای آموزش واژه‌نامه D_0 در نظر گرفته شده است. بنابراین تکه‌های تصویر ورودی در هنگام بازنمایی تُنک به‌درستی با اتم‌های واژه‌نامه تطبیق یافته و خطای تقریب کمتری حاصل می‌شود.

نتایج حاصل از حذف نویز تصویر توسط روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا و روال یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش پیشنهادی در شکل (۴) آورده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که حذف نویز گوسی تا حد مطلوبی صورت پذیرفته است. نکته‌ای که در میان نتایج به‌چشم می‌خورد این است که مقدار PSNR حاصل از حذف نویز تصویر باربارا بیشتر از

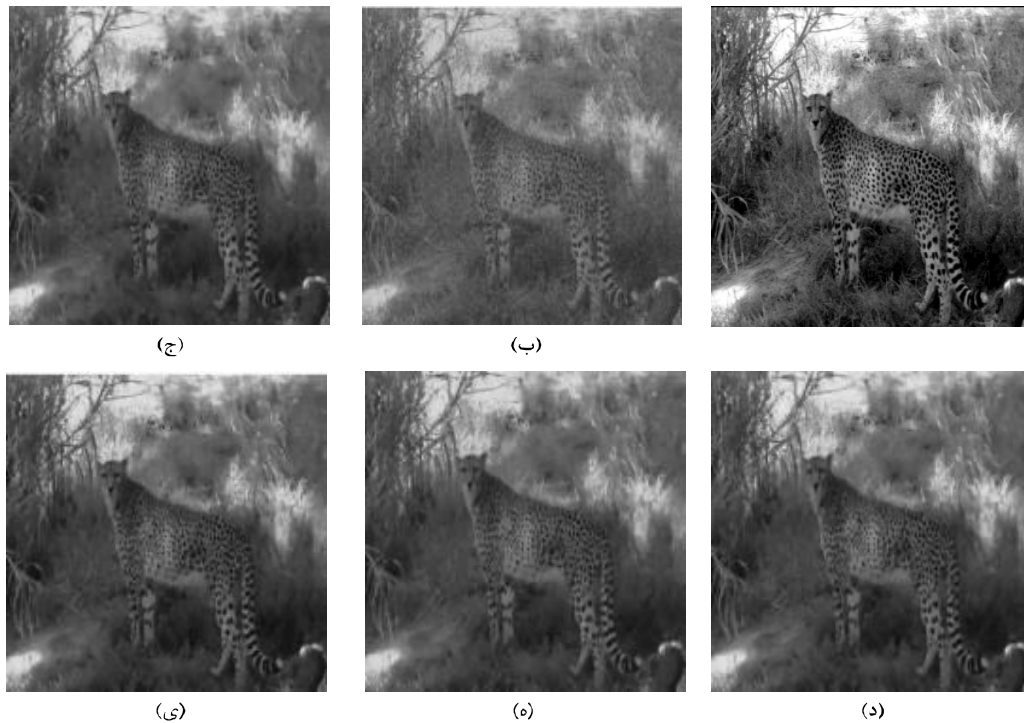


(شکل-۴): نتایج حذف نویز تصویر با نویز گوسین و $\sigma = 20$ و هزار تکه. ستون سمت راست: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا [27]. ستون وسط: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر K-SVD. ستون سمت چپ: با استفاده از روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش پیشنهادی.

(Figure-4): Results of image denoising in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for 1000 patches. Right column: The dictionary learning based on domain adaptation [27]. Middle column: The denoising algorithm based on K-SVD dictionary learning. Left column: The proposed method.

