

تحلیل نیمرخ سطح آب در سرریز جانبی لبه پهن ذوزنقه‌ای با استفاده از تبدیل موجکی هار

ساره سیاری^{۱*}، مجید رحیم‌پور^۲ و حدیث حدادی^۳

چکیده

سرریزهای جانبی سازه‌هایی هستند که در کنار یک آبراهه یا کانال نصب می‌شوند و زمانی که ارتفاع جریان از تاج آن‌ها بالاتر رود جریان اضافی از روی آن‌ها عبور کرده و وارد کانال فرعی می‌شود. در این مطالعه حل معادله دیفرانسیل نیمرخ سطح آب در سرریز جانبی به روش موجک هار ارائه شده است. همچنین با استفاده از مدل آزمایشگاهی نیمرخ‌های سطح آب بالای سرریز جانبی ذوزنقه‌ای شکل برای عرض، شیب جانبی و ارتفاع سرریز مختلف اندازه‌گیری و با نیمرخ محاسبه شده با استفاده از حل عددی معادلات سرریز جانبی به روش موجک هار مقایسه شد. کمترین میزان درصد خطای محاسبه 7% (خطای بیشینه) در سرریز با شیب جانبی $1/5$ ، عرض 8 سانتی‌متر و ارتفاع 10 سانتی‌متر، $1/5$ درصد مشاهده شد. دقت پیش‌بینی نیمرخ سطح آب با استفاده از روش موجک هار با افزایش ارتفاع و شیب جانبی سرریز افزایش می‌یابد. همچنین روش موجک هار با روش رانج کوتای مرتبه چهارم مقایسه شد. ضریب همبستگی روش موجک هار با داده‌های آزمایشگاهی بیشتر از 0.979 محاسبه شد که بالاتر بودن ضریب همبستگی این روش نسبت به روش رانج کوتا نشان دهنده آن است که عمق‌های محاسبه شده از روش موجک هار در سرریز ذوزنقه‌ای با نتایج آزمایشگاهی هماهنگی بهتری نسبت به روش رانج کوتا دارد.

واژه‌های کلیدی: تبدیل موجکی، روش رانج کوتا، سرریز جانبی لبه پهن ذوزنقه‌ای، موجک هار، نیمرخ جریان.

ارجاع: سیاری س. رحیم‌پور م. و حدادی ح. ۱۳۹۴. تحلیل نیمرخ سطح آب در سرریز جانبی لبه پهن ذوزنقه‌ای با استفاده از تبدیل موجکی هار. مجله پژوهش آب ایران. ۹۱:۱۷-۱۰۰.

۱- دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشگاه شهیدباهنر کرمان.

۲- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۳- دانشجوی سابق کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

* نویسنده مسئول: sarehmn@gmail.com

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۵/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۹/۲۷

مقدمه

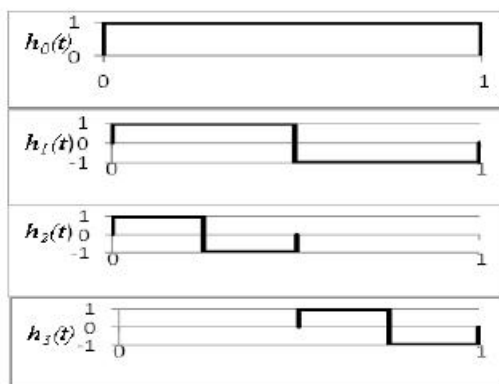
سرریزهای جانبی مهم هستند زیرا به طور وسیعی برای کنترل سطح آب در پروژه‌های آبیاری، زهکشی، پخش سیلاب، بهداشت محیط، حفاظت محیط و غیره به کار می‌روند. همچنین این سازه‌ها برای برداشت مقدار معینی آب از رودخانه‌ها، کانال‌های آبیاری و مخازن سدها کاربرد دارند. امروزه سرریزهای جانبی به شکل‌های مختلفی ساخته می‌شوند، که هر کدام هیدرولیک خاص خود را دارد (هنر و طرازکار، ۱۳۸۶ و قبادیان و شفاعی بجنستان، ۱۳۸۵). به دلیل پیچیده بودن رفتار هیدرولیکی سرریزهای جانبی تاکنون راه حل تحلیلی کامل و ساده‌ای برای تعیین معادله‌های حاکم بر آن‌ها ارائه نشده است. هیدرولیک جریان در سرریزهای جانبی، موضوع بررسی بسیاری از پژوهش‌ها در گذشته بوده که اغلب براساس داده‌های آزمایشگاهی است. با مروری بر این پژوهش‌ها می‌توان نتیجه گرفت که بیشتر پژوهش‌گران روی سرریز جانبی لبه‌تیز با مقطع مستطیلی و مثلثی پژوهش کرده‌اند که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های برقی و پروانه (۲۰۱۱)، موسلو و همکاران (۲۰۰۴)، قدسیان (۲۰۰۴) و پژوهش‌گران دیگر اشاره کرد. رامامورتی و همکاران (۱۹۸۶) و رحیم‌پور و همکاران (۲۰۱۱) سرریز جانبی لبه‌تیز دوزنقه‌ای را بررسی کردند.

در پروژه‌های آبیاری سرریزهای جانبی لبه‌پهن بیشتر به‌عنوان کنترل کننده تراز سطح آب بالادست سرریز در سازه‌های حفاظتی استفاده می‌شوند. با وجود اهمیت بسیار زیاد سرریزهای جانبی لبه‌پهن توجه کمتری نسبت به پژوهش در خصوص ضریب آبدی آن‌ها شده است. آقاپاری و هنر (۱۳۷۸) و سوامی و همکاران (۱۹۹۴) ضریب تخلیه را به طور المانی، در سرریزهای لبه‌پهن تابعی از عمق آب به عرض لبه سرریز پیشنهاد کردند. آن‌ها در این مطالعات با استفاده از روش المان نواری، ضریب شدت جریان را به‌صورت تابعی از عمق جریان و ارتفاع سرریز بیان کردند و ضریب C_e برای هر المان، روی سرریز تعریف کردند که خود تابعی از پارامترهای هیدرولیکی و هندسی موجود در آن المان است. آقاپاری و هنر (۱۳۷۸) ضریب دبی و ضریب دبی المانی در سرریزهای تخت لبه‌پهن را بررسی کردند.

