

## کاربرد توابع مفصل و الگوریتم‌های هوشمند در تحلیل خشک‌سالی هواشناسی شاهرود

مهدیه دانش‌زاده<sup>۱</sup>، حجت کرمی<sup>۲</sup>، هادی ثانی خانی<sup>۳</sup>، سعید فرزین<sup>۴</sup> و سید فرهاد موسوی<sup>۵\*</sup>

## چکیده

برای بررسی خشک‌سالی هواشناسی شاهرود، مشخصه‌های شدت و مدت خشک‌سالی آن با استفاده از آمار بارندگی ماهانه سال‌های ۲۰۱۰-۱۹۵۱ و توابع مفصل به‌صورت توأم تحلیل شد. مقادیر مشخصه‌های خشک‌سالی از SPI یک ماهه استخراج گردید. تعدادی تابع توزیع تک‌متغیره به‌طور جداگانه به مقادیر شدت و مدت خشک‌سالی برازش داده شدند. برای تحلیل توأم، از پنج تابع مفصل استفاده و معیارهای ارزیابی، شامل RMSE، AIC و NSE محاسبه شدند. از میان این توابع، تابع مفصل گالامبوس به‌دلیل داشتن حداکثر لگاریتم درست‌نمایی (۴۴۳/۸۱۹۹-)، کمترین مقدار RMSE (۰/۰۶۸)، کمترین مقدار AIC (۸۸۹/۶۴) و بیشترین مقدار NSE (۰/۹۳)، مناسب‌ترین تابع مفصل برای تحلیل دومتغیره انتخاب شد. با استفاده از تابع مفصل برگزیده شده، احتمال و دوره بازگشت توأم و شرطی شدت و مدت خشک‌سالی محاسبه شد. همچنین، سه روش حداکثر درست‌نمایی (MLE)، کرم شب‌تاب (FF) و بیگ-بگ-کرنج (BB-BC) برای برآورد پارامتر بهترین تابع مفصل مورد استفاده قرار گرفت که پارامتری که روش MLE بهینه کرد، مقدار تابع هدف (RMSE) را ۰/۰۶۸ برآورد کرد؛ در صورتی که الگوریتم‌های FF و BB-BC، مقدار تابع هدف را تقریباً ۰/۰۴۰۹ برآورد کردند. بنابراین، الگوریتم‌های کرم شب‌تاب و بیگ-بگ-کرنج، خطای کمتری در برآورد پارامتر مفصل نسبت به روش حداکثر درست‌نمایی داشتند.

**واژه‌های کلیدی:** بیگ-بگ-کرنج، تحلیل دومتغیره، دوره بازگشت، کرم شب‌تاب.

ارجاع: دانش‌زاده م. حجت کرمی ح. ثانی خانی ه. فرزین س و موسوی س. ف. ۱۳۹۸. کاربرد توابع مفصل و الگوریتم‌های هوشمند در تحلیل خشک‌سالی هواشناسی شاهرود. مجله پژوهش آب ایران. ۳۲: ۹۱-۱۰۴.

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.
- ۲- استادیار گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.
- ۳- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان.
- ۴- استادیار گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.
- ۵- استاد گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

\* نویسنده مسئول: fmousavi@semnan.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۲۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۸/۰۲

## مقدمه

خشک‌سالی پدیده‌ای است که بر خلاف وقایع طبیعی دیگر، نظیر سیل، زلزله و طوفان به صورت نامرئی و بدون سر و صدا اتفاق می‌افتد. به عبارتی، ممکن است ماه‌ها طول بکشد تا واقعاً خشک‌سالی تشخیص داده شود. برنامه‌ریزی و بهبود مدیریت سیستم‌های منابع آب تحت شرایط خشک‌سالی، مستلزم برآورد دوره‌های بازگشت توأم و شرطی خشک‌سالی است. توابع مفصل<sup>۱</sup> ضمن تحلیل توأم دو یا چند متغیر، همبستگی میان آن‌ها را نیز در محاسبات دخالت می‌دهند. این توابع برای ساخت خانواده‌های توزیع‌های چندمتغیره از توزیع‌های یک‌متغیره به‌عنوان توابع حاشیه‌ای استفاده می‌کنند. در استفاده از توابع مفصل، برای ساخت توزیع‌های توأم، محدودیتی در انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای وجود ندارد.

توابع مفصل اولین بار توسط اسکالر (۱۹۵۹) برای ایجاد توزیع‌های چندمتغیره ارائه شدند. در مطالعات هیدرولوژی نیز این توابع برای اولین بار به‌وسیله دی میچله و سالوادوری (۲۰۰۳) برای ایجاد یک مدل دومتغیره توصیف‌کننده شدت و مدت رگبار به‌کار برده شدند.

تحلیل خشک‌سالی با استفاده از توابع مفصل، موضوع نسبتاً جدیدی است که سابقه آن به سال ۲۰۰۶ برمی‌گردد. سرینالدی و همکاران (۲۰۰۹) در ۴۰ ایستگاه، بارندگی چهارمتغیره مدت خشک‌سالی، میانگین شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI)، حداقل SPI و سطح تأثیر ایستگاه بارندگی را برای توصیف خشک‌سالی در نظر گرفتند. سپس، برای مدل‌سازی همبستگی متغیرها، توابع مفصل چهاربعدی را به متغیرهای مورد بررسی برازش داده و همچنین دوره‌های بازگشت توأم آنها را به دست آوردند. میرعباسی و همکاران (۲۰۱۲) توزیع توأم شدت و مدت خشک‌سالی‌های ایستگاه باران‌سنجی شرفخانه را با استفاده از هفت تابع مفصل دوبعدی مدل کردند. نتایج نشان داد که تابع گلامبوس، مناسب‌ترین مفصل برای ایستگاه شرفخانه می‌باشد. چن و سینگ (۲۰۱۳) برای ارزیابی مشخصه‌های خشک‌سالی، اطلاعات بارندگی روزانه را از ۱۹۶۱ تا ۲۰۰۷ از ۹ ایستگاه در بالادست رودخانه هان در چین گرفتند. ضرایب همبستگی پیرسون و کندال برای تمام متغیرهای خشک‌سالی به‌دست آمد. بعد از اینکه خشک‌سالی مناسب (وضعیت خشک نرمال) را انتخاب

کردند، توزیع‌های حاشیه‌ای مناسبی برای هر متغیر خشک‌سالی به‌کار برده شد و پارامترهای توزیع برآورد شدند. تابع مفصل نرمال مناسب شناخته شد. ایکانایاک و پررا (۲۰۱۴) با داشتن داده‌های بارندگی ماهانه در طول دوره آماری ۲۰۰۷-۱۹۵۱، مشخصه‌های خشک‌سالی در منطقه آنورادهاپورا<sup>۲</sup>، سریلانکا را توسط SPI سه‌ماهه محاسبه کردند. نتایج نشان داد که بهترین توزیع حاشیه‌ای برای متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی، توزیع گاما بود و تابع مفصل فرانک، به‌عنوان بهترین تابع مفصل انتخاب گردید. سیستی و همکاران (۲۰۱۵) کاربرد تابع مفصل را در تحلیل خشک‌سالی مورد توجه قرار دادند. در این تحلیل، داده‌های دما و بارش روزانه استفاده شدند. نتایج نشان داد که در هر سال جدید، یک دوره می‌توان منتظر رخ دادن دمای بیش از ۲۵ درجه سلسیوس و در ماه بعدی آن منتظر رخ دادن یک کمبود رطوبت حدود ۳۰ میلی‌متر بود. توسانوغلو و کن (۲۰۱۶) به مدل‌سازی توزیع‌های احتمالاتی توأم خشک‌سالی‌های هواشناسی ترکیه با استفاده از توابع مفصل پرداختند. با استفاده از SPI، شدت و مدت خشک‌سالی محاسبه شدند. براساس آزمون کای اسکوئر، توزیع لوگ نرمال دوپارامتری برای متغیر مدت و توزیع‌های گاما، ویبول و پارتوی تعمیم‌یافته برای شدت خشک‌سالی مناسب‌ترین توزیع تک‌متغیره به‌دست آمد. چهار تابع مفصل دومتغیره برای ساخت تابع توزیع توأم مدت و شدت خشک‌سالی ارزیابی شدند. بهترین تابع مفصل برای برآورد متغیرهای احتمالاتی شرطی و دوره‌های بازگشت توأم مشخصه‌های خشک‌سالی به‌کار برده شد. میراکبری و دودانگه (۱۳۹۵)، به تحلیل فراوانی دومتغیره خشک‌سالی در حوزه آبخیز گیلوان در شمال غرب کشور پرداختند. ابتدا با استفاده از شاخص خشک‌سالی Q7,10 و با به‌کارگیری تئوری دنباله‌ها، سری‌های زمانی مربوط به شدت و مدت خشک‌سالی استخراج و سپس توابع توزیع حاشیه‌ای به متغیرها برازش داده شدند. براساس معیارهای آکائیک، بی‌زین، تابع حداکثر درست‌نمایی و نیز مجذور میانگین مربعات خطا، تابع مفصل فرانک انتخاب شد. الگوریتم‌های هوش ازدحامی یا هوش گروهبی، شاخه‌ای از هوش مصنوعی هستند که در دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. این الگوریتم‌ها از طبیعت الهام گرفته‌اند.

