

## شبیه‌سازی پروفیل عرضی سرعت جریان در رودخانه‌ها به روش اجزا محدود (مطالعه موردي: ایستگاه برنظین در رودخانه میناب)

\*عبدالرضا ظهیری<sup>۱</sup>، حسن عبدالمجیدی<sup>۲</sup>، سلمان قربانی کوهی خیلی<sup>۲</sup> و امیراحمد دهقانی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان،

<sup>۲</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۲/۵؛ تاریخ پذیرش: ۹۰/۱۰/۱۸

### چکیده

پروفیل عرضی سرعت جریان در رودخانه‌ها، مبنای استخراج رابطه دبی- اشل و محاسبه‌های هیدرولیک جریان و رسوب است. به دلیل مشکلات اندازه‌گیری پروفیل عرضی سرعت رودخانه‌ها در شرایط سیلابی، استفاده از روش‌های محاسباتی مناسب ضروری است. از طرف دیگر رود جریان سیل به دشت‌های سیلابی، باعث اندرکنش جریان در دشت سیلابی با مجرای اصلی رودخانه شده و باعث پیچیدگی هیدرودینامیک جریان می‌شود. در این پژوهش، با استفاده از روش اجزا محدود، پروفیل عرضی سرعت به کمک معادلات دیفرانسیل شبه‌دوبعدی به دست آمده است. این مدل ریاضی بر مبنای معادلات ناویه- استوکس بوده و به صورت متوسط در عمق ساده شده است. برای ارزیابی دقت مدل ریاضی پیشنهادی، این مدل در ایستگاه هیدرومتری برنظین در رودخانه میناب واقع در استان هرمزگان برای جریان سیلابی آذر ۱۳۷۴ واسنجی و سپس برای ۲ واقعه سیلابی در پیمن ۱۳۷۴ صحت‌سنجی شده است. مقایسه پروفیل عرضی سرعت اندازه‌گیری شده با نتایج محاسباتی در هر دو مرحله واسنجی و صحت‌سنجی، دقت مناسب و قابل قبول مدل ریاضی پیشنهادی را نشان می‌دهد. تحلیل آماری نتایج مدل ریاضی نشان می‌دهد که ضریب تعیین ( $R^2$ ) توزیع عرضی سرعت در مرحله

\*مسئول مکاتبه: zahiri\_reza@gau.ac.ir

واسنجی حدود ۰/۹۷ و در مرحله صحت‌سنجی حدود ۰/۹۶ می‌باشد. همچنین مجدور میانگین مربعات خطأ برای این دو مرحله به ترتیب ۰/۱۳ و ۰/۲۳ به دست آمده است. در نهایت رابطه دبی- اشل این رودخانه به کمک مدل ریاضی با دقت مناسبی استخراج شده است.

**واژه‌های کلیدی:** توزیع عرضی سرعت، مدل ریاضی شبهدوبعدی، روش اجزا محدود، رودخانه میناب

### مقدمه

پروفیل عرضی سرعت جریان در رودخانه‌ها یکی از مهم‌ترین ابزار برای محاسبات هیدرولیک جریان و رسوب رودخانه‌ها است. تعیین رابطه دبی- اشل، تعیین تنش برشی بستر و کناره‌های رودخانه، محاسبات ظرفیت انتقال رسوب معلق و بستر، انتقال و پخش مواد آلاینده و شناسایی محدوده‌های فرسایشی و رسوب‌گذار در عرض رودخانه از جمله نتایج پروفیل عرضی سرعت است. در شرایط دبی پایه، توزیع عرضی سرعت در مجرای اصلی رودخانه‌ها دارای تغییرات کمی است، اما در شرایط سیلان و ورود آب به دشت‌های سیلانی، تغییرات سرعت در مجرای اصلی و دشت‌های سیلانی بسیار قابل ملاحظه است. مهم‌ترین دلیل این غیریکنواختی، تفاوت قابل ملاحظه عمق جریان و ضریب زبری در مجرای اصلی و دشت‌های سیلانی رودخانه است. علاوه‌بر این، تبادل مومنتوم بین لایه‌های جریان سریع مقطع اصلی و جریان کند دشت‌های سیلانی، باعث کاهش دبی کل رودخانه شده و محاسبه‌های انتقال رسوب را با محدودیت جدی مواجه می‌کند (شیونو و نایت، ۱۹۸۸؛ اکرز، ۱۹۹۳؛ آتابای و همکاران، ۲۰۰۵؛ کارامیشوا و همکاران، ۲۰۰۵؛ هو و همکاران، ۲۰۱۰).

تاکنون روش‌های متفاوتی برای محاسبه پروفیل عرضی سرعت رودخانه‌ها ارایه شده است. اولین مدل ریاضی شبهدوبعدی به این منظور توسط شیونو و نایت (۱۹۸۸) ارایه شد. نایت و همکاران (۱۹۸۹) با استفاده از حل تحلیلی این مدل، توزیع عرضی سرعت را در یک رودخانه کوچک با مقطع عرضی منظم به دست آوردند. وارک و همکاران (۱۹۹۰) مدل ریاضی شبهدوبعدی برای حل پروفیل عرضی دبی جریان در واحد عرض کانال‌ها و رودخانه‌ها ارایه دادند. اساس این مدل ریاضی بر پایه معادلات ناویه- استوکس استوار بوده و با فرض جریان دائمی و یکنواخت، در عمق متوسط‌گیری شده است. در این مدل از اثر جریان‌های ثانویه صرف‌نظر شده است. شیونو و نایت (۱۹۹۱) اثر جریان‌های ثانویه را نیز در مدل ریاضی خود دخالت دادند. نایت و آبریل (۱۹۹۶) حل عددی مدل ریاضی