موجک‌ها ابزاری هستند که اطلاعات را به مؤلفه‌های فرکانسی تجزیه و هر مؤلفه را با روشی که با مقیاسش تطبیق یافته، بررسی می‌کنند. موجک‌ها در حوزه‌هایی از

قبیل ریاضیات، فیزیک کوانتوم، مهندسی برق و زمین‌شناسی زلزله دارای کاربرد زیادی هستند و در دهه اخیر در بسیاری از موردها مانند فشرده‌سازی تصویر، رادار، پیشگویی زلزله، له، حذف نویز از اطلاعات نویزی استفاده شده‌اند (دوایت و همکاران، ۲۰۰۳ و گراپ، ۱۹۹۵). ایده تقریب توابع، ایده‌ای نو نیست، تقریب با استفاده از جمع آثار توابع در اوایل سال ۱۸۰۰ میلادی هنگامی که جوزف فوریه پی‌برد که با جمع سینوس و کسینوس‌ها می‌توان بقیه توابع را نشان داد، شروع شد. برای دهه‌های زیادی پژوهش‌گران به دنبال توابع مناسب‌تری نسبت به توابع سینوس و کسینوس بودند که شامل پایه‌هایی از تحلیل فوریه برای تقریب سیگنال‌های اندکی متلاطم با توابع غیرمحلی (که به سمت بی‌نهایت کشیده شوند) باشند. با تحلیل موجک می‌توان از توابع تقریبی که دوره‌های محدودی دارند، استفاده کرد که این منجر به ابزار مناسبی برای تقریب داده با بی‌نظمی‌های سریع می‌شود. تحلیل موجک با شکل اولیه تابع موجک که تابع تحلیل‌گر موجک یا موجک مادر نامیده می‌شود، شروع شده و نسخه فرکانس بالا توسط انقباض و نسخه فرکانس پایین با استفاده از انبساط از موجک اولیه به دست می‌آیند. نام موجک برای اولین بار در ضمیمه رساله دکتری هار (۱۹۰۹) استفاده شد (میسیتی و همکاران، ۲۰۰۱). یکی از خصوصیات تبدیل هار این است که دارای دوره محدود است که این بدان معنی است که در خارج از یک بازه محدود دارای مقدار صفر می‌شود. یکی از عیب‌های موجک هار این است که پیوسته مشتق پذیر نیست و این خود سبب برخی محدودیت‌های کاربردی آن شده است (گراپ، ۱۹۹۵). دایچیچ (۱۹۸۸) یک خانواده از موجک‌ها را با دوره کوتاه معرفی کرد. این موجک‌ها دارای دوره محدود و متعامد بوده و برای مسائلی با تغییرات شدید بسیار سودمند هستند (عبدل و همکاران، ۲۰۰۹). لادو و همکاران (۱۹۹۲) از این خصوصیات برای حل معادلات با نوسانات زیاد در محدوده مکانی بدون شرایط مرزی استفاده کردند. چن و هیسو (۱۹۹۷) روشی را برای حل معادلات مرتبه اول با استفاده از موجک هار ارائه کردند. در این روش بالاترین درجه مشتق موجود در معادله توسط سری هار بسط داده می‌شود. ایده اصلی این روش بر اساس تبدیل یک معادله دیفرانسیل به یک معادله جبری بود. این روش به اختصار CHM^1 نامیده می‌شود. بعدها کاتانی (۲۰۰۴)

1- Chen and Hsiao Method



شکل ۱ چهار موجک اول هار

$$\begin{aligned} h_0(t) &= [1 \ 1 \ 1 \ 1] \\ h_1(t) &= [1 \ 1 \ -1 \ -1] \\ h_2(t) &= [1 \ -1 \ 0 \ 0] \\ h_3(t) &= [0 \ 0 \ 1 \ -1] \end{aligned} \quad (3)$$

$$H_4(t) = \begin{bmatrix} h_0(t) \\ h_1(t) \\ h_2(t) \\ h_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

نقطه ضعف اساسی موجک هار، ناپیوسته بودن آن است، یعنی در نقطه‌های ناپیوستگی مشتق ندارد (چن، ۱۹۹۹). لپیگ (۲۰۰۵) از موجک هار غیریکنواخت برای حل معادلات انتگرالی و دیفرانسیلی استفاده کرده است و نشان داد برای بازه‌های نامساوی دارای دقت بیشتری نسبت به موجک هار یکنواخت است.

انتگرال‌گیری از تابع هار

برای حل معادلات دیفرانسیل نیاز به انتگرال‌گیری از توابع هار است. چن و هیسو (۱۹۹۷) انتگرال‌گیری از توابع هار را به صورت مراحل زیر بیان کرده‌اند. انتگرال‌گیری از چهار تابع اول هار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\int_0^t H_4(t) dt \cong \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

در مرحله بعدی، انتگرال موجک هار با سری زیر بسط داده می‌شود:

$$\int_0^t H_4(t) dt = P_4 H_4(t) \quad (6)$$

برای برطرف کردن مشکلات موجود در روش CHM، روش انتقال هار کاهش یافته را ارائه کرد. در این روش نشان داده شده است که اگر بازه انتگرال‌گیری به تعدادی قطعه تقسیم شود، محاسبات ساده‌تر می‌شوند که به این روش SM^1 گفته می‌شود. برای ساده‌سازی بیشتر در این روش، فرض می‌شود که بالاترین درجه مشتق در هر قطعه ثابت باشد، به این روش تقریب سازی تکه‌تکه ثابت یا PCA^2 گفته می‌شود. این روش برای معادلات با ضریب‌های متغیر بسیار ساده است زیرا برای هر قطعه تنها باید یک معادله حل شود (کاتانی، ۲۰۰۴). لپیگ (۲۰۰۷) نیز از روش SM در حل معادلات دیفرانسیل معمولی (ODE) و معادلات با مشتقات جزئی (PDE) استفاده و نتایج حاصله از آن‌ها را با روش CHM مقایسه کرد.