مختلف در نظر گرفته شده از تصویر نوفه‌ای و تطبیق واژه‌نامه براساس آن به منظور مدل کردن نوفه محیط آزمایش برای روش پیشنهادی در شکل (۵) آورده شده است؛ همچنین مقادیر PSNR حاصل از این آزمایش در جدول (۳) آورده شده است. همان‌طور که مشخص است هر چه تعداد تکه‌ها افزایش یابد، داده بیش‌تری به منظور تطبیق فضا در دسترس خواهد بود و حذف نوفه به صورت مطلوب‌تری انجام می‌شود. همچنین مقادیر PSNR حاصل از این آزمایش در جدول (۳) آورده شده که بیان‌گر برتری روش پیشنهادی است.

همچنین PSNR حاصل از حذف نوفه تصویر ام آر آی مغزی نیز بالا است از آنجایی که زمینه این تصویر تیره بوده و آموزش واژه‌نامه برای چنین تصاویری با تعداد تکه‌های یکسان به خطای تقریب کمتری منتهی می‌شود که باعث تطبیق مناسب میان تکه‌های تصویر و ستون‌های واژه‌نامه می‌شود. این امر موجب می‌شود که بازنمایی مطلوبی برای تکه‌های مختلف تصویر که تغییرات کمی دارند، حاصل شود. نتایج حاصل از حذف نوفه تصویر براساس تعداد تکه‌های



(شکل-۵): (الف) تصویر تمیز. (ب) تصویر نوفه‌ای با $\sigma = 20$. تصویر حذف نوفه شده براساس روش پیشنهادی با: (ج) ۲۰ تکه. (د) ۱۰۰ تکه. (ه) ۶۰۰ تکه. (ی) ۱۰۰۰ تکه.

(Figure-5): a) Clean image. b) Noisy image with $\sigma=20$. The denoised images based on the proposed method with different numbers of patches: c) 20 patches. d) 100 patches. e) 600 patches. f) 1000 patches.

(جدول-۳): مقادیر نسبت پیک سیگنال به نوفه حاصل از حذف نوفه تصویر چیتا با به‌کارگیری روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا، K-SVD و روش پیشنهادی با نوفه گوسین با $\sigma = 20$ و تعداد تکه‌های مختلف.

(Table-3): PSNR values of dictionary-based image denoising approaches for cheetah image in the presence of Gaussian noise with $\sigma=20$ for different numbers of patches.

تعداد تکه‌های انتخابی از تصویر نوفه‌ای ←	۲۰	۱۰۰	۶۰۰	۱۰۰۰
الگوریتم K-SVD [12]	۲۶/۲۳۱	۲۶/۲۳۱	۲۶/۲۳۱	۲۶/۲۳۱
روش تطبیق فضا [27]	۲۶/۴۶۸	۲۶/۶۷۰	۲۶/۷۹۳	۲۷/۷۳۵
روش پیشنهادی	۲۶/۹۷۲	۲۷/۰۷۱	۲۷/۸۲۹	۲۸/۴۳۲