شبهدوبعدی شیونو و نایت به روش اجزا محدود را در یک کanal آزمایشگاهی ارایه نمودند. اروین و همکاران (۲۰۰۰) مدل ریاضی شبهدوبعدی برای تحلیل هیدرولیک جریان در مقاطع مرکب با مسیر مستقیم و پیچانرود را ارایه کردند. حل تحلیلی این مدل نسبت به مدل شیونو و نایت دارای پیچیدگی بیشتری بوده و به همین دلیل، کاربرد بسیار محدودی در رودخانه‌ها داشته است. ایوبزاده و ظهیری (۲۰۰۳)، حل تحلیلی مدل شبهدوبعدی شیونو و نایت (۱۹۹۱) را برای شبیه‌سازی هیدرولیک جریان در رودخانه میناب مورد استفاده قرار دادند. برای انجام این کار، هندسه رودخانه با ساده‌سازی فراوان، به یک مقطع منظم تبدیل شد. این مطالعه نشان داد که حل تحلیلی این مدل در رودخانه‌های طبیعی با هندسه نامنظم، بسیار پرزحمت و وقت‌گیر بوده و به هیچ‌وجه قابل تعمیم به رودخانه‌های دیگر نیست. آبریل (۲۰۰۲) با استفاده از مدل ریاضی شیونو و نایت، روندیابی سیل را برای یک مقطع مرکب فرضی مورد بررسی قرار داد. ظهیری و همکاران (۲۰۱۰) به کمک روش تفاضل محدود، مدل ریاضی شیونو و نایت را در رودخانه کارون حل نمودند. روش‌های نوین نیز توسط محققان مختلف برای محاسبه پروفیل عرضی سرعت در رودخانه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی- استنتاج فازی (نیکمهر و همکاران، ۲۰۰۹) و بهینه‌سازی به کمک الگوریتم ژنتیک (هریس و همکاران، ۲۰۰۳) از جمله روش‌های مورد استفاده بوده است. این روش‌ها تاکنون فقط در کanal‌های آزمایشگاهی بررسی شده و به رودخانه‌های سیلابی تعمیم داده نشده است. بررسی مطالعات محققان در زمینه پروفیل عرضی سرعت نشان می‌دهد که استفاده از حل تحلیلی مدل ریاضی شبهدوبعدی در رودخانه‌های طبیعی نامنظم، دارای محدودیت‌های فراوانی است. از طرف دیگر، اگرچه روش عددی تفاضل‌های محدود از سادگی قابل ملاحظه‌ای برخوردار است، اما در مقاطع رودخانه‌ای با مرزهای نامنظم بسیار شدید، دارای خطأ بوده و استفاده از روش اجزا محدود کارایی و دقیق بیشتری دارد. در این مقاله، مدل ریاضی شیونو و نایت با استفاده از روش اجزا محدود حل شده و در ایستگاه هیدرومتری برنطین در رودخانه میناب واسنجی و مورد آزمون قرار می‌گیرد.

## مواد و روش‌ها

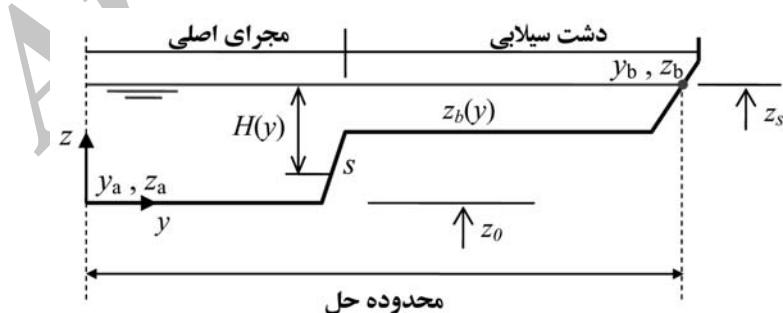
**معادلات دیفرانسیل حاکم:** هیدرولیک جریان در رودخانه‌های سیلابی دارای ساختار پیچیده‌ای بوده و با معادلات معمول یکبعدی (مانند روابط مانینگ و شزی) قابل بیان نیست. به همین دلیل، بیشتر از معادلات ناویه- استوکس برای تحلیل هیدرولیک جریان در رودخانه‌های سیلابی استفاده می‌شود. از

طرف دیگر، به دلیل لزوم کاربردی بودن پژوهش‌ها، این معادلات بهتر است به فرم متوسط در عمق یا شبهدو بعدی ساده شوند. در این صورت، توزیع عرضی سرعت و دبی در مجرای اصلی و دشت‌های سیلابی با دقت خوبی قابل محاسبه است. مهم‌ترین مدل ریاضی شبهدو بعدی در این زمینه، مدل ریاضی شیونو و نایت (۱۹۹۱) است:

$$\rho g H S - \rho \frac{f}{\lambda} U_d^2 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{S^2}\right)} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \lambda H^2 \sqrt{\frac{f}{\lambda}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho \bar{U} \bar{V})_d] \quad (1)$$

که در آن،  $u_d$ : سرعت متوسط در عمق،  $H$ : عمق کل جریان در رودخانه،  $\lambda$ : شب جانبی،  $f$ : ضریب اصطکاک دارسی - ویساخ،  $\rho$ : ضریب بدون بعد لزجت جریان متلاطم،  $S$ : جرم حجمی آب،  $S$ : شب طولی رودخانه،  $g$ : شتاب ثقل،  $y$ : فاصله در جهت عرضی،  $\bar{U}$  و  $\bar{V}$ : متوسط زمانی سرعت‌های جریان به ترتیب در جهت‌های طولی و عرضی می‌باشند. جمله سمت راست رابطه ۱ اثر جریان‌های ثانویه را نشان می‌دهد. این جریان‌ها در قوس رودخانه‌ها و کانال‌های کم عرض دارای اهمیت بوده و باید در نظر گرفته شود (اروین و همکاران، ۲۰۰۰). در رودخانه‌های طبیعی که عرض رودخانه زیاد است، جریان‌های ثانویه دارای اهمیت کمتری هستند (داسیلو، ۲۰۰۶). در این پژوهش از اثر جریان‌های ثانویه صرف‌نظر شده است.

یک نمونه از مقطع مرکب منظم متقارن به همراه مجرای اصلی و دشت‌های سیلابی آن در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل،  $z$ : تراز سطح آب،  $y$ : تراز بستر رودخانه،  $z_s$ : تراز مبدا،  $y_a$ : فاصله عرضی تا مرکز تقارن کanal و  $y_b$ : فاصله عرضی تا اتصال تراز سطح آب به دیواره کanal (آخرین گره محاسباتی) می‌باشدند.



شکل ۱- مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی در یک مقطع مرکب متقارن.

رابطه ۱ از نوع معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی مرتبه دوم با شرایط مرزی است. برای حل این معادله در کانال‌ها و رودخانه‌های طبیعی، روش‌های متفاوتی مانند روش‌های تحلیلی (نایت و همکاران، ۱۹۸۹) و تفاضل‌های محدود (ظهیری و همکاران، ۲۰۱۰) ارایه شده است. با توجه به قابلیت مناسب روش اجزا محدود در حل مسایل پیچیده هیدرولیک جریان در سال‌های اخیر، در این مقاله از روش اجزا محدود برای حل عددی این معادله و محاسبه پروفیل عرضی سرعت جریان در رودخانه مبناب استفاده شده است.

