

## ارزیابی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب

عباس قاهری<sup>۱\*</sup>، محمدعلی قربانی<sup>۲</sup> و هادی دل افروز<sup>۳</sup> و لیلا ملکانی<sup>۴</sup>

## چکیده

بررسی رفتار جریان رودخانه یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره برداری و مطالعات مربوط به مهندسی آب است. از این رو بکارگیری روش‌های نوین همچون نظریه آشوب در هیدرولوژی و منابع آب بدلیل نوآوری و قابلیت‌های آن، اخیراً توجه زیادی را به خود جلب کرده است. یکی از کاربردهای نظریه آشوب، تعیین خصوصیات کمی و آنالیز سری‌های زمانی هیدرولوژیکی همچون جریان رودخانه است. هدف از این تحقیق تعیین خصوصیات جریان روزانه رودخانه اهرچای در طی ۱۹ سال با استفاده از مفاهیم نظریه آشوب و پیش‌بینی آن است. بازسازی فضای حالت سری زمانی بر اساس نظریه آشوب، مبتنی بر انتخاب مناسب دو پارامتر زمان تأخیر و بعد محاط است و در این تحقیق از روش میانگین اطلاعات متقابل و روش نزدیکترین همسایگی کاذب برای برآورد این دو پارامتر استفاده شده است. جهت تعیین بعد فرکتالی و بررسی میزان آشوب‌پذیری سری زمانی (جریان روزانه رودخانه) روش بعد همبستگی استفاده شود. نتایج حاصل از محاسبات بیانگر بعد فرکتالی ۴ (آشوبناکی کم)، با زمان تأخیر ۶۵ روز و بعد محاط ۱۳ است که برای بازسازی فضای حالت دینامیکی جریان رودخانه می‌تواند استفاده شود. از الگوریتم پیش‌بینی موضعی جهت پیش‌بینی سری زمانی و از معیارهای ارزیابی ضریب همبستگی و نش ساتکلیف و مجذور مربعات خطا جهت سنجش دقت مدل استفاده شده است. نتایج حاصل حاکی از دقت قابل قبول و مناسب نظریه آشوب در پیش‌بینی جریان رودخانه اهرچای است.

**واژه‌های کلیدی:** بعد محاط، بعد فرکتال، نظریه آشوب، نزدیکترین همسایگی کاذب و رودخانه اهرچای

ارجاع: قاهری ع. قربانی م.ع. دل افروز ه. و ملکانی ل. ۱۳۹۰. ارزیابی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب. مجله پژوهش آب ایران.

۱- دانشیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشیار دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

۳- دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی عمران دانشگاه علم و صنعت ایران

۴- دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی عمران دانشگاه تبریز

\* نویسنده مسئول: [ghaheri@iust.ac.ir](mailto:ghaheri@iust.ac.ir)

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۱۲/۱۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۴/۲۷

## مقدمه

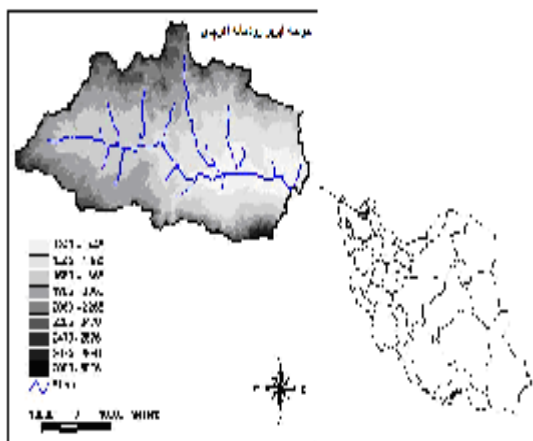
رودخانه در مقیاس‌های زمانی مختلف روزانه، پنج روزه و هفت روزه را از نظر آشوب‌پذیری بررسی کردند. تعدادی از سری داده‌ها رفتار آشوبناک و برخی رفتار تصادفی نشان دادند. خان و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از روش بعد همبستگی به بررسی رفتار آشوبی در داده‌های هیدرولوژیکی با تعداد کم پرداختند. نتایج حاکی از اطمینان‌بخش بودن این روش در مطالعه رفتار آشوبناکی سری‌های زمانی با تعداد کم بود. آنها امکان وجود سیگنال‌های آشوبی در سری‌های زمانی محدود را بررسی کردند و نشان دادند که داده‌های هیدرولوژیکی محدود هم می‌توانند رفتار آشوبناکی از خود نشان دهند. کوجاک و همکاران (۲۰۰۷) نیز با استفاده از مدل پیش‌بینی موضعی نظریه آشوب، پیش‌بینی جریان ماهانه سد یاملا را مطالعه کردند که پیش‌بینی‌های کوتاه مدت، نتیجه بهتری نسبت به روش‌های استدلالی و شبکه عصبی نشان داد. دامل و یالسن (۲۰۰۷) به پیش‌بینی حجم سیلاب‌ها با استفاده از نظریه آشوب پرداختند و نشان دادند که مقادیر پیش‌بینی شده با نظریه آشوب نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده با مدل سری‌های زمانی، دقت قابل ملاحظه‌ای دارد. نگ و همکاران (۲۰۰۷) نیز کاربرد تکنیک‌های تحلیلی آشوبناک را بر روی سری‌های جریان نویزدار روزانه بررسی کردند. آنها در این تحقیق تأثیر نامنظمی را در پیچیدگی یک سیستم به لحاظ کمی و به صورت بصری با استفاده از مفهوم آشوب بررسی و نشان دادند که وجود نامنظمی باعث افزایش پیچیدگی تحلیل سری‌های زمانی شده است. سیواکومار و همکاران (۲۰۰۱) روش پیش‌بینی غیرخطی را بر اساس نظریه آشوب برای حوضه رودخانه کوآرسی واقع در شمال برزیل بررسی کردند که نتایج حاکی از نزدیکی مقادیر پیش‌بینی با مشاهداتی بوده است. قربانی و همکاران (۲۰۱۰) از روش بعد همبستگی و ماکزیمم نمای لیاپانوف برای بررسی رفتار آشوبی دبی روزانه رودخانه کیزیلیرماک ترکیه استفاده نمودند، که نتایج تحقیق بیانگر آشوبناکی سری زمانی مورد مطالعه بوده است.