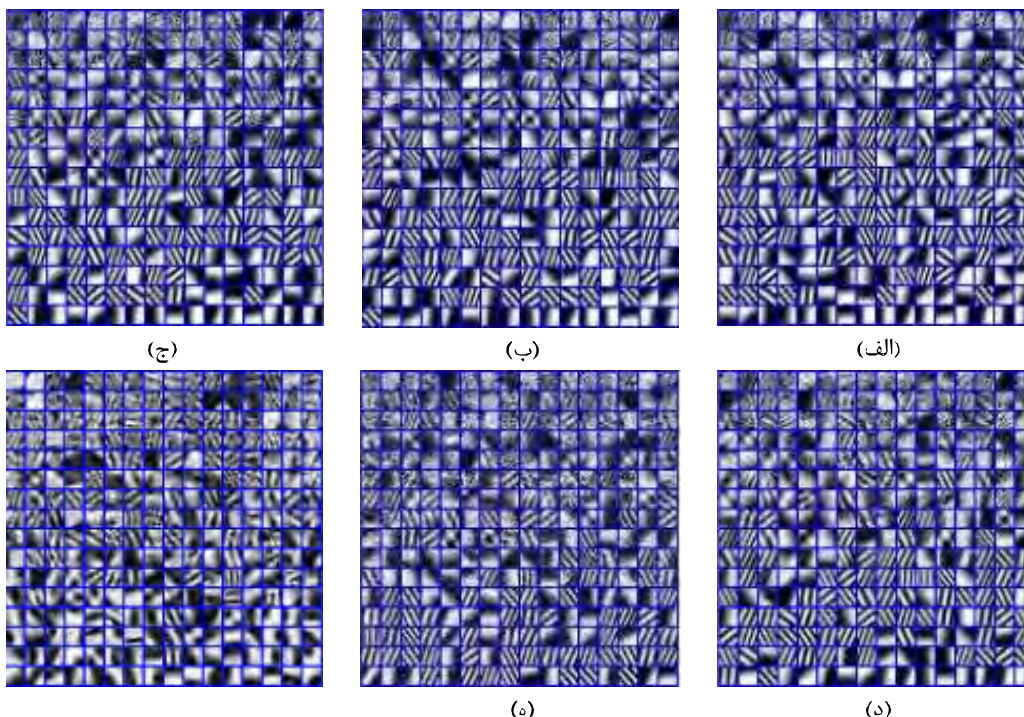
(جدول-۴): مقادیر نسبت پیک سیگنال به نوفه حاصل از حذف نویز تصویر چیتا با به‌کارگیری روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضا، K-SVD و روش پیشنهادی با نویز گوسین با $\sigma = 10$ و تعداد تکه‌های مختلف.

(Table-4): PSNR values of dictionary-based image denoising approaches for cheetah image in the presence of Gaussian noise with $\sigma=10$ for different numbers of patches.

تعداد تکه‌های انتخابی از تصویر نویزی ←	۲۰	۱۰۰	۶۰۰	۱۰۰۰
الگوریتم K-SVD [12]	۳۰/۴۴۶	۳۰/۴۴۶	۳۰/۴۴۶	۳۰/۴۴۶
روش تطبیق فضا [27]	۳۰/۸۹۲	۳۱/۰۲۵	۳۱/۴۰۹	۳۱/۸۶۷
روش پیشنهادی	۳۱/۱۱۲	۳۱/۵۶۷	۳۱/۹۶۶	۳۲/۴۵۲

تَنک Larc، قید همدوسی برای تضمین حداقل شباهت میان داده تصویر و اتم‌ها در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده، اتم‌های آموزش‌دیده توسط الگوریتم پیشنهادی با افزایش تعداد تکه‌ها که داده آموزش را تشکیل می‌دهند، شباهت بیشتری به محتوای تصویر پیدا می‌کند؛ بنابراین هر چه تکه‌های تصویر بیشتری به‌منظور انجام روال آموزش از داده ورودی استخراج شود، اتم‌ها بازنمایی درست‌تری از داده ورودی خواهند داشت و همان‌طور که در نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده، نتایج بهتری در حذف نویز به‌دست می‌آید.

در شکل (۶) نمایشی از اتم‌های یادگیری‌شده (تطبیقی) در روش پیشنهادی براساس تعداد تکه‌های مختلف انتخاب‌شده از تصویر نویز آلوده شده است. قابل مشاهده است که با افزایش تعداد تکه‌ها از ده تا ده‌هزار، اتم‌های واژه‌نامه آموزش‌دیده متفاوت تغییر خواهند کرد و جزئیات بیشتری را از ساختار تصویر بازنمایی می‌کنند. باید توجه داشت که اتم‌های آموزش‌دیده براساس هر روش یادگیری واژه‌نامه می‌بایست تا حد زیادی بازنمایی‌کننده محتوای داده تصویر ورودی باشند. در روش پیشنهادی نیز به‌علت به‌کارگیری روش کدگذاری بازنمایی

