



## برازش مدل‌های آماری به داده‌های ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان

فرهاد یغمایی<sup>۱</sup>، \*کامل عبدالله‌نژاد<sup>۱</sup>، ابوظالب هزارجریبی<sup>۲</sup> و منوچهر بابانژاد<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>استادیار گروه آمار، دانشگاه گلستان،

<sup>۲</sup>استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

تاریخ دریافت: ۹۱/۳/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۷/۲۳

### چکیده

تغییرات اقلیمی یکی از مشکلات امروز بشر است و تهدیدی برای کره خاکی به حساب می‌آید که شناسایی و پیش‌بینی عناصر آن در جهت مدیریت شرایط بحران اهمیت بسیاری دارد. از این‌رو پیش‌بینی و تخمین درجه حرارت برای هر منطقه به‌عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای اقلیمی در استفاده بهینه (الگوی مناسب برای بهره‌برداری) از منابع طبیعی محسوب می‌گردد و لازم است مطالعاتی در این زمینه صورت گیرد تا هم در مدیریت بحران درست عمل کنیم و هم پیش‌بینی درستی از وضعیت جوی انجام دهیم. در این مقاله مدل‌بندی و پیش‌بینی ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان براساس اطلاعات مربوط به ۲۰ سال گذشته انجام گرفت و پس از حذف اثر فصلی روند و تغییرات نامنظم از سری مشاهده‌ها، یک مدل آماری  $ARIMA(p,d,q; P,D,Q)$  تعیین گردید. در جهت شناسایی بهتر مدل تعیین شده، باقی‌مانده‌ها و خطاها مورد بررسی قرار گرفته و ضرایب مدل برآورد شدند. سرانجام با استفاده از مدل به‌دست آمده مقادیر آتی ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان تا سال ۱۳۹۳ پیش‌بینی شد و مشاهده گردید که ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت در سال‌های آینده روند افزایشی خواهد داشت.

واژه‌های کلیدی: سری زمانی، درجه حرارت، اثر فصلی، روند

\*مسئول مکاتبه: [kamel\\_abdollahnezhad@yahoo.com](mailto:kamel_abdollahnezhad@yahoo.com)

## مقدمه

هر سال در گوشه و کنار دنیا، جان و مال بسیاری از مردم در اثر گرما یا سرمای شدید از بین می‌رود. در سال‌های اخیر شاهد بی‌نظمی‌های بسیاری در تغییرات آب و هوایی در ایران بوده‌ایم. امروزه با تجمع گازهای گل‌خانه‌ای در اتمسفر و گرم شدن کلی زمین پدیده‌های هیدرولوژیکی دچار اختلال شده و از این‌رو اهمیت فنون آماری به‌طور گسترده مورد توجه هیدروژئولوژیست‌ها قرار گرفته است.

تغییر اقلیم یکی از معضلات کنونی جامعه بشری است و تهدید برای سیاره زمین به‌شمار می‌آید بنابراین بررسی و پیش‌بینی عناصر در جهت مدیریت شرایط بحران اهمیت بسیاری داشته و پیش‌بینی و برآورد شرایط جوی برای هر منطقه و کشوری به‌عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترهای اقلیمی در استفاده بهینه از منابع طبیعی محسوب می‌گردد و لازم است مطالعاتی در این زمینه صورت گیرد تا هم در مدیریت بحران منابع درست عمل کرده و هم پیش‌بینی درستی از وضعیت موجود جوی داشته باشیم.

با استفاده از سری‌های زمانی (با توجه به وابسته بودن داده‌ها به زمان، مکان و...) می‌توان با مطالعه رفتار گذشته پدیده‌های تصادفی، به پیش‌بینی مقادیر آینده آن پرداخت. در زمینه استفاده از سری‌های زمانی در مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیکی مانند بارندگی، دما و جریان‌های رودخانه پژوهش‌های متعددی صورت گرفته است. طی بررسی پژوهش‌های گذشته، دانشمندان به‌منظور تحلیل تغییرات پارامترهای اقلیمی تلاش نموده‌اند تا این پارامترها را الگوسازی و سپس شبیه‌سازی کنند. الگوسازی در خانواده ARIMA، ARMA و SARIMA یکی از شیوه‌های مهم و معتبر در شبیه‌سازی پارامترهای اقلیمی است (نیرومند، ۱۹۹۲). قهرمان و قره‌خانی (۲۰۱۱) مدل‌های تصادفی سری زمانی MA، AR و ARIMA را برای برآورد تبخیر از تشت مورد استفاده قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که مدل سری زمانی  $(1,1,1)$  ARIMA عملکرد بسیار بهتری نسبت به سایر مدل‌های ARIMA دارد و روند تغییرات سری زمانی را به خطای کم‌تری شبیه‌سازی می‌کند. پادبلا و همکاران (۱۹۹۶) مدل‌های استوکستیک ARIMA را برای تحلیل سری‌های زمانی دبی ۳ چشمه کارستی، اسپانیا و فرانسه به‌کار گرفتند نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که می‌توان از مدل‌های استوکستیک به‌منظور پیش‌بینی دبی استفاده کرد همچنین بهترین مدل را ARIMA معرفی کردند. بیش‌تر پژوهش‌های صورت گرفته براساس این مدل شامل مواردی هم‌چون تعیین مدل مناسب، تخمین پارامترهای مدل استخراج شده با حداکثر صحت و شبیه‌سازی متغیرهای موردنظر با کم‌ترین خطا استوار بوده است.