نظر به تازگی استفاده از این تئوری در مهندسی آب در این مقاله ابتدا به بررسی آشوبناکی رفتار جریان رودخانه و سپس با استفاده از نظریه آشوب به تخمین جریان رودخانه پرداخته شده است.

بررسی مؤلفه‌های مؤثر در تحلیل سامانه‌های منابع آب از جمله بررسی رفتار جریان رودخانه یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره‌برداری و مطالعات مربوط به این منابع به شمار می‌آید. با توجه به پیچیدگی فرایند بارش-رواناب، روش‌های مختلفی جهت تخمین این فرایند ارائه شده است که با گذشت زمان هر یک از این روش‌ها بهبود یافته است که از جمله آنها می‌توان به مدل سری‌های زمانی، شبکه‌های عصبی مصنوعی، منطق فازی، برنامه‌ریزی ژنتیک، نظریه آشوب و دیگر روش‌های فراکوشی اشاره کرد.

نظریه آشوب به مطالعه سیستم‌هایی می‌پردازد که در نگاه اول به نظر می‌رسد رفتار تصادفی دارند اما در واقع همین سیستم تحت حاکمیت قوانین مشخصی است و یا به عبارتی در هر بی‌نظمی، نظم نهفته است. چنین سیستمی به شرایط اولیه بسیار حساس است، به گونه‌ای که ورودی‌های ظاهراً ناچیز و دلخواه، قادرند تأثیرات شگرفی بر روی سیستم داشته باشند. به چنین سیستم‌هایی، سیستم‌های آشوبناک گفته می‌شود. پس ناپایداری، رفتار غیرپربودیک، سیستم‌های قطعی، غیر خطی بودن، همراه با هم مشخصات یک سیستم آشوبناک‌اند. نظریه آشوب برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط دانشمندی بنام ادوارد لورنز<sup>۱</sup> در هواشناسی به کار برده شد (کوجاک و همکاران، ۲۰۰۷) و سپس در حیطه تمام علوم و مباحث تجربی، ریاضی، رفتاری، مدیریتی و اجتماعی وارد شده و اساس تغییرات بنیادی در علوم بویژه هواشناسی، نجوم، مکانیک، فیزیک، ریاضی، زیست شناسی، اقتصاد و مدیریت را فراهم آورده است.

استهلیک (۱۹۹۹) به بررسی آشوب‌پذیری دبی روزانه رودخانه پرداخت، ولی در این تحقیق با توجه به مفهوم تأخیر زمانی، از دو سری داده‌های دبی رودخانه اولریسکا در جمهوری چک استفاده کرد. آنالیز داده‌های ثبت شده با استفاده از روش بعد همبستگی در مقیاس‌های زمانی روزانه و ۳۰ دقیقه‌ای، وجود آشوب در سری دقیقه‌ای با بعد همبستگی ۲/۸۹ و نبود آشوب در سری روزانه را نشان داد. رگوندا و همکاران (۲۰۰۴) داده‌های جریان سه



شکل ۱- موقعیت حوضه آبریز رودخانه اهرچای

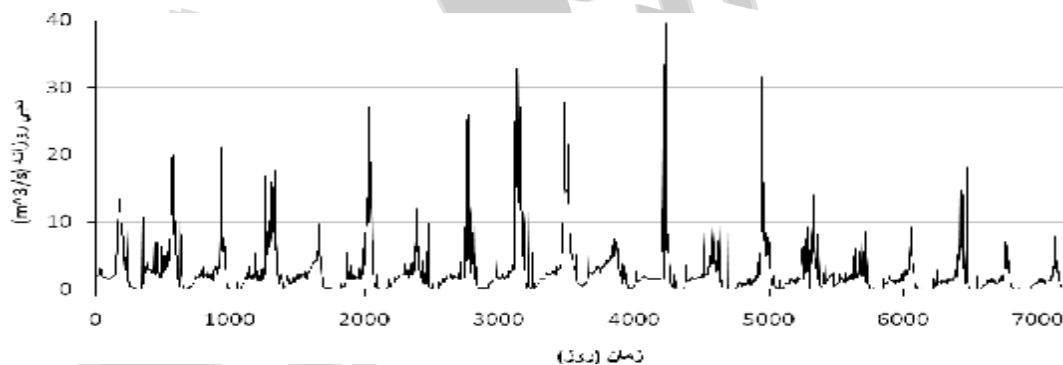
### منطقه و حوضه مورد مطالعه

حوضه آبریز اهرچای یکی از زیرحوضه‌های رودخانه ارس است و با وسعتی معادل ۲۲۳۲ کیلومترمربع بخش قابل توجهی از حوضه آبریز ارس در ایران را تشکیل می‌دهد. این حوضه بین مختصات  $30^{\circ} 46'$  تا  $40^{\circ} 47'$  طول شرقی و  $20^{\circ} 38'$  تا  $45^{\circ} 38'$  عرض شمالی از غرب به شرق گسترده شده است. متوسط ارتفاع منطقه ۱۸۸۰ متر از سطح دریا و متوسط شیب حوضه ۲۲ درصد است. رودخانه همنام اهرچای به عنوان زهکش اصلی حوضه مذکور است. شکل ۱ نقشه کلی حوضه آبریز اهرچای را نشان می‌دهد.

در این مطالعه از اطلاعات ایستگاه هیدرومتری در ورودی سد ستارخان بر روی رودخانه اهرچای استفاده شده است. ۱۹ سال اطلاعات روزانه جریان رودخانه از سال ۱۳۶۳-۱۳۸۳ برای بررسی رفتار رودخانه اهرچای استفاده شده است. مشخصات فیزیوگرافی و آماری حوضه در جدول ۱ و نمودار سری زمانی جریان رودخانه نیز در شکل ۲ نشان داده شده است.