موجک هار

هار در سال ۱۹۰۹ تابع موج مستطیلی را معرفی کرد (گراپ، ۱۹۹۵). در دهه ۱۹۸۰ نیز ثابت شد که تابع هار در حقیقت موجک دابچییز مرتبه اول است. موجک هار ساده ترین موجک اورتونرمال با دوره محدود است که به صورت زیر تعریف می‌شود (میسیتی و همکاران، ۲۰۰۱).

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1)$$

$$h_0(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

که در آن تابع $h_0(t)$ تابع مقیاس و تابع $h_1(t)$ تابع موجک مادر است.

بقیه منحنی‌ها از انتقال و مقیاس موجک مادر طبق معادله زیر به دست می‌آیند (چن و هیسو، ۱۹۹۷):

$$h_n(t) = h_1(2^j t - k); \quad (2)$$

$$n = 2^j + k, \quad j \geq 0, \quad 0 \leq k < 2^j$$

به‌عنوان مثال $h_2(t)$ از مقیاس کردن $h_1(t)$ یعنی از فشردن کردن $h_1(t)$ در بازه $(0, 1/2)$ به دست می‌آید. چهار تابع اول هار در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند. رابطه‌های ۳ و ۴ شکل ریاضی این چهار تابع را نشان می‌دهند:

1- Segmentation Method

2- Piecewise Constant Approximation

$$QH = \frac{1}{128} \begin{bmatrix} 1 & 9 & 25 & 49 \\ 1 & 9 & 23 & 31 \\ 1 & 7 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix} \quad (11)$$

معادله دینامیکی جریان روی سرریز لبه پهن دوزنقه معادله دینامیکی جریان‌های متغیر مکانی با دبی کاهشی در کانال مستطیلی با توجه به فرضیات دیمارچی، به صورت زیر نوشته می‌شود (حسینی و ابریشمی، ۱۳۸۸):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy \left(-\frac{dQ}{dx} \right)}{gB^2 y^3 - Q^2} \quad (12)$$

که در آن Q دبی جریان، y عمق جریان، B عرض سطح آب و g شتاب ثقل است. جریان عبوری از روی سرریز جانبی مستطیلی در واحد طول آن می‌شود:

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{2}{3} C_m \sqrt{2g} (y-s)^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

که در آن C_m ضریب شدت جریان بوده و به ضریب دیمارچی معروف است. رحیم‌پور و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از فرضیات دیمارچی دبی در واحد طول سرریز دوزنقه‌ای را به دست آوردند. سرریز دوزنقه‌ای ترکیبی از سرریز مستطیلی و مثلثی است که معادله دبی در واحد طول سرریز دوزنقه‌ای به صورت زیر است:

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{14}{15} C_m \sqrt{2g} (y-s)^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

از ترکیب معادلات ۱۲ و ۱۴ معادله دیفرانسیل نیمرخ جریان برای سرریز جانبی دوزنقه‌ای به دست می‌آید.

حل معادله دینامیکی جریان روی سرریز لبه پهن دوزنقه با روش موجک هار

معادلات ۱۲ و ۱۴ را می‌توان با روش عددی موجک با قطعه‌های ثابت SM حل کرد. این معادلات عبارتند از:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy \left(-\frac{dQ}{dx} \right)}{gB^2 y^3 - Q^2}, \quad -\frac{dQ}{dx} = \frac{14}{15} C_m \sqrt{2g} (y-s)^{\frac{3}{2}} \quad (15)$$

در این روش بازه y مکانی به N قسمت تبدیل می‌شود و طول n امین قسمت با d_n نشان داده می‌شود اگر به این ترتیب x_n مختصات n امین قطعه باشد مختصات $n+1$ امین قسمت از معادله زیر تعریف می‌شود:

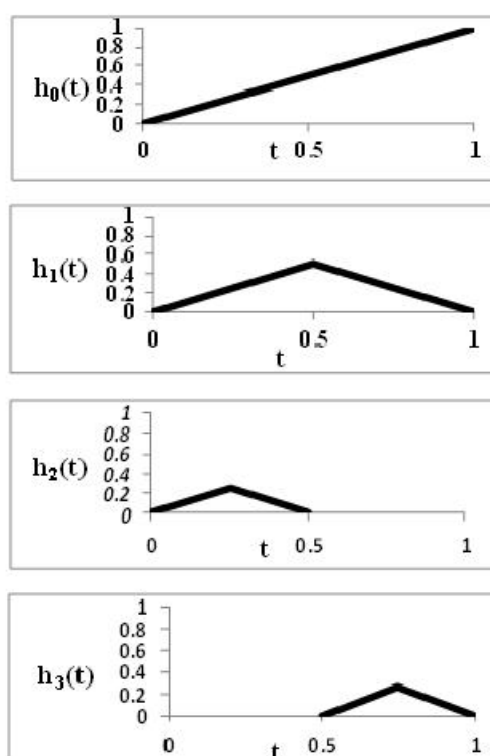
$$x_{n+1} = x_n + d_n \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

$$P_4 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 8 & -4 & -2 & -2 \\ 4 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

در حالت کلی و برای سیستم درجه m ماتریس P به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_m = \frac{1}{2m} \begin{bmatrix} 2m P_m^{\frac{m}{2}} & -H_m^{\frac{m}{2}} \\ H_m^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad P_1 = \frac{1}{2} \quad (8)$$