نواکس و مکلیود (۱۹۸۵) قدرت پیش‌بینی کوتاه‌مدت مدل‌های ARIMA, SARIMA و مدل‌های خود هم‌بسته دوره‌ای (PAR) را بر روی سری ۳۰ ماهه جریان رودخانه مقایسه کرده و نشان دادند که مدل‌های خود هم‌بسته دوره‌ای دقیق‌ترین پیش‌بینی را دارند. آن‌ها همچنین برتری لگاریتمی را به دیگر تبدیل‌های باکس-کاکس براساس روش حداکثر درست‌نمایی به‌دست آوردند. لیت و پیکسوتو (۱۹۹۶) کاربرد مدل‌های اتورگرسیون را در بررسی تغییرات دما با استفاده از بلندترین سری‌های زمانی مورد بررسی قرار دادند. این مطالعه نشان می‌دهد که مقادیر تغییرپذیری قابل‌توجه‌ای در مقیاس‌های سالانه و دهه‌ای وجود دارد. نتیجه دیگر این پژوهش بیانگر آن است که نمی‌توان وجود روند افزایش دما را در مقیاس جهانی به اثر گل‌خانه‌ای نسبت داد. بورلاند و مونتانا (۱۹۹۶) از مدل‌های ARIMA برای پیش‌بینی بارندگی‌های ساعتی در زمان وقوع آن‌ها استفاده و مقادیر به‌دست آمده را با داده‌های باران‌سنجی مقایسه کردند. آن‌ها در پژوهش خود به این نتیجه رسیدند که با افزایش مدت دوام بارندگی، پیش‌بینی‌ها روند دقیق‌تری داشتند و با کوتاه‌تر شدن دوام بارندگی، اختلاف میزان باران پیش‌بینی از مقدار واقعی متناظر خود بیش‌تر می‌شود. تیببا و فریدن‌رایچ (۲۰۰۴) در بررسی سری زمانی داده‌های ماهانه ساعات آفتابی و تابش خورشیدی در اقلیم‌های حاره‌ای (برزیل) به این نتیجه رسیدند که بهترین روش برای انجام این مطالعه استفاده از روش AR(1) برای تابش خورشیدی و ترکیب آن با ضریب تغییر خود هم‌بسته (Auto-correlation) می‌باشد که این ضریب در نواحی شمالی برزیل بین ۰/۴۷-۰/۳۰ و در نواحی دیگر صفر است. خردمندینا و عساکره (۲۰۰۱) برای پیش‌بینی درجه حرارت متوسط ماهانه منطقه جاسک از مدل‌سازی SARIMA استفاده نمودند. جهانبخش‌اصل و ترابی (۲۰۰۴) با استفاده از روش سری‌های زمانی و مدل ARIMA، ۵ ایستگاه معرف در ۵ ناحیه اقلیمی ایران را در فاصله سال‌های ۱۹۵۱-۹۵ مورد مطالعه قرار داد و نتیجه گرفته است که مقادیر حداقل و حداکثر دما، به‌جز مناطق نیمه‌خشک گرم ایران (ایستگاه‌های حاشیه کویر و مناطق کم‌ارتفاع جنوبی)، سایر مناطق- از جمله نواحی دریای خزر و نواحی کوهستانی- تغییرات دمایی داشته‌اند و مجموع بارندگی ماهانه به‌جز در مناطق حاشیه‌ای کویرهای مرکزی تغییرات آماری معنی‌داری ندارند. تحلیل و پیش‌بینی خشک‌سالی‌ها و ترسالی‌های استان مازندران، براساس کاهش یا افزایش بارندگی نسبت به میانگین درازمدت، توسط رضانی (۲۰۰۱) انجام شده و نتیجه گرفته است که وقوع

خشک‌سالی‌ها و ترسالی‌ها، بیش‌تر با شدت‌های متوسط و یا تقریباً نرمال بوده و بروز این پدیده‌ها در سطح استان از هم‌زمانی و نظم خاصی برخوردار است. عزیزی و همکاران (۲۰۰۵) برای پیش‌بینی خشک‌سالی و ترسالی در استان سیستان و بلوچستان با استفاده از مدل سری زمانی هالت ویتترز به این نتیجه رسیدند که ۳ دوره خشک‌سالی و ۲ دوره ترسالی در منطقه رخ داده است، به‌طوری‌که خشک‌سالی‌ها ضعیف و متوسط، اما با تداوم زیاد بوده، در حالی‌که ترسالی‌ها شدید و بسیار شدید اما با تداوم کم ظاهر شده‌اند. هدف از انجام این پژوهش برآزش مدل آماری ARIMA به داده‌های ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان است.

### مواد و روش‌ها

مقادیر ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان در ایستگاه هواشناسی هاشم‌آباد (واقع در ۵ کیلومتری غرب گرگان) ثبت می‌گردد که در این پژوهش مقادیر ذکر شده در ماه، به‌مدت ۲۰ سال (از فروردین ۱۳۷۱ تا اسفندماه ۱۳۹۰) مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت. این مشاهده‌ها در مرحله اول نامانا بودند که با استفاده از تفاضل مرتبه اول در تاخیر ۱۲ اثر فصلی و با تفاضل‌گیری مرتبه اول، اثر روند حذف شد و به سری مانا تبدیل گردید. با استفاده از تابع خود همبستگی (ACF) و تابع خود همبستگی جزیبی (PACF)، مرتبه میانگین متحرک فصلی و غیرفصلی و همچنین مرتبه اتورگرسیو فصلی و غیرفصلی تعیین شد. با توجه به مؤلفه‌های ذکر شده، مدل نهایی برای سری مشاهده‌ها تعیین گردید و با استفاده از آن پیش‌بینی برای ۳۶ ماه آینده انجام گرفت (نیرومند، ۱۹۹۲).

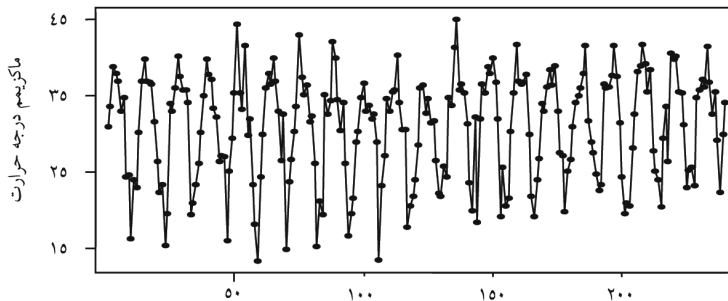
### نتایج

در ابتدا تحلیل سری زمانی مربوط به ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان مورد بررسی قرار می‌گیرد. اولین قدم در تحلیل سری زمانی رسم نمودار داده‌ها در مقابل شماره ماه می‌باشد (شکل ۱). با توجه به این شکل سری مشاهدات نامانا (non-stationary) بوده و با این‌که نبود روند در واریانس دیده می‌شود ولی وجود یک روند ضعیف در میانگین به‌نظر می‌رسد. نمودار تابع خود همبستگی این مشاهدات (ACF) به‌صورت تناوبی و دارای نوسان است، پس مشاهده‌ها دارای اثر فصلی می‌باشند (براکول و دیویس، ۱۹۹۱) (شکل ۲)، یعنی مقادیر ماکزیمم درجه حرارت شهرستان

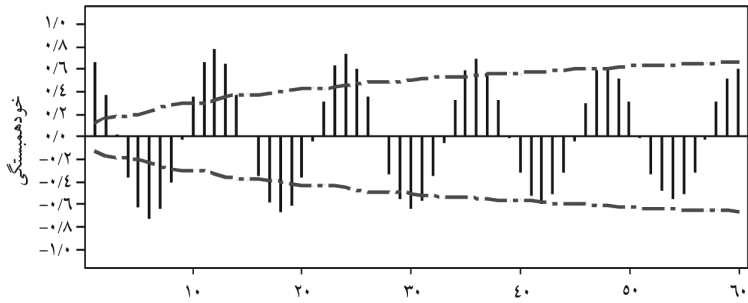
گرگان بعد از طی یک دوره چندماهه به طور تناوبی تکرار می‌شوند (البته نه به طور دقیق منظم) که با دقت در شکل ۲ طول دوره ۱۲ ماهه برای تغییرات فصلی تأیید می‌شود.