استفاده از الگوریتم‌های هوشمند انجام گرفته است، بسیار محدود می‌باشند.

در این مقاله، تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشک‌سالی هواشناسی برای ایستگاه سینوپتیک شاهرود انجام شده است. با محاسبه بهترین تابع مفصل، ساخت مدل دومتغیره تأیید شده و احتمال وقوع و دوره‌های بازگشت وقایع خشک‌سالی به‌دست آمده است. همچنین، پارامتر تابع مفصل برگزیده، با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی کرم شب‌تاب و بیگ بنگ-بیگ کرانچ بهینه شده است.

### مواد و روش‌ها

ایستگاه سینوپتیک شاهرود، واقع در استان سمنان، در طول جغرافیایی ۵۴ درجه و ۵۸ دقیقه شرقی و عرض جغرافیایی ۳۶ درجه و ۲۵ دقیقه شمالی واقع شده است و ارتفاعی معادل ۱۳۲۵ متر از سطح دریا دارد. این شهرستان دارای تنوع اقلیمی (اقلیم گرم و خشک تا خیزی) است. داده‌های بارندگی ماهانه ایستگاه شاهرود در دوره آماری ۲۰۱۰-۱۹۵۱ از واحد آمار و اطلاعات اداره کل هواشناسی استان سمنان دریافت شد. شکل ۱، موقعیت جغرافیایی ایستگاه سینوپتیک شاهرود را نشان می‌دهد.

### تعیین شاخص بارندگی استاندارد شده و مشخصه‌های خشک‌سالی

از آنجا که شاخص SPI، یک شاخص مناسب در مطالعه خشک‌سالی‌ها شناخته می‌شود (هیز و همکاران، ۱۹۹۹)، از سری زمانی SPI بارندگی ماهانه به‌عنوان مبنای تعریف و محاسبه مشخصه‌های شدت و مدت خشک‌سالی استفاده شد. شدت خشک‌سالی به‌صورت جمع مقادیر کمبود بارندگی در زمان‌هایی که به‌طور متوالی بارندگی کمتر از آستانه قرار گیرد و مدت براساس تعداد ماه‌هایی که این کمبود اتفاق می‌افتد، تعریف می‌شود (میراکبری و گنجی، ۱۳۹۱). معادلات (۱) و (۲) به‌ترتیب SPI و شدت خشک‌سالی را تعریف می‌کنند:

$$SPI = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (1)$$

$$S = - \sum_{i=1}^D SPI_i \quad (2)$$

الگوریتم کرم شب‌تاب<sup>۱</sup> (FF) یکی از الگوریتم‌های هوش گروهی است که توسط یانگ (۲۰۰۹) ارائه گردیده است. الگوریتم بیگ بنگ-بیگ کرانچ<sup>۲</sup> (BB-BC) یکی از جدیدترین الگوریتم‌های فراکوشی می‌باشد که اولین بار توسط ارول و اکسین (۲۰۰۶) معرفی شد و از دو تئوری مشهور به نام تئوری انفجار بزرگ و انهدام بزرگ الهام گرفته شده است. عبیدی و همکاران (۲۰۱۶) برای تحلیل فراوانی دومتغیره خشک‌سالی ۶۰ ایستگاه آذربایجان شرقی، از سه تابع مفصل به نام‌های کلایتون، فرانک و گامبل استفاده کردند. برای برآورد پارامترهای تابع مفصل، از یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی (OBM) استفاده شد. عملکرد OBM با دو روش قراردادی به نام‌های روش مومنت (MOM) و روش تابع استنتاج (IFM) مقایسه شد. نتایج، برتری روش OBM را برای برآورد پارامترهای تابع مفصل نشان داد. از میان سه تابع مفصل بررسی‌شده، تابع مفصل گامبل برای مدل‌سازی مشخصه‌های خشک‌سالی منطقه مورد مطالعه انتخاب شد.

مطالعاتی که در زمینه بهینه‌سازی پارامتر تابع مفصل با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند انجام گرفته، به‌طور خلاصه به شرح زیر می‌باشند. سانگ و سینگ (۲۰۱۰) تحلیل فراوانی سه مشخصه شدت (S)، مدت (D) و فاصله زمانی بین دو تکرار خشک‌سالی (L) را با استفاده از تابع مفصل خانواده پلاکت مدل کردند. نتایج نشان داد که D و L از توزیع ویبول و S از توزیع گاما پیروی می‌کنند. آنها پارامتر تابع مفصل پلاکت را از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک (GA) محاسبه و نتایج آن را با روش حداکثر تابع درست‌نمایی نمالگاریتمی (LPLF) مقایسه کردند. نتایج نشان داد که GA از کارایی مطلوب‌تری جهت برآورد پارامترها برخوردار است.

با توجه به بررسی‌های صورت‌گرفته در پژوهش حاضر، اکثر تحقیقات پیرامون خشک‌سالی، به تحلیل یکی از مشخصه‌های خشک‌سالی پرداخته شده است (یویویچ، ۱۹۶۷؛ فریک و همکاران، ۱۹۹۰؛ تات و گوستارد، ۲۰۰۰؛ چانگ و سالاس، ۲۰۰۰؛ بوناکورسو و همکاران، ۲۰۰۳). با توجه به چند متغیره بودن پدیده خشک‌سالی، مطالعه چند متغیری راهکار بهتری به‌شمار می‌رود. از سوی دیگر، مطالعاتی که در زمینه بهینه‌سازی پارامتر تابع مفصل با

1- Firefly

2- Big bang-big crunch

معادله (۳) است که در آن  $s$  شدت خشک‌سالی؛  $\alpha$ ، پارامتر شکل؛  $\beta$ ، پارامتر نرخ؛ و  $\tau$  تابع گاما است.

$$f_S(s) = \frac{s^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} e^{-s/\beta}; s > 0 \quad (3)$$

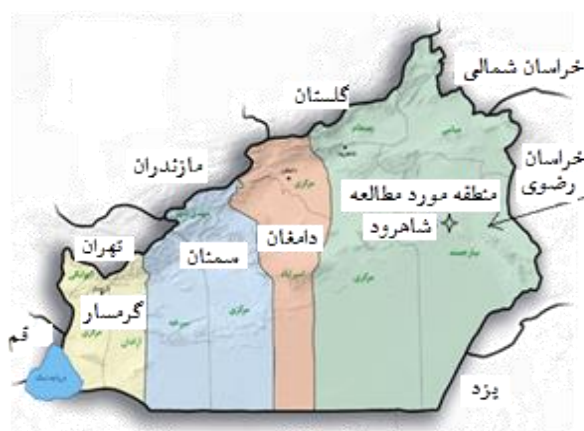
تابع چگالی احتمال توزیع نمایی به صورت معادله (۴) می‌باشد که در آن  $d$  مدت خشک‌سالی و  $\lambda$  پارامتر نرخ است. برای برآورد پارامتر این توابع توزیع از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است:

$$f_D(d) = \frac{1}{\lambda} * e^{-d/\lambda}; d > 0 \quad (4)$$

که  $x$  مقادیر بارش (میلی‌متر)؛  $\lambda$  میانگین بارش‌ها (mm)؛  $\sigma$  انحراف معیار مقادیر بارش (mm)؛  $S$  شدت خشک‌سالی و  $D$  مدت خشک‌سالی (ماه) می‌باشد.