چهار انتگرال اول تابع هار در شکل ۲ نشان داده شده‌اند:



شکل ۲ چهار انتگرال اول تابع هار

نقطه‌ها (گره‌ها) به صورت $x_i = (i-0.5)/2M$ (که $i=1, 2, \dots, 2M$) تعریف می‌شوند.

$$P_i(x) = \int_0^x h_i(x) dx \quad (9)$$

$$Q_i(x) = \int_0^x P_i(x) dx \quad (10)$$

برای مقدار $2M=4$ ماتریس انتگرال دوم موجک هار به صورت زیر نوشته می‌شود:

با انتخاب $a = a_0$ به عنوان فرض اولیه، با استفاده از روش نیوتن a محاسبه می‌شود.

$$a_1 = a_0 + \Delta a = a_0 + F(a_0) \left[\left(\frac{\partial F}{\partial a} \right)_{a_0} \right]^{-1} \quad (28)$$

برای محاسبه مقدار y و Q مرزی در بازه بعد از معادله ۲۴ استفاده می‌شود.

در شرایطی که در طول سرریز جانبی جریان زیر بحرانی برقرار باشد، شرایط مرزی پایین دست لازم بوده و از آنجا محاسبات شروع می‌شود. مقدار دبی انحرافی از روی سرریز جانبی مشخص نیست و همچنین دبی جریان در پایین دست کانال Q_2 نیز مجهول است پس با فرض مقداری برای دبی در پایین دست سرریز جانبی و استفاده از روش عددی مویک هار محاسبات از پایین دست سرریز شروع شده و تا بالادست آن ادامه می‌یابد و دبی بالادست Q_1 محاسبه می‌شود. دبی محاسبه شده با دبی کانال در بالادست Q_1 مورد مقایسه قرار می‌گیرد چنانچه دبی‌ها مساوی نباشند با فرض مقدار دیگری برای دبی در پایین دست سرریز جانبی Q_2 محاسبات تکرار می‌شوند. این روش آن قدر تکرار می‌شود که قدرمطلق اختلاف Q_1 با مقدار محاسبه شده از ε کمتر شود. ε نشان دهنده دقت است. برای حالتی که در سراسر سرریز جانبی، جریان فوق بحرانی برقرار باشد، کنترل در بالادست سرریز خواهد بود. یعنی محاسبات باید از ابتدای سرریز جانبی شروع شود. این حالت مانند قبل نیاز به تکرار ندارد زیرا در بالادست سرریز، دبی و عمق جریان هر دو معلوم هستند. بنابراین محاسبات عنصر به عنصر از بالادست به سمت پایین دست انجام می‌شود. در این مطالعه برای حل عددی معادلات برنامه‌ای در محیط Matlab نوشته شده است.

مواد و روش‌ها

مدل آزمایشگاهی شامل فلومی به طول ۱۰ متر که جنس آن از شیشه است. در ابتدای فلوم یک بخش آرام کننده به طول ۴ متر و سپس یک کانال شیشه‌ای با مقطع مستطیلی به طول ۶ متر، عرض ۰/۱۳ متر، ارتفاع ۰/۳ متر و شیب طولی صفر است. نمایی از کانال آزمایشگاهی در شکل ۳ قابل مشاهده است.

مکان محلی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tau = \frac{x - x_n}{d_n} \quad (17)$$

با انتخاب $2M$ نقطه در هر قسمت داریم:

$$\tau_j = \frac{1}{2M} \left(j - \frac{1}{2} \right), \quad j = 1, 2, \dots, 2M \quad (18)$$

در مکان محلی معادله ۱۷ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$y' = d_n F(x_n + d_n \tau, y) \quad (19)$$

با بسط بالاترین درجه مشتق بر حسب تابع هار داریم:

$$y' = aH, \quad y = aPH + y_n E \quad (20)$$

a برداری با $2M$ مؤلفه است و E بردار واحد است. y_n مقدار y در مرز است.

با جایگذاری معادله ۲۰ در معادله ۱۹ داریم:

$$aH = d_n F(x_n + d_n \tau, aPH + y_n E) \quad (21)$$

از معادله ۲۱ مقدار a قابل محاسبه است.

برای محاسبات در قسمت بعد باید مقادیر y_{n+1} محاسبه شود. از معادله ۲۰ داریم:

$$y_{n+1} = a(PH)_{\tau=1} + y_n E \quad (22)$$

با توجه به انتگرال اول هار رابطه زیر به دست می‌آید.

$$(PH)_{\tau=1} = Y \quad Y = [1, 0, 0, \dots, 0]^T \quad (23)$$

بنابراین معادله ۲۲ به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$y_{n+1} = a_1 + y_n E \quad (24)$$

با آنچه گفته شد می‌توان محاسبات را در بازه بعد انجام داد. برای حل دستگاه معادلات ۱۵ همان‌طور که گفته شد، ابتدا مشتقات Q و y را با مویک هار بسط می‌دهیم:

$$\frac{dy}{dx} = aH, \quad y = aPH + y_n E \quad (25)$$

$$\frac{dQ}{dx} = bH, \quad Q = bPH + Q_n E \quad (26)$$

ضریب‌های b با جایگذاری در معادله اصلی به راحتی قابل محاسبه است ولی در معادله ۲۱ ضریب‌های a را نمی‌توان با جایگذاری در معادله اصلی ۱۵ به دست آورد. در اینجا برای محاسبه ضریب‌های از روش نیوتن استفاده می‌شود.

$$F \equiv \frac{dy}{dx} - f(y, Q) \quad (27)$$

$$F \equiv \frac{dy}{dx} - f(y)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} \equiv H - PH \times \frac{\partial f(y)}{\partial y}$$

تعبیه شده و از طرف دیگر به پمپ وصل شده است. دبی کانال از آبی که در مخزن زمینی در ابتدای کانال موجود است تأمین می‌شود و به وسیله باز و بسته کردن شیرفلکه می‌توان دبی جریان را تنظیم کرد. سرریز جانبی با مقطع دوزنقه و لبه پهن با پهنای مختلف از شیشه ساخته شده و در فاصله ۲ متری از ابتدای کانال نصب شده است (شکل ۵).