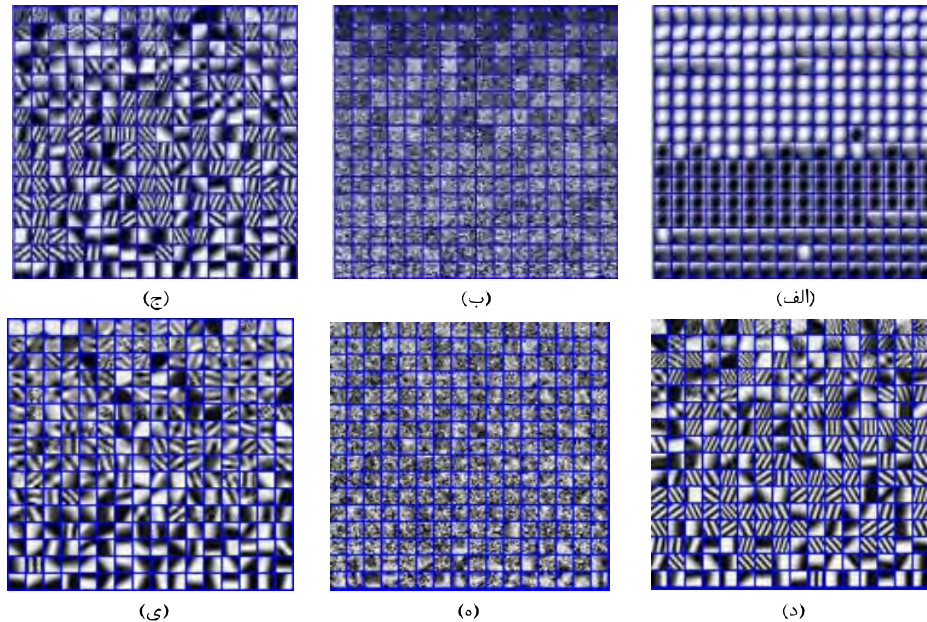


(شکل-۶): نمایشی از اتم‌های تطبیق یافته براساس تعداد تکه‌های مختلف انتخاب‌شده از تصویر نویز آلوده ورودی در روش پیشنهادی به‌ازای: (الف) ۱۰، (ب) ۶۰، (ج) ۱۰۰، (د) ۲۰۰، (ه) ۶۰۰، (ی) ۱۰۰۰.

(Figure-6): Plot of the updated atoms according to the different number of patches selected from input noisy image using the proposed method for: a) 10 patches. b) 60 patches. c) 100 patches. d) 200 patches. e) 600 patches. f) 1000 patches.

یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر آنالیز مؤلفه‌های اساسی، یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش K-میانگین به‌طور کامل متفاوت از محتوای تصویر ورودی است که می‌تواند بیان‌گر این مسأله باشد که این اتم‌ها نمی‌توانند به‌درستی محتوای داده تصویر را نمایش دهند؛ همچنین مشابهت میان این اتم‌ها با تصویر ورودی در یادگیری واژه‌نامه براساس سایر روش‌های مقایسه‌شده مانند به‌کارگیری K-SVD و روش‌های تطبیق فضای پایه و به‌خصوص روش پیشنهادی به‌طور کامل مشهود است.

در شکل (۷) نیز اتم‌های آموزش‌دیده توسط الگوریتم‌های یادگیری واژه‌نامه فازی [35]، یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر آنالیز مؤلفه‌های اساسی^۱ [36]، یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش K-میانگین^۲ [37]، روش یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضای پایه [27] و روال پیشنهادی یادگیری واژه‌نامه به‌ازای آموزش براساس ۶۰۰ تکه انتخابی از تصویر نوفه‌ای نشان داده شده است. بر طبق نتایج حاصل از این شکل، ساختار اتم‌های آموزش‌دیده توسط الگوریتم‌های یادگیری واژه‌نامه فازی،