جدول ۱- مشخصات آماری رواناب روزانه حوضه رودخانه

| مشخصه‌های     | دبی روزانه (متر مکعب بر |
|---------------|-------------------------|
| تعداد داده‌ها | ۷۳۰۳                    |
| میانگین       | ۲/۴۳                    |
| انحراف معیار  | ۳/۳۶۶                   |
| حداکثر مقدار  | ۳۹/۶                    |
| حداقل مقدار   | ۰                       |
| ضریب چولگی    | ۳/۶۸۶                   |
| ضریب کشیدگی   | ۲۰/۶۵                   |



شکل ۲- سری زمانی جریان رودخانه اهرچای در دوره آماری مورد مطالعه

زمان مشخص می‌باشد. تکنیک متداولی که توسط تاکن<sup>۲</sup> ارائه شده از روش زمان تأخیر برای نگاشتن یک سری زمانی واحد در یک فضای  $d_e$  بعدی استفاده می‌کند. روش تاکن به بیان ساده به این صورت است که یک شبکه‌ای به طول  $m$  از روی سری زمانی عبور داده می‌شود و به این ترتیب یک ماتریس با تعداد سطرهای برابر  $m$  تشکیل

### مواد و روش‌ها

#### بازسازی فضای حالت<sup>۱</sup>

مفهوم فضای حالت، ابزاری سودمند برای مطالعه سیستم‌های دینامیک است. مطابق این مفهوم، یک سیستم دینامیک می‌تواند توسط نمودار فضای حالت تمامی متغیرهای موثر شرایط سیستم را در هر لحظه توصیف کند، به طوری که هر نقطه بیانگر رفتار سیستم در

2-Taken

1- Reconstruction of dynamic phase space

ارزیابی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب

اندازه  $y=(t+\tau)$  عبارت است از میزان فراگیری در مورد اندازه گیری  $y=(t+\tau)$  با استفاده از اندازه گیری  $y(t)$  که به صورت معادله ۴ قابل بیان است:

$$I(\tau) = \sum_{y(t), y(t+\tau)} P(y(t), y(t+\tau)) \cdot \log_2 \left[ \frac{P(y(t), y(t+\tau))}{P(y(t)) \cdot P(y(t+\tau))} \right] \quad (4)$$

برای محاسبه میانگین اطلاعات متقابل  $I(\tau)$  لازم است که احتمال های مجزا  $P(y(t))$ ،  $P(y(t+\tau))$  در رابطه بالا را تخمین بزنیم. برای محاسبه آنها هیستوگرام مربوط به  $y(t)$  و  $y(t+\tau)$  در نظر گرفته و برای محاسبه احتمال مشترک  $P(y(t), y(t+\tau))$  از هیستوگرام بردار  $(y(t), y(t+\tau))$  استفاده می شود (زنگنه و همکاران، ۱۳۸۷).

متداول ترین روش تعیین بعد محاط<sup>۳</sup> بهینه  $(m)$  از سری های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیک ترین همسایگی کاذب<sup>۴</sup> است. در این روش بررسی می شود که چه موقع انقطاع کاذب در مسیرهای حالت، که از تصویر نمودن جاذب در یک فضا با بعد پایین ناشی شده است، متوقف می شود. در این روش ابتدا با در نظر گرفتن  $m$  مولفه برای هر بردار تأخیر، می توان بردارهای تأخیر  $Y_i(t)$  را مطابق معادله ۵ در فضای محاط تشکیل داد.

$$Y_i(t) = [y(t), y(t-\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau)]^T \quad (5)$$

$r$  امین همسایه هر بردار تأخیر  $Y_i(t)$  به شکل زیر می باشد:

$$Y_r^{NN}(t) = [y(t_r), y(t_r-\tau), \dots, y(t_r-(m-1)\tau)]^T$$

$$r = 1, 2, \dots, 5 \quad (6)$$

و فاصله بین دو بردار همسایه بر اساس نرم اقلیدسی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R_m^2 = \sum_{i=0}^{m-1} [y(t-i\tau) - y(t_r-i\tau)]^2 \quad (7)$$

اگر بردار  $Y_r^{NN}(t)$  یک همسایه واقعی برای بردار  $Y_i(t)$  باشد، این همسایگی نشأت گرفته از ماهیت دینامیکی سیستم است. ولی اگر این همسایگی در اثر تصویر از یک فضای با بعد بالاتر به فضایی با بعد پایین صورت گرفته باشد، در این صورت با رفتن از بعد  $m$  به  $m+1$  این همسایه های کاذب از همسایگی بردار  $Y_i(t)$  خارج

می یابد، برای سری زمانی معادله ۱، خط سیر ماتریس بازسازی به شکل معادله ۲ است.

$$x(t) = (X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_t, \dots) \quad (1)$$

$$X = \begin{bmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & \dots & X_{m-1} \\ X_1 & X_1 & X_2 & \dots & X_m \\ X_2 & X_1 & X_2 & \dots & X_{m+1} \\ \vdots & & & & \end{bmatrix} \quad (2)$$

تاکن نشان داد که چنین ماتریسی کلیه ویژگی های هندسی سیستم دینامیکی اولیه را بدون آنکه با خودش برخوردی داشته باشد بیان می کند. فضای حالت می تواند با استفاده از تأخیرهای سری زمانی اسکالر در  $t=1, 2, 3, \dots$  ایجاد شود.

زمان تأخیر بر اساس ایده ارزیابی اثر متقابل متغیرها بر یکدیگر، محاسبه می شود. در واقع در این ایده حداکثر فاصله متغیرها که دارای اثر بر یکدیگر هستند به عنوان تأخیر زمانی محاسبه و معرفی می شود. از این رو اطلاعات هر متغیر وابسته در تاریخچه هر متغیر مستقل دیگر سیستم وجود خواهد داشت. بر مبنای چنین معادل سازی، فضای حالت می تواند با استفاده از متغیر  $X_t$  در سری های زمانی ایجاد شود و تأخیر آن مطابق با سری زمانی جدید خواهد بود (رابطه ۳).  $\tau$  نشان دهنده زمان تأخیر بوده و  $m$ ، اندازه بعد محاط شده را نشان می دهد (کنل و همکاران، ۱۹۹۲).