شکل ۵ نمایی از سرریز جانبی

ابعاد سرریزهایی که استفاده شد در جدول ۱ نشان داده شده است. در انتهای کانال شیشه‌ای از دریچه برای تنظیم سطح آب استفاده شده است. عمق جریان در طول آزمایش‌ها با عمق‌سنج مدرج با دقت ۰/۰۲ میلی‌متر در محور کانال اصلی در طول سرریز جانبی اندازه‌گیری شده است. دبی کانال و سرریز جانبی به روش حجمی اندازه‌گیری شده است.



شکل ۳ شمای کلی فلوم

در ابتدای فلوم برای آرام کردن جریان از یک حوضچه آرامش شیشه‌ای به طول ۴ متر، ارتفاع ۰/۴ متر و عرض متغیر ۰/۱۳-۰/۱۶ متر استفاده شده است و برای کاهش آشفتگی جریان و نوسانات جریان ورودی، با نصب ورقه‌های مشبک ثابت و شناور، عمل آرام کردن جریان انجام شد (شکل ۴).



شکل ۴ حوضچه آرامش ابتدای فلوم و ورقه شناور

برای انتقال آب از مخزن به کانال از لوله فلزی به قطر ۲/۵ اینچ و طول ۱۲ متر استفاده شده است. این لوله از یک طرف به حوضچه آرامش شیشه‌ای که در ابتدای کانال

جدول ۱ محدوده متغیرهای آزمایش شده

شیب جانبی سرریز جانبی (IV: zH)	عدد فرود جریان Fr	دبی خروجی از سرریز Q _s (lit/s)	ارتفاع سرریز s(cm)	عرض سرریز b(cm)
۱:۱/۵	۰/۶۴-۰/۰۸۲	۴/۵۲-۰/۴۱	۱۰/۵	۱۴/۸
۱:۲	۰/۶۷-۰/۰۸۸	۴/۲۹-۰/۵۲	۱۰/۵	۱۴/۸

بیشینه خطا در محاسبه عمق ابتدای سرریز (V1) رخ می‌دهد. میزان درصد خطا از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$E_{\text{percent}} = \frac{|y_1 - \hat{y}_1|}{\hat{y}_1} \times 100 \quad (29)$$

که در آن y_1 و \hat{y}_1 به ترتیب عمق محاسبه شده و اندازه‌گیری شده در ابتدای سرریز است.

نتایج و بحث

در شکل‌های ۶ تا ۹ نیمرخ اندازه‌گیری شده سطح آب روی سرریز با نیمرخ سطح آب که با روش عددی موجک هار محاسبه شده است، مقایسه شده است. در جدول ۲ پارامترهای تعیین کننده نیمرخ سطح آب نشان داده شده است. هر کدام از حالت‌های ذکر شده در جدول ۲ در شکل‌های ۶ تا ۹ نشان داده شده‌اند.

همین‌طور در شکل‌های ۷- ب و ۹- ب میزان درصد خطای محاسبه Y_1 (ماکزیمم خطا) از ۱۰/۴۹ به ۲/۰۹۹ درصد تقلیل یافته است. با کاهش شیب دیواره‌های سرریز جانبی، سطح مقطع عبور جریان کاهش می‌یابد و همچنین نوساناتی در نیمرخ سطح آب به دلیل تأثیر دیواره‌ها ایجاد می‌شود. با افزایش شیب این نوسانات کاهش یافته و در نتیجه خطای محاسبات عددی موجک‌ها کاهش می‌یابد.

شکل ۱۰ میزان جذر میانگین مربعات خطا را نشان می‌دهد که با استفاده از معادله ۲۷ محاسبه شده است.

$$E_{rms} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \hat{u}_i)^2 \right]^{1/2} \quad (30)$$

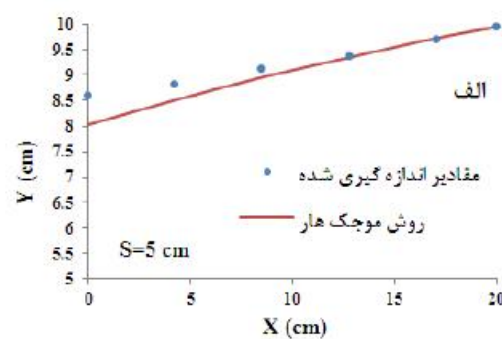
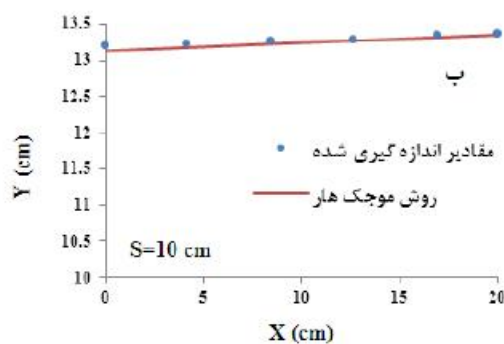
که در آن u_i عمق اندازه‌گیری شده، \hat{u}_i عمق محاسباتی از روش موجک‌ها، N تعداد عمق‌های اندازه‌گیری شده است. همان‌طور که در شکل ۱۰ نیز نشان داده شده است، بیشترین میزان خطا در حالت ۸- الف اتفاق افتاده است در این حالت طول ۱۴ سانتی‌متر و ارتفاع نیز ۵ سانتی‌متر است در حالیکه کمترین میزان خطا در ۹- ب رخ داده است که در این حالت شیب از ۱/۵ به ۲ و ارتفاع به ۱۰ سانتی‌متر افزایش یافته است. بنابراین می‌توان گفت با افزایش شیب جانبی و ارتفاع سرریز خطای محاسبات کاهش می‌یابد.