**حذف اثر فصلی:** برای حذف اثر فصلی مشاهده‌ها از تفاضل‌گیری با تاخیر ۱۲ استفاده می‌کنیم (نیرومند، ۱۹۹۲). نمودار سری زمانی این مشاهدات تفاضل‌گیری شده، همراه با یک خط روند برازش داده شده، در شکل ۳ رسم شده است. در شکل ۳ مدل روند خطی  $Y_t = -0.099 + 0.0027t$  که به روش کم‌ترین مربعات به این سری از مشاهده‌ها برازش داده شده بیانگر وجود یک روند نه چندان قوی در میانگین می‌باشد. دلیل برازش یک مدل خطی به این سری از مشاهده‌ها را می‌توان مناسب بودن این مدل با توجه به نمودار سری زمانی آن‌ها دانست.

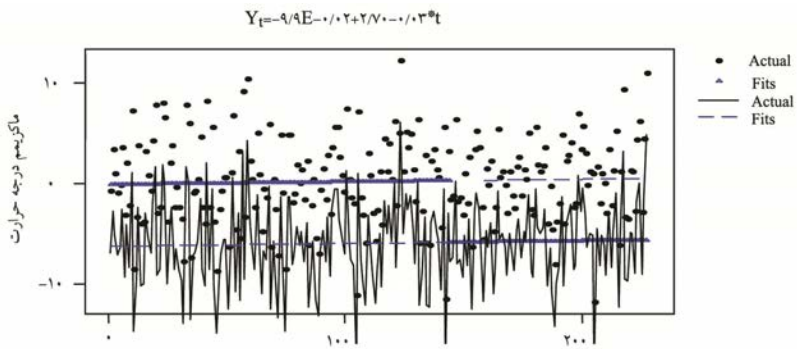
**حذف روند در میانگین سری:** برای حذف روند، کافی است از تفاضل مرتبه اول استفاده کنیم. تفاضل‌گیری یک صافی مفید برای حذف روند از سری مشاهده‌ها می‌باشد تا سری مانا شود. هر چند معمولاً با یک بار تفاضل‌گیری، روند موجود در سری به طور ظاهری حذف می‌شود ولی بهتر است با تفاضل‌گیری مرتبه اول به طور مکرر، تا حد امکان وجود روند در میانگین سری را از بین ببریم و این همان کاری است که ما با ۳ بار تفاضل‌گیری مرتبه اول انجام دادیم. با توجه به معادله خط‌های روند برازش شده و مقایسه شیب آن‌ها در می‌یابیم که با هر بار تفاضل‌گیری، شیب خط به صفر نزدیک نمی‌شود، بنابراین سری مشاهده‌ها به دست آمده از تفاضل مرتبه اول را به عنوان سری ایستا که تنها دارای تغییرات نامنظم می‌باشد در نظر می‌گیریم (شکل ۴).



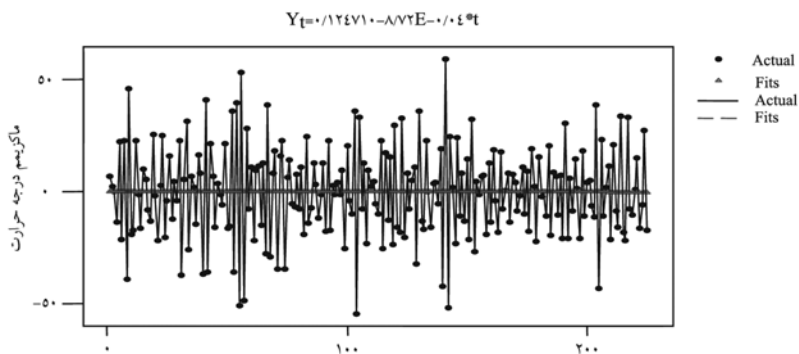
شکل ۱- نمودار ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان از سال ۹۰-۱۳۷۱.



شکل ۲- نمودار تابع خودهمبستگی ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان.



شکل ۳- نمودار سری مشاهده‌های تفاضل‌گیری شده با تأخیر ۱۲، همراه با خط روند.



شکل ۴- نمودار سری مشاهده‌های تفاضل‌گیری شده مرتبه اول همراه با خط روند.

برآزش مدل کلی ARIMA به داده‌های ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان: دیدیم که، سری زمانی مربوط به ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان یک سری نامانا بود که با حذف اثر فصلی به سری  $y_t = \nabla_{12} X_t = X_t - X_{t-12}$  و با تفاضل‌گیری مرتبه اول در تاخیر یک به سری  $w_t = \nabla' \nabla_{12} X_t$  رسیدیم. الگوی فصلی کلی ARIMA(p,d,q;P,D,Q) برای این سری به صورت 
$$\phi_p(B) \cdot \phi_p(B^{12}) \cdot w_t = \theta_q(B) \cdot \theta_q(B^{12}) \cdot Z_t$$
 است که در آن:

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= (1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p) & \phi_p(B^{12}) &= (1 - \gamma_1 B^{12} - \dots - \gamma_p B^{12p}) \\ \theta_q(B) &= (1 - \beta_1 B - \dots - \beta_q B^q) & \theta_q(B^{12}) &= (1 - \theta_1 B^{12} - \dots - \theta_q B^{12q}) \end{aligned}$$

می‌باشند (B عمل‌گر پس‌رو می‌باشد).