$$Y_t = \{X_t, X_{t-\tau}, X_{t-2\tau}, \dots, X_{t-(m-1)\tau}\} \quad (3)$$

برای تقریب زمان تأخیر ( $\tau$ ) معمولاً از دو روش میانگین اطلاعات متقابل<sup>۱</sup> و تابع خودهمبستگی<sup>۲</sup> استفاده می شود. در روش اول زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل بعنوان زمان تأخیر مناسب و در روش دوم محلی که در آن، اولین مقدار ACF به صفر یا کمتر از مقدار کوچکی (مانند ۰/۱ یا ۰/۲) می رسد برابر زمان تأخیر انتخاب می شود. در این تحقیق از روش AMI استفاده شده است. اساس تصور وجود اطلاعات در میان اندازه های اسکالر، مربوط به ایده شانون یعنی ایده اطلاعات متقابل است. اطلاعات متقابل بین اندازه  $y(t)$  و

3- Embedding dimension  
4-False nearest neighbors

1- Average Mutual Information (AMI)  
2- Autocorrelation Function (ACF)

محاسبه می‌شود و سپس قسمت خطی نمودار حاصل از آن انتخاب می‌شود. در نتیجه این کار، مقدار  $D_2$  حاصل می‌گردد. با استفاده از رسم  $D_2$  در مقابل  $m$  می‌توان نوع فرایند (تصادفی و یا قطعی) را مشخص کرد. بدین صورت که در فرایندهای تصادفی،  $D_2$  بدون رسیدن به یک مقدار اشباع با افزایش  $m$  تغییر می‌نماید، در حالی که برای فرایندهای قطعی مقدار  $D_2$  بعد از یک  $m$  معین اشباع می‌شود. مقدار اشباع، بعد فرکتالی (بعد همبستگی) جاذب و یا سری زمانی نامیده می‌شود. (الشوریگی و همکاران، ۲۰۰۲).

فرآیند پیش‌بینی

همانطور که در بالا به آن اشاره شد، با در نظر گرفتن سری‌های زمانی تک متغیره، می‌توان فضای حالت را بوجود آورد. فرض می‌شود که سری‌های زمانی از یک سیستم دینامیک دارای رفتار بدون نظم با بعد  $m$  در فضای حالت تشکیل شده‌اند، برای این سری‌های زمانی خواهیم داشت:

$$X_i \in R, \quad i=1,2,\dots,N \quad (13)$$

$$X_i = (X_i, X_{i-\tau}, \dots, X_{i-(m-1)\tau}) \in R^m \quad (14)$$

$$i = 1 + (m-1)\tau, 2 + (m-1)\tau, \dots, N-1, N \quad (15)$$

$X_i$  بردار  $m$  بعدی از مقادیر  $X_i, X_{i-\tau}, \dots, X_{i-(m-1)\tau}$  است. چنین روندی بیانگر ساختار فضای حالت با توجه به مشخصات جاذب می‌باشد. در چنین فضای  $m$  بعدی، پیش‌بینی با تقریب تغییر  $X_i$  با زمان صورت می‌گیرد. با در نظر گرفتن ارتباط میان نقاط  $X_{i+p}$  و  $X_i$  در زمان  $P$ ، جاذب توسط تابع  $F$  به صورت معادله ۱۶ تقریب زده می‌شود:

$$X_{i+p} \cong F(X_i) \quad (16)$$

در این روش پیش‌بینی، فرض می‌شود تغییر  $X_i$  با زمان در جاذب، با نقاط نزدیک آنها یکسان است. در اینجا  $X_{i+p}$  توسط ترتیب  $d$  ام از تابع چند گانه  $F(X_i)$  تعیین می‌شود (کوجاک و همکاران، ۲۰۰۷).

تخمین موضعی فرایند با معادله ۱۷ انجام می‌پذیرد که  $X_{i+p}$  بوسیله چند جمله‌ای مرتبه  $d$  ام قابل تعیین است:

می‌گردند. با افزایش بعد  $m$  به  $m+1$ ، مولفه‌های اضافه شده به بردارهای تأخیر  $Y_i(t)$  و  $Y_r^{NN}(t)$ ، به ترتیب  $y(t-m\tau)$  و  $y(t_r-m\tau)$  خواهند بود. بنابراین فاصله بین دو بردار بر اساس نرم اقلیدسی در فضای  $m+1$  بعدی بطور مشابه به صورت زیر است:

$$R_{m+1}^2 = R_m^2 + [y(t-m\tau) - y(t_r-m\tau)]^2 \quad (8)$$

بنابراین، فاصله اضافه شده در فضای  $m+1$  بعدی را نسبت به فاصله دو بردار در فضای  $m$  بعدی به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^2 - R_m^2}{R_m^2}} = \frac{|y(t-m\tau) - y(t_r-m\tau)|}{R_m} \quad (9)$$

هرگاه کمیت فوق الذکر از یک مقدار آستانه (حدود ۱۵-۱۰) فراتر برود، همسایه تحت بررسی، کاذب در نظر گرفته می‌شود (سیواکومار و برندستون، ۲۰۱۰).  
بعد همبستگی

بعد همبستگی<sup>۱</sup> یکی از روش‌های مرسوم تعیین آشوبناکی سیستم و همچنین بعد آشوبی است. برای فضای حالت  $m$  بعدی، تابع همبستگی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad (10)$$

که در آن  $H$ ، یک تابع هویساید پله‌ای با  $u \geq 0$  بر  $H(u)=1$  و  $u \leq 0$  بر  $H(u)=0$  بوده و  $N$  تعداد نقاط در فضای مزبور،  $r$  شعاع کره ساخته شده به مرکز  $Y_i$  یا  $Y_j$  می‌باشد. برای مقادیر مثبت  $r$ ، تابع همبستگی  $C(r)$  با معادله ۱۱ به  $r$  مرتبط می‌شود:

$$C(r) \underset{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}}{\approx} ar^{D_2} \quad (11)$$

که در این رابطه  $\alpha$ ، یک ضریب ثابت بوده و  $D_2$  توان همبستگی می‌باشد که از معادله ۱۲ بدست می‌آید:

$$D_2 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{\log C(r)}{\log(r)} \quad (12)$$

از آنجایی که مجموعه داده‌ها پیوسته نخواهد بود، نمی‌تواند مقادیر نزدیک به صفر داشته باشد، در نتیجه  $\log C(r)$  بر  $\log(r)$  تقسیم شده و مقدار حدی آن

که بعد محاط  $m \geq D_2$  مناسب است (کارانسینج و لیونگ، ۲۰۰۶).