**روش اجزا محدود:** برای استفاده از این روش، ابتدا فرض می‌شود که همه ضرایب معادله دیفرانسیل ۱ فقط به فاصله عرضی  $l$  وابسته هستند. در این صورت به کمک تغییر متغیرهای زیر، رابطه حاکم به معادله دیفرانسیل خطی ۳ تبدیل خواهد شد (آبریل، ۲۰۰۲):

$$U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_d}{\partial y}; \quad U(y) = U_d(y) \quad (2)$$

$$-\rho f \frac{\partial U(y)}{\lambda} \sqrt{1 + \left( \frac{\partial Z_b}{\partial y} \right)^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho}{2} \lambda H^2 \sqrt{\frac{f}{\lambda}} \frac{\partial U(y)}{\partial y} \right) = -\rho g H S. \quad (3)$$

شرایط مرزی برای حل عددی معادله دیفرانسیل مقدار مرزی بالا با توجه به شکل ۱، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

الف- در مرکز تقارن کanal، گرادیان سرعت (یا مشتق سرعت) برابر صفر است:

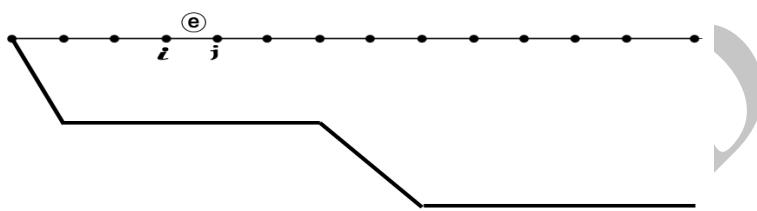
$$\left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{ya} = 0 \quad (4-\text{الف})$$

ب- در محل اتصال تراز سطح آب به دیواره کanal، سرعت جریان صفر است:

$$U(y_b) = 0 \quad (4-\text{ب})$$

لازم به ذکر است که در رودخانه‌های طبیعی و کanal‌های نامنظم که متقاضی نیستند، شرط مرزی (۴-الف) صادق نیست. در این حالت، شرط مرزی اول به این صورت است که سرعت در اولین گره محاسباتی (لبه سطح آب در دیواره سمت چپ کanal) برابر صفر است.

گام دوم در روش اجزاء محدود، تقسیم‌بندی محدوده یا میدان حل (عرض رودخانه) به بازه‌هایی است که در نقاطی به نام گره به هم متصل می‌باشند. در شکل ۲، نحوه این تقسیم‌بندی ارایه شده است. برای هر بازه  $e$ ، گره‌های  $i$  و  $j$ ، گره‌های تشکیل‌دهنده بازه می‌باشند. این تقسیم‌بندی در تراز سطح آب انجام می‌شود.



شکل ۲- تقسیم‌بندی عرض مقطع رودخانه به بازه‌های کوچک‌تر.

با توجه به این‌که در مقاطع رودخانه‌ای، مقادیر  $H^f$  و  $s$  برای هر بازه متفاوت می‌باشند، این مقادیر برای هر بازه  $e$  به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شوند (بدیعی، ۱۹۹۸):

$$\bar{H}^{(e)} = \frac{H_i + H_j}{2} \quad (5)$$

$$\bar{f}^{(e)} = \frac{f_i + f_j}{2} \quad (6)$$

$$\frac{1}{S^{(e)}} = \frac{\left| y_j - y_i \right|}{\left| H_j - H_i \right|} \frac{H_i + H_j}{2} \quad (7)$$

با توجه به رابطه‌های ۵ تا ۷، معادله دیفرانسیل ۳ به صورت رابطه زیر بازنویسی می‌شود:

$$-\rho \frac{f^{-(e)}}{\Lambda} U(y) \sqrt{1 + \left( \frac{1}{S^{(e)}} \right)^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho}{\Lambda} \lambda(\bar{H}^{(e)}) \sqrt{\frac{f^{-(e)}}{\Lambda}} \frac{\partial U(y)}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} [\bar{H}^{(e)} (\rho \bar{U} \bar{V})_d] - \rho g \bar{H}^{(e)} S. \quad (8)$$

در گام سوم، باید یک حل تقریبی برای معادله دیفرانسیل ۸ در نظر گرفت. در این پژوهش، حل تقریبی به صورت رابطه ۹ در نظر گرفته شده است:

$$U^{(e)}(y) = \sum_{j=1}^n h_j N_j^{(e)} \quad (9)$$

که در آن،  $N_j^{(e)}$ : تابع شکل و  $h_j$ : پارامتر مجهول واقع در هر گره شبکه می‌باشند. با استفاده از روش باقی‌مانده وزن‌دار گالرکین، به منظور کمینه کردن خطای حل تقریبی، حل رابطه ۹ منجر به تشکیل سیستم معادلاتی به فرم  $[K]\{a\} = \{F\}$  می‌شود که:

$$K_{i,j}^{(e)} = \int_{(e)} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \alpha \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} dy - \int_{(e)} N_i^{(e)} \beta N_j^{(e)} dy \quad (10-\text{الف})$$

$$F_i^{(e)} = - \int_{(e)} N_i^{(e)} q dy \quad (10-\text{ب})$$

در این رابطه‌ها مقادیر  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $q$  به ترتیب برابر با رابطه‌های ۱۱-الف تا ۱۱-ج می‌باشند:

$$\alpha = \frac{\rho}{2} \lambda (\bar{H}^{(e)})^2 \sqrt{\frac{\bar{f}^{(e)}}{\lambda}} \quad (11-\text{الف})$$