تعیین مرتبه میانگین فصلی و غیرفصلی (q, Q): برای این‌که مرتبه میانگین متحرک غیرفصلی را برآورد کنیم، کافی است مقادیر خود همبستگی نمونه  $(I_k)$  را در نمودار تابع خود همبستگی سری مانا شده (stationary) مورد بررسی قرار دهیم و ببینیم که به‌ازای چند تاخیر اولیه می‌توان آزمون فرض  $H_0: \rho_k = 0$  را رد کرد. برای انجام این آزمون می‌توان به دو طریق عمل کرد اول این‌که از آماره تی (t-student) برای انجام این آزمون استفاده کرد و دوم این‌که از حدود اطمینان رسم شده در نمودار تابع خود همبستگی استفاده کنیم. با توجه به نمودار تابع خود همبستگی سری مانا شده (شکل ۵)، مشاهده می‌کنیم که فرض صفر بودن  $\rho_k$  برای  $k=3$  و چند تاخیر بزرگ‌تر از ۳ را نمی‌توان رد کرد و این چیزی است که با بیرون افتادن مقدار خود همبستگی برای تاخیرهای ۱ و ۲، از حدود اطمینان در نمودار تابع خود همبستگی سری مانا شده تأیید می‌شود. بنابراین با توجه به ویژگی تابع خود همبستگی سری میانگین متحرک می‌توان q را ۲ برآورد کرد. اما برای برآورد مرتبه میانگین متحرک فصلی (Q) کافی است فرض  $H_0: \rho_k = 0$  را در تاخیرهای  $k=1, 12, 24, \dots$  مورد آزمون قرار دهیم بنابراین نمودار تابع خود همبستگی (شکل ۵) تنها دو مقدار  $I_{12}$  و  $I_1$  خارج از حدود اطمینان می‌باشند و به‌ازای دیگر تاخیرها (که مضربی از ۱۲ هستند) داخل حدود اطمینان قرار می‌گیرند. بنابراین مرتبه میانگین متحرک فصلی، یعنی Q را ۲ برآورد می‌کنیم.

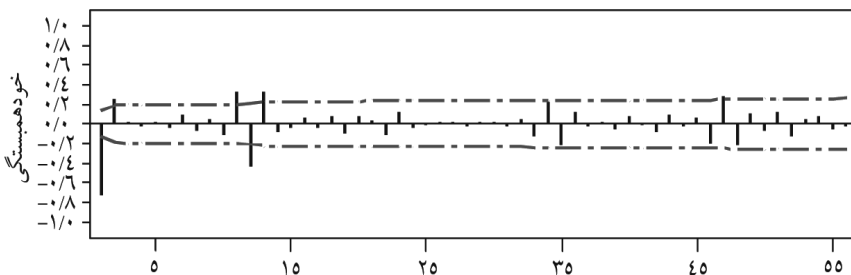
تعیین مرتبه اتورگرسیو فصلی و غیرفصلی (P, p): فرایند اتورگرسیو نیز یک سری زمانی مانا می‌باشد و یکی از خصوصیات مهم آن این است که تابع خود همبستگی جزئی آن برای AR(p) بعد از تاخیر p صفر می‌شود (خردمندیا، ۱۳۷۶)، بنابراین برای برآورد p کافی است آزمون فرض  $H_0: \phi_{kk} = 0$  را در

مقابل  $\phi_{kk} \neq 0$ ،  $H$ ، در تاخیرهای متفاوت مورد بررسی قرار دهیم (گنجعلی، ۱۹۹۷). برای انجام این آزمون‌ها نیز می‌توان همانند میانگین متحرک از آزمون تی و یا نمودار تابع خودهمبستگی جزئی نمونه (PACF) سری مانا شده کمک گرفت. نمودار تابع خودهمبستگی جزئی نمونه برای سری مانا شده در شکل ۶ رسم شده است. با توجه به این نمودار فرض صفر بودن  $\phi_{kk}$  برای  $k=1-7$  و همچنین  $k=9$  و  $k=10$  رد می‌شود و برای چند تاخیر بزرگ‌تر از ۱۰ این فرض صفر به دلیل واقع شدن آن‌ها در حدود اطمینان رد نمی‌شوند. بنابراین مرتبه اتورگرسیو غیرفصلی را ۹ برآورد می‌کنیم. همچنین با بررسی مقادیر خودهمبستگی جزئی نمونه برای  $k=1, 12, 24, \dots$  در نمودار ۶، به دلیل خارج افتادن  $\phi_{11}$  از حدود اطمینان، مرتبه اتورگرسیو فصلی را ۱ برآورد می‌کنیم. بنابر آنچه که به دست آمد داریم:  $P=1$ ،  $D=1$ ،  $Q=2$ ،  $p=9$ ،  $d=1$  و  $q=2$  و فعلاً مدل پیشنهادی برای سری اولیه ماکزیمم درجه حرارت،  $ARIMA(9,1,2; 1,1,2)$  می‌باشد. این مدل پیشنهادی ممکن است مدلی خوبی نباشد بنابراین باید پارامتر را آنقدر تغییر دهیم تا یک مدل مناسب به سری برازش داده شود. در گام اول برازش مدل فصلی  $ARIMA(9,1,2; 1,1,2)$  و برآورد ضرایب این مدل با خطای برازش از طرف نرم‌افزار Minitab مواجه می‌گردد و این خطای برازش تا  $p=5$  ادامه دارد. بنابراین در گام دوم با در نظر گرفتن عدد ۱ برای مرتبه میانگین متحرک فصلی، سعی در برازاندن الگوی فصلی  $ARIMA(5,1,2; 1,1,1)$  به سری اولیه ماکزیمم درجه حرارت ماهانه هستیم. نتایج این برازش در جدول ۱ آمده است. برآورد نهایی ضرایب این مدل در ستون ضریب (coef.) ارائه شده است، که این ضرایب به صورت  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  در  $AR(5)$ ،  $B_1$  و  $B_2$  در  $MA(2)$ ،  $\theta_1$  در  $SMA(1)$ ،  $\gamma_1$  در  $SAR(1)$  و مقدار ثابت مدل (constant) می‌باشد. در ستون T، مقدار آماره آزمون ارائه شده است. با توجه به مقدار آماره تی نمی‌توان فرض  $H_0: \alpha_i=0$  برای  $i=3, 4, 5$  در سطح معنی‌داری  $\alpha=5$  درصد رد کرد و این تصمیم‌گیری را برای  $\gamma_1=0$ ،  $H_0$  خواهیم داشت بنابراین یک مدل مناسب‌تر برای سری مقادیر ماکزیمم درجه حرارت ممکن است مدل  $ARIMA(2,1,2; 0,1,1)$  باشد. این برازش نیز انجام شده و نتایج مربوط به برآورد ضرایب و آزمون فرض‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است، مشاهده می‌شود که تنها دو فرض  $H_0: \beta_2=0$  و  $H_0: \text{Constant}=0$  را نمی‌توان در سطح معنی‌داری  $\alpha=5$  درصد رد کرد، بنابراین برای برازش یک مدل فصلی با پارامتر کم‌تر و مناسب‌تر، الگوی  $ARIMA(2,1,1; 0,1,1)$  می‌باشد که نتایج به دست آمده از این برازش در جدول ۳ نشان داده شده است. معادله این الگو فصلی به صورت  $\phi_2(B) \cdot \nabla \cdot \nabla_{12} X_t = \theta_1(B) \cdot \theta_1(B^{12}) Z_t$  می‌باشد که در آن:

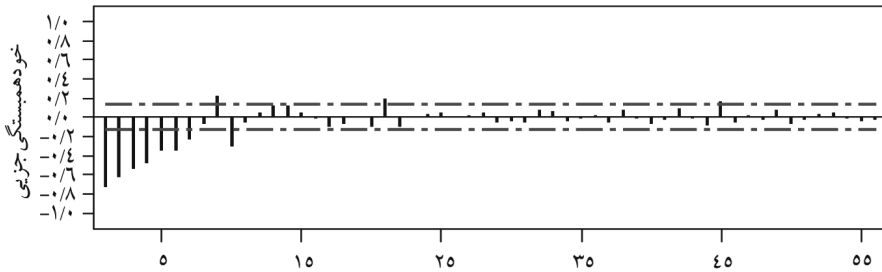
$$\theta_1(B^{12}) = (1 - 0.9112B^{12}) \quad \theta_1(B) = (1 - 0.6787B) \quad \phi_2(B) = (1 + 0.2798B + 0.2388B^2)$$



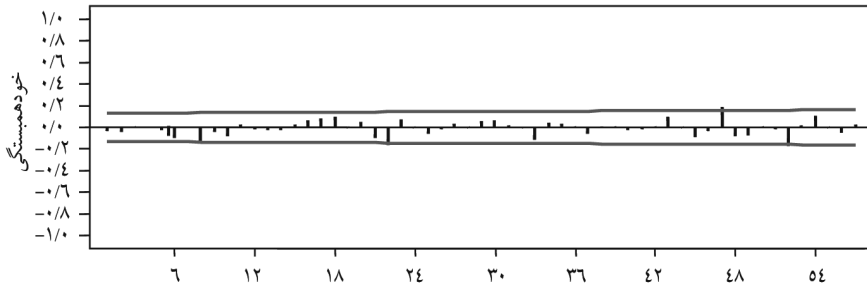
برآورد شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید فرض صفر بودن هر یک از ۵ ضریب در سطح معنی‌داری ۵ درصد رد می‌شود. یکی از ملاک‌های مناسب بودن مدل، استقلال باقی‌مانده‌های به‌دست آمده از برازش مدل به سری مشاهده‌ها می‌باشد. برای بررسی این موضوع از نمودار تابع خود همبستگی سری باقی‌مانده‌های به‌دست آمده از برازش کمک می‌گیریم. اگر در مورد تمام خود همبستگی‌های باقی‌مانده‌ها نتوان فرض صفر را رد کرد در این صورت استقلال بین باقی‌مانده‌ها وجود دارد. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌کنید، تقریباً همه مقادیر  $I_k$  برای سری باقی‌مانده‌های به‌دست آمده از برازش مدل، در داخل حدود اطمینان قرار گرفته‌اند و این مستقل بودن باقی‌مانده‌های به‌دست آمده از برازش مدل  $ARIMA(2,1,1; 0,1,1)$  را نتیجه می‌دهد و همچنین برای ارزیابی مناسب بودن مدل، آزمون‌های دیگری نیز وجود دارد که عبارتند از نمودار باقی‌مانده‌ها نسبت به نشان-نرمال (Normal Score) که باید به‌صورت یک خط راست باشد (شکل ۸) و نمودار باقی‌مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش شده باید به‌صورت تصادفی پخش شده باشد و نمودار باقی‌مانده‌ها نسبت به زمان باید در اطراف سطح افقی صفر، پراکندگی مستطیلی بدون روندی داشته باشند. همچنین آماره باکس-پیرس بیان می‌کند که اگر مقدار آن از مقدار  $\chi^2_{\alpha,df}$  کم‌تر باشد، مدل مناسب است. مقدار این آماره  $11/4$  و مقدار  $\chi^2_{0.05, 8} = 15/507$  است یعنی مدل برازش شده مناسب است. بنابراین با استفاده از این مدل می‌توان مقادیر ماکزیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان را برای ماه‌های آتی پیش‌بینی کرد که در جدول ۴ برای سال‌های ۱۳۹۱، ۱۳۹۲ و ۱۳۹۳ این عمل انجام شده است و همچنین حدود پیش‌بینی در جدول‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است.



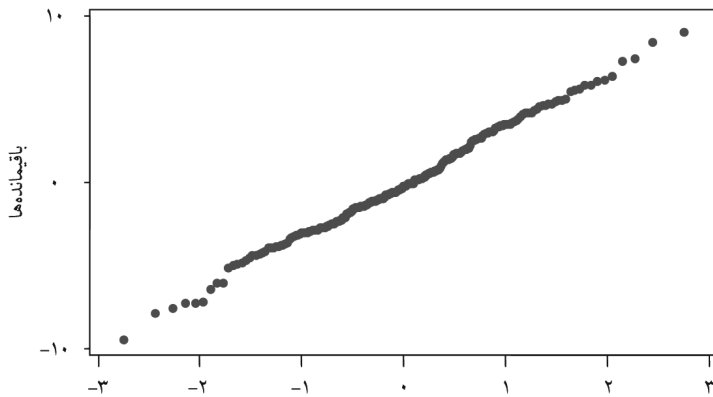
شکل ۵- تابع خودهمبستگی سری مشاهده‌های ایستا شده.



شکل ۶- تابع خودهمبستگی جزئی سری مشاهده‌های ایستا شده.



شکل ۷- نمودار تابع خودهمبستگی سری باقی‌مانده‌های به‌دست آمده از برازش مدل (ARIMA (۲,۱,۱; ۱,۱,۱)).



شکل ۸- نمودار باقی‌مانده‌ها نسبت به نشان- نرمال.

