

## استفاده از مدل فازی مقیاس‌شده برای شبیه‌سازی نفوذ آب به خاک

مرضیه خرمی، بیژن قهرمان<sup>1</sup> و کامران داوری

کандید دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه فردوسی مشهد: [Khorami.ma@gmail.com](mailto:Khorami.ma@gmail.com)

استاد گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد: [bijangh@um.ac.ir](mailto:bijangh@um.ac.ir)

استاد گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد: [K.davary@um.ac.ir](mailto:K.davary@um.ac.ir)

دریافت: 98/11/28 و پذیرش: 99/4/25

### چکیده

بررسی فرآیند نفوذ آب به خاک جزء مراحل اصلی و مهم از حرکت آب در خاک است و از این رو مورد توجه پژوهشگران مختلف قرار گرفته است. با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی می‌توان نفوذ آب به خاک را با در نظر گرفتن تغییرپذیری و عدم قطعیت در پارامترهای مؤثر شبیه‌سازی کرد. در این پژوهش، مدل فازی مقیاس‌شده برای شبیه‌سازی نفوذ آب به خاک غیراشباع ارائه شده است. برای این منظور، مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به گونه‌ای انجام شد تا بتوان شبکه آموزشی فازی و متعاقب آن دسته قواعد فازی را برای گستره وسیع‌تری از خاک‌ها بدست آورد. استخراج قواعد فازی با استفاده از شبکه‌های آموزشی بزرگ ساخته شده از حل عددی معادله ریچاردز مقیاس شده انجام شد. مدل فازی مقیاس‌شده برای شرایط مرزی مشخص قادر به شبیه‌سازی جریان برای تمامی خاک‌ها با مقدار پارامتر شکل ( $n$ ) مشخص می‌باشد. مقایسه نتایج مدل فازی و حل عددی معادله ریچاردز نشان داد که مدل فازی به خوبی امکان شبیه‌سازی نفوذ آب در خاک غیراشباع را فراهم می‌کند (مقدار NRMSE بین 3% تا 4/5%) و مدل فازی مقیاس‌شده قادر به شبیه‌سازی گستره وسیعی از خاک‌های مختلف با مقدار پارامتر شکل ( $n$ ) مشخص می‌باشد (مقدار NRMSE بین 1/2% تا 1/5%). مدل فازی مقیاس‌شده به گونه‌ای اصلاح شد تا بتواند با یک سری دستورات فازی برای محدوده متغییری از پارامتر شکل ( $n$ ) نیز کارآمد باشد.

واژه‌های کلیدی: جریان غیر اشباع، فرآیند نفوذ، معادله ریچاردز، مدل هیدروس

<sup>1</sup> نویسنده مسئول، آدرس: مشهد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده کشاورزی، گروه مهندسی آب.

## مقدمه

شبیه‌سازی حرکت آب در خاک یکی از مهمترین دغدغه‌های پژوهشگران در چند دهه‌ی اخیر بوده است. فرآیند نفوذ آب به خاک یکی از مهمترین و پرکاربردترین مراحل در جریان آب در خاک است. برای شبیه‌سازی نفوذ مدل‌های تجربی و نظری زیادی توسعه پیدا کرده است (فیلیپ (1969)، گرین-امپت (1911)، هولتان (1961)، هورتون (1940) و کاستیاکو (1932)). اما به علت پیچیدگی‌های موجود در جریان غیر اشباع مدل‌های تجربی از کارایی کمتری برخوردار هستند. معادله ریچاردز (1931) متداول‌ترین معادله در شبیه‌سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع است و با استفاده از معادله دیفرانسیل جزئی (PDE) که به کمک الگوریتم مناسب حل می‌شود، می‌تواند حرکت غیر یکنواخت آب در محیط غیر همروند در شرایط چند بعدی خاک را شبیه‌سازی کند. بنابراین حل عددی معادله ریچاردز، با توجه به کارایی آن برای بازه گسترده شرایط مختلف، مرکز توجه پژوهشگران مختلف قرار گرفته است.

با این وجود، تعداد زیاد پارامترهای مورد نیاز برای حل عددی معادله ریچاردز و تغییرپذیری شدید آن‌ها در فواصل مکانی و زمانی مختلف، به بیان دیگر وجود عدم قطعیت در برآورد پارامترهای مورد نیاز، حل عددی برآوردی تخمینی از واقعیت است. علاوه بر آن، بسیاری از این پارامترها به صورت غیر خطی شدید در مدل تاثیر گذارند که این امر ایجاد خطا را در اثر تغییرات جزئی این پارامترها افزایش می‌دهد. در تمام روش‌های ذکر شده پارامترهای ورودی به عنوان اعداد خشک (غیر فازی) و بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدل‌ها لحاظ می‌شوند، در نتیجه کاربرد این مدل‌ها در شرایط واقعی بسیار محدود است.

با توجه به موارد ذکر شده در ارتباط با عدم قطعیت موجود در پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک، پیچیدگی‌های موجود در حل عددی و مشکلات کاربرد این شیوه در مدل‌سازی حرکت آب در خاک در حوضه‌های بزرگ، توجه پژوهشگران به سایر نگرش‌های دیگر جلب شده است. ارائه روشی که بتواند حرکت آب در خاک را به شیوه‌ای کارآمدتر و آسان‌تر شرح دهد و عدم قطعیت موجود در پارامترها را به عنوان یک مولفه لاینفک بپذیرد ضروری به نظر می‌رسد.

سیستم‌های فازی را می‌توان به خوبی برای مدل سازی عدم قطعیت در پدیده‌های موجود در جهان به کار

برد (اوزکان و تورکسن، 2014). تئوری فازی به وسیله زاده (1965) معرفی شد و به سرعت در علوم مختلف از جمله مهندسی گسترش یافت. در بررسی حرکت آب در خاک از رویکرد فازی به شیوه‌های متفاوت استفاده شده است. در رویکرد اول، به منظور بررسی تاثیر عدم قطعیت پارامترهای معادله ریچاردز بر شبیه‌سازی جریان آب در خاک با روش‌های عددی، برخی از محققین از قوانین مجموعه‌های فازی استفاده کرده و با تبدیل پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک به اعداد فازی، معادله ریچاردز را برای سطوح دلخواه عدم قطعیت پارامترهای موثر اجرا کردند (شولز و هو 1997، شولز و هو 1999، ورما و همکاران 2009 و خرمی و قهرمان 1396). نتایج این پژوهش‌ها نشان از همبستگی بالا بین عدم قطعیت در پارامترهای ورودی (پارامترهای هیدرولیکی خاک) و عدم قطعیت در برآورد شدت جریان آب در خاک دارد.