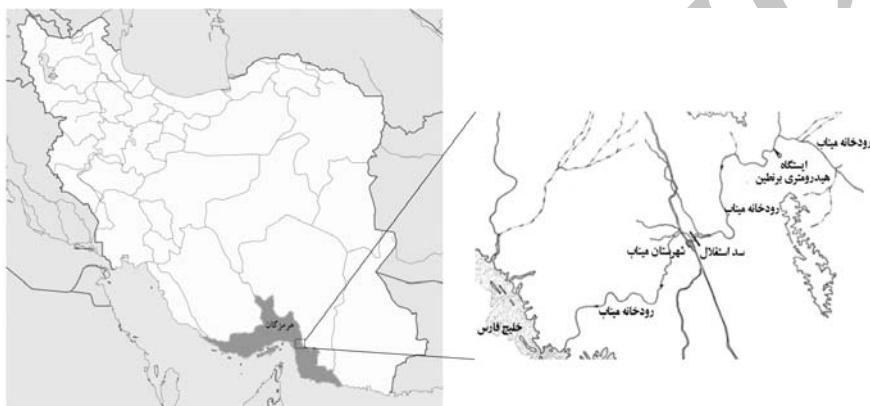
$$\beta = -\rho \frac{\bar{f}^{(e)}}{\lambda} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{s^{(e)}}\right)^2} \quad (11-\text{ب})$$

$$q = \frac{\partial}{\partial y} [\bar{H}^{(e)} (\rho \bar{U} \bar{V})_d] - \rho g \bar{H}^{(e)} S. \quad (11-\text{ج})$$

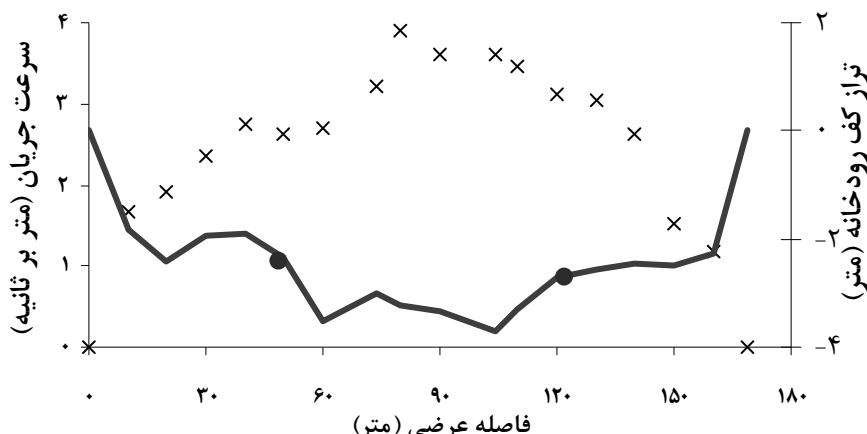
تابع شکل با توجه به نوع بازه‌ها انتخاب می‌شود. در این مقاله با توجه به این که تغییرات سرعت به صورت شبیده و بعدی شبیه‌سازی می‌شود، تابع شکل به صورت یک بعدی در نظر گرفته شده است. اثر هر المان در سیستم معادلات کلی جمع می‌شود. در نهایت شرایط مرزی با توجه به رابطه ۴ اعمال شده و سپس سیستم ماتریسی معادلات بسته خواهد شد.

**منطقه مورد مطالعه:** رودخانه میناب در جنوب کشور ایران و در استان هرمزگان واقع است. در شکل ۳، موقعیت این رودخانه و ایستگاه هیدرومتری برنطین نشان داده شده است. دبی پایه و حداکثر جریان این رودخانه به ترتیب ۱۵ و ۱۹۱۷ مترمکعب بر ثانیه و شب طولی آن در محدوده ایستگاه برنطین،

حدود ۲۰٪ می‌باشد. نمونه‌ای از مقطع عرضی رودخانه میناب در ایستگاه برنتین در شکل ۴ نشان داده شده است. مقطع اصلی این رودخانه به صورت تقریبی در شکل مشخص شده است. این مقطع با استفاده از محاسبه عمق یکنواخت به‌ازای دبی‌های پایین جریان در این رودخانه به دست آمده است. برای تعیین مقطع اصلی رودخانه با دقت بیشتر، باید به کمک محاسبه‌های هیدرولوژی، دبی‌های با دوره بازگشت مختلف محاسبه شده و سپس دبی مقطع پر یا لبریز تعیین شود. در نهایت با استفاده از این دبی، مقطع یا مجرای اصلی رودخانه در محل ایستگاه مشخص می‌شود.



شکل ۳- موقعیت ایستگاه هیدرومتری برنتین در رودخانه میناب.



شکل ۴- مقطع عرضی رودخانه میناب در ایستگاه هیدرومتری برنتین و توزیع عرضی سرعت اندازه‌گیری شده.