جدول ۱- برآورد پارامترها در مدل ( ۱,۱,۱ )<sub>۱,۵,۲</sub> .ARIMA

نوع (type)	ضریب (coef.)	انحراف استاندارد (st.Dev)	آمار آزمون (T)
اتورگرسیو ۱	-۰/۹۷۹	۰/۱۳۶	-۷/۲۳
اتورگرسیو ۲	-۰/۱۸۱	۰/۱۰۸	-۱/۶۷
اتورگرسیو ۳	۰/۰۸۰	۰/۱۱۳	۰/۷۲
اتورگرسیو ۴	۰/۲۲۴	۰/۱۰۹	۲/۰۷
اتورگرسیو ۵	۰/۱۳۷	۰/۰۷۴	۱/۸۳
اتورگرسیو ۱۲	-۰/۰۳۶	۰/۰۸۳	-۰/۴۵
میانگین متحرک ۱	۰/۱۱۴	۰/۱۱۸	۰/۹۷
میانگین متحرک ۲	۰/۸۴۳	۰/۱۲۱	۶/۹۹
میانگین متحرک فصلی ۱۲	۰/۸۸۳	۰/۰۵۴	۱۶/۲۰
عدد ثابت	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۳۳	۱/۰۸

جدول ۲- برآورد پارامترها در مدل ( ۱,۱,۰ )<sub>۲,۱,۲</sub> .ARIMA

نوع (type)	ضریب (coef.)	انحراف استاندارد (st.Dev)	آماده آزمون (T)
اتورگرسیو ۱	-۰/۳۵۴	۰/۱۹۳	-۱/۸۳
اتورگرسیو ۲	-۰/۱۷۵	۰/۰۷۱	-۲/۵۰
میانگین متحرک ۱	۰/۷۲۸	۰/۱۹۵	۳/۷۵
میانگین متحرک ۲	۰/۲۱۶	۰/۱۸۷	۱/۱۶
میانگین متحرک فصلی ۱۲	۰/۹۰۹	۰/۰۴۵	۲۰/۰۷
عدد ثابت	۰/۰۰۳۸۹	۰/۰۰۴۲۴	۰/۹۳

جدول ۳- برآورد نهایی پارامترها در مدل ( ۱,۱,۰ )<sub>۱,۱,۲</sub> .ARIMA

نوع (type)	ضریب (coef.)	انحراف استاندارد (st.Dev)	آماده آزمون (T)
اتورگرسیو ۱	-۰/۲۸۰	۰/۰۹۲	-۳/۰۳
اتورگرسیو ۲	-۰/۲۳۹	۰/۰۸۱	-۲/۹۴
میانگین متحرک ۱	۰/۶۷۹	۰/۰۸۱	۸/۳۸
میانگین متحرک فصلی ۱۲	۰/۹۱۱	۰/۰۴۳	۲۱/۱۲
عدد ثابت	۰/۰۰۹۵۸	۰/۰۰۹۸۹	۰/۹۸

جدول ۴- مقادیر پیش‌بینی شده ماکزیمم درجه حرارت شهر گرگان برای سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱۳۹۱	۳۷/۰۴	۳۸/۰۵	۴۱/۱۶	۴۲/۲۶	۴۴/۰۷	۴۱/۱۳	۳۷/۲۳	۳۶/۰۱	۳۰/۲۸	۲۵/۲۷	۳۷/۸۴	۳۱/۱۱
۱۳۹۲	۳۷/۰۹	۳۸/۰۹	۴۱/۱۴	۴۲/۲۹	۴۴/۳۳	۴۱/۱۴	۳۷/۲۳	۳۶/۰۱	۳۰/۱۸	۲۶/۲۲	۳۸/۱۷	۳۱/۱۷
۱۳۹۳	۳۷/۱۲	۳۹/۲۶	۴۱/۱۷	۴۲/۲۵	۴۴/۰۳	۴۱/۱۴	۳۷/۲۳	۳۶/۰۱	۳۱/۲۳	۲۶/۲۲	۳۸/۱۷	۳۱/۱۷

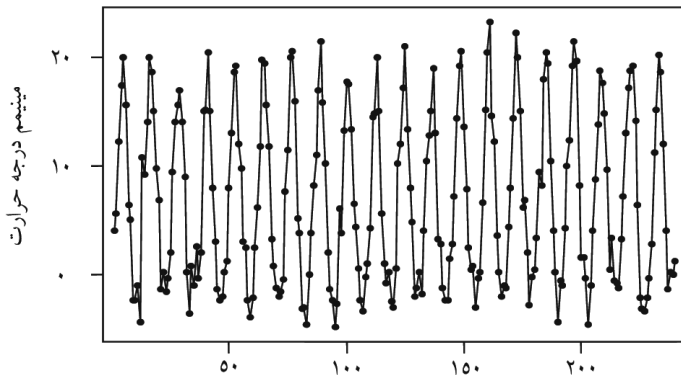
جدول ۵- حد پایین پیش‌بینی ماکزیمم درجه حرارت شهرستان گرگان در سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱۳۹۱	۲۹/۰۷	۲۸/۳۲	۳۷/۰۷	۳۹/۰۵	۴۰/۳۴	۳۷/۲۸	۳۶/۳۱	۳۵/۲۹	۲۶/۲۶	۲۳/۲۱	۲۰/۲۰	۱۶/۱۱
۱۳۹۲	۳۰/۱۳	۲۸/۳۳	۳۷/۰۷	۳۹/۰۵	۴۰/۳۳	۳۷/۲۸	۳۶/۳۱	۳۵/۲۹	۲۶/۲۶	۲۳/۲۱	۲۰/۲۰	۱۶/۱۱
۱۳۹۳	۳۰/۴۶	۳۱/۹۹	۳۹/۱۷	۳۹/۰۵	۴۱/۰۷	۳۸/۲۸	۳۵/۲۹	۳۰/۲۹	۲۶/۲۶	۲۳/۲۱	۲۰/۲۰	۱۶/۱۱