در رویکرد دوم، مدل‌های فازی برای شبیه‌سازی جریان آب در خاک از قوانین فازی که توسط مجموعه‌های آموزشی بزرگ استخراج شده‌اند استفاده می‌کنند (باردوسی و دیس (1993)، باردوسی و همکاران (1995) و خرمی و همکاران (1398)). در این پژوهش‌ها مدل‌های فازی بر اساس مجموعه‌های بزرگ آموزشی تولید شده بر پایه حل عددی معادله ریچاردز آموزش دیده شده است و پس از استخراج قواعد مدل‌های فازی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند و نتایج نشان از کارایی بالا مدل‌های فازی با توجه به تعداد بسیار کمتر پارامترهای موثر و زمان کوتاه‌تر در شبیه‌سازی دارد. در پژوهش‌های اولیه (باردوسی و دیس (1993) و باردوسی و همکاران (1995)). مدل فازی برای بافت خاک مشخص ارائه شده است و مدل فازی قادر به شبیه‌سازی در شرایط تغییر پارامترهای هیدرولیکی خاک نمی‌باشد. خرمی و همکاران (1398)، مدل فازی را به منظور شبیه‌سازی نفوذ آب به خاک غیر اشباع گسترش دادند، به نحوی که مدل قادر به شبیه‌سازی جریان برای سه بافت خاک با پارامترهای هیدرولیکی کاملاً متفاوت باشد. اما برای این که مدل فازی بتواند برای بافت خاک‌های مختلف در شرایط تغییر در پارامترهای هیدرولیکی کاربرد داشته باشد، باید دسته قواعد مجزایی برای هر بافت خاک (با توجه به تغییر پارامترهای هیدرولیکی) استخراج شود و با توجه به تغییرات زیاد در تعداد پارامترهای هیدرولیکی خاک تعداد دسته قواعد بسیاری باید شکل گیرد. مقیاس‌سازی روش مناسبی به منظور کاهش تعداد دسته قواعد فازی است.

مقیاس‌سازی در واقع تبدیل چند محیط متشابه به یک محیط با ایجاد یک تغییر در تعریف مقیاس محورهای

<sup>1</sup> Partial Differential Equation

مجموعه دستورات فازی برای مدل سازی نفوذ آب به خاک شود.

### مواد و روش‌ها

در این پژوهش مدل فازی برای شبیه‌سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع با در نظر گرفتن فرایند نفوذ ارائه شده است. برای رسیدن به یک مدل فازی مراحل تولید شبکه آموزشی (training set)، استخراج قواعد فازی و صحت سنجی مدل فازی باید انجام پذیرد. مدل فازی مورد بررسی بر اساس شبکه آموزشی بزرگ تولید شده از حل عددی معادله ریچاردز (1931) استخراج شده است. معادله ریچاردز در حالت یک بعدی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (1)$$

که در آن  $\theta$  درصد رطوبت حجمی خاک،  $h$  مکش آب خاک،  $K$  هدایت هیدرولیکی غیر اشباع خاک،  $t$  زمان و  $z$  عمق خاک (مثبت در جهت بالا) می‌باشد. مشخصات هیدرولیکی خاک با استفاده از مدل ون گنوختن-معلم (1980) تعریف شده است:

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |ah|)^n} & h < 0 \\ \theta_s & h > 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$K(h) = K_s Se^{1 - \left[ 1 - (1 - Se^{\frac{1}{m}})^m \right]^2} \quad (3)$$

$$S_e = [1 + (\alpha h)^n]^{-m} \quad (4)$$

که در آن  $S_e$  اشباع مؤثر نسبی،  $\theta_s$  رطوبت حجمی اشباع خاک،  $\theta_r$  رطوبت باقیمانده،  $K_s$  هدایت آبی اشباع و  $n$  و  $m$  پارامترهای تجربی می‌باشند. مدل Hydrus یک مدل پیشرفته در ارتباط با حرکت آب، املاح و گرما در خاک می‌باشد که توسط سیمونک و همکاران در آزمایشگاه شوری خاک آمریکا ارائه شده است (2006). در این پژوهش برای حل معادله ریچاردز از این مدل کامپیوتری استفاده شده است.

به منظور تولید داده برای مجموعه‌های آموزشی، معادله ریچاردز برای گستره وسیعی از شرایط اولیه و مرزی حل می‌شود. شرایط توزیع رطوبت اولیه به گونه‌ای در نظر گرفته شد که تمام حالت‌های ممکن پوشش داده شود. شرط مرزی بالایی، نفوذ ثابت از سطح خاک در کل زمان شبیه‌سازی و شرایط مرزی پایینی زهکشی آزاد در نظر گرفته شد. مدل عددی برای مقادیر بزرگ جریان (به مراتب بزرگتر از هدایت هیدرولیکی اشباع) از سطح خاک اجرا شد.

در شرایطی که از مقیاس سازی استفاده نشود، مدل فازی، باید به گونه‌ای طراحی شود که بتواند شار آب

زمان و مکان است. این شیوه در علوم خاک با این هدف توسعه پیدا کرد که بتوان از روی تشابه بین دو محیط، ابتدا با در اختیار داشتن ویژگی‌های یک محیط، ویژگی‌های محیط دیگر را تخمین زد و نهایتاً به یک حل عمومی برای معادله ریچاردز دست یافت به طوری که بتوان آن را برای همه خاک‌ها گسترش داد. اولین گام‌ها در این راستا توسط میلر و میلر (1956) برداشته شد. دو محیط متشابه دارای درجه تخلخل برابر و دارای منافذ و ذرات دو به دو متشابه خواهند بود. با ارائه مفهوم محیط‌های متشابه، میلر و میلر (1956) مفهوم "جریانهای متشابه" را با مقیاس‌سازی معادلات داری و پیوستگی مطرح نمودند. محققین زیادی پس از نظریه میلرها، برای کاربردی ساختن روش مقیاس‌سازی، تعاریف مختلفی از محیط‌های متشابه ارائه کردند (واریک و همکاران (1977)، سیمونز و همکاران (1979)، ووگل و همکاران (1991) و کوزوگی و هاپمنز (1998)). در همه روش‌های ذکر شده، تشابه خاک به تشابه در شکل توابع هیدرولیکی وابسته است. صادقی و قهرمان (1389) نشان دادند که تشابه خاک‌ها لزوماً منجر به برابری عوامل مقیاس به دست آمده از منحنی مشخصه و تابع هدایت هیدرولیکی غیر اشباع نمی‌شود.