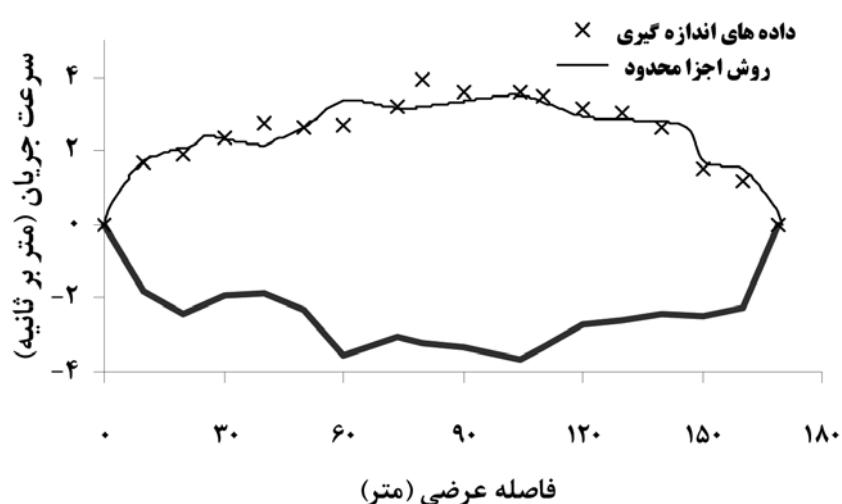
## نتایج و بحث

و اسنجمی مدل ریاضی: در این پژوهش، حل عددی رابطه ۸ به کمک روش اجزا محدود در محیط نرم‌افزار ۷.۹ MATLAB کدنویسی شده است. برای کاربرد مناسب مدل ریاضی در کانال‌ها و رودخانه‌های طبیعی، ابتدا باید این مدل با تعیین ضرایب زبری مانینگ یا ضرایب اصطکاک دارسی-ویسیاخ در عرض رودخانه مورد نظر و اسنجمی شود. در این مقاله، رودخانه میناب در محل ایستگاه برنظین انتخاب شده است. برای و اسنجمی مدل ریاضی، از پروفیل عرضی سرعت اندازه‌گیری شده در سیلان اسفندماه ۱۳۷۴ استفاده شده است. دبی این سیلان ۱۲۰۰ مترمکعب بر ثانیه و تراز سطح آب ۳/۸۲ متر بوده است. از آن‌جا که در رودخانه‌های سیلانی، به‌طور معمول ضریب زبری در عرض مقطع تغییر می‌کند، در این پژوهش نیز مقادیر متفاوتی برای این ضریب در مجرای اصلی، سیلان داشت سمت چپ و سیلان داشت سمت راست در نظر گرفته شده است. ابتدا، مقطع عرض رودخانه به ۳ بخش (مجري اصلی و دشت‌های سیلانی چپ و راست) تقسیم شده و با اختصاص یک ضریب زبری برای هر بخش، مدل ریاضی با توجه به هندسه مقطع عرضی، تراز سطح آب و شیب طولی اجرا می‌شود. با توجه به مطالعات محققان مختلف، ضریب بدون بعد لزجت جریان متلاطم در عرض رودخانه به صورت یک مقدار ثابت ۰/۰۷ فرض شده است (آبریل، ۲۰۰۲). ضریب اصطکاک دارسی-ویسیاخ در هر بازه، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$f = \frac{\gamma g n^2}{\frac{1}{R} - \frac{1}{H}} = \frac{\gamma g n^2}{\frac{1}{R}} \quad (12)$$

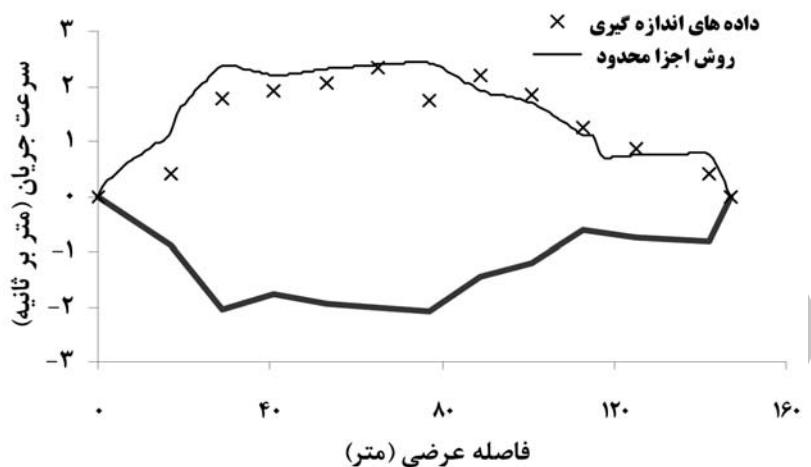
که در آن،  $n$ : ضریب زبری و  $R$ : شعاع هیدرولیکی بازه است. با توجه به این که عرض بازه‌ها نسبت به عمق آب، بسیار کوچک در نظر گرفته می‌شود، شعاع هیدرولیکی تقریباً با عمق جریان در هر بازه برابر است. با تغییر مکرر مقادیر ضریب زبری مانینگ در عرض رودخانه و اجرای مدل ریاضی، سعی می‌شود که نتایج محاسباتی بیشترین مطابقت را با داده‌های اندازه‌گیری داشته باشند. مقادیر بهینه ضرایب مانینگ در مجرای اصلی، دشت سیلانی چپ و راست رودخانه میناب به ترتیب ۰/۰۳۸، ۰/۰۳ و ۰/۰۵ به دست آمدند. در شکل ۵، نتایج محاسباتی پروفیل عرضی سرعت جریان به‌ازای ضرایب مانینگ بهینه در مقایسه با داده‌های اندازه‌گیری شده نشان داده شده است. در این مرحله، گام محاسباتی  $\Delta y$  (یا طول هر بازه  $c$ )، ۵ متر فرض شده است.

تحلیل آماری نتایج محاسباتی مدل ریاضی در مرحله واسنجی نشان می‌دهد که ضریب تعیین و مجدور میانگین مربعات خطأ به ترتیب حدود  $0.97$  و  $0.13$  می‌باشد که بیانگر دقت مناسب نتایج محاسباتی است.

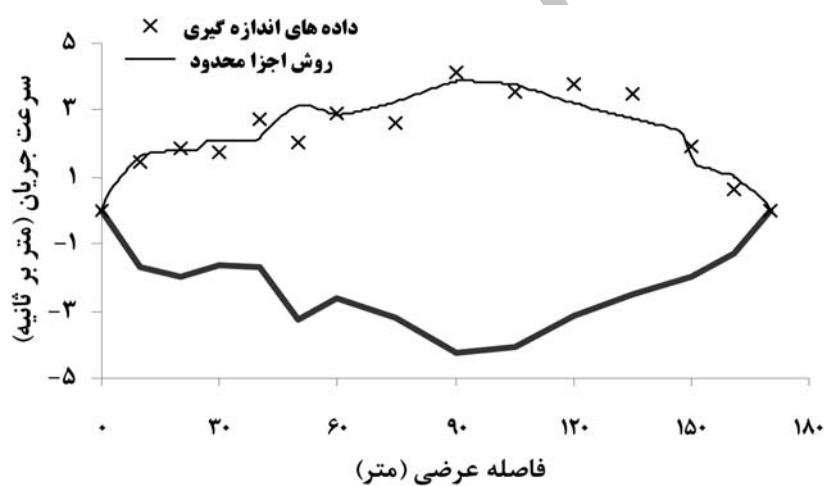


شکل ۵- نتایج واسنجی پروفیل عرضی سرعت در رودخانه میناب  
در سیل اسفند ۱۳۷۴ با دبی  $1200$  مترمکعب بر ثانیه.

صحت‌سنجی مدل ریاضی: برای اطمینان از درستی و قابلیت کاربرد مدل ریاضی در مرحله واسنجی، انجام مرحله صحت‌سنجی مدل‌های ریاضی لازم است. برای این کار، با استفاده از ضرایب زیری به دست آمده در مرحله واسنجی، پروفیل عرضی سرعت برای دو دبی جریان سیلابی دیگر محاسبه شده است. در شکل‌های ۶ و ۷ به ترتیب نتایج توزیع عرضی سرعت برای سیل‌های آذر و اسفند ۱۳۷۴ در رودخانه میناب ارایه شده است. دبی واقعی جریان در این دو سیل به ترتیب  $397$  و  $1254$  مترمکعب بر ثانیه گزارش شده است. نتایج محاسباتی برای هر دو واقعه سیلابی، مطابقت خوبی را با پروفیل واقعی سرعت نشان می‌دهد. در این مرحله نیز، گام محاسباتی  $y^4$  برابر  $5$  متر فرض شده است.