در شکل ۶ میزان درصد خطای محاسبه Y_1 با ارتفاع ۱۰ سانتی‌متری ۱/۵ درصد و با ارتفاع ۵ سانتی‌متری ۹/۵۲ درصد برآورد شده است. همان‌طور که آزمایش‌ها نیز نشان می‌دهند، با افزایش ارتفاع سرریز نیمرخ‌های سطح آب یکنواخت‌تر و از نوسانات کاسته می‌شود. دلیل این امر را می‌توان کم شدن اثرات کف بر روی نیمرخ سطح آب دانست. به همین دلیل با افزایش ارتفاع سرریز، حل عددی هماهنگی بهتری با مقادیر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد. در شکل ۷ میزان درصد خطای محاسبه Y_1 با ارتفاع ۱۰ سانتی‌متری ۳/۴۴ درصد و با ارتفاع ۵ سانتی‌متری ۱۴/۳ درصد برآورد شده است. بنابراین میزان خطا با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.

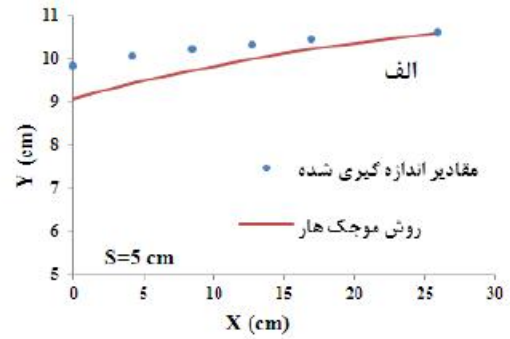
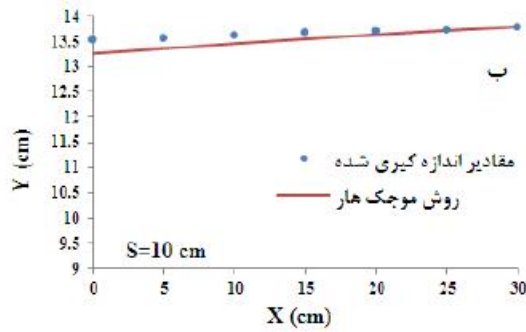
نیمرخ سطح آب در شیب ۱ به ۲ در شکل‌های ۸ و ۹ نشان داده شده است. در این شیب نیز با افزایش ارتفاع میزان درصد خطای محاسبه کاهش می‌یابد. خطای ماکزیمم (خطای محاسبه Y_1) در عرض ۸ سانتی‌متر درصد خطا از ۷/۳۲ به ۱/۸۷ کاهش می‌یابد و در عرض ۱۴ سانتی‌متر میزان خطا از ۵/۴۸ به ۲/۹۹ کاهش می‌یابد. با مقایسه شکل‌های ۶- الف و ۸- الف می‌توان فهمید که میزان خطا با افزایش شیب جانبی کاهش یافته است و میزان درصد خطای محاسبه Y_1 از ۹/۵ به ۷/۳۲ کاهش می‌یابد.

جدول ۲ پارامترهای تعیین‌کننده نیمرخ سطح آب در سرریز جانبی

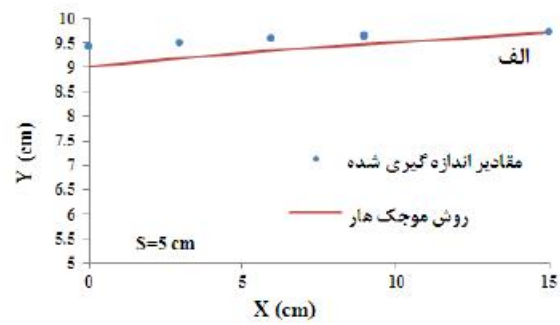
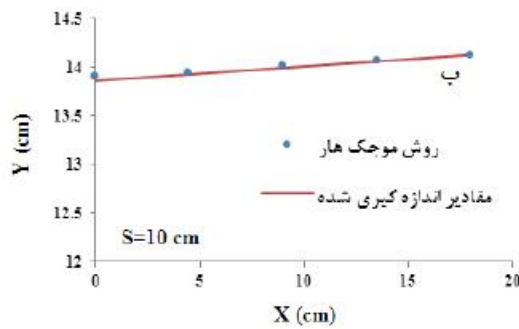
حالت	۶- الف	۶- ب	۷- الف	۷- ب	۸- الف	۸- ب	۹- الف	۹- ب
ارتفاع سرریز (s)	۵	۱۰	۵	۱۰	۵	۱۰	۵	۱۰
عرض سرریز	۸	۸	۱۴	۱۴	۸	۸	۱۴	۱۴
شدت جریان ورودی به کانال اصلی (l/s)	۶/۸	۷/۱۷	۶/۷۸	۷/۲۵	۵/۳۹	۶/۸۸	۵/۸۷	۶/۹۴
شیب جانبی سرریز 1:z	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	۲	۲	۲	۲
M در روش موجک‌ها	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
ضریب شدت جریان (C _m)	۰/۱۸	۰/۱۵	۰/۲۵۷	۰/۲۷۵	۰/۳۵۴	۰/۲۱۳	۰/۲۵۳	۰/۲۳۵