روش‌های مقیاس‌سازی در دو حوزه متفاوت در علوم خاک به کار گرفته شده است. کاربرد اول آن، برای کاهش تعداد پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی جریان غیر اشباع در خاک می‌باشد که از طریق استفاده از عامل مقیاس نسبت به یک منحنی پایه انجام می‌پذیرد (واریک و همکاران، 1977، ووگل و همکاران، 1991، آهوچاو ویلیامز، 1991، شوسه و موهتی، 1998، تولی و همکاران، 2001، صادقی و همکاران، 1389، قهرمان و همکاران، 1390الف، شلوتر و همکاران 2012). کاربرد دوم، مقیاس‌سازی معادله ریچاردز می‌باشد. مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به منظور دستیابی به حل‌های عمومی و مستقل از خاک صورت می‌گیرد، به گونه‌ای که بتوان از یک حل منفرد برای خاک‌های مختلف استفاده کرد. رویکردهای متعددی برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز ارائه شده است (ریچارد و همکاران، 1972، واریک و آموزگار -فرد، 1979، واریک و همکاران، 1985، ووگل و همکاران، 1991، واریک و حسین، 1993، صادقی و همکاران، 2011).

در این پژوهش هدف ما مقیاس‌سازی معادله ریچاردز به گونه‌ای است که بتوان یک شبکه آموزشی فازی و متعاقب آن دسته قواعد فازی را برای گستره وسیع‌تری از خاک‌ها بدست آورد. بنابراین فرض اساسی این است که مقیاس‌سازی می‌توان منجر به کم شدن تعداد

شرایط مرزی و اولیه به صورت زیر مقیاس خواهند شد:

$$(14)$$

$$\begin{aligned} \text{Initial condition: } h^*(z^*, 0) &= h_i^* = \alpha h_i \\ \text{Surface Boundary Condition: } h^*(0, t^*) &= q_0^* = q_0 / K_s \\ \text{Bottom Boundary Condition: } h^*(\infty, t^*) &= h_i = \alpha h_i \end{aligned}$$

تمامی پارامترهایی که با علامت \* نمایش داده شده‌اند به صورت مقیاس شده پارامترهای معرفی شده قبلی هستند.

همان طور که در روابط 11 تا 14 مشخص است، در روش مقیاس‌سازی پیشنهاد شده 3 پارامتر  $(n, h_i^*, q_0^*)$  در معادله مقیاس شده باقی می‌مانند و می‌توانند نتایج شبیه‌سازی نفوذ را تغییر دهند. یعنی این روش می‌تواند با توجه به شرایط مرزی و اولیه مشخص، برای خاک‌هایی که دارای مقدار پارامتر شکل معادله وانگنختن ( $n$ ) مشابه هستند، حل یکسان ارائه کند. با استفاده از این روش مقیاس‌سازی تمامی خاک‌ها با مقدار مشخص از پارامتر شکل (با تغییر دیگر پارامترهای هیدرولیکی) در یک حل جای خواهند گرفت و به این صورت می‌توان شبکه آموزشی و به دنبال آن دسته قواعد فازی استخراج شده را به مراتب کاهش داد.

برای این منظور تغییرات پارامتر شکل در خاک‌های مختلف بررسی شد، مقادیر مختلفی که برای این پارامتر گزارش شده از 1/05 تا 3 متغیر است (خرمی و قهرمان، 1396). در این پژوهش شبکه آموزشی و قواعد فازی برای 3 مقدار متفاوت از این پارامتر استخراج شد. به این صورت که با مقدار مشخصی از  $n$  و شرایط اولیه و مرزی ذکر شده در بالا شبکه آموزشی استخراج شد. برای حل معادله مقیاس شده ریچاردز و بدست آوردن شبکه آموزشی، از نرم افزار Hydrus استفاده شد. مقادیر پارامترهای هیدرولیکی مقیاس شده که به نرم افزار داده شد در جدول شماره 1 ارائه شده است.

با تغییر مقادیر پارامتر شکل و رطوبت اولیه خاک، شبکه‌های آموزشی بزرگ برای استخراج قواعد فازی تولید می‌شود. در واقع هر شبکه آموزشی تولید شده برای یک مقدار مشخص از پارامتر شکل (دسته خاک‌هایی با مقادیر مختلف  $\theta_s, \theta_r, \alpha, K_s$  که مقدار  $n$  یکسان دارند) با تغییر در مقادیر رطوبت اولیه خاک تولید شده و در ادامه قواعد فازی مورد نظر برای تمام خاک‌ها با مقدار پارامتر شکل مشابه استخراج می‌شود.

در خاک برای هر بافت خاک شبیه‌سازی کند، بنابراین باید شبکه آموزشی برای هر بافت خاک به طور مجزا تولید شود و متناظر با آن مجموعه دستورات فازی استخراج گردد. در نهایت شبکه آموزشی شامل رطوبت‌های بی‌بعد (درصد رطوبت حجمی تقسیم بر درصد رطوبت اشباع خاک  $(\theta^*)$ ) و مقدار شار بین دو سلول مجاور خاک برای هر بافت خاک مشخص به دست می‌آید. در اینجا مدل فازی  $(FM^1)$  با سه دسته قواعد مجزا، برای بافت‌های خاک کاملاً متفاوت (شن، لوم و رس) ارائه و ارزیابی شد. مشخصات کامل و جزئیات مربوط به چگونگی استخراج قواعد و ساخت مدل فازی در پژوهش خرمی و همکاران (1398) ارائه شده است.

همان طور که در بخش مقدمه ذکر شد هدف ما در این پژوهش کم کردن تعداد مجموعه دستورات فازی و امکان کارایی یک مدل فازی با یک سری مجموعه دستورات برای بافت‌های خاک متفاوت است و برای رسیدن به این هدف از مقیاس‌سازی استفاده کردیم. شرایط مرزی به صورت فلاکس ثابت از سطح خاک در طول زمان شبیه‌سازی و زهکشی آزاد از انتهای ستون خاک و شرایط اولیه به صورت رطوبت‌های متغیر (در حالت‌های رطوبت ثابت در کل پروفیل، کاهشده و افزایشده با عمق) در ستون خاک برای شبیه‌سازی و ساخت شبکه آموزشی در نظر گرفته شد.

$$\begin{aligned} \text{Initial condition: } h(z, 0) &= h_i \\ \text{Surface Boundary Condition: } h(0, t) &= q_0 \\ \text{Bottom Boundary Condition: } h(\infty, t) &= h_i \end{aligned} \quad (5)$$