### توزیع‌های تک‌متغیره تحلیل شدت و مدت خشک‌سالی

عموماً توزیع‌های حاشیه‌ای گاما و نمایی به ترتیب برای تحلیل آماری شدت و مدت خشک‌سالی استفاده می‌شوند (شیائو و شن، ۲۰۰۱؛ شیائو و همکاران، ۲۰۰۷؛ شیائو و مدرس، ۲۰۰۹). تابع چگالی احتمال توزیع گاما به صورت



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی ایستگاه سینوپتیک شاهرود



توزیع دومتغیره، تابع حاشیه‌ای از توزیع خاصی تبعیت کند. همچنین، مفصل‌ها قادر به تشریح همبستگی متغیرها در بخش‌های مختلف توزیع احتمال توأم می‌باشند، که این ویژگی در سایر روش‌های شبیه‌سازی متغیرهای تصادفی مشاهده نمی‌شود.

**قضیه اسکالار:** فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی وابسته، مانند مدت و شدت خشک‌سالی، با تابع توزیع دومتغیره  $F_{XY}$  و توابع حاشیه‌ای  $F_X$  و  $F_Y$  هستند. آنگاه تابع مفصل دومتغیره (C) به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود (نلسن، ۲۰۰۶):

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (5)$$

به دلیل اینکه برآزش همه توابع مفصل بر داده‌های این تحقیق و انتخاب مناسب‌ترین تابع از میان آنها امکان‌پذیر نیست؛ به همین جهت، برای تحلیل‌های دومتغیره، توابع مفصل کلاپتون، فرانک، گلامبوس، گامبل- هوگارد و پلاکت که در مطالعات هیدرولوژی مورد توجه بوده‌اند

### ضرایب همبستگی

از ویژگی‌ها و مزایای مهم استفاده از توابع مفصل در توزیع‌های چندمتغیره، این است که این توابع، همبستگی بین متغیرها را در نظر می‌گیرند و در واقع نیازی به استقلال متغیرها نیست. بنابراین، به منظور تعیین درجه همبستگی بین متغیرهای مورد مطالعه، روش‌های تاو-کندال و رو-اسپیرمن به کار گرفته می‌شوند.

### توابع مفصل

توابع مفصل، توابع توزیعی چندمتغیره را به توابع توزیعی حاشیه‌ای یک‌بعدی آنها اتصال می‌دهند و از طرف دیگر دارای حاشیه‌های یک‌بعدی یکنواخت در بازه [۰, ۱] می‌باشند؛ مفصل‌ها اصولاً قادر به ترکیب هر شکلی از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای می‌باشند. زیرا برای ساخت یک مدل چندمتغیره، توزیع‌های حاشیه‌ای می‌توانند به طور مستقل از هم انتخاب شوند و نیازی نیست مانند توابع

بهترین تابع مفصل مفید باشند. بدین صورت که تابع توزیعی که دارای بیشترین مقدار معیار NSE و کمترین مقدار معیارهای AIC و RMSE است، بهترین تابع توزیع شناخته می‌شود.

**احتمال وقوع توأم و شرطی**

با توجه به نتیجه بهترین توزیع دومتغیره، احتمال اینکه مقادیر شدت و مدت خشک‌سالی به‌طور هم‌زمان از حد معینی بیشتر شوند، طبق معادله (۹) قابل محاسبه است (شیائو، ۲۰۰۶):

$$P(D \geq d | S \geq s) = \frac{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_D(d)} \quad (9)$$

همچنین، احتمال وقوع یک متغیر در حالت فرضی تجاوز متغیر دیگر از آستانه خاص، طبق معادلات (۱۰) و (۱۱) قابل محاسبه می‌باشد (شیائو، ۲۰۰۶):

$$P(S \leq s | D \geq d) = \frac{F_S(s) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_D(d)} \quad (10)$$

$$P(D \leq d | S \geq s) = \frac{F_D(d) - C(F_D(d), F_S(s))}{1 - F_S(s)} \quad (11)$$

**دوره‌های بازگشت توأم و شرطی**

دوره بازگشت توأم شدت (S) و مدت (D) خشک‌سالی، برای دو مورد زیر تعریف شده است (شیائو، ۲۰۰۶). دوره بازگشت در حالت تجاوز هم‌زمان هر دو متغیر شدت و مدت خشک‌سالی از آستانه مورد نظر و دوره بازگشت در حالت تجاوز یکی از این دو متغیر از آستانه مورد نظر، به‌ترتیب در معادلات (۱۲) و (۱۳) ارائه شده‌اند:

$$D \geq d \text{ and } S \geq s \Rightarrow T_{DS} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} \quad (12)$$

$$D \geq d \text{ or } S \geq s \Rightarrow T'_{DS} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} \quad (13)$$

که L، فاصله زمانی بین شروع یک خشک‌سالی و شروع خشک‌سالی بعدی و E(L)، امید ریاضی فاصله زمانی دو خشک‌سالی متوالی می‌باشد. به‌عبارت دیگر، E(L)، میانگین

(میرعباسی و همکاران، ۲۰۱۲؛ فرخ‌نیا و مرید، ۱۳۸۷؛ عباسیان و ابریشم‌چی، ۱۳۹۳)، بر داده‌های شدت و مدت خشک‌سالی برازش داده شدند.

**تعیین توزیع احتمالاتی تجربی (مفصل تجربی)**

جفت‌های  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  سری‌های مشاهداتی دومتغیره را نمایش می‌دهند. احتمال تجربی توأم تجمعی هر جفت به‌صورت معادله (۶) محاسبه می‌شود:

$$F = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^i \sum_{l=1}^i N_{ml} \quad (6)$$

**برآورد پارامتر و آزمون نکویی برازش توابع مفصل**

هنگامی که تابع مفصل بر متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی برازش داده شود، هدف، شناسایی یک تابع مفصل مناسب و انتخاب پارامتر بهترین برازش است. از این‌رو، تابع لگاریتم درست‌نمایی برای برآورد تابع مفصل و انتخاب بهترین تابع توزیع دومتغیره به‌صورت معادله (۷) قابل محاسبه است:

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log(c(F_D(d), F_S(s))) = \sum_{i=1}^n \log(c(u, v)) \quad (7)$$

که n، تعداد داده‌ها؛  $F_D(d)$  و  $F_S(s)$ ، به‌ترتیب توابع توزیع متغیرهای مدت (D) و شدت (S) خشک‌سالی؛ و c، چگالی تابع مفصل است که از معادله (۸) محاسبه می‌شود (ژانگ و سانگ، ۲۰۱۲):

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (8)$$

علاوه بر بیشترین مقدار لگاریتم درست‌نمایی، سه معیار به نام‌های معیار اطلاعات آکائیک (AIC) (آکائیک، ۱۹۷۴)، مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) و خطای نش-ساتکلیف (NSE) (نش و ساتکلیف، ۱۹۷۰) نیز برای پنج تابع مفصل مذکور محاسبه شد (میرعباسی و همکاران، ۲۰۱۲).