معیار مقایسه

جهت ارزیابی دقت پیش‌بینی از معیارهای ضریب همبستگی ( $R^2$ ) و نش-ساتنکلیف ( $E$ )، و جذر میانگین مربعات خطا ( $RMSE$ ) استفاده شده است (معادلات ۲۲ تا ۲۴) (کنل و همکاران، ۱۹۹۲).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{mi} - \bar{Q}_m)(Q_{pi} - \bar{Q}_p)}{\left( \sum_{i=1}^N (Q_{mi} - \bar{Q}_m)^2 \right)^{0.5} \left( \sum_{i=1}^N (Q_{pi} - \bar{Q}_p)^2 \right)^{0.5}} \quad (22)$$

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{mi} - Q_{pi})^2}{\sum_{i=1}^N (Q_{mi} - \bar{Q}_m)^2} \quad (23)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_{mi} - Q_{pi})^2} \quad (24)$$

که در این معادلات  $Q_{mi}$ ، رواناب مشاهداتی و  $Q_{pi}$ ، رواناب محاسبه شده با پیش‌بینی موضعی است. همچنین  $\bar{Q}_m$  و  $\bar{Q}_p$  به ترتیب متوسط رواناب مشاهداتی و محاسباتی است و  $N$  برابر با تعداد داده‌های واسنجی یا صحت‌سنجی است. هرچه مقادیر  $R^2$  و  $E$  به عدد یک نزدیک باشد یعنی دقت مدل بالا بوده و برعکس هرچه مقدار  $RMSE$  به صفر نزدیکتر باشد بیانگر دقت زیاد مدل است.

### نتایج و بحث

برای بازسازی فضای حالت دینامیکی و تعیین ابعاد معادلات دیفرانسیلی وابسته به زمان، نخستین مرحله تخمین پارامترهای زمان تأخیر ( $\tau$ ) و بعد محاط ( $m$ ) است. در این تحقیق سری داده‌های جریان روزانه در طی ۱۹ سال جهت ایجاد فضای حالت (تخمین زمان تأخیر و بعد محاط) بکار گرفته شده است.

شکل ۳ فضای حالت ساخته شده با زمان‌های تأخیر ۱ و ۶۵ روز را نشان می‌دهد. اگر زمان تأخیر در مقایسه با مقیاس‌های زمانی مربوط به ذات سیستم کوچک انتخاب شود،  $y(t)$  و  $y(t+\tau)$  به هم نزدیک و وابسته‌اند (زنگنه و همکاران، ۱۳۸۷). بنابراین تمام بردارهای تأخیر

(۱۷)

$$X_{t+p} \cong f_0 + \sum_{k_1=0}^{m-1} f_{1k_1} X_{t-k_1\tau} + \sum_{\substack{k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{2k_1k_2} X_{t-k_1\tau} X_{t-k_2\tau} + \dots + \sum_{k_d=k_{d-1}}^{m-1} f_{dk_1k_2\dots k_d} X_{t-k_1\tau} X_{t-k_2\tau} \dots X_{t-k_d\tau} \dots$$

با استفاده از  $n$  تعداد  $X_{T_k}$  و  $X_{T_{k+p}}$  برای مقادیر از پیش تعیین شده، ضرایب  $f$  توسط معادله ۱۸ تعیین می‌شود:

$$x \cong Af \quad (18)$$

که در این معادله:

$$x = (X_{T_{1+p}}, X_{T_{2+p}}, \dots, X_{T_{n+p}}) \quad (19)$$

$$f = (f_0, f_{10}, f_{11}, \dots, f_{1(m-1)}, f_{200}, \dots, f_{d(m-1)(m-1)\dots(m-1)}) \quad (20)$$

و  $A$  ماتریس ژاکوبین  $n \times (m+d)!/m!d!$  می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

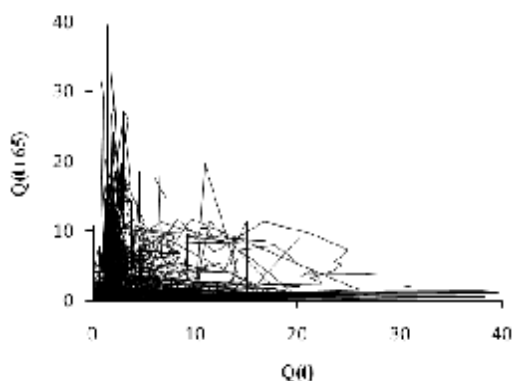
$$A = \begin{bmatrix} 1X_{T_1} & X_{T_1-\tau} & \dots & X_{T_1-(m-1)\tau} & X_{T_1}^2 & \dots & X_{T_1-(m-1)\tau}^d \\ 1X_{T_2} & X_{T_2-\tau} & \dots & X_{T_2-(m-1)\tau} & X_{T_2}^2 & \dots & X_{T_2-(m-1)\tau}^d \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1X_{T_n} & X_{T_n-\tau} & \dots & X_{T_n-(m-1)\tau} & X_{T_n}^2 & \dots & X_{T_n-(m-1)\tau}^d \end{bmatrix} \quad (21)$$

البته قابل ذکر است که اگر  $f$  حتی یک چند جمله‌ای درجه اول باشد، پیش‌بینی باز هم به صورت غیرخطی خواهد بود، زیرا در طی فرآیند پیش‌بینی، هر نقطه از  $x(t)$  دارای همسایگی متفاوت خواهد بود که منجر به همسایگی‌های متفاوت و بیان‌های متفاوت برای  $f$  خواهد شد.