چنانچه پارامترهای مقیاس به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$h^* = \alpha h \quad (6)$$

$$\theta^* = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (7)$$

$$K^* = \frac{K}{K_s} \quad (8)$$

$$z^* = \alpha z \quad (9)$$

$$t^* = \frac{\alpha K_s t}{\theta_s - \theta_r} \quad (10)$$

معادله ریچاردز مقیاس شده و توابع هیدرولیکی به این صورت به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( -K^* \frac{\partial h^*}{\partial z^*} - K^* \right) \quad (11)$$

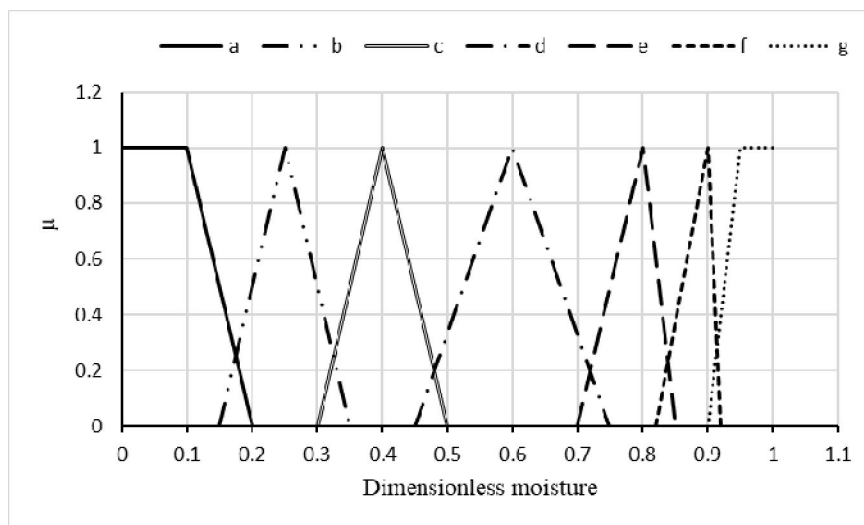
$$\theta^* = [1 + (h^*)^n]^m \quad (12)$$

$$K^* = \theta^{*0.5} \left[ 1 - (1 - \theta^{*1/m})^m \right]^2 \quad (13)$$

<sup>1</sup> Fuzzy Model

جدول 1- پارامترهای هیدرولیکی وارد شده به معادله مقیاس شده ریچاردز

$\theta_s$	$\theta_r$	$\alpha$	$K_s$
1	0	1	1



شکل 1- اعداد فازی رطوبت بی‌بعد. a تا g به ترتیب: رطوبت بی‌بعد نزدیک به باقی مانده، رطوبت بی‌بعد خیلی کم، رطوبت بی‌بعد کم، رطوبت بی‌بعد متوسط، رطوبت بی‌بعد زیاد، رطوبت بی‌بعد خیلی زیاد، رطوبت بی‌بعد نزدیک به اشباع است.

گرفته و نتایج قابل قبولی به ثبت رسیده است (فارتینگ و اوگدن، 2017). بنابراین نتایج بدست آمده از دو مدل فازی FM و SFM را با نتایج حل عددی مقایسه می‌کنیم. هدف از این مقایسه، بررسی میزان اختلاف دو مدل به عنوان معیار خشک (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها) است. فرض بر این است که مقدار خطا در برآورد مدل فازی در محدوده قابل قبول باشد، به این صورت که مدل عددی به عنوان مرجع مقایسه در نظر گرفته می‌شود. برای ارزیابی مدل فازی، 10 درصد از شبکه آموزشی تولید شده با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز که در تولید قواعد به کار برده نشد، در ارزیابی مدل فازی مورد استفاده قرار گرفت.

آزمون مدل فازی مقیاس شده به این شکل صورت می‌گیرد که ورودی مدل رطوبت‌های بدون بعد به صورت اعداد غیر فازی و خروجی مدل مقدار جریان بین دو سلول مجاور خاک به صورت اعداد غیر فازی خواهد بود. پروسه‌ای که در داخل مدل رخ می‌دهد به این شرح می‌باشد:

در ابتدا مدل فازی مقیاس شده با توجه به مقدار پارامتر شکل (تنها پارامتر هیدرولیکی باقی مانده در مدل مقیاس شده) وارد مجموعه دستورات فازی مربوطه می‌شود، سپس کل داده‌های ورودی به صورت سلول‌های دو به دو مجاور بررسی می‌شوند. به این صورت که

روش کار به این صورت بود که در ابتدا ساخت شبکه آموزشی فازی و استخراج قواعد برای مقدار مشخصی از پارامتر شکل انجام شد. سه شبکه آموزشی مجزا برای مقادیر n برابر با 1/2، 1/5 و 2 ساخته شد. مقادیر فلاکس اعمال شده از سطح خاک به گونه‌ای در نظر گرفته شد که در زمان شبیه‌سازی بخشی از پروفیل خاک به حالت اشباع برسد و بخشی از خاک در حالت غیر اشباع باقی بماند تا بررسی دقت پیش‌بینی مدل برای تمام حالات رطوبتی ممکن باشد (برابر با 1/1 در نظر گرفته شد). مقادیر رطوبت اولیه ( $h^*$ ) نیز به گونه‌ای انتخاب شد که تمام حالات رطوبتی ممکن پوشش داده شود. مدل فازی مقیاس شده (SFM<sup>1</sup>) با در نظر گرفتن تکیه‌گاه مناسب برای مجموعه‌های فازی ورودی (رطوبت‌های اولیه مقیاس شده) با 7 کلاس رطوبتی (شکل شماره 1) و متعاقب آن 49 قانون فازی استخراج شد. بنابراین سه دسته قواعد فازی برای سه مقدار متفاوت از پارامتر شکل بدست آمد. هر دسته از قواعد برای تعداد بیشماری بافت خاک که فقط مقدار پارامتر شکل در آنها یکسان باشد صادق خواهد بود.

پس از ساخت مدل فازی و اجرای آن باید از دقت نتایج مدل آگاهی پیدا کرد. دقت خروجی مدل ریچاردز با نتایج اندازه‌گیری به دفعات مورد ارزیابی قرار

<sup>1</sup> Scaled Fuzzy Model

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{N}} \quad (15)$$

$$NRMSE = \left[ \frac{RMSE}{\max(O_i) - \min(O_i)} \right] * 100 \quad (16)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (|O_i - P_i|) \quad (17)$$

$$ME = \max(|O_i - P_i|)_{i=1}^n \quad (18)$$

که در این معادلات،  $O_i$  مقدار مشاهده شده (خروجی حل عددی)،  $P_i$  مقدار پیش بینی شده (خروجی مدل فازی)، متوسط مقدار مشاهدات و  $N$  تعداد داده های به کار رفته می باشند.  $NRMSE$  مقدار خطای تخمین را به صورت نسبتی از تفاضل بین حداکثر و حداقل مقادیر اندازه گیری نشان می دهد و به صورت درصد ارائه شده است (وو و منسر، 2009). مقادیر به دست آمده از  $MAE$  میانگین خطای شبیه سازی در مدل فازی را در مقایسه با حل عددی نشان می دهد و برای مشخص شدن حداکثر اختلاف بین این دو مدل معیار حداکثر خطا ( $ME$ ) نیز محاسبه شده است که در بهترین حالت مقدار صفر دارد.