در این پژوهش، نظیر برخی از تحقیقات گذشته (از جمله فرخ‌نیا و مرید، ۲۰۰۸؛ عباسیان و ابریشم‌چی، ۲۰۱۴)، ملاک انتخاب بهترین تابع توزیع دومتغیره، شاخص حداکثر لگاریتم درست‌نمایی است. اما، علاوه بر آن، معیارهای RMSE، NSE و AIC نیز می‌توانند در انتخاب

جذابیت یک کرم شب‌تاب  $\beta$  طبق معادله (۱۷) تعریف می‌شود که  $\beta_0$  مقدار جذابیت در مسافت صفر است:

$$\beta = \beta_0 * e^{-\gamma r^m} \quad (17)$$

که  $m$  یک عدد غیرمنفی بوده است؛ و  $m=0$ ، به این معنی است که میزان جذابیت در هر فاصله‌ای به یک اندازه است و هرچه مقدار  $m$  بیشتر باشد، نشان‌دهنده این است که با افزایش فاصله، از میزان جذابیت کرم شب‌تاب به مقدار بیشتری کاسته می‌شود ( $m$  هیچ‌گاه صفر نمی‌شود و مقدار آن را همیشه بزرگ‌تر از یک در نظر می‌گیرند).  $\gamma$ ، تابعی از موقعیت فضایی و عکس مجذور فاصله است. از این‌رو، توصیه می‌شود که پارامتر  $\Gamma$  طبق  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{r}}$  استفاده شود؛ زیرا این پارامتر به موقعیت فضایی وابسته نیست (یانگ، ۲۰۱۰). فاصله بین هر دو کرم شب‌تاب  $i$  و  $j$  در دو موقعیت  $X_i$  و  $X_j$  به صورت فاصله دکارتی طبق معادله (۱۸) محاسبه می‌شود:

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (18)$$

در این مرحله، شرط جذب به کار گرفته می‌شود  $(I(x_i, y_i) < I(x_j, y_j))$ ؛ یعنی کرم  $i$  به سمت بهترین (جذاب‌ترین) کرم  $j$  حرکت می‌کند. در هر مرحله، میزان جابه‌جایی کرم جذب‌شده  $i$  به سوی کرم شب‌تاب جذاب‌تر (روشن‌تر)  $j$  توسط معادله (۱۹) تعیین می‌شود:

$$\hat{x}_i = x_i + \beta_0 * e^{-\gamma r_{ij}^m} (x_j - x_i) + \alpha \varepsilon_i \quad (19)$$

طبق معادله (۱۹)، حرکت کرم‌های شب‌تاب از سه جزء تشکیل شده است: جزء اول،  $x_i$  موقعیت کنونی کرم شب‌تاب و  $\hat{x}_i$  موقعیت جدید آن است. جزء دوم، میزان جذب به سمت کرم شب‌تاب پرنورتر است و در جزء سوم،  $\varepsilon_i$  یک بردار تصادفی با توزیع یکنواخت یا گوسی می‌باشد.  $\gamma$  ضریب جذب نور و  $\alpha$  ضریب جهش شناخته می‌شود و می‌توان مقدار آن را در هر تکرار تغییر داد (کم کرد) تا الگوریتم به همگرایی برسد.

#### الگوریتم بهینه‌سازی بیگ بنگ - بیگ کرانچ

**فاز بیگ بنگ** - همانند گسترش جهان، هدف اصلی فاز بیگ بنگ در الگوریتم BB-BC خلق جمعیت اولیه است. جایگاه هر ورودی (جمعیت)، به طور تصادفی در کل فضای جستجو خلق شده است. هنگامی که منبع جمعیت خلق شد، با توجه به تابع هدف، ارزش (میزان برازندگی) هر فرد محاسبه می‌شود.

آل‌های فاصله زمانی مورد نظر است.

دوره‌های بازگشت شرطی می‌توانند به دو صورت تعریف شوند: دوره بازگشت مدت خشک‌سالی، هنگامی که شدت خشک‌سالی از یک مقدار مشخصی تجاوز کند و دوره بازگشت شدت خشک‌سالی، هنگامی که مدت خشک‌سالی از یک مقدار مشخصی تجاوز کند (معادلات (۱۴) و (۱۵)):

$$T D | S \geq s = \frac{T S}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{[1 - F_S(s)][1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))]} \quad (14)$$

$$T S | D \geq d = \frac{T D}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{[1 - F_D(d)][1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))]} \quad (15)$$

#### الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب

این الگوریتم، از رفتار نوردی کرم‌های شب‌تاب در طبیعت الگو گرفته است (یانگ، ۲۰۱۰). کارکرد سیستم نوردی کرم‌های شب‌تاب، عبارت است از: جذب سایر کرم‌های شب‌تاب برای جفت‌گیری و جذب شکار.

الگوریتم کرم شب‌تاب سه فرض اصلی دارد: (۱) تمام کرم‌های شب‌تاب تک‌جنسیتی هستند، و یک کرم شب‌تاب صرف‌نظر از جنسیت کرم شب‌تاب دیگر، جذب آن خواهد شد؛ (۲) در کرم شب‌تاب، جذابیت متناسب با روشنایی است و کرم شب‌تاب با روشنایی کمتر به کرم شب‌تاب با روشنایی بیشتر جذب خواهد شد و در نتیجه به سمت آن حرکت می‌کند؛ روشنایی و در نتیجه جذابیت کرم‌های شب‌تاب با افزایش فاصله آنها از هم، کاهش می‌یابد؛ و (۳) درخشندگی کرم‌های شب‌تاب با استفاده از تابع هدف تعیین می‌شود (یانگ، ۲۰۱۰).

جذابیت و شدت نور، دو مفهوم اساسی در الگوریتم کرم شب‌تاب هستند. جذابیت با روشنایی یا شدت نور آن تعریف می‌شود و شدت نور در یک مسئله بهینه‌سازی از تابع هدف به دست می‌آید و با مجذور فاصله نسبت عکس دارد (معادله (۱۶)) که  $I_0$  شدت نور اولیه؛  $r$  فاصله بین دو کرم شب‌تاب؛ و  $\gamma$  ضریب جذب نور می‌باشد:

$$I = I_0 * e^{-\gamma r^2} \quad (16)$$

میزان جذب کرم شب‌تاب با شدت نوری که از کرم‌های شب‌تاب اطراف ساطع می‌شود، متناسب است. مقدار



که  $C_p$ ، مقدار محاسباتی تابع مفصل پارامتری و  $C_e$ ، مقدار مشاهداتی احتمال از تابع مفصل تجربی است.

بهمنظور تحلیل خشک‌سالی هواشناسی شاهرود با استفاده از توابع مفصل و سپس بهینه‌سازی پارامتر بهترین تابع مفصل، مراحل زیر صورت گرفت: ۱- محاسبه شاخص SPI یک‌ماهه از داده‌های بارندگی ماهانه ایستگاه؛ ۲) محاسبه متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی هواشناسی و تعیین توزیع حاشیه‌ای مناسب (تأیید توزیع گاما برای شدت و توزیع نمایی برای مدت خشک‌سالی)؛ ۳) تعیین همبستگی میان دو مشخصه خشک‌سالی؛ ۴) انتخاب بهترین تابع مفصل برای ساخت مدل دومتغیره؛ ۵) محاسبه احتمال توأم و شرطی و دوره‌های بازگشت توأم و شرطی شدت و مدت خشک‌سالی؛ و ۶) بهینه‌سازی پارامتر تابع مفصل برگزیده با استفاده از الگوریتم‌های کرم شب‌تاب و بیگ بنگ- بیگ کرانچ.

### نتایج و بحث

با استفاده از نتایج SPI در مقیاس یک‌ماهه (شکل ۲)، مقادیر متغیرهای مدت و شدت ۵۹ سال دوره آماری به دست آمد. برخی از آمارهای مهم متغیرهای خشک‌سالی شاهرود در جدول ۱ آورده شده است. برای استفاده از توابع مفصل و تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشک‌سالی، ابتدا باید میان این دو متغیر همبستگی وجود داشته باشد. به همین جهت، با استفاده از ضرایب همبستگی کندال و اسپیرمن، همبستگی میان این دو متغیر مشخص شد. مقادیر این ضرایب همبستگی به ترتیب ۰/۴۵ و ۰/۵۶ به دست آمده است. بر طبق این مقادیر، هر دو ضریب همبستگی مثبت بودند؛ یعنی متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی بر هم اثر متقابل داشتند. بنابراین، می‌توان از توابع مفصل برای ساخت مدل دومتغیره استفاده کرد.