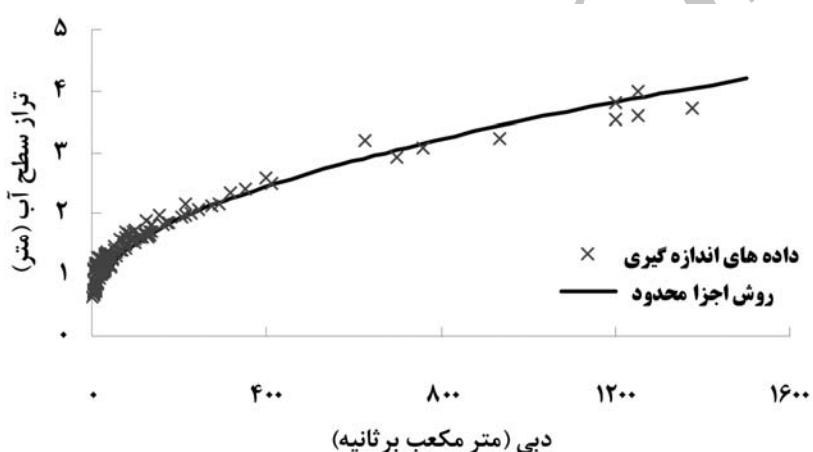
شکل ۶- صحت سنجی مدل ریاضی برای سیلاب آذرماه ۱۳۷۴ رودخانه میناب با دبی ۳۹۷ مترمکعب بر ثانیه.



شکل ۷- صحت سنجی مدل ریاضی برای سیلاب اسفندماه ۱۳۷۴ رودخانه میناب با دبی ۱۲۵۴ مترمکعب بر ثانیه.

بررسی آماری نتایج محاسباتی مدل ریاضی در این مرحله بیانگر آن است که ضریب تعیین و مجذور میانگین مربعات خطای به ترتیب حدود  $0.96$  و  $0.23$  می‌باشد. با توجه به دقت مناسب مدل ریاضی در مراحل واسنجی و صحت‌سنجی، می‌توان با اطمینان از این مدل در محاسبات هیدرولیک جریان، انتقال رسوب و پخش مواد آلاینده در شرایط عادی و سیلابی رودخانه استفاده نمود. به عنوان

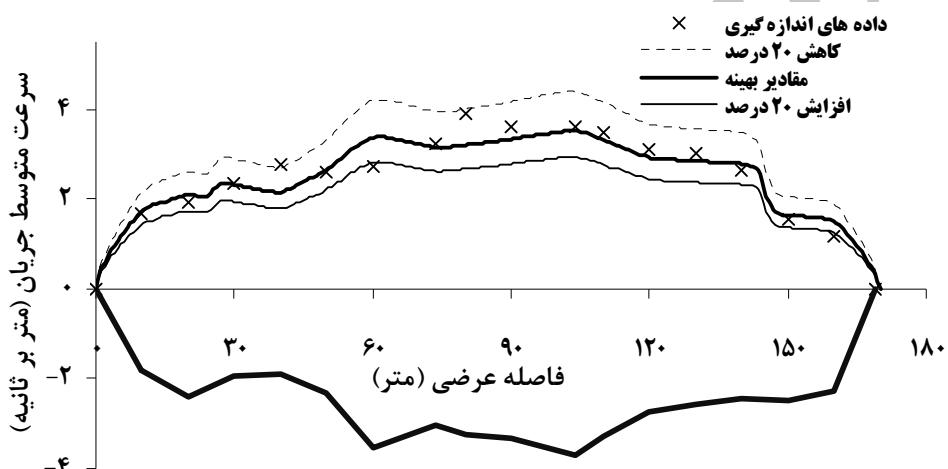
نمونه، در شکل ۸ منحنی دبی- اشل رودخانه میناب در محل ایستگاه بروطین با استفاده از این مدل ریاضی، استخراج و با منحنی واقعی مقایسه شده است. محاسبه دبی جریان بهازای عمق‌های مختلف جریان، با استفاده از انتگرال‌گیری عددی از پروفیل عرضی سرعت به‌دست آمده است. مطابقت خوب نتایج محاسباتی با مشاهدات، بیانگر دقت قابل قبول مدل ریاضی است. حداقل خطای مدل ریاضی پیشنهادی در تراز سطح آب  $3/72$  متر (با دبی محاسباتی  $1197$  و دبی اندازه‌گیری  $1397$  مترمکعب بر ثانیه) حدود  $13$  درصد به‌دست آمده است. اگرچه این مقدار خطای حدودی زیاد است اما فقط برای یک مورد اتفاق افتاده است و بقیه دبی‌های محاسباتی خطای بسیار کم‌تری داشته‌اند.



شکل ۸- منحنی دبی- اشل مشاهداتی و محاسباتی رودخانه میناب در محل ایستگاه بروطین به روش اجزا محدود.

تحلیل حساسیت مدل ریاضی: علاوه‌بر مراحل واسنجی و صحت‌سننجی مدل‌های ریاضی، تحلیل حساسیت نتایج مدل ریاضی نسبت به تغییرات پارامترهای ورودی نیز بسیار مهم است. با انجام تحلیل حساسیت، می‌توان پارامترهای ورودی مدل ریاضی را براساس اهمیت آن‌ها در اثرگذاری بر نتایج خروجی مدل، اولویت‌بندی کرد. در این صورت، بیشترین تلاش و دقت کاربران باید صرف پارامترهای ورودی مهم‌تر شود. در این مقاله، حساسیت نتایج خروجی مدل ریاضی نسبت به پارامترهای ضریب زیری مانینگ، ضریب بدون بعد لزجت تلاطمی  $\lambda$  و گام محاسباتی  $y_4$  تحلیل شده است.

یکی از پارامترهای بسیار مؤثر در سرعت و دبی جریان، ضریب زبری مانینگ است. در این پژوهش برای نمایش میزان اهمیت این پارامتر، مقدار این ضریب در مجرای اصلی و دشت‌های سیلانی رودخانه میناب ۲۰ درصد نسبت به مقادیر بهینه آن افزایش و کاهش داده شده است. نتایج توزیع عرضی سرعت بهازی این مقادیر در شکل ۹ ارایه شده است. واضح است که تغییر این پارامتر، توزیع سرعت را به میزان زیادی تحت تأثیر قرار می‌دهد. مشاهده می‌شود که بهترین مطابقت با داده‌های اندازه‌گیری مربوط به مقادیر بهینه این ضریب است.