### نتایج و بحث

به منظور بررسی کارایی مدل فازی ( $FM$ )، نتایج خروجی مربوط به شار، در ستون خاک در گام های زمانی مختلف از مدل فازی و عددی استخراج شد. برای تمام بافت های خاک مورد بررسی، 10 درصد از شبکه آموزشی تولید شده در بخش استخراج قواعد مورد استفاده قرار نگرفته و برای بخش صحت سنجی مدل در نظر گرفته شده است. شبیه سازی برای هر سه بافت خاک با شار ثابت از سطح خاک ( $q_0 = 0.2 \text{ cm/min}$ ) صورت گرفته است، نتایج برای تمام حالات رطوبتی شامل ثابت در پروفیل خاک، افزایش و کاهش با عمق بود که شامل حدود 7000 سلول داده برای هر بافت خاک بوده است. نتایج پارامترهای آماری در جدول شماره 2 ارائه شده است.

رطوبت نسبی لایه  $i$  و لایه  $i+1$  بررسی می شود تا مشخص گردد که دو سلول مجاور شامل کدام دستور فازی مقیاس شده می شود. با مشخص شدن دستور صادق برای دو سلول مورد بررسی، جریان به صورت یک عدد فازی بین لایه  $i$  و لایه  $i+1$  بدست می آید. سپس درجه عضویت مقادیر رطوبت نسبی لایه  $i$  و لایه  $i+1$  با توجه به اعداد فازی تعریف شده برای مقادیر رطوبت نسبی به دست می آید. با استفاده از روش ممدانی درجه عضویت برای جریان خروجی برای آن دستور مورد نظر محاسبه می شود.

بنابراین خروجی تست مدل فازی مقیاس شده به صورت جریان به صورت فازی مقیاس شده بین لایه  $i$  و لایه  $i+1$  و درجه عضویت مربوط به هر جریان خواهد بود. به منظور امکان مقایسه خروجی مدل فازی با نتایج مدل عددی، باید اعداد جریان به صورت غیر فازی تبدیل شود. جریان بین هر دو سلول مجاور از میانگین وزنی تک تک خروجی ها به دست می آید.

در واقع تفاوت بین مدل فازی مقیاس شده و مدل فازی کلاسیک در بخش ورودی مدل و انتخاب مجموعه دستورات فازی بر اساس مقدار پارامتر شکل به تنهایی و نه واری کردن تمام پارامترهای هیدرولیکی خاک است که کمک بزرگی در راستای کم کردن تعداد مجموعه دستورات فازی و کوچک تر شدن مدل فازی مقیاس شده در مقایسه با مدل فازی کلاسیک برای گستره وسیع تری از خاک ها خواهد بود (برای مشاهده جزئیات استخراج قواعد و ساخت مدل فازی به پژوهش خرمی و همکاران، 1398 مراجعه کنید).

برای بررسی صحت برآورد مدل فازی از ملاک های آماری مجذور میانگین مربعات خطا  $RMSE$ ، میانگین مطلق خطا  $MAE$ ، حداکثر خطا  $ME$  و مجذور میانگین مربعات خطا نرمال شده  $NRMSE$  استفاده شد که در روابط 15 تا 18 ارائه شده است.

جدول 2- معیارهای درستی تخمین با مدل فازی ( $FM$ ) در شبیه سازی شار آب در خاک

Soil type	RMSE(cm/min)	NRMSE(%)	MAE(cm/min)	ME(cm/min)
Loam soil	0.0063	3.137	0.00061	0.086
Sand soli	0.009	4.51	0.001	0.141
Silt soil	0.006	3.016	0.0006	0.102

محاسبه پارامترهای آماری تمام داده های مربوط به عمق 0 تا 100 سانتی متری خاک و کل زمان شبیه سازی 120 دقیقه مؤثر بوده است.

نتایج پارامترهای آماری برای کلاس های مختلف خاک نشان می دهد که دقت شبیه سازی شار جریان بین سلول های خاک در مدل فازی قابل قبول است. در

گرفته شده است. مقادیر شار بررسی شده در کل پروفیل خاک با فواصل 1 و در 5 گام زمانی استخراج شده است (در هر گام زمانی 100 مقدار شار بین سلول خاک و گام‌های زمانی مقیاس شده 6، 12، 18، 24 و 30). فلاکس ثابت از سطح خاک در حالت مقیاس شده برابر با  $q_0 = 1.1 \text{ cm/min}$  بود. با توجه به بررسی در حالت مقیاس شده تمام اعداد بی بعد می‌باشند.

به منظور بررسی کارایی مدل فازی مقیاس شده (SFM)، نتایج خروجی مربوط به شار مقیاس شده، در ستون خاک از مدل فازی و عددی استخراج شد. پارامترهای آماری برای بررسی میزان تطابق نتایج مدل فازی با مدل عددی برای سه مقدار مختلف از پارامتر شکل محاسبه شد (جدول شماره 3). شرایط هیدرولیکی خاک با مقدار مشخصی از پارامتر شکل تعیین می‌شود، زمان مقیاس شده 30، عمق مورد بررسی 100 در نظر

جدول 3- معیارهای درستی تخمین با مدل فازی مقیاس شده (SFM) در شبیه‌سازی شار آب در خاک

مدل فازی با مقدار n	RMSE	NRMSE(%)	MAE	ME
1.2	0.0138	1.378	0.0012	0.242
1.5	0.0204	1.248	0.003	0.1
2	0.0172	1.552	0.0019	0.269