**فاز بیگ کرانچ** - توسط یک عملگر انقباضی، پس از فاز بیگ بنگ، اعمال می‌شود که طی آن با در نظر گرفتن میزان برزندگی و موقعیت فعلی هر داوطلب، پارامتری به دست می‌آید که آن را مرکز جرم می‌گویند. فاز بیگ کرانچ، یک عملگر همگراست که دارای تعداد زیادی ورودی و تنها یک خروجی است که به آن مرکز چگال می‌گویند. مرکز جرم، متوسط موقعیت داوطلب‌ها در فضای جستجو می‌باشد (معادله (۲۰)):

$$x_j^c = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f_i} x_j^i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f_i}} \quad (20)$$

که  $x_j^c$  مؤلفه زام مرکز جرم؛  $x_j^i$  مؤلفه زام جواب داوطلب نام؛  $f_i$ ، میزان برزندگی داوطلب نام؛  $N$ ، تعداد داوطلب‌ها (اندازه جمعیت) در فاز بیگ بنگ؛ و  $NT$ ، تعداد ابعاد مسئله می‌باشد.

موقعیت بعدی هر یک از جواب‌های داوطلب در تکرار بعدی را می‌توان با استفاده از معادله (۲۱) به دست آورد:

$$x_j^{i,new} = x_j^c + r \times \frac{(x_j^{max} - x_j^{min})}{k}, J = 1, 2, \dots, NT \quad (21)$$

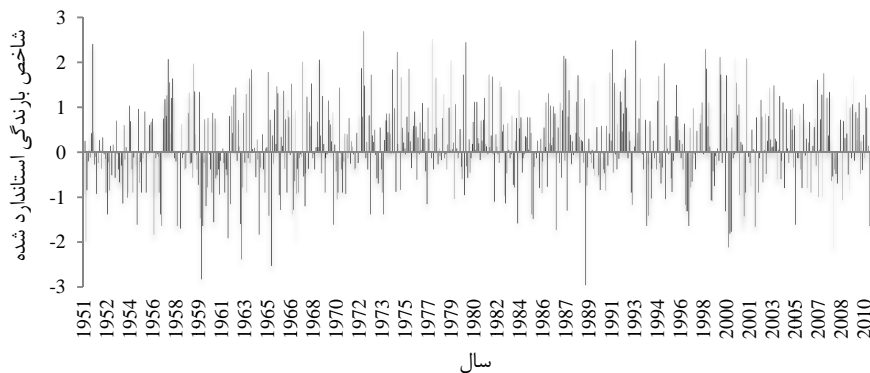
که  $x_j^{i,new}$  مقدار جدید مؤلفه زام داوطلب نام؛  $x_j^c$  مرکز جرم است که می‌توان در این رابطه به جای  $x_j^c$  از  $x_j^{best}$  (مؤلفه زام بهترین جواب در تکرار فعلی) استفاده کرد؛  $r$ ، عددی تصادفی با توزیع نرمال با میانگین ۱- و انحراف استاندارد ۱،  $k$ ، گام تکرار؛ و  $x_j^{max}$  و  $x_j^{min}$  به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار مجاز متغیر  $x$  است.

در هر دو الگوریتم، پارامتر وابستگی (تابع هدف) را می‌توان با استفاده از RMSE از معادله (۲۲) استخراج کرد:

$$S_L(\theta) = \min \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [C_p(i) - C_e(i)]^2} \quad (22)$$

جدول ۱- برخی آمارهای مهم مدت و شدت خشک‌سالی‌های مشاهده شده در ایستگاه شاهرود

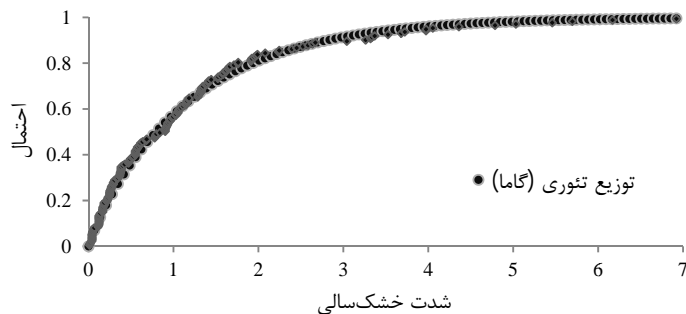
متغیر	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار	ضریب چولگی
مدت (ماه)	۱	۸	۱/۹۸	۱/۴۰	۱/۸۴
شدت (بی‌بعد)	۰/۰۱	۶/۹۲	۱/۱۹	۱/۳۰	۱/۹۵



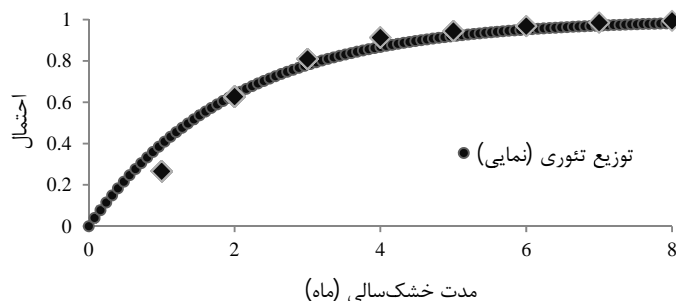
شکل ۲- سری زمانی شاخص SPI ماهانه در ایستگاه سینوپتیک شاهرود از سال ۱۹۵۱ تا ۲۰۱۰

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، اگرچه مقدار معیار NSE برای تابع مفصل فرانک، از مقدار متناظر آن برای تابع مفصل گلامبوس بهتر شده است؛ اما اختلاف ناچیزی بین این اعداد وجود دارد. از طرفی، بیشترین مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی متعلق به تابع مفصل گلامبوس است. به عبارت دیگر، مقدار پارامتر بهینه‌ای که تابع لگاریتم درست‌نمایی را حداکثر می‌کند، متعلق به تابع مفصل گلامبوس است و می‌تواند به‌عنوان نماینده نهایی برای ایجاد توزیع دومتغیره خشک‌سالی انتخاب شود.

پس از برازش تابع توزیع نمایی و گاما به ترتیب بر داده‌های متغیر مدت و شدت خشک‌سالی و برآورد پارامترها به روش حداکثر درست‌نمایی، مقدار پارامتر شکل  $(\alpha)$  و نرخ  $(\beta)$  توزیع گاما به ترتیب  $0.8422$  و  $1/416$  و مقدار پارامتر نرخ  $(\gamma)$  توزیع نمایی  $0.5058$  محاسبه شده است. شکل‌های ۳ و ۴ نشان‌دهنده توزیع تجربی و توزیع تئوری متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی می‌باشند. مقدار پارامتر  $\theta$ ، برآورد شده به روش حداکثر درست‌نمایی، برای هر یک از توابع مفصل مذکور، به همراه مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی و مقادیر RMSE، AIC و NSE در جدول ۲ ارائه شده است.