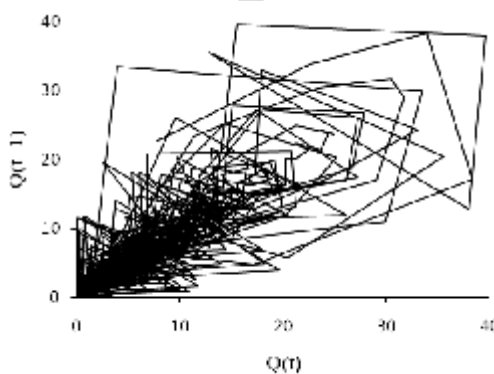
در این تحقیق، الگوریتم پیش‌بینی موضعی جهت فرآیند پیش‌بینی سری زمانی دبی روزانه بکار برده شده است. لذا کلیه مراحل محاسبات برای سال آخر، به عنوان دوره تست انجام گرفته است. طبق نظریه بعد محاط تاکن (۱۹۸۱) برای سیستم‌های دینامیکی با بعد همبستگی  $D_2$  بعد محاط  $m \geq 2D_2 + 1$  برای بازسازی فضای حالت کافی است از طرفی فارمر، سیدروبیچ و آبارنبل پیشنهاد کردند

اندازه‌گیری  $y(t)$  حداکثر خواهد بود، از این زمان بردارهای تأخیر مستقل از هم هستند. همانطور که از شکل ۴ مشخص است زمان تأخیر  $\tau=65$  به عنوان مناسبترین زمان در نظر گرفته شده است. مطابق شکل ۵ بعد محاط محاسبه شده مبتنی بر روش درصد خطای نزدیکترین همسایگی برای سری داده‌های روزانه رودخانه برابر ۱۳ و بر اساس دو درصد همسایگی کاذب انتخاب می‌شود.

در حوالی محور قطری فضا متمرکز می‌شوند. از طرف دیگر، اگر زمان تأخیر بزرگ انتخاب شود،  $y(t)$  و  $y(t+\tau)$  مستقل از هم خواهند بود. در این مطالعه زمان تأخیر با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل محاسبه شده است و زمان متناظر اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به عنوان مناسبترین زمان تأخیر در نظر گرفته شده است. از آنجایی که در این زمان میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری  $y(t+\tau)$  با استفاده از