رو به رو هستیم این است که تغییرات در مقدار پارامتر شکل برای یک بافت خاک نیز اتفاق می‌افتد و باید این مسئله بررسی شود که آیا با تغییر جزئی در مقدار پارامتر شکل مجموعه دستورات فازی قادر به شبیه‌سازی قابل قبولی از نفوذ نخواهند بود. برای مشخص شدن کارایی مدل فازی مقیاس شده در چنین شرایطی از مجموعه دستورات فازی استخراج شده برای مقدار پارامتر شکل  $1/5$  به منظور تست شرایط نفوذ آب به خاکی با مقدار پارامتر شکل  $1/56$  (نزدیک به پارامتر شکل در ساخت مجموعه فازی) و همچنین خاک‌هایی با پارامتر شکل متفاوت تر ( $1/4$ ،  $1/6$  و  $1/7$ ) استفاده شد. برای این منظور مدل فازی تولید شده بر اساس پارامتر شکل برابر با  $1/5$  و مدل عددی، برای خاک‌هایی با مقادیر پارامتر شکل متفاوت ( $1/4$ ،  $1/56$ ،  $1/6$  و  $1/7$ ) اجرا شدند. شرایط مرزی نفوذ آب با فلاکس ثابت از سطح خاک و زهکشی آزاد از انتهای ستون خاک در نظر گرفته شد. شرایط اولیه هم به صورت رطوبت افزاینده با عمق در نظر گرفته شد، زمان شبیه‌سازی 30 و عمق 100 در نظر گرفته شد (به صورت مقیاس شده و بی بعد). پس از اجرای دو مدل فازی مقیاس شده و عددی، نتایج با پارامترهای آماری ذکر شده در بخش قبل مورد ارزیابی قرار گرفت. جدول شماره 4 مقادیر پارامترهای آماری در شرایط متفاوت را نشان می‌دهد.

با مقایسه اعداد پارامترهای آماری در جدول شماره 3 (مدل فازی مقیاس شده) با جدول شماره 2 (مدل فازی کلاسیک)، مشخص می‌شود که مدل فازی در حالت مقیاس شده به مراتب مقادیر NRMSE کمتری گزارش کرده است. مقادیر این پارامتر آماری برای مدل فازی کلاسیک بین  $3/01$  تا  $4/5$  درصد بر اساس بافت خاک متفاوت متغیر بود (جدول شماره 2)، اما برای حالت مقیاس شده اعداد این پارامتر بین  $1/25$  تا  $1/55$  درصد متغیر است (بر اساس مقدار n متفاوت). این نشان دهنده این امر است که علاوه بر این که مدل فازی مقیاس شده از نتایج قابل قبول و مقدار خطای کم در مقایسه با مدل عددی برخوردار است، نتایج پارامترهای آماری آن نسبت به مدل فازی کلاسیک نیز ارتقاء پیدا کرده است. علت بهبود نتایج و تطابق بیشتر مدل فازی مقیاس شده با مدل عددی ریچاردز را می‌توان در کم‌تر شدن بازه تغییرات اعداد به دلیل مقیاس شدن آن‌ها دانست.

بنابراین هدف کلی ما در کاهش تعداد مجموعه دستورات فازی با استفاده از روش مقیاس‌سازی به خوبی برآورده شده است و می‌توان با استفاده از یک سری مجموعه دستورات فازی مقیاس شده، نفوذ آب به خاک را برای تعداد بیشماری خاک با مقادیر متفاوتی از  $\theta_s$ ،  $\theta_r$ ،  $K_s$  و  $\alpha$  شبیه‌سازی کرد.

مدل فازی مقیاس شده برای مقدار دقیقی از پارامتر شکل تولید شده است. اما مسئله‌ای که در واقعیت با آن

جدول 4- معیارهای درستی تخمین با مدل فازی مقیاس شده (SFM) در شبیه‌سازی شار آب در خاک با n برابر با 1/5

خاک با مقدار n	RMSE	NRMSE(%)	MAE	ME
1.4	0.0376	3.266	0.008	0.498
1.56	0.0196	1.783	0.0019	0.305
1.6	0.0302	2.75	0.004	0.42
1.7	0.0354	3.524	0.005	0.45

علاوه بر تغییر مقادیر رطوبت اولیه، مقدار پارامتر شکل نیز در بازه مشخصی متغیر است. بازه تغییرات در پارامتر شکل برای بافت‌های خاک مختلف بین 1/05 تا 3 می‌باشد که امکان مدل‌سازی کل این مقادیر در یک مجموعه دستورات فازی وجود ندارد. بنابراین می‌توان مجموعه دستورات فازی را برای محدوده‌های مختلف از پارامتر شکل ارائه کرد. در این پژوهش سه سری دستورات فازی برای مقدار پارامتر شکل در سه دسته کاملاً متفاوت به این صورت تعریف شد: دسته اول پارامتر شکل بین 1/1 تا 1/2، دسته دوم بین 1/5 تا 1/7 و دسته سوم بین 2/4 تا متغیر بود. مراحل انجام کار شامل ساخت شبکه آموزشی، استخراج قواعد فازی و تست مدل فازی مقیاس شده اصلاح شده<sup>1</sup> (ASF<sub>M</sub>) مطابق روش ذکر شده در بخش قبل انجام شد. برای تست مدل فازی مقیاس شده اصلاح شده از سناریوهای مختلف شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف پارامتر شکل و مقادیر مختلف رطوبت‌های اولیه استفاده شد. مقایسه نتایج خروجی مدل فازی مقیاس شده اصلاح شده، با مقادیر حل عددی مقیاس شده برای مقادیر مختلف n به صورت زیر به دست آمد:

نتایج جدول شماره 5 نشان از کارایی بالای مدل در شبیه‌سازی نفوذ در خاک‌هایی با مقادیر متفاوت از مقدار پارامتر شکل (در محدوده مربوط به استخراج قواعد)، با یک سری دستورات فازی است. مقدار NRMSE بدست آمده برای هر سه مجموعه دستورات فازی (برای سه دسته مقدار پارامتر شکل)، در مقایسه با جدول شماره 4 کمتر می‌باشد و نشان دهنده این امر است که آموزش دستورات فازی با مقادیر مختلف پارامتر شکل در مدل فازی مقیاس شده اصلاح شده (ASF<sub>M</sub>) را قادر می‌سازد تا برای گستره وسیع‌تری از خاک‌ها با یک سری مجموعه دستورات فازی کارآمد باشد و حجم محاسبات را کاهش می‌دهد. بنابراین، مدل نهایی (ASF<sub>M</sub>)، قادر است نفوذ آب در خاک را در شرایط غیر اشباع برای بازه