شکل ۳- توزیع‌های تجربی و گامای شدت خشک‌سالی‌های ایستگاه سینوپتیک شاهرود



شکل ۴- توزیع‌های تجربی و نمایی مدت خشک‌سالی‌های ایستگاه سینوپتیک شاهرود

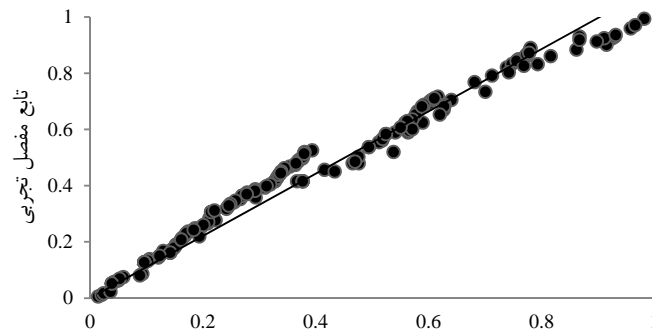


جدول ۲- مقادیر پارامتر  $\theta$ ، تابع حداکثر لگاریتم درست‌نمایی، RMSE، AIC و NSE برای توزیع‌های تابع مفصل

توزیع	پارامتر $\theta$	Log-likelihood function	RMSE	AIC	NSE
Clayton	۰/۹۴	-۴۷۵/۷۹	۰/۰۹	۹۵۳/۵۷	۰/۸۷
Frank	۵/۷۴	-۴۴۹/۲۰	۰/۰۷	۹۰۰/۴۱	۰/۹۴
Galambos	۱/۲۴	-۴۴۳/۸۲	۰/۰۶۸	۸۸۹/۶۴	۰/۹۳
Gumbel-Huggard	۱/۹۴	-۴۴۴/۰۸	۰/۰۷	۸۹۰/۱۵	۰/۹۳
Plackett	۸/۶۷	-۴۵۲/۴۹	۰/۰۷	۹۰۶/۹۹	۰/۹۲

در شکل ۵، نمودار تابع مفصل تجربی بر حسب تابع مفصل نظری گلامبوس ارائه شده است. این شکل، ۴۵ درجه تطابق مناسبی دارند.

نشان‌دهنده آن است که نقاط موجود در این نمودار با خط



تابع مفصل تئوری گلامبوس

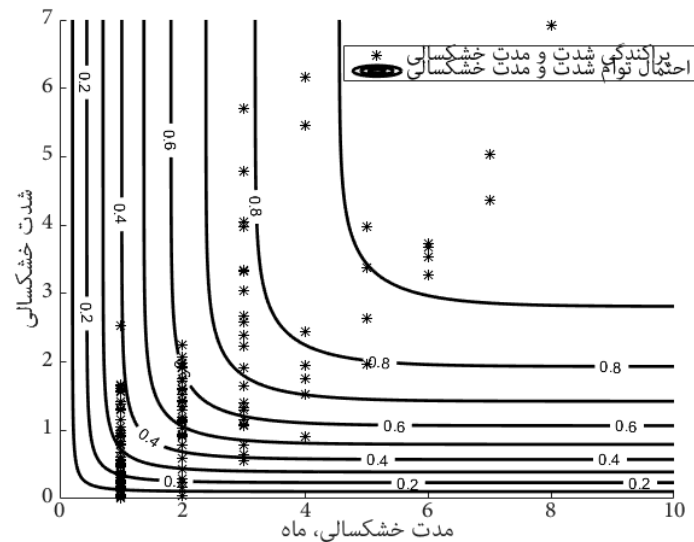
شکل ۵- تابع مفصل تجربی بر حسب تابع مفصل تئوری گلامبوس برای ایستگاه سینوپتیک شاهرود

باشد، مقدار  $T_{D|S \geq s}$  ۲۶۹۸۷۱/۶ سال خواهد بود (شکل ۱۰). نتایج نشان می‌دهد که هرچه مدت خشک‌سالی و شدت متناظر با آن بیشتر باشد، دوره‌های بازگشت توأم و شرطی بیشتر است.

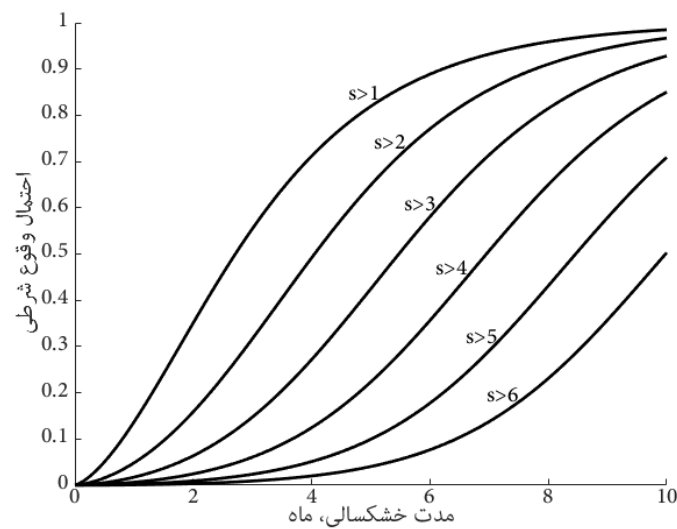
در تحقیق حاضر، پارامتر توابع مفصل ( $\theta$ ) از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) محاسبه شد. علاوه بر این، از دو الگوریتم بهینه‌سازی FF و BB-BC نیز برای بهینه‌کردن پارامتر تابع مفصل گلامبوس استفاده گردید. الگوریتم FF، با تعداد جمعیت اولیه ۵۰، تعداد حلقه تکرار ۱۰۰۰۰ و مقادیر  $\gamma$ ،  $\beta_0$  و  $\alpha$  به ترتیب برابر ۱، ۰/۵ و ۰/۹۵ اجرا شد. الگوریتم BB-BC با تعداد جمعیت اولیه ۱۰۰ و تعداد حلقه تکرار ۱۰۰۰ اجرا شد. پارامتر تابع مفصل گلامبوس در محدوده (۰،∞) است؛ اما در این الگوریتم‌ها، کمترین حد (LB) و بیشترین حد (UB) به ترتیب صفر و ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. جدول ۳، مقادیر پارامتر بهترین تابع مفصل را برای ایستگاه شاهرود با استفاده از سه روش MLE، FF و BB-BC نشان می‌دهد.

احتمالات توأم و شرطی و دوره‌های بازگشت توأم و شرطی شدت و مدت خشک‌سالی، برای بهبود مدیریت سیستم‌های منابع آب تحت شرایط خشک‌سالی استفاده می‌شوند. به‌منظور رعایت اختصار، در این مقاله فقط نتایج بیشترین مدت خشک‌سالی ایستگاه شاهرود (۸ ماه) و با شدت متناظر ۶/۹۲ ارائه شده است. چنانچه محاسبه احتمال توأم وقوع خشک‌سالی با شدت بیش از ۶/۹۲ و مدت بیش از ۸ ماه مدنظر باشد، احتمال وقوع توأم  $P(D \geq d, S \geq s)$  برابر ۰/۰۳۸ خواهد بود (شکل ۶).

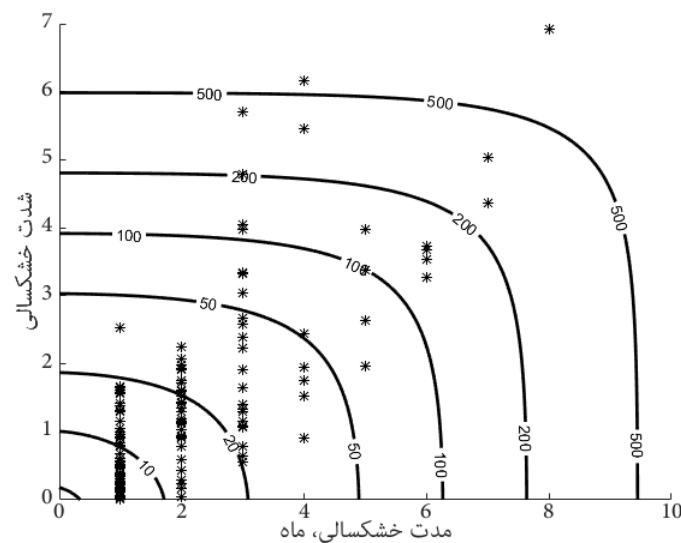
چنانچه محاسبه احتمال برای مدت خشک‌سالی کمتر از ۸ ماه به شرط آنکه شدت بیشتر از ۶/۹۲ مدنظر باشد، احتمال وقوع شرطی  $P(D \leq d | S \geq s)$  این حالت برابر ۰/۰۷۳ خواهد بود (شکل ۷). نتایج نشان می‌دهد که هر چه مدت خشک‌سالی و شدت متناظر با آن بیشتر باشد، احتمال توأم و شرطی کمتر است. طبق محاسبات، دوره‌های بازگشت  $(D \geq 8 \text{ و } S \geq 6.92)$  و  $(D \geq 8 \text{ و } S \geq 6.92)$  یا ۸ به ترتیب برابر ۱۱۰۶/۴۷ و ۲۳۶/۲۱ سال خواهد بود (شکل‌های ۸ و ۹). چنانچه دوره بازگشت شرطی مدت ۸ ماه و شرط شدت بیشتر از ۶/۹۲ مدنظر