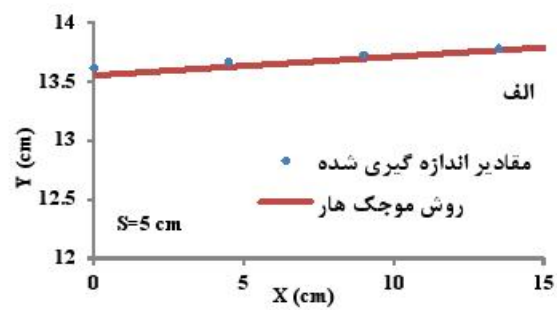
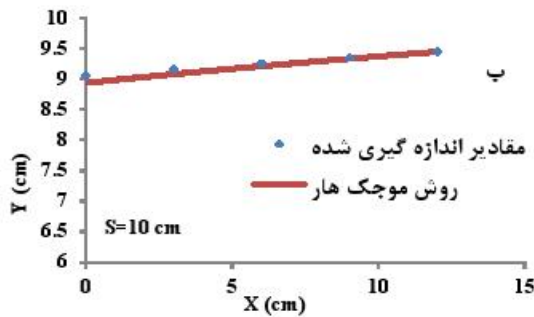
شکل ۶ مقایسه نیمرخ‌های حل عددی و اندازه‌گیری شده (حالت‌های ۶ الف و ۶ ب در جدول ۲)



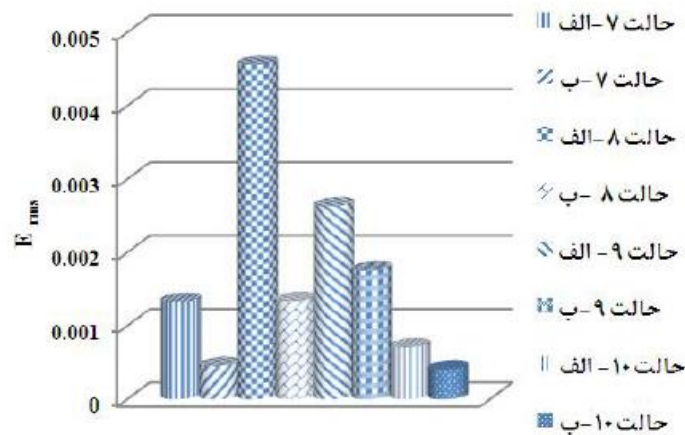
شکل ۷ مقایسه نیمرخ‌های حل عددی و اندازه‌گیری شده (حالت‌های ۷ الف و ۷ ب در جدول ۲)



شکل ۸ مقایسه نیمرخ‌های حل عددی و اندازه‌گیری شده (حالت‌های ۸ الف و ۸ ب در جدول ۲)



شکل ۹ مقایسه نیمرخ‌های حل عددی و اندازه‌گیری شده (حالت‌های ۹ الف و ۹ ب در جدول ۲)



شکل ۱۰ میزان E_{max} در حالت‌های مختلف

هار یا روش رانج کوتاه، n تعداد عمق‌های اندازه‌گیری شده است. ضریب همبستگی به صورت $R^2 = NV/EV$ محاسبه می‌شود.

در روش موجک برای سرریز لبه‌پهن ذوزنقه با شیب جانبی ۱/۵ میزان $R^2=0/979$ و در شیب جانبی ۲ میزان $R^2=0/911$ محاسبه شده است و برای روش رانج کوتاه مقدار ضریب همبستگی به ترتیب ۰/۹۷۸ و ۰/۹۸۹ محاسبه شده است. همان‌طور که ضریب همبستگی نشان می‌دهد با زیاد شدن شیب، عمق‌های محاسبه شده انطباق بیشتری با داده‌های مشاهداتی در آزمایشگاه دارند. همچنین ضریب همبستگی در روش موجک هار بیشتر از روش رانج کوتاه است.

نتیجه‌گیری

عمق جریان محاسبه شده از روش عددی موجک هار هماهنگی خوبی با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و نیز روش رانج کوتاه نشان می‌دهد. میزان خطای محاسبه عمق با فاصله گرفتن از انتهای سرریز افزایش می‌یابد تا به بیشترین مقدار خود در عمق ابتدای سرریز (۱٪) می‌رسد. میزان خطای محاسبه عمق سرریز با کاهش شیب جانبی سرریز و کاهش ارتفاع افزایش می‌یابد.

نتایج حاصل از روش عددی موجک هار و مقایسه آن با روش رانج کوتاه نشان می‌دهد که این روش، دقیق، ساده، قابل انعطاف و همگراست. همچنین بالا بودن میزان ضریب همبستگی روش موجک نسبت به روش رانج کوتاه این روش را جایگزین خوبی برای روش‌های عددی دیگر معرفی می‌کند. همچنین هماهنگی نتایج روش هار و مشاهده‌های آزمایشگاهی، کارایی بالای این روش را نشان می‌دهد.

منابع

- آقایاری ف. و هنر ت. ۱۳۸۷. مطالعه آزمایشگاهی ضریب تخلیه مکانی دبی در سرریزهای جانبی لبه‌پهن. مجله علوم کشاورزی و منابع طبیعی. ۱۵(۱):۱۵۹-۱۶۷.
- حسینی م. ابریشمی ج. ۱۳۸۸. هیدرولیک کانال‌های باز، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)، مشهد. ۶۱۳ ص.
- قبادیان ر. و شفاعی بجستان م. ۱۳۸۵. بهینه‌یابی

در جدول‌های ۳ و ۴ مقادیر λ محاسبه شده از دو روش هار و رانج کوتاه و همچنین میزان خطای مطلق بین دو روش نشان داده شده است. محاسبات در حالت ۷-الف در جدول ۳ و حالت ۹-ب در جدول ۴ انجام شده است. میزان خطای مطلق بین دو روش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_{abs} = |u_i - \hat{u}_i|, i = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

که در آن u_i میزان عمق محاسباتی از روش موجک هار، \hat{u}_i : میزان عمق محاسباتی از روش رانج کوتاه است.