با مقایسه اعداد جدول 3 و 4 مشخص می‌شود که تغییر اندک در مقدار پارامتر شکل تأثیر زیادی در درستی تخمین مدل فازی مقیاس شده ندارد اما وقتی مقدار جریان برای خاک‌هایی با مقدار پارامتر شکل متفاوت از مقدار n که دستورات مدل فازی با آن استخراج شده است شبیه‌سازی می‌شود، درستی نتایج کاهش پیدا می‌کند. مدل فازی با مقدار n برابر با 1/5 آموزش دیده شده بود (training)، وقتی مقدار پارامتر شکل تغییر اندکی می‌کند (1/56) دقت مدل فازی تغییر زیادی ندارد (NRMSE از میزان 1/25 درصد (جدول شماره 3) به 1/78 درصد (جدول شماره 4) افزایش پیدا کرده است). اما با بیشتر شدن اختلاف مقدار پارامتر شکل از مقدار 1/5 دقت نتایج کاهش می‌یابد (مقدار NRMSE از 1/25 به 3/52 درصد افزایش پیدا کرده است) که نشان دهنده اهمیت مقدار پارامتر شکل در آموزش قواعد فازی است. نتایج نشان می‌دهد که کمتر یا بیشتر بودن مقدار پارامتر شکل از عدد 1/5 تأثیری در دقت مدل فازی ندارد و صرفاً اختلاف بین مقادیر پارامتر شکل در خاک مورد بررسی و پارامتر شکل که قواعد فازی با آن استخراج شده است باعث کاهش دقت مدل فازی مقیاس شده در شبیه‌سازی جریان در خاک می‌شود. بنابراین مشخص شد که مدل فازی مقیاس شده قادر به شبیه‌سازی خاک‌هایی با محدوده پارامتر شکل مشابه می‌باشد.

به منظور برطرف کردن این محدودیت و بهبود مدل فازی مقیاس شده، راهکار جدیدی ارائه شد. ارتقاء مدل به این صورت انجام گرفت که محدوده‌ای برای مقدار پارامتر شکل در بخش ساخت شبکه آموزشی و استخراج قواعد فازی در نظر گرفته شد. به این صورت که در ساخت شبکه آموزشی در بخش قبل تنها با تغییر در مقدار رطوبت اولیه سناریوهای مختلف ایجاد شد و شبکه آموزشی برای استخراج قواعد فازی تولید شد. در این مرحله علاوه بر تغییر در مقادیر رطوبت اولیه، مقدار پارامتر شکل نیز به صورت جداگانه تغییر داده شد تا بتوان یک مدل فازی با توانایی مدل سازی بازه‌ای از پارامتر شکل تولید کرد، بنابراین در هر شبکه آموزشی تولید شده

<sup>1</sup> Adjusted Scaled Fuzzy Model



وسیع‌ی از خاک‌ها با در نظر گرفتن مقدار پارامتر شکل به طور قابل قبولی شبیه‌سازی کند.

جدول 5- معیارهای درستی تخمین با مدل فازی مقیاس شده اصلاح شده (ASFM) در شبیه‌سازی شار آب در خاک

مدل فازی با بازه پارامتر n	مقدار پارامتر n در تست مدل	RMSE	NRMSE(%)	MAE	ME
1.1-1.2	1.1	0.0138	1.376	0.0012	0.242
	1.15	0.0156	1.557	0.0014	0.294
	1.2	0.0142	1.43	0.0015	0.264
1.5-1.7	1.5	0.009	1.02	0.0007	0.09
	1.6	0.0204	1.85	0.0022	0.305
	1.7	0.0152	1.38	0.0026	0.188
	2	0.019	1.71	0.0032	0.305
2-2.4	2.2	0.0187	1.7	0.0031	0.267
	2.4	0.011	1.01	0.0018	0.125

### نتیجه‌گیری

(SFM)، هر مجموعه دستورات فازی برای تمامی خاک‌ها با مقدار پارامتر شکل (n) یکسان کارایی دارد. با توجه به مقیاس‌سازی انجام شده در ساخت قواعد فازی برای SFM، نتایج شبیه‌سازی جریان آب در خاک بهبود پیدا کرد (مقادیر NRMSE بین 1/25 تا 1/55 درصد، جدول شماره 3). در نهایت ASFM برای شرایطی که مقدار پارامتر شکل در بازه مشخصی متغیر باشد کارآمد بود و استفاده از یک مجموعه دستورات فازی برای آن امکان پذیر شد. نتایج مقایسه ASFM با مدل عددی مقادیر NRMSE بین 1 تا 1/85 درصد را ارائه کرد (جدول شماره 5). بنابراین استفاده از مقیاس‌سازی امکان کاهش تعداد مجموعه دستورات فازی و گسترش مدل فازی برای خاک‌های مختلف را فراهم کرد.

در این پژوهش سه مدل فازی (FM)، مدل فازی مقیاس‌شده (SFM) و مدل فازی مقیاس‌شده اصلاح شده (ASFM) ارائه و مورد ارزیابی قرار گرفت. به منظور استخراج قواعد فازی از مجموعه‌های آموزشی بزرگ ساخته شده بر اساس حل عددی معادله ریچاردز برای گستره وسیعی از شرایط مختلف رطوبتی، استفاده شد. مدل فازی (FM)، برای سه بافت خاک مختلف ارائه شد و نتایج مقایسه FM با مدل عددی نشان از دقت خوب مدل فازی در شبیه‌سازی جریان آب در خاک داشت (مقادیر NRMSE بین 3/02 تا 4/5 درصد). مدل SFM با هدف کاهش تعداد مجموعه دستورات فازی و توسعه مدل فازی برای گستره وسیع‌تری از خاک‌ها ارائه شد. در این مدل

### فهرست منابع:

1. خرمی، م و قهرمان، ب. 1396. بررسی عدم قطعیت پارامترهای خاک بر عدم قطعیت پروفیل رطوبتی با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی. تحقیقات منابع آب ایران. شماره 1. 126-138.
2. خرمی، م.، قهرمان، ب و داوری، ک. 1398. ارائه یک مدل فازی برای مدل سازی نفوذ آب در خاک. نشریه پژوهش‌های خاک (علوم خاک و آب). شماره 33. جلد 3. 275-287.
3. صادقی، م.، قهرمان، ب. 1389. مقیاس‌سازی توامان منحنی رطوبتی و تابع هدایت هیدرولیکی خاک. نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، 24 (2): 394-406.
4. قهرمان، ب.، صادقی، م.، گهردوست منفرد، م.ح. 1390. مقیاس‌سازی منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های غیرمتشابه. مجله پژوهش آب ایران. 9: 113-120.
5. Ahuja L.R., and Williams R.D. 1991. Scaling water characteristic and hydraulic conductivity based on Gregson-Hector-McGowan approach. Soil Science Society of America Journal, 55: 308-319.