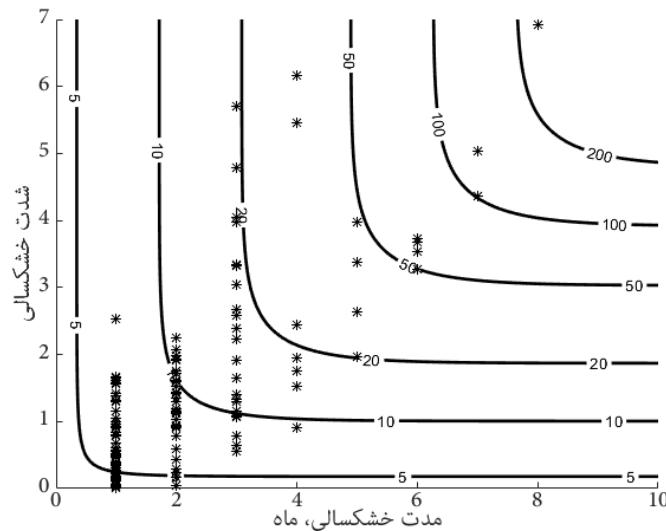
شکل ۶- احتمال وقوع توأم و پراکندگی شدت و مدت خشک‌سالی ایستگاه سینوپتیک شاهرود



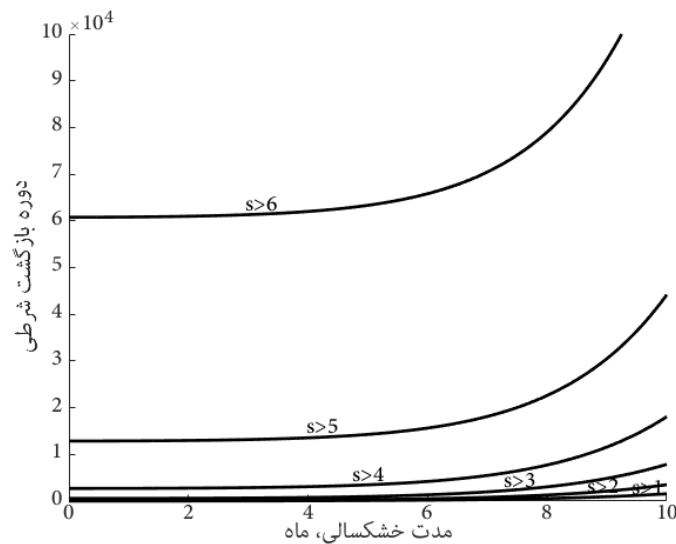
شکل ۷- احتمال وقوع شرطی مدت خشک‌سالی برای مقادیر مختلف شدت ( $P(D \leq d | S \geq s)$ )



شکل ۸- دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشک‌سالی ایستگاه شاهرود (در حالت  $D \geq d$  and  $S \geq s$ )



شکل ۹- دوره بازگشت توأم شدت و مدت خشکسالی ایستگاه شاهرود (در حالت  $D \geq d$  or  $S \geq s$ )



شکل ۱۰- دوره بازگشت شرطی مدت خشکسالی به ازای مقادیر مختلف شدت برای ایستگاه شاهرود ( $T_{D|S \geq s}$ )

جدول ۳- مقادیر پارامتر تابع مفصل دومتغیره برگزیده با سه روش MLE، FF و BB-BC

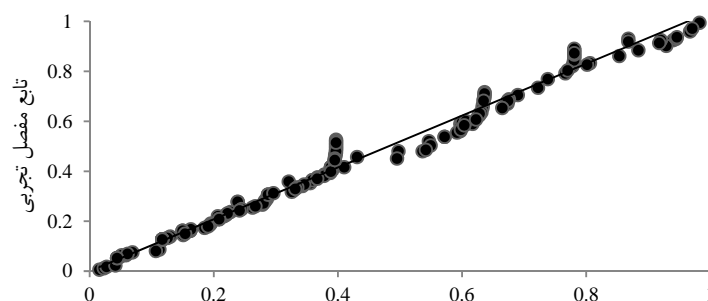
شدت و مدت		روش‌های برآورد پارامتر	تابع مفصل برگزیده	ایستگاه
RMSE	پارامتر $\theta$			
۰/۰۶۸	۱/۲۴	MLE	گالامبوس	شاهرود
۰/۰۴۰۸۸	۵/۶۳۳۲	FF		
۰/۰۴۰۹	۵/۶۳۳۶	BB-BC		

متعلق به خروجی الگوریتم‌های FF و BB-BC است. به‌منظور نشان‌دادن برازش خوب تابع مفصل گالامبوس بر مقادیر متغیرهای شدت و مدت خشکسالی، نمودار تابع مفصل تجربی نسبت به تابع مفصل تئوری (گالامبوس) براساس سه روش MLE، FF و BB-BC ترسیم شد (شکل‌های ۵، ۱۱ و ۱۲). نتایج نشان می‌دهد که نقاط

جدول ۳ نشان می‌دهد که برای ایستگاه شاهرود، پارامتری که روش MLE را بهینه کرد، نیز مقدار تابع هدف (RMSE) را ۰/۰۶۸ برآورد کرد. در صورتی که الگوریتم‌های FF و BB-BC مقدار تابع هدف را تقریباً به‌طور یکسان و برابر با ۰/۰۴۰۹ برآورد کردند. بنابراین، مقدار بهینه پارامتری که تابع هدف را حداقل می‌کند،

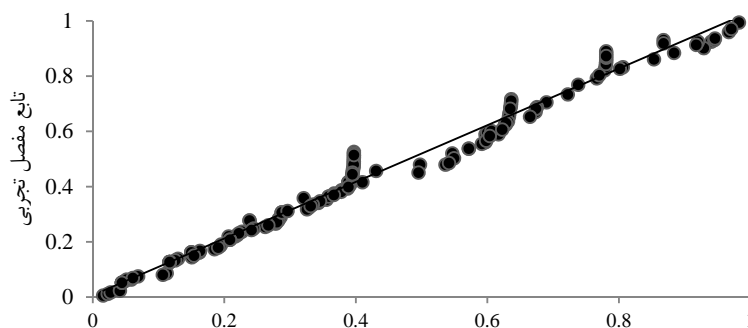
گلامبوس بر متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی براساس کاربرد الگوریتم‌های FF و BB-BC است.