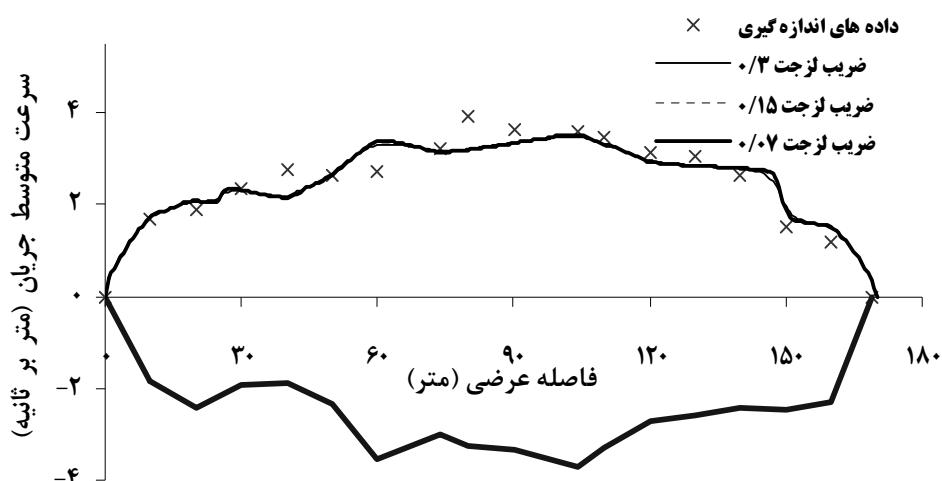


شکل ۹- نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به تغییرات ضریب زبری مانینگ در رودخانه میناب.

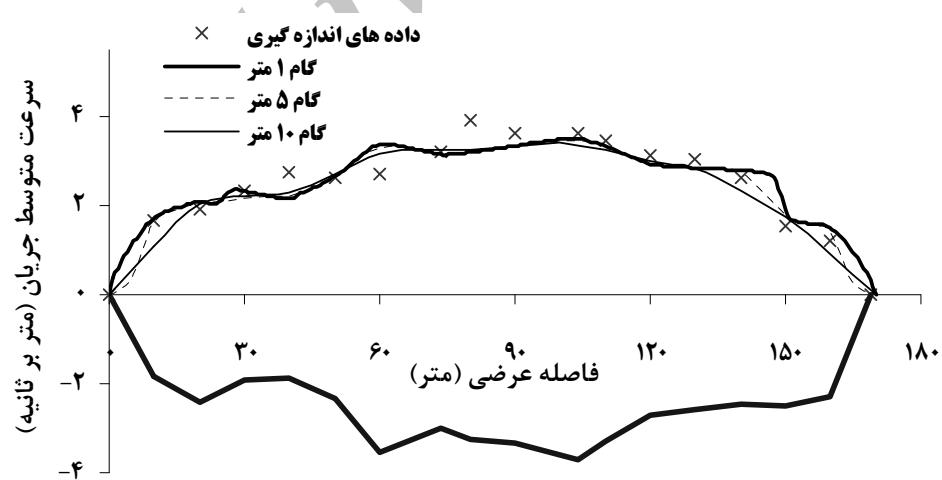
در شکل ۱۰، نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به ضریب  $\lambda$  ارایه شده است. طبق این شکل مشاهده می‌شود که تغییرات توزیع عرضی سرعت به دست آمده از مدل ریاضی بهازی تغییر این ضریب تا ۴ برابر نیز بسیار ناچیز است. این مورد با نتایج بسیاری از محققان (نایت و همکاران، ۱۹۸۹؛ نایت و آبریل، ۱۹۹۶؛ آبریل، ۲۰۰۲) مطابقت دارد.

در شکل ۱۱، نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به تغییرات اندازه گام محاسباتی  $4\ell$  نشان داده شده است. بدینهی است با کاهش اندازه گام محاسباتی، نتایج مدل ریاضی به واقعیت نزدیک‌تر خواهد شد، اما حجم محاسبات بهشدت افزایش می‌یابد. در این شکل مشخص است که با کاهش اندازه گام محاسباتی از ۱۰ متر به ۵ متر، مطابقت توزیع سرعت به دست آمده از مدل ریاضی

نسبت به داده‌های اندازه‌گیری سرعت، افزایش یافته است. این در حالی است که با کاهش مجدد این گام از ۵ متر به ۱ متر، توزیع سرعت محاسباتی تغییر چندانی نکرده است. بنابراین، انتخاب گام ۵ متر منطقی و قابل قبول است.



شکل ۱۰- نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به تغییرات ضریب بدون بعد لزجت جریان متلاطم در رودخانه میناب.



شکل ۱۱- نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به تغییرات اندازه گام محاسباتی  $u_A$  در رودخانه میناب.

### نتیجه‌گیری

- ۱- در این مقاله با توجه به دقت مناسب روش اجزا محدود در حل عددی معادلات دیفرانسیل، از این روش برای حل معادله دیفرانسیل شیونو و نایت (۱۹۹۱) به صورت شبهدو بعدی استفاده شده است. مدل ریاضی پیشنهادی در رودخانه میناب در محل ایستگاه هیدرومتری برنطین، واسنجی و صحتسنجی شده است. نتایج توزیع عرضی سرعت به دست آمده از این مدل در هر دو مرحله واسنجی و صحتسنجی، مطابقت خوبی با داده‌های اندازه‌گیری در سیلان سال ۱۳۷۴ دارد. البته در این پژوهش، فقط از ۳ ضریب زبری مانینگ (در مجرای اصلی و دشت‌های سیلانی) استفاده شده است، در حالی که تغییرات این ضریب در عرض رودخانه (به ویژه در زمان وقوع سیلان و پخش شدن جریان به سواحل کناری رودخانه) و نیز به دلیل فرآیندهای رسوب‌گذاری و فرسایش و وجود پوشش گیاهی در دشت‌های سیلانی ممکن است قابل توجه باشد.
- ۲- تحلیل آماری نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که ضریب تعیین توزیع عرضی سرعت در مرحله واسنجی حدود ۰/۹۷ و در مرحله صحتسنجی حدود ۰/۹۶ می‌باشد. همچنین مجدور مانینگ مربعات خطای برای این دو مرحله به ترتیب ۰/۱۳ و ۰/۲۳ به دست آمده است.
- ۳- با استفاده از مدل ریاضی پیشنهادی و نتایج توزیع عرضی سرعت در ترازهای مختلف سطح آب، منحنی دبی- اشل رودخانه میناب در محل ایستگاه برنطین به کمک انتگرال‌گیری عددی استخراج شده است. مقایسه این منحنی با منحنی واقعی رودخانه نشان می‌دهد که حداقل خطای نسبی محاسبات برای دبی‌های سیلانی حدود ۱۳ درصد است.
- ۴- نتایج تحلیل حساسیت مدل ریاضی نسبت به پارامترهای ورودی (ضریب بدون لزجت جریان گردابی  $\lambda$  و اندازه گام محاسباتی  $Ay$ ) نشان می‌دهد که تغییر این مقادیر (حتی تا چندین برابر)، نتایج خروجی مدل ریاضی را چندان تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. براساس این تحلیل، مقایر ضریب  $\lambda$  و گام  $Ay$  به ترتیب ۰/۰۷ و ۵ متر انتخاب شده است.