جدول ۳ مقایسه دو روش هار با $J=2$ و روش رانج کوتاه در

حالت ۷ الف

$X(m)$	u_i	\hat{u}_i	E_{abs}
۰	۰/۰۸۲۳۲۵۹۰	۰/۰۸۹۳۲۶۴۲	۰/۰۰۰۰۰۰۵۲
۰/۰۵	۰/۰۹۳۲۴۲۸۲	۰/۰۹۳۲۴۱۹۷	۰/۰۰۰۰۰۰۸۵
۰/۱۱	۰/۰۹۷۱۶۳۰۵	۰/۰۹۷۱۶۱۱۵	۰/۰۰۰۰۰۰۱۹۰
۰/۱۷	۰/۱۰۰۴۱۸۹۱	۰/۱۰۰۴۱۶۹۶	۰/۰۰۰۰۰۰۱۹۴
۰/۲۳	۱۰۱۳۱۰۰۰۹	۰/۱۰۳۰۹۹۱۸	۰/۰۰۰۰۰۰۹۱
۰/۲۶	۰/۱۰۲۴۴۰۰۰	۰/۱۰۴۲۴۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰

جدول ۴ مقایسه دو روش هار با $J=2$ و روش رانج کوتاه در

حالت ۹ ب

$X(m)$	u_i	\hat{u}_i	E_{abs}
۰	۰/۱۳۵۴۵۷۰۴	۰/۱۳۵۵۰۳۸۵	۰/۰۰۰۰۰۴۶۸۲
۰/۰۲	۰/۱۳۵۷۹۵۷۱	۰/۱۳۵۸۲۷۸۸	۰/۰۰۰۰۰۳۲۱۷
۰/۰۶	۰/۱۳۶۴۵۶۹۲	۰/۱۳۶۴۹۳۹۷	۰/۰۰۰۰۰۳۷۰۵
۰/۱	۰/۱۳۷۰۹۵۵۳	۰/۱۳۷۱۳۷۱۹	۰/۰۰۰۰۰۴۱۶۷
۰/۱۶	۰/۱۳۸۰۰۸۳۵	۰/۱۳۸۰۵۶۳۸	۰/۰۰۰۰۰۴۸۰۴
۰/۱۸	۰/۱۳۸۳۰۰۰۰	۰/۱۳۸۳۵۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰۵۰۰۰

همان‌طور که در جدول‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. روش موجک هار به خوبی با روش رانج کوتاه هماهنگی دارد و نشان دهنده دقت و صحت روش فوق است. برای مقایسه روش موجک هار با روش رانج کوتاه از تحلیل رگرسیون نیز استفاده شد. با استفاده از معادلات ۲۹ می‌توان ضریب همبستگی را تعریف کرد.

$$NV = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad EV = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (32)$$

که در آن NV, EV واریانس، λ عمق جریان اندازه‌گیری شده، λ میانگین عمق‌های اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه، λ عمق جریان محاسبه شده (روش موجک

18. Lepik U. 2008. Solving integral and differential equations by the aid of non-uniform Haar wavelets. *Applied Mathematics and Computation*. 198(1):326-332.
19. Misiti M. Misiti Y. Oppenheim G. and Poggi J. M. 2001. Wavelet toolbox for use with Matlab. *The math works*.
20. Muslu Y. Yüksel E. and Tozlu H. 2004. Transition effects in flow over side weirs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 130(1):92-95.
21. Rahimpour M. Keshavarz Z. and Ahmadi M. M. 2011. Flow over trapezoidal side weir. *Flow Measurement and Instrumentation*. 22:507-510.
22. Ramamurthy A. S. Tim U. S. and Carballada L. 1986. Lateral weirs in Trapezoidal channel. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 112(2):92-95.
23. Swamee P. K. Santosh K. P. and Masoud S. A. 1994. Side weir analysis using elementary discharge coefficient. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 120(4):742-755.
- ضریب تخلیه سرریزهای جانبی در کانال‌های آبیاری با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی. همایش ملی مدیریت شبکه‌های آبیاری و زهکشی.
۴. هنر ت. و طراز کار م. ح. ۱۳۸۶. کاربرد شبکه عصبی مصنوعی در تخمین ضریب آبدهی سرریزهای جانبی. *مجله علوم کشاورزی و منابع طبیعی*. ۱۴(۶):۱۹۵-۲۰۲.
5. Abdel A. M. Dickerson J. R. and Chaudhry M. H. 2009. Wavelet-Galerkin solution to the water hammer equations. *ASCE Journal of hydraulic engineering*. 135(4):283-295.
6. Borghei S. M. and Parvaneh A. 2011. Discharge characteristics of a modified oblique side weir in subcritical Flow. *Flow Measurement and Instrumentation*. 22(5):370-376.
7. Cettani C. 2004. Haar wavelets based technique in evolution problems *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences, Physics, Mathem*. 53(1):45-63.
8. Chen C. H. 1999. Wavelet approach to optimizing dynamic system. *Control Theory and Applications*. IEE Proceedings. 146(2):213-219.
9. Chen C. H. and Hsio C. H. 1997. Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter system. *Control Theory and Applications*, IEE proceedings. 144(1):87-94.
10. Daubechies I. 1988. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 41(7):909-996.
11. Dwight F. Kraig M. and Olejniczak J. 2003. *Elements of wavelets for engineers and Scientists*, Wiley-interscience. 256 p.
12. Ghodsian M. 2004. Flow over triangular side weir. *Journal Scientia Iranica Transaction on Civil Engineering*. 11(1):114-120.
13. Graps A. 1995. An Introduction to wavelet. *Computing in Science and Engineering*. 2(2):50-61.
14. Hariharan G. and Kannan K. 2010. Haar wavelet method for solving some nonlinear Parabolic equations. *Journal of Mathematical Chemistry*. 48(4):1044-1061.
15. Latto A. Resnikoff H. and Tenenbaum E. 1992. The evaluation of connection coefficients of compactly supported wavelets. *Proc. of the French-USA Workshop on Wavelets and Turbulence*, Princeton University, Y. Maday, , Springer -Verlag, New York. 23 p.
16. Lepik U. 2005. Numerical solution of differential equations using Haar wavelets. *Mathematics and Computers in simulation*. 68(2):127-143.
17. Lepik U. 2007. Numerical solution of evolution equations by the Haar wavelet method. *Applied Mathematics and Computation*. 185(1):695-704.