(شکل-۷): نمایشی از اتم‌های آموزش‌دیده توسط الگوریتم‌های: (الف) یادگیری واژه‌نامه فازی، (ب) یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر آنالیز مؤلفه‌های اساسی، (ج) یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش K-میانگین (د) یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر تطبیق فضای پایه، (ه) یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر K-SVD، (ی) یادگیری واژه‌نامه مبتنی بر روش پیشنهادی.
 (Figure-7): Plot of learned atoms using different algorithms: a) Fuzzy dictionary learning. b) Dictionary learning based on principle component analysis. c) Dictionary learning based on K-means. d) Dictionary learning based on the adaptation learning algorithm [27]. e) Dictionary learning based on K-SVD. f) The proposed method.

کمترین مقدار نرخ همدوسی متقابل میان اتم-داده و بیش‌ترین نرخ همدوسی متقابل میان اتم‌ها مربوط به روش K-SVD است؛ زیرا در این الگوریتم هیچ‌گونه معیار متناسب برای بهینه‌کردن نرخ همدوسی تعبیه نشده است. همچنین نرخ همدوسی متقابل میان اتم‌ها برای الگوریتم مبتنی بر تکنیک تطبیق فضا نیز مقدار زیادی دارد و این مسأله نیز به این دلیل است که در روش ارائه‌شده براساس این روش معیار همدوسی در نظر گرفته نشده است؛ اما روش پیشنهادی با تکیه بر ترم‌های مختلف در نظر گرفته شده در تابع برازش معرفی‌شده در رابطه (۹) توانسته است کمینه مقدار همدوسی متقابل اتم‌ها را به‌دست آورد در

به‌منظور بررسی پارامتر همدوسی متقابل میان اتم‌ها و داده تصویر و نیز نرخ همدوسی میان اتم‌ها که روش پیشنهادی به‌ترتیب براساس بیشینه‌سازی و کمینه‌سازی این دو معیار طراحی شده، آزمایشی انجام گرفت که نتایج حاصل از آن در جدول (۵) برای روش‌های یادگیری واژه‌نامه مختلف آورده شده است. نتایج حاصل از این جدول نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با تکیه بر روال بهینه‌سازی ارائه‌شده بر مبنای یک تابع برازش مناسب توانسته است به این مهم دست پیدا کند.

¹ Principle component analysis(PCA)

² K-means

روش تطبیق فضا مورد بررسی قرار گرفت. معیار همدوسی در این الگوریتم بر مبنای دو پارامتر همدوسی اتم-داده و همدوسی متقابل میان اتم‌ها تعریف شده است. بیشینه کردن پارامتر همدوسی اتم-داده در این مقاله به کمک الگوریتم بازنمایی تَنک طراحی شده به همین منظور و کمینه سازی نرخ همدوسی متقابل میان اتم‌ها براساس تابع برازش مناسب ارائه شده برآورده می شود. با استفاده از این روش، اتم‌های واژه‌نامه اولیه ناهمدوس آموزش دیده از داده تصویر در دسترس، براساس داده نویز محیط بر طبق روش تطبیق فضا به روز شده و به منظور حذف نویز در بازنمایی تَنک داده نویزهای مورد استفاده قرار می گیرند. همچنین آموزش واژه‌نامه فراکامل با اتم‌های ناهمدوس می تواند به خطای تقریب کوچکی منتهی شود؛ زیرا در بازنمایی هر تکه تصویر، اتم‌های مستقل از هم نقش بیشتری خواهند داشت و فضای داده را به بهترین نحو پوشش می دهند. به کارگیری این روال یادگیری موجب کاهش زمان محاسباتی شده و نویز با دقت بیشتری از تصویر حذف می شود. نتایج شبیه سازی های انجام شده نشان می دهد که الگوریتم پیشنهادی در حذف نویز گوسین به نتایج مناسب تری نسبت به الگوریتم پایه در این زمینه دست یافته و توانسته است با به کارگیری اتم‌های ناهمدوس، ساختار داده ورودی را به گونه مناسبی بازنمایی کند.