موجود در این نمودارها، حول خط ۴۵ درجه هستند. اما از میان این سه روش، برازش خوب تابع مفصل نظری



تابع مفصل تئوری گلامبوس براساس روش الگوریتم کرم شب تاب

شکل ۱۱- تابع مفصل تجربی بر حسب تابع مفصل تئوری گلامبوس براساس روش الگوریتم FF برای ایستگاه شاهرود



تابع مفصل تئوری گلامبوس براساس روش الگوریتم بیگ-بنگ-بیگ کرانچ

شکل ۱۲- تابع مفصل تجربی بر حسب تابع مفصل تئوری گلامبوس براساس روش الگوریتم BB-BC برای ایستگاه شاهرود

بازگشت شرطی این حالت،  $269871/6$  سال می‌باشد. در این سه روش برای بهینه‌سازی پارامتر تابع مفصل، مقدار بهینه پارامتری که تابع هدف (RMSE) حداقل شد ( $0/0409$ )، متعلق به خروجی الگوریتم‌های کرم شب‌تاب و بیگ-بنگ-بیگ کرانچ می‌باشد. این مقدار نسبت به خروجی روش حداکثر درست‌نمایی ( $0/068$ )، خطای کمتری را در برآورد پارامترها داشت. بنابراین، الگوریتم‌های هوشمند جواب بهتری را ارائه داده‌اند. به همین جهت، می‌توان چنین استنباط کرد که اطلاعات حاصل از توابع مفصل و الگوریتم‌های هوشمند مورد استفاده، شناخت نسبتاً دقیقی از ماهیت خشک‌سالی منطقه را قبل از وقوع، در اختیار مسئولین قرار می‌دهد تا با مدیریت سیستم‌های منابع آب و همچنین در زمان وقوع خشک‌سالی با عکس‌العمل مناسب، خسارت‌ها را به حداقل ممکن برسانند.

مقایسه نتایج تحقیق حاضر با تحقیق سانگ و سینگ (۲۰۱۰) نشان داد که به‌کارگیری الگوریتم‌های هوشمند (GA، FF و BB-BC) نسبت به روش MLE برای تخمین پارامتر تابع مفصل موجب بهبود نتایج گردید.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشک‌سالی هواشناسی ایستگاه شاهرود در دوره آماری ۲۰۱۰-۱۹۵۱، با استفاده از تابع مفصل انجام شد و پارامتر تابع هدف برگزیده، توسط سه روش مقایسه گردید. نتایج نشان داد که چنانچه محاسبه احتمال توأم وقوع خشک‌سالی با مدت ۸ ماه و با شدت متناظر  $6/92$  مدنظر باشد، احتمال وقوع توأم و شرطی به‌ترتیب برابر  $0/038$  و  $0/073$  خواهد بود و دوره‌های بازگشت ( $T_{DS}$  و  $T'_{DS}$ ) به‌ترتیب برابر  $1106/47$  و  $236/21$  سال خواهند بود. دوره

- Journal of Geophysical Research. 108(D2): 4067.
12. Ekanayake E. and Perera K. 2014. Analysis of drought severity and duration using copulas in Anuradhapura, Sri Lanka. *British Journal of Environment and Climate Change*. 4(3): 312-327.
13. Erol O. K. and Eksin I. 2006. A new optimization method: Big Bang-Big Crunch. *Advances in Engineering Software*. 37: 106-111.
14. Frick D. M. Bode D. and Salas J. D. 1990. Effect of drought on urban water supplies. I: Drought analysis. *ASCE, Journal of Hydraulic Engineering*. 116(6): 733-753.
15. Hayes M. J. Svoboda M. D. Wilhite D. A. and Vanyarkho O. V. 1999. Monitoring the 1996 drought using the standardized precipitation index. *Bulletin of American Meteorological Society*. 80(3): 429-438.
16. Mirabbasi R. Fakheri-Fard A. and Dinpashoh Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*. 108(1-2): 191-206.
17. Nash J. E. and Sutcliffe J. V. 1970. River flow forecasting through conceptual models. 1. A discussion of principles. *Journal of Hydrology*. 10: 282-290.
18. Nelsen R. B. 2006. An introduction to copulas. New York: Springer. 272 p.
19. Serinaldi F. Bonaccorso B. Cancelliere A. and Grimaldi S. 2009. Probabilistic characterization of drought properties through copulas. *Physics and Chemistry of the Earth*. 34(10-12): 596-605.
20. Shiau J. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*. 20(5): 795-815.
21. Shiau J. T. and Modarres R. 2009. Copula-based drought severity-duration frequency analysis in Iran. *Journal of Applied Meteorology*. 16(4): 481-489.
22. Shiau J. T. and Shen H. W. 2001. Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity. *Journal of Water Resources Planning and Management*. 127(1): 30-40.
23. Shiau J. T. Feng S. and Nadarajah S. 2007. Assessment of hydrological droughts for the Yellow River, China, using copulas. *Hydrological Processes Journal*. 21: 2157-2163.
24. Sklar A. 1959. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, 8: 229-231.
25. Song S. and Singh V. P. 2010. Frequency analysis of droughts using the Plackett
- منابع
۱. عباسیان م. ص. و ابریشم‌چی ا. ۱۳۹۳. مقایسه تحلیل چندمتغیره با تحلیل تک‌متغیره برای وقایع خشکسالی با استفاده از توابع مفصل. هشتمین کنگره ملی مهندسی عمران، ۱۷-۱۸ اردیبهشت، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل.
۲. فرخ‌نیا ا. و مرید س. ۱۳۸۷. تحلیل شدت و مدت خشکسالی با استفاده از توابع مفصل. چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، اردیبهشت، دانشگاه تهران، ۸ ص.
۳. میراکبری م. و دودانگه ا. ۱۳۹۵. تحلیل چندمتغیره شدت-مدت- فراوانی خشکسالی هیدرولوژیک در حوزه آبخیز گیلوان با استفاده از کاپولا. نشریه منابع آب و توسعه. ۱۳: ۷۹-۹۱.
۴. میراکبری م. و گنجی آ. ۱۳۹۱. تحلیل دومتغیره مشخصه‌های شدت و مدت خشکسالی هواشناسی مطالعه موردی استان کرمانشاه. *مجله پژوهش آب ایران*. ۶: ۱۷-۲۵.
5. Abdi A. Hassanzadeh Y. Talatahari C. Fakheri-Fard A. and Mirabbasi R. 2016. Parameter estimation of copula functions using an optimization-based method. *Theoretical and Applied Climatology*. 129: 21-32.
6. Akaike H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 19(6): 716-723.
7. Bonaccorso B. Bordi I. Cancelliere A. Rossi G. and Sutera A. 2003. Spatial variability of drought: An analysis of the SPI in Sicily. *Water Resources Management*. 17(4): 273-296.
8. Chen L. Singh V. P. Guo Sh. Mishra A. K. and Guo J. 2013. Drought analysis based on copulas. *ASCE, Journal of Hydrologic Engineering*. 18: 797-808.
9. Chung C. H. and Salas J. D. 2000. Drought occurrence probabilities and risks of dependent hydrologic processes. *ASCE, Journal of Hydrologic Engineering*. 5(3): 259-268.
10. Cisty M. Celar L. and Becova A. 2015. Application of copulas in analysis of drought and irrigation. *The 9<sup>th</sup> International Conference on Advanced Engineering Computing and Applications in Sciences*, Bratislava, Slovakia. pp. 101-105.
11. De Michele C. and Salvadori G. 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas.

- copula and parameter estimation by genetic algorithm. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 24: 783-805.
26. Tate E. T. and Gustard A. 2000. Drought definition: A hydrological perspective. PP. 23-48. In: Vogt J. J. and Somma F. (Eds.), *Drought and Drought Mitigation in Europe*, Kluwer, Dordrecht.
  27. Tosunoglu F. and Can I. 2016. Application of copulas for regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts in Turkey. *Natural Hazards*. 82: 1457-1477.
  28. Yang X. 2010. *Natural- inspired metaheuristic algorithms*. Second edition, University of Cambridge, Luniver Press, UK. 160 p.
  29. Yang X. S. 2009. Firefly algorithms for multimodal optimization. In: Watanabe O., Zeugmann T. (Eds.), *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications. SAGA 2009. Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin.
  30. Yang X. S. 2010. *Engineering optimization: An introduction with meta-heuristic applications*. New York: Wiley Interscience. 377 p.
  31. Yevjevich V. 1967. An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts. *Hydrologic Paper No. 23*, Colorado State University, Fort Collins. 25 p.
  32. Zhang L. and Singh V. P. 2012. Bivariate rainfall and runoff analysis using entropy and copula theories. *Entropy*. 14: 1784-1812.