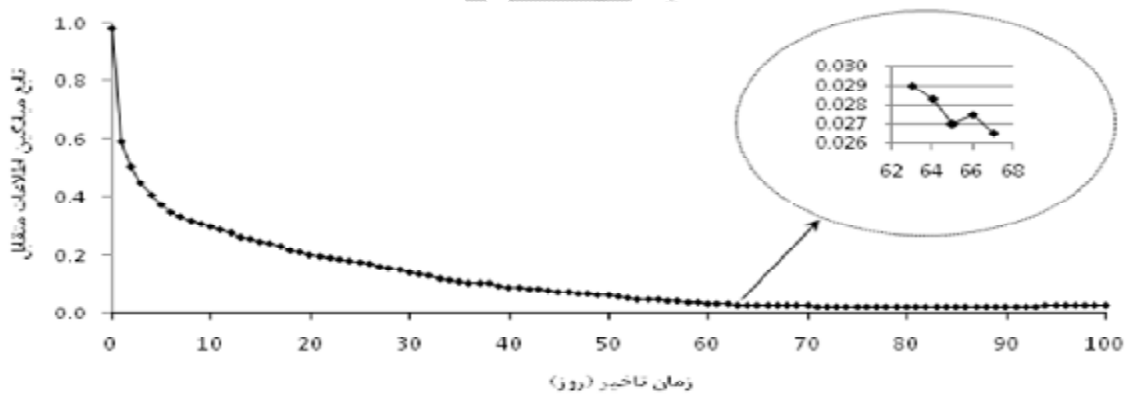


ب) زمان تأخیر ۶۵ روز

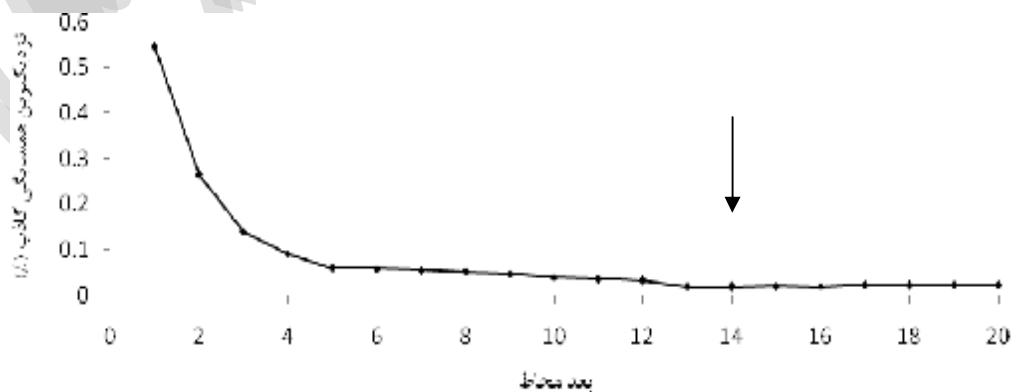


الف) زمان تأخیر ۱ روز

شکل ۳- فضای حالت دبی روزانه با زمان تأخیر

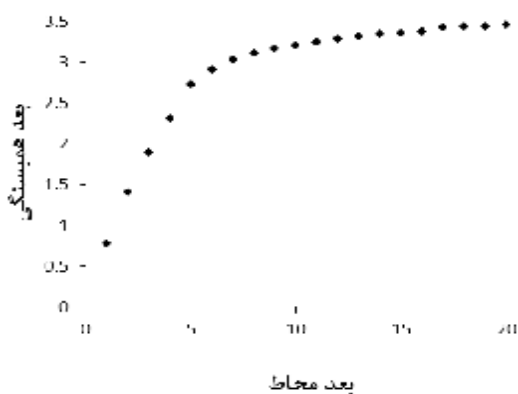


شکل ۴- تابع میانگین اطلاعات متقابل به ازای زمان‌های تأخیر متفاوت



شکل ۵- مقادیر نزدیکترین همسایگی کاذب برای ابعاد محاط مختلف

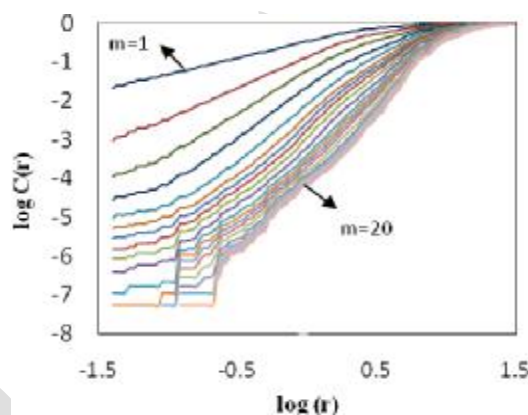
برای بررسی آشوب‌پذیری داده‌ها از روش بعد همبستگی استفاده می‌شود. تابع مربوط به بعد همبستگی به ازای زمان تأخیر  $\tau = 65$  و بعد محاط ( $m$ ) از ۱ تا ۲۰ (جهت یافتن بعد فرکتالی) محاسبه و نتایج آن در شکل ۶ نشان داده شده است. به دلیل وجود نویز در داده‌ها به ازای مقادیر کوچک  $\log(r)$  نوساناتی در نمودار مشاهده می‌شود (نگ و همکاران، ۲۰۰۷)، اما بخش خطی در محدوده  $0.162$  تا  $0.62$   $\log(r)$  به چشم می‌خورد که در آن نسبت



شکل ۶- نمودار تغییرات نسبت  $\log C(r)$  در مقابل  $\log(r)$  و نمودار تغییرات بعد همبستگی با افزایش بعد محاط دبی روزانه رودخانه اهرچای

مقادیر مختلف بعد محاط در دو فاصله ذکر شده نشان داده شده است. بعد همبستگی در بعد محاط ۱۳ شروع به اشباع شدن می‌کند و از مقدار  $3/4$  فراتر نمی‌رود به همین دلیل بعد همبستگی مناسب برای جریان روزانه، برابر با  $D_2 = 3/5$  حاصل می‌شود. اشباع شدن بعد همبستگی در مقدار  $D_2 = 3/5$  دلالت بر آشوب‌پذیر بودن جریان روزانه رودخانه اهرچای با بعد کم دارد که مشابه نتایج بدست آمده توسط سایر محققان مانند، کوجاک و همکاران (۲۰۰۷)، رگوندا و همکاران (۲۰۰۴)، اسلام و سیواکومار (۲۰۰۲) می‌باشد. با توجه به شباهت این تحقیق با تحقیق اسلام و سیواکومار (۲۰۰۲) که در هر دو تحقیق پس از بیان مشخصات جریان رودخانه در پایان پیش‌بینی دبی جریان روزانه صورت گرفته، در جدول ۳ نتایج این دو تحقیق جهت مقایسه آورده شده است.

شکل ۶- نمودار تغییرات نسبت  $\log C(r)$  در مقابل  $\log(r)$  و نمودار تغییرات بعد همبستگی با افزایش بعد محاط دبی روزانه رودخانه اهرچای



جدول ۲- مولفه‌های آماری مربوط به پیش‌بینی با ابعاد محاط مختلف

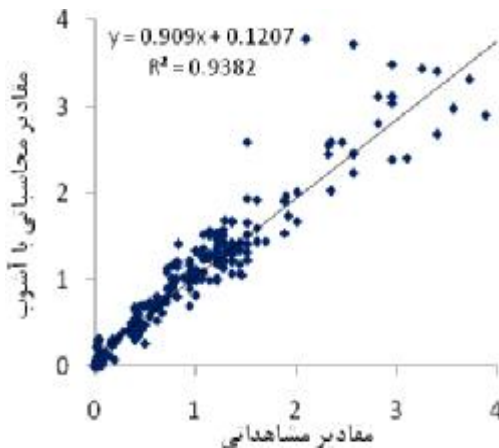
| بعد محاط | RMSE  | $R^2$ | E     |
|----------|-------|-------|-------|
| ۲        | ۰/۰۹۱ | ۰/۸۷۰ | ۰/۷۱۳ |
| ۳        | ۰/۱۳۰ | ۰/۸۱۵ | ۰/۵۹۴ |
| ۴        | ۰/۰۸۰ | ۰/۸۷۰ | ۰/۷۵۰ |
| ۵        | ۰/۱۳۲ | ۰/۸۲۲ | ۰/۵۸۶ |
| ۶        | ۰/۱۰۷ | ۰/۸۳۳ | ۰/۶۶۷ |
| ۷        | ۰/۱۱۳ | ۰/۸۱۷ | ۰/۶۴۶ |
| ۸        | ۰/۰۹۸ | ۰/۸۴۰ | ۰/۶۹۴ |
| ۹        | ۰/۲۸۰ | ۰/۶۶۱ | ۰/۱۲۷ |
| ۱۰       | ۰/۲۰۴ | ۰/۷۲۹ | ۰/۳۶۱ |

در این شکل مقادیر شیب یا همان بعد همبستگی به ازای

جدول ۳- مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج اسلام و سیواکومار (۲۰۰۲)

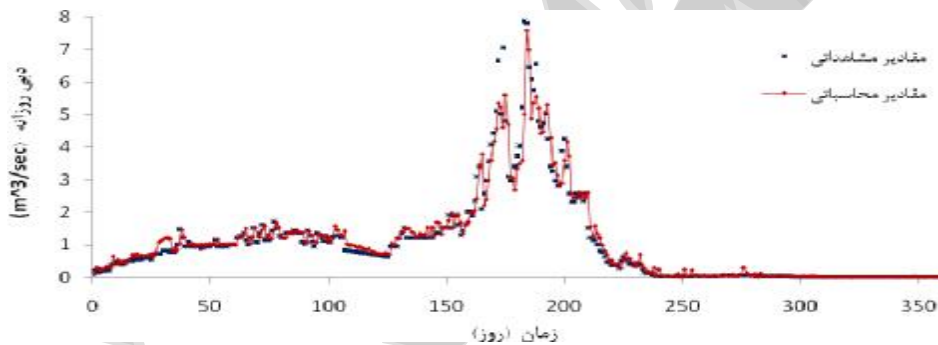
| توضیحات                   | E     | $R^2$ | RMSE  | بعد محاط | بعد همبستگی |
|---------------------------|-------|-------|-------|----------|-------------|
| تحقیق حاضر                | ۰/۷۵۰ | ۰/۸۷۰ | ۰/۰۸۰ | ۴        | ۲/۵         |
| ایسلام و سیواکومار (۲۰۰۲) | ۰/۹۸  | ۰/۹۹  | ۰/۰۵۴ | ۳        | ۳/۷۶        |





شکل ۷- نمودار پراکنش مقادیر محاسباتی و مشاهده‌ای دبی روزانه بر اساس پیش‌بینی موضعی ( $m=4$  و  $\tau=65$ ).