6. Bardossy. A., and M. Disse, 1993. Fuzzy rule-based models for infiltration. *Water Resources Research*. VOL.29. NO2. PAGES 373-382.
7. Bardossy. A, Bronster. A, and Merz. B., 1995, 1-,2- and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach, *Advances in Water Resources*, Vol. 18, No. 4, pp. 237-251.
8. Farthing, M, W and Ogden, F. L. 2017. Numerical Solution of Richards' Equation: A Review of Advances and Challenges. *Soil Science Society of America Journal*. V81. N 6. 1257-1269.
9. Green, W. H., and G. A. Ampt. 1911. Studies of soil physics, 1, The flow of air and water through soils, *Journal of Agriculture Science.*, 4, 1-24.
10. Holtan, H. N. 1961. A concept for infiltration estimates in watershed engineering, publ. U.S. Dep. Agric., ARS 41-51, 25 pp.
11. Horton, R.E. 1940. An Approach Towards a Physical Interpretation of Infiltration Capacity. *Soil Science Society of America Proceedings*, 5: 399-417.
12. Karvonen, T. 1988. A model for predicting the effect of drainage on soil moisture, soil temperature and crop yield, Ph.D thesis, 215 pp., Univ. of Technol., Helsinki.
13. Kosugi K., and Hopmans J.W. 1998. Scaling water retention curves for soils with lognormal pore-size distribution. *Soil Science Society of America Journal*, 62: 1496-1504.
14. Miller E.E., and Miller R.D. 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. *Journal of Applied Physics*, 27: 324-332.
15. Ozkan, I and Turksen, I.B, 2014. Uncertainty and Fuzzy Decisions, Chapter 2. Springer Science, Busines Media Dordrecht.
16. Philip, J. R. 1969. The Theory of Infiltration. *Advances in Hudroscience*. Academic Press, New York, NY, USA.
17. Reichardt K., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1972. Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. *Soil Science Society of America Journal*, 36: 241-245.
18. Richards, L. A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous media, *Physics*, I, 318-33.
19. Sadeghi M., Ghahraman B., Davary K., Hasheminia S.M., and Reichardt K. 2011. Scaling to generalize a single solution of Richards' equation for soil water redistribution. *Scientia Agricola*, 68(5): 582-591.
20. Schlüter S., Vanderborght J., and Vogel H.J. 2012. Hydraulic non-equilibrium during infiltration induced by structural connectivity. *Advances in Water Resources*, 44: 101-112.
21. Schulz and Huwe.1997. Water flow modeling in the unsaturated zone with imprecise parameters using a fuzzy approach. *Journal of Hydrology* 201:211-229.
22. Schulz, K and Huwe, B .1999. Uncertainty and sensitivity analysis of water transport modeling in a layered soil profile using fuzzy set theory. *Journal of Hydroinformatics*. 01. 2.
23. Shouse P.J., and Mohanty B.P. 1998. Scaling of near-saturated hydraulic conductivity measured using disc infiltrometers. *Water Resources Research*, 34: 1195-1205.
24. Simmons C.S., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1979. Scaling of field-measured soil-water properties. *Hilgardia*, 47: 77-173.
25. Simunek, J. Van Genuchten, M.Th, and Sejna, M. 2006. The Hydrus Software Package for Simulating the Two- and Three-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably – Saturated Media. Technical Manual.

26. Tuli A., Kosugi K., and Hopmans J.W. 2001. Simultaneous scaling of soil water retention and unsaturated hydraulic conductivity functions assuming lognormal pore-size distribution. *Advances in Water Resources*, 24: 677-688.
27. Verma, P., Singh, P. George, K. V. Sing, H. V. Devotta, S. Singh, R.N. 2009. Uncertainty analysis of transport of water and pesticide in an unsaturated layered soil profile using fuzzy set theory. *Applied Mathematical Modelling* 33: 770-782.
28. Vogel T., Cislrova M., and Hopmans J.W. 1991. Porous media with linearly hydraulic properties. *Water Resources Research*, 27: 2735-2741.
29. Warrick A.W., and Amoozegar-Fard A. 1979. Infiltration and drainage calculations using spatially scaled hydraulic properties. *Water Resources Research*, 15: 1116-1120.
30. Warrick A.W., and Hussen A.A. 1993. Scaling of Richards' equation for infiltration and drainage. *Soil Science Society of America Journal*, 57: 15-18.
31. Warrick A.W., Lomen D.O., and Yates S.R. 1985. A generalized solution to infiltration. *Soil Science Society of America Journal*, 49: 34-38.
32. Warrick A.W., Mullen G.J., and Nielsen D.R. 1977. Scaling of field measured hydraulic properties using a similar media concept. *Water Resources Research*, 13: 355-362.
33. Wu, Q and Mencer, O. 2009. Evaluation Sampling Based Hotspot Detection. *Architecture of Computing Systems– ARCS. Lecture Notes in Computer Science*, vol 5455. Springer, Berlin, Heidelberg.
34. Zadeh, L. A. 1965. Fuzzy sets, *Inf. Control*, 8: 338-353.

## Using a Scaled Fuzzy Model for Simulating Soil Water Infiltration

**M. Khorami, B. Ghahraman<sup>1</sup>, and K. Davary**

PhD Candidate of Irrigation and Drainage, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran; E-mail: Khorami.ma@gmail.com.

Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran; E-mail: bijangh@um.ac.ir.

Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran; E-mail: K.davary@um.ac.ir.

Received: February, 2020 and Accepted: July, 2020

### Abstract

Investigation of water infiltration process in soil is an important step in soil water movement and, therefore, of interest to different researchers. Fuzzy set theory can be used to simulate soil water infiltration by considering variability and uncertainty in the effective parameters. In this research, a scaled fuzzy model for simulating water infiltration in unsaturated soil is presented. For this purpose, the Richard's equation was scaled to obtain the fuzzy training network and subsequent fuzzy rules for a wider range of soils. The fuzzy rules were extracted using large training networks made from numerical solution of scaled Richard's equation. The scaled fuzzy model for the specified boundary conditions is able to simulate the flow for all soils with the specified shape parameter ( $n$ ) value. Comparison of the results of the fuzzy model and the numerical solution of the Richard's equation showed that the fuzzy model can well simulate water infiltration in unsaturated soils (NRMSE value between 3% and 4.5%) and the scaled fuzzy model is capable of simulating a wide range of different soils with the same shape parameter ( $n$ ) (NRMSE value between 1.2% and 1.5%). The scaled fuzzy model was modified to fit a series of fuzzy rules for a range of shape parameter ( $n$ ) variable.

**Keywords:** HYDRUS model, Infiltration process, Richard's equation, Unsaturated flow

<sup>1</sup> Corresponding author: Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.