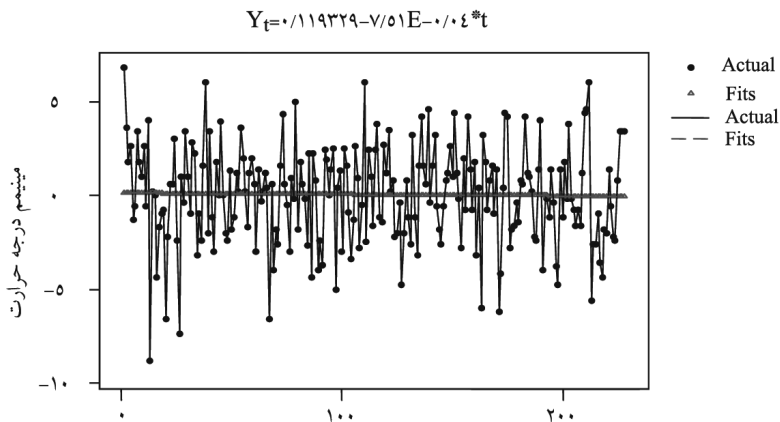
جدول ۶- حد بالای پیش‌بینی ماکزیمم درجه حرارت شهرستان کرگان در سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱۳۹۱	۲۹/۵۱	۶۳/۱۳	۵۳/۳۳	۵۷/۲۳	۵۰/۷۳	۳۱/۳۳	۱۸/۱۳	۱۵/۷۱	۱۷/۶۳	۱۸/۷۱	۱۷/۸۱	۲۱/۷۱
۱۳۹۲	۷۷/۹۱	۵۲/۱۳	۷۱/۳۳	۷۱/۸۳	۱۶/۶۳	۵۸/۳۳	۶۸/۱۳	۱۳/۷۱	۱۵/۶۳	۱۶/۷۱	۶۸/۸۱	۶۰/۷۱
۱۳۹۳	۲۵/۹۱	۵۰/۱۳	۱۱/۳۳	۵۱/۸۳	۵۷/۶۳	۷۱/۳۳	۳۲/۱۳	۱۸/۷۱	۲۰/۶۳	۵۲/۷۱	۸۱/۸۱	۳۸/۷۱

تحلیل سری زمانی مربوط به مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان: در ابتدا نمودار مشاهده‌ها رسم می‌شود (شکل ۹). با توجه به نمودار ذکر شده می‌توان گفت روند در میانگین و واریانس وجود ندارد. اما وجود تغییرات فصلی در مشاهدات را می‌توان دید. با استفاده از شکل تابع خودهمبستگی طول دوره تناوب ۱۲ تعیین شد (نیرومند، ۱۹۹۲).

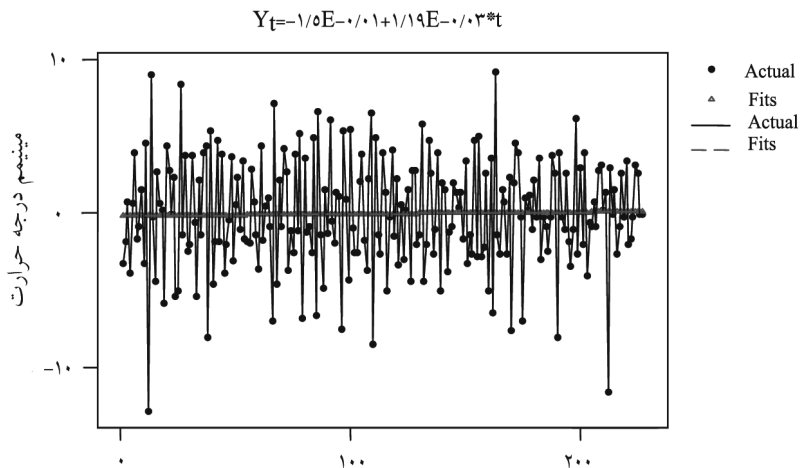


شکل ۹- نمودار مینیمم درجه حرارت ماهانه شهرستان گرگان از سال ۱۳۷۱ تا ۱۳۹۰.



شکل ۱۰- نمودار سری مشاهدات تفاضل‌گیری شده با تأخیر ۱۲، همراه با خط روند.

برای حذف اثر فصلی از مشاهده‌ها، از تفاضل‌گیری با تاخیر ۱۲ استفاده می‌کنیم (شکل ۱۰). با حذف مؤلفه فصلی از مشاهده‌ها فقط تغییرات نامنظم باقی می‌ماند. شیب خط روند  $-0/00075$  است که بیانگر یک روند خیلی ضعیف در میانگین مشاهده‌ها است که می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. اگر از تفاضل مرتبه اول استفاده شود، شکل ۱۱ به‌دست می‌آید که شیب خط روند در آن  $0/00119$  می‌باشد و بنابراین تفاضل‌گیری باعث افزایش شیب خط می‌شود. پس سری مشاهده‌های به‌دست آمده از تفاضل‌گیری با تاخیر ۱۲ یک سری مانا می‌باشد و فقط دارای تغییرات نامنظم می‌باشد (گنجعلی، ۱۹۹۷).



شکل ۱۱- نمودار سری مشاهدات تفاضل‌گیری مرتبه اول همراه با خط روند.

برآزش مدل کلی **ARIMA** بر داده‌های میانگین درجه حرارت شهرستان گرگان: الگوی فصلی کلی به‌صورت  $ARIMA(p, d, q; P, D, Q)$  می‌باشد که این ۶ پارامتر باید به‌طور مناسب انتخاب شوند. مرتبه تفاضلی فصلی ۱ می‌باشد ( $D=1$ ) و مرتبه تفاضلی غیرفصلی صفر است ( $d=0$ ) که قبلاً شرح داده شده است. برای تعیین مرتبه میانگین متحرک فصلی و غیرفصلی ( $q, Q$ ) از نمودار تابع خود همبستگی سری ایستا شده استفاده می‌کنیم. با توجه به آن،  $q=0$  و  $Q=2$  می‌باشد. برای تعیین مرتبه اتورگرسیو

فصلی و غیرفصلی (p,P) از همبستگی نگار جزئی سری ایستا شده استفاده می‌شود. با توجه به آن،  $p=0$  و  $P=3$  می‌باشد. پس یک مدل پیشنهادی مناسب برای مشاهده‌ها،  $ARIMA(0,0; 3,1,2)$  می‌باشد که در جدول ۷ دیده می‌شود با توجه به آماره آزمون تی فرض  $H_0: \gamma_i=0$  برای  $i=1,2,3$  رد نمی‌شود یعنی اتورگرسیو فصلی با مرتبه ۳ به مرتبه صفر کاهش می‌یابد و همچنین دلیلی برای رد فرض  $H_0: \theta_1=0$  نداریم به این ترتیب میانگین متحرک فصلی با مرتبه ۲ به مرتبه ۱ کاهش می‌یابد، یعنی به نظر می‌رسد که مدل  $ARIMA(0,0; 0,1,1)$  مدل مناسب‌تری نسبت به مدل قبلی می‌باشد و سپس بررسی شد که اگر مرتبه‌های این مدل را کاهش یا افزایش دهیم مدلی بهتر از مدل یاد شده به دست نمی‌آید (جدول ۸). معادله این مدل به صورت  $\phi.(B).\nabla.\nabla_{12}X_t = \theta.(B).\theta_1(B^{12})Z_t$  می‌باشد. طبق آماره آزمون دلیلی برای حذف پارامترهای باقی‌مانده نداریم و با توجه به آماره باکس-پیرس این مدل مورد تأیید است. از این رو با استفاده از این مدل می‌توان مقادیر مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان را برای سال‌های ۹۳-۱۳۹۱ پیش‌بینی کرد (جدول ۹) و حدود پیش‌بینی در جدول‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است (براکول و دیویس، ۱۹۹۱؛ نیرومند، ۱۹۹۲).