نظر به نتایج جدول ۲ (نتایج مربوط به فرایند پیش‌بینی موضعی)، برای بازسازی فضای حالت جریان روزانه رودخانه (برای بررسی رفتار دینامیکی)، بعد محاط ۴ و زمان تأخیر ۶۵ انتخاب شد. همانطور که در بالا نیز اشاره شد بعد محاط کم سیستم (برابر با ۴) دلیل دیگر بر رفتار آشوبناک و کم بعد پدیده دبی جریان است. نتایج بدست آمده از مدل که در شکل‌های ۷ و ۸ و جدول ۳ نمایش داده شده است، حاکی از کارایی مناسب مدل در پیش‌بینی تخمین دبی جریان رودخانه اهرچای می‌باشد، اما همانطور که در شکل ۸ مشخص است مدل قادر به تخمین مناسب مقادیر حدی و حداکثر نیست. البته اکثر مدل‌های موجود نیز قادر به مدلسازی مناسب مقادیر حدی نیست.



شکل ۸- نمودار مقایسه مقادیر محاسباتی و مشاهده‌ای دبی روزانه رودخانه اهرچای بر اساس پیش‌بینی موضعی ( $m=4$  و  $\tau=65$ ).

## منابع

- ۱- پری زنگنه م. عطائی م. و معلم پ. ۱۳۸۷. تخمین بعد محاط سری‌های زمانی حاصل از سیستم‌های آشوبی با بعد بالا توسط شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی توزیع یافته. دومین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند ایران. دانشگاه اصفهان
- 2- Damle C. and Yalcin A. 2007. Flood Prediction Using Time Series Data Mining. Journal of Hydrology 333: 305-316.
- 3- Elshorbagy A. Simonovic S.P. and Panu U.S. 2002. Estimation of missing streamflow data using principles of chaos theory. Journal of Hydrology 255: 123-133.
- 4- Ghorbani M.A. Kisi O. and Alinezhad. M. 2010. A Prop into the Chaotic Nature of Daily Streamflow Time series by Correlation Dimension and largest Lyapunov Methods. Applied Mathematical Modeling. 34: 4050-4057.

## نتیجه‌گیری

نظریه آشوب در کنار نظریه کوانتم و نسبییت یکی از مهمترین اکتشافات قرن اخیر می‌باشد. با بررسی سری‌های زمانی حاصل از سیستم‌های دینامیکی همچون جریان رودخانه به کمک نظریه آشوب می‌توان به پیش‌بینی رفتار سیستم پرداخت. در این مقاله که به بررسی دبی جریان رودخانه اهرچای با این نظریه پرداخته شده است، نتایج حاکی از آشوبناکی کم سری زمانی این پدیده دارد (بعد همبستگی، بعد محاط). همچنین نتایج حاصل از پیش‌بینی نشان داد که می‌توان با کمک شناخت تعداد معادلات حاکم بر سیستم و زمان تأخیر آن به پیش‌بینی پدیده دبی جریان در حوضه‌های آبریز داخل کشور با دقت مناسب (همانطور که سیواکومار و همکاران (۲۰۰۹) نیز به آن اشاره کرده‌اند) پرداخت.

- Extreme Hydrological Observations. Journal of Hydrology 342: 17– 41.
- 12- Regonda S.K. Sivakumar B. and Jain. A. 2004. Temporal scaling in river flow: can it be chaotic? .Hydrological Sciences Journal 49(3) 373-385 .
- 13- Sivakumar B. Berndtsson R. and Person M. 2001. Monthly Runoff prediction Using Phase Space Reconstruction. Hydrological Sciences Journal 46(3) 377-387 .
- 14- Sivakumar B. Berndtsson R. Olsson J and Kawamura A. 2009. Dynamic of Monthly Rainfall-Runoff Process at the Gota Basin: A Search for Chaos. Chaos, Solutions and Fractals 41: 368-379.
- 15- Sivakumar B. and Berndtsson R., 2010. Advances in Data-based Approaches for Hydrologic Modeling and Forecasting. World Scientific, Singapore. 441 pp.
- 16- Stehlik J. 1999. Deterministic Chaos in Runoff Series. Journal Hydrology and Hydromechanics 47(4):271–87.
- 17- Takens F. 1981. Detecting strange attractors in turbulence. In: Rand, D.A., Young, L.S. (Eds.), Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics 898: 366–381.
- 5- Islam M.N. and Sivakumar B. Characterization and Prediction of Runoff Dynamics: A Nonlinear Dynamics View. Advances in Water Resources 25: 179-190, 2002.
- 6- Karunasinghe D.S.K. and Liong S.Y. 2006. Chaotic time series prediction with a global model. Artificial neural network Journal of Hydrology 323: 92–105.
- 7- Kennel M. Brown R. and Abarbanel H.D.I. 1992. Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction. Physical Review A. 45(6): 3403–3411.
- 8- Khan S. Ganguly A.R. and Saigal S. 2005. Detection And Predictive Modeling Of Chaos In Finite Hydrological Time Series. Nonlinear Processes in Geophysics 12: 41-53.
- 9- Kocak K. Bali A. and Bektasoglu B. 2007. Prediction of Monthly Flows by Using Chaotic Approach. International congress on river basin management, Antalya, Turkey. Chp. 4, No 117, pp 553-559.
- 10- Men B, Zhao X. and Liang C. 2004. Chaotic Analysis on Monthly Precipitation on Hills Region in Middle Sichuan of China. Nature and Science 2(2): 45-51.
- 11- Ng W.W. Panu U.S. and Lennox W.C. 2007. Chaos Based Analytical Techniques for Daily