### منابع

- 1.Abril, J.B. 2002. Overbank flood routing analysis applying jointly variable parameter diffusion and depth-averaged flow finite element models, Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics. Belgium. Pp: 161-167.
- 2.Ackers, P. 1993. Stage-Discharge functions for two-stage channels. Water and Enviro. Manage. 7: 52-61.

3. Atabay, S., Knight, D.W., and Seckin, G. 2005, Effect of overbank flow on fluvial sediment transport rates, Proceedings of the Institution of Civil Engineers (ICE). Pp: 25-34.
4. Ayyoubzadeh, S.A., and Zahiri, A. 2003. New method of envelope sections in studying of flow hydraulics of river compound channels using 2-D model. Int. J. of Engine. Sci. 14: 2. 103-116. (In Persian)
5. Badie, M. 1998. Theory and problems of finite element analysis. Angize Publications. 185p. (In Persian)
6. Da Silva, A.M. 2006. On why and how do rivers meander. J. Hydr. Res. IAHR. 44: 5. 579-590.
7. Ervine, D.A., Babaeyan-Koopaei, K., and Sellin, R.H.J. 2000. Two-dimensional solution for straight and meandering overbank flows. J. Hydr. Eng. ASCE. 126: 9. 653-669.
8. Harris, E.L., Babovic, V., and Falconer, R.A. 2003. Velocity predictions in compound channels with vegetated floodplains using genetic programming, Int. J. River Basin Manage. IAHR. 1: 2. 117-125.
9. Hu, C., Ji, Z., and Guo, Q. 2010. Flow movement and sediment transport in compound channels. J. Hydr. Res. IAHR. 48: 1. 23-32.
10. Karamisheva, R., Lyness, J., Myers, W.R.C., and Cassells, J.B.C. 2005. Improving sediment discharge prediction for overbank flows. Proceedings of the Institution of Civil Engineers (ICE). Pp: 17-24.
11. Knight, D.W., and Abril, J.B. 1996. Refined calibration of a depth-averaged model for turbulent flow in a compound channel. J. Ins. Water and Environ. Manage. 118: 151-159.
12. Knight, D.W., Shiono, K., and Pirt, J. 1989. Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow. International Conference on Hydraulic and Environmental Modeling of Coastal, Estuarine and River Waters. Bradford. England. Pp: 419-428.
13. Nikmehr, S., Farhoodi, J., and Samadianfard, S. 2009. Estimation of velocity profile in width of canal using ANFIS and Neural Network methods, Proceedings of the 8<sup>th</sup> Iranian Hydraulic Conference. Tehran. Iran. (In Persian)
14. Shiono, K., and Knight, D.W. 1991. Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel. J. Fluid Mech. 222: 617-646.
15. Shiono, K., and Knight, D.W. 1988. Two dimensional analytical solution for a compound channel. 3<sup>rd</sup> International Symposium on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements. Japan. Pp: 1-8.
16. Wark, J.B., Samuels, P.G., and Ervine, D.A. 1990. A practical method of estimating velocity and discharge in compound channels. International Conference on River Flood Hydraulics. London. Pp: 163-172.
17. Zahiri, A., Ayyoubzadeh, S.A., and Dahanzadeh, B. 2010. Numerical solution of velocity lateral distribution in rivers (Case study: Karoun river at Molasani station). J. Agric. Sci. and Natur. Res. 16: 2. 273-283.



*J. of Water and Soil Conservation*, Vol. 19(2), 2012  
<http://jfwtst.gau.ac.ir>

## **Simulation of lateral velocity distribution in rivers using Finite Elements Method (Case study: Berentine hydrometric station in Minab River)**

**\*A.R. Zahiri<sup>1</sup>, H. Abdolmajidi<sup>2</sup>, S. Ghorbani Koohi Kheili<sup>2</sup>  
and A.A. Dehghani<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Assistant Prof., Dept. of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, <sup>2</sup>M.Sc. Student, Dept. of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources  
Received: 2011/02/24; Accepted: 2012/01/08

### **Abstract**

Lateral profile of flow velocity in rivers is the base of stage-discharge rating curve development and also flow and sediment transport calculations. Regarding to high difficulties in measurement of lateral distribution of velocity in natural rivers, especially in time of floods, using the suitable numerical methods is essential. On the other hand, by entering the flood flow into floodplains, flow interaction induced at the main channel-floodplains interface and causes high complexity in flow hydrodynamics. In this research, using finite element method, velocity lateral profiles have been predicted by solving quasi 2-D differential equations of flow in compound channels. Proposed model is based on the depth-averaged Navier-Stocks equation. For evaluation of accuracy, this model has been calibrated and then validated in Minab River at Berentine hydrometric station, in Hormozgan province, based on measured data obtained during 3 flood events. Comparison of measured and predicted profiles of lateral velocity in two phases of calibration and validation shows acceptable accuracy of the proposed mathematical model. Statistical analysis of numerical results shows that the determination coefficients for calibration and validation phases are 0.97 and 0.96, respectively. Also, the root mean square error of these phases are 0.13 and 0.23, respectively. Finally the stage-discharge curve of this river has been predicted with good accuracy.

**Keywords:** Velocity lateral distribution, Quasi 2-D mathematical model, Finite element method, Minab River

---

\* Corresponding Author; Email: zahiri\_reza@gau.ac.ir