6- References

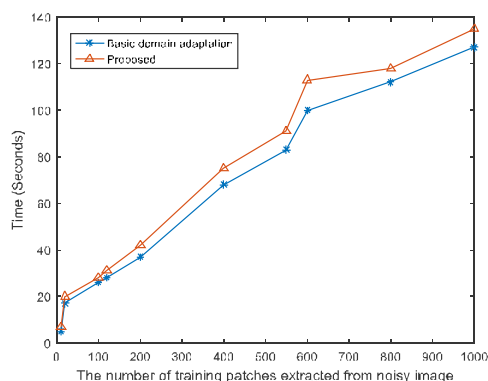
۶- مراجع

- [1] H. Naimi, A. B. H. Adamou-Mitiche, L. Mitiche, "Medical image denoising using dual tree complex thresholding wavelet transform and Wiener filter", Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, vol: 27, no. 1, pp. 40-45, 2015.
- [2] A. Teodoro, M. Almeida, M. Figueiredo, "Single-frame image denoising and inpainting using Gaussian mixtures", International Conference on Pattern Recognition Applications and Methods (ICPRAM), pp. 283-288, 2015.
- [3] S. Beckouche, J. L. Starck, and J. Fadili, "Astronomical image denoising using dictionary learning", Astronomy & Astrophysics 556, A132, 2013.
- [4] Y. Zhu, C. Huang, "An improved median filtering algorithm for image noise reduction", Physics Procedia, no. 25, pp. 609-616, 2012.
- [5] Y. L. You, M. Kaveh, "Fourth order partial differential equations for noise removal?", IEEE Trans. Image Processing, vol. 9, no. 10, pp. 1723-1730, 2000.

شرایطی که بیشینه مقدار همدوسی میان اتم-داده برآورده شده است. در شکل (۸) زمان لازم به منظور شبیه سازی الگوریتم مرجع [27] و روش پیشنهادی برحسب تعداد تکه های گرفته شده از تصویر نویزهای ورودی به منظور تطبیق واژه نامه اولیه با شرایط نویزهای محیط نشان داده شده است. بدیهی است که هر چه تعداد این تکه ها زیادتر باشد تا بتوان تطبیق با دقت بالاتر میان واژه نامه اولیه و تکه های نویزهای برقرار کرد، زمان محاسباتی نیز افزایش خواهد یافت. این نتایج محاسبات زمانی نشان می دهد که اگرچه روش پیشنهادی به اندک زمان بیشتری نسبت به روش تطبیق فضای پایه به منظور آموزش واژه نامه جهت حذف نویز تصویر نیاز دارد، اما با توجه به نتایج حاصل از شکل ها و جداول این بخش به خطای تقریب کمتری دست پیدا می کند.

(جدول-۵): مقدار نرخ همدوسی متقابل میان اتم-داده و نرخ همدوسی میان اتم‌ها برای روش های یادگیری واژه نامه مختلف (Table-5): Atom-data coherence value and coherence value between atoms for different dictionary-based image denoising methods

نرخ همدوسی متقابل میان اتم-داده	نرخ همدوسی میان اتم‌ها	روش به کارگرفته شده ↓
۰/۳۲	۰/۶۹	روش K-SVD
۰/۴۶	۰/۵۸	روش تطبیق فضا [27]
۰/۵۸	۰/۴۳	روش پیشنهادی



(شکل-۸): نمایش زمان اجرای الگوریتم پایه تطبیق فضا [27] و روش پیشنهادی برحسب تعداد تکه های اختصاص یافته از تصویر نویزهای ورودی به منظور تطبیق واژه نامه اولیه

(Figure-8): Plot of computation time using dictionary learning based on domain adaptation technique [27] and the proposed method for different number of patches selected from input noisy image to update dictionary atoms

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک الگوریتم جدید به منظور کاهش نویز سیگنال تصویر براساس یادگیری واژه نامه ناهمدوس مبتنی بر

- [17] X. Lu, H. Yuan, P. Yan, Y. Yuan, L. Li, X. Li, "Image denoising via improved sparse coding", *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, pp. 74-81, 2011.
- [18] J. Wang, J. F., Cai, Y. Shi, B. Yin, "Incoherent dictionary learning for sparse representation based image denoising", *IEEE international Conference on Image Processing*, Piscataway, NJ: IEEE, pp. 4582-4586, 2014.
- [19] T. Tong, J. Caballero, K. Bhatia, D. Rueckert, "Dictionary learning for medical image denoising, reconstruction, and segmentation", *Machine Learning and Medical Imaging*, pp. 153-181, 2016.
- [20] M. Karimipour, V. Abolghasemi, S. Ferdowsi, "An Efficient Image Denoising Approach Based on Dictionary Learning", *International Journal of Mathematics and Computational Science*, vol. 2, no. 1, , pp. 1-7, 2016.
- [21] G. Davis, S. Mallat, Z. Zhang, "Adaptive time-frequency decompositions", *Optical-Engineering*, vol. 33, pp. 218-391, 1994.
- [22] A. Agarwal, A. Anandkumar, P. Jain, P. Netrapalli, R. Tandon, "Learning sparsely used overcomplete dictionaries", *JMLR: Workshop and Conference Proceedings*, vol. 35, pp. 1-15, 2014.
- [23] H. Lee, A. Battle, R. Raina, A. Y. Ng, "Efficient sparse coding algorithms", *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2006.
- [24] J. Portilla, L. Mancera, "L0-based sparse approximation: Two alternative methods and some applications", *Proceedings of the 16th IEEE international conference on Image processing*, pp. 3865-3868, 2009.
- [25] K. Engan, S. O. Aase, J. H. Hakon-Husoy, "Method of optimal directions for frame design", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing.*, vol. 5, pp. 2443-2446, 1999.
- [26] K. Delgado, J. F. Murray, B. D. Rao, K. Engan, T. Lee, T. J. Sejnowski, "Dictionary learning algorithms for sparse representation", *Neural Computation.*, vol. 15, no. 2, pp. 349-396, 2003.
- [27] G. Chen, C. Xiong, J. J. Corso, "Dictionary transfer for image denoising via domain adaptation," In *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, 2012.
- [28] S. Mavaddaty, S. M. Ahadi, S. Seyedin, "A novel speech enhancement method by learnable sparse and low-rank decomposition and domain
- [6] مهدی زاده همت آبادی، امیر، حسینی فاطمی، محمدرضا، "حذف نوفه تصاویر با استفاده از الگوریتم بهبود یافته تطبیق بلوک و فیلتر سه بعدی"، اولین کنفرانس ملی مهندسی برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد لنگرود، ۱۳۹۳.
- [6] A. Mehdizadeh, M. Hosseinfatemi, "Image denoising based on modified adapted block and 3D filter", *1st Conference on electrical engineering (ICEE2015)*, Langaroud, 2015.
- [7] C. Huang, Y. Zhu, "New Morphological Filtering Algorithm for Image Noise Reduction", *Second International Congress on Image and Signal Processing*, 2009, pp. 1-6.
- [8] R. G. Baraniuk, "Compressive Sensing," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 118-121, 2007.
- [9] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [10] T. Gan, W. Lu, "Image denoising using multi-scale sparse representation", School of Electrical & Electronic Engineering, Nanyang Technological University, Singapore, *Proceedings of IEEE 17th International Conference on Image Processing*, pp. 1165-1168, 2010.
- [11] P. Chatterjee, P. Milanfar, "Image denoising using locally learned dictionaries", Department of Electrical Engineering, University of California, Santa Cruz, CA 95064, USA, 2009.
- [12] M. Aharon, M. Elad, A. Bruckstein, "K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation", *IEEE Trans. Signal Process*, vol. 54, no. 11, pp. 4311-4322, 2006.
- [13] Z. Fan, X. Kai, "A novel image denoising method based on DCT basis and sparse representation", Cross Strait Quad-Regional Radio Science and Wireless Technology Conference, College of information & mechanical engineering Beijing Institute of Graphic Communication, pp.1307-1310, 2011.
- [14] J. Mairal, M. Elad, G. Sapiro, "Sparse learned representations for image restoration", In *Proc. of the 4th World Conf. of the Int. Assoc. for Statistical Computing (IASC)*, Yokohama, Japan, 2008.
- [15] S. Li, L. Fang, H. Yin, "An efficient dictionary learning algorithm and its application to 3-D medical image denoising", *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 59, no. 2, pp. 417-427, 2012.
- [16] W. S. Dong, X. Li, L. Zhang, G. M. Shi, "Sparsity-based Image Denoising via Dictionary Learning and Structural Clustering",



رضا مظفری تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی و کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق-الکترونیک به‌ترتیب در سال ۱۳۹۱ در مؤسسه آموزشی عالی روزبهان و در سال ۱۳۹۷

در مؤسسه آموزش عالی علوم و فناوری آریان به پایان رسانده است. زمینه پژوهشی مورد علاقه ایشان پردازش سیگنال است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

rezamozaffari3@gmail.com



سمیرا مودّتی مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را به‌ترتیب در سال‌های ۱۳۸۶ و ۱۳۸۹ از دانشگاه مازندران در رشته مهندسی برق-الکترونیک و درجهٔ دکترای خود را در

سال ۱۳۹۵ از دانشگاه صنعتی امیرکبیر در رشته مهندسی برق-الکترونیک دریافت کرد. وی هم‌اکنون استادیار گروه مهندسی برق دانشگاه مازندران است. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان عبارت است از: پردازش سیگنال گفتار، پردازش سیگنال تصویر، بهینه‌سازی و هوش مصنوعی.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

s.mavaddati@umz.ac.ir

adaptation", *Speech Communication*, vol. 76, pp. 42-60, 2016.

[29] S. Chen, S.A. Billings, W. Luo. "Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification", *International Journal of Control.*, vol. 50, pp.1873-1896, 1989.

[30] D. Barchiesi, M. D. Plumbley, "Learning incoherent dictionaries for sparse approximation using iterative projections and rotations", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 8, pp. 2055-2065, 2013.

[۳۱] میرجلیلی، علیرضا، ابوطالبی، وحید، صادقی، محمد تقی، "بهبود کارایی طبقه‌بندی‌کننده مبتنی بر نمایش تنک برای طبقه‌بندی سیگنال‌های مغزی"، پردازش علائم و داده‌ها، جلد ۱۲، شماره ۳، صفحه ۴۳-۵۵، ۱۳۹۴.

[31] A. Mirjalili, V. Abootalebi, M. T. Sadeghi, "Improving the performance of sparse representation-based classifier for EEG classification", *JSDP*, vol. 12, no. 3, pp. 43-55, 2015.

[32] C. D. Sigg, T. Dikk, J. M. Buhmann, "Speech enhancement using generative dictionary learning", *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, vol. 20, no. 6, pp.1698-1712, 2012.

[33] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, R. Tibshirani, "Least angle regression", *Ann. Stat.*, vol. 32, pp. 407-499, 2004.

[34] D. Liu and J. Nocedal, "On the limited memory BFGS method for large scale optimization", *Math. Program*, vol. 45, pp. 503-528, 1989.

[35] X. Song, Z. Liu, "A Fuzzy adaptive K-SVD dictionary algorithm for face recognition", *Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Science and Electronics Engineering (ICCSEE)*, pp. 2164-2168, 2013.

[36] G. Jenatton, F. Bach. "Structured sparse principal component analysis", Technical report, pp. 366-373, 2009.

[37] M. Elad and M. Aharon, "Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries", *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, no. 12, pp. 3736-3745, 2006.