جدول ۷- برآورد پارامترها در مدل  $ARIMA(0,0; 2,1,3)$

نوع (type)	ضریب (cofe.)	انحراف استاندارد (st.Dev.)	آماده آزمون (T)
اتورگرسیو فصلی ۱۲	-۰/۵۱۲۱	۱/۲۸۵۳	-۰/۴۰
اتورگرسیو فصلی ۲۴	-۰/۲۱۴۵	۰/۱۲۸۹	-۱/۶۶
اتورگرسیو فصلی ۳۶	-۰/۱۲۱۲	۰/۳۸۱۳	-۰/۳۲
میانگین متحرک فصلی ۱۲	۰/۳۳۳۶	۱/۲۸۳۸	۰/۲۶
میانگین متحرک فصلی ۲۴	۰/۵۵۸۰	۱/۱۷۶۳	۰/۴۷
عدد ثابت	۰/۰۹۰۱۷	۰/۰۲۳۶۰	۳/۸۲

جدول ۸- برآورد نهایی پارامترها در مدل  $ARIMA(0,0; 1,1,0)$

نوع (type)	ضریب (cofe.)	انحراف استاندارد (st.Dev.)	آماده آزمون (T)
میانگین متحرک فصلی ۱۲	۰/۹۱۵۳	۰/۰۴۰۷	۲۲/۴۸
عدد ثابت	۰/۰۴۰۷۷	۰/۰۱۹۱۳	۲/۱۳



جدول ۹- مقادیر پیش‌بینی شده مینیمم درجه حرارت شهر گرگان برای سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	اسفند	بهمن	دی	آذر	آبان	مهر	شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین
۱۳۹۱	-۰/۵۳	-۱/۸۱	-۱/۲۱	۰/۰۲	۳/۹۰	۹/۵۱	۱۶/۱۵	۲۰/۱۵	۱۸/۱۴	۱۳/۰۶	۷/۳۳	۳/۱۲
۱۳۹۲	-۰/۴۷	-۱/۶۲	-۱/۱۵	۰/۰۳	۳/۹۱	۹/۴۳	۱۶/۲۰	۲۰/۱۷	۱۸/۳۱	۱۳/۱۶	۷/۶۲	۳/۱۶
۱۳۹۳	-۰/۳۹	-۱/۶۰	-۱/۰۲	۰/۰۷	۴/۰۷	۹/۶۱	۱۶/۲۳	۲۰/۲۳	۱۸/۵۲	۱۳/۲۲	۷/۷۱	۳/۲۵

جدول ۱۰- حد پایین پیش‌بینی مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان در سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	اسفند	بهمن	دی	آذر	آبان	مهر	شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین
۱۳۹۱	۶۵/۳-	۵/۸۷۵-	۶۳/۵-	۷۰/۳-	-۰/۱۴	۵۵/۵	۱۲/۲۹	۱۶/۱۳	۱۴/۱۹	۹/۰۵	۳/۵۴	-۰/۹۷
۱۳۹۲	۷۵/۳-	۶/۸۵۵-	۵۳/۵-	۴۰/۳-	-۰/۱۲	۵۱/۵	۱۲/۲۹	۱۶/۱۸	۱۴/۳۶	۹/۰۸	۳/۵۷	-۰/۹۵
۱۳۹۳	۴۵/۳-	۶/۸۷۵-	۶۲/۵-	۴۰/۳-	-۰/۰۹	۶۸/۵	۱۲/۳۳	۱۶/۱۸	۱۴/۲۷	۹/۰۹	۳/۵۹	-۰/۹۲

جدول ۱۱- حد بالای پیش‌بینی مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان در سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۳ (۳۶ ماه).

سال	ماه											
	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱۳۹۱	۷/۸	۳۷/۱۱	۳۳/۸	۸/۲۸	۳۳/۳۱	۳۳/۳۱	۳۸/۳۱	۳۰/۷	۸/۳	۲/۸	۳/۸	۳/۸
۱۳۹۲	۵/۸	۵/۱۱	۸/۸	۱۳/۲۸	۳۳/۳۱	۲۳/۳۱	۳۸/۳۱	۷/۷	۸/۳	۵/۸	۲/۸	۳/۸
۱۳۹۳	۷/۸	۳۷/۱۱	۳۳/۸	۸/۲۸	۳۳/۳۱	۳۳/۳۱	۳۸/۳۱	۳۰/۷	۸/۳	۲/۸	۳/۸	۳/۸

با توجه به مقادیر پیش‌بینی شده برای ماکزیمم و مینیمم درجه حرارت شهرستان گرگان مشاهده می‌شود که دمای حداکثر و دمای حداقل در سال‌های آینده روند افزایشی خواهد داشت (جدول‌های ۴ و ۹).

#### منابع

1. Azizi, Gh., and Roshan, A.A. 2005. Forecasting of droughts and wet years by uses Holt-Winters model in Hormozgan province. *Geographical Research*, 79: 13441-13456.
2. Borland, P., and Montana, A. 1996. Forecasting of storm rain full by combined use of rider, rain gages and linear models. *Atmospheric research*, 42: 199-216.
3. Brockwell, P.J., and Davis, R.A. 1991. *Time series: Theory and Method*, Springer verlay, New York, 577p.
4. Ganjali, M. 1997. Correlation in time series. *Andishe-ye Amari*, 2: 2. 44-47.
5. Ghahraman, N., and Gharekhani, A. 2011. Evaluation of the time series analysis to predict evaporation. *J. Water Res. Agric*. 25: 1. 75-81.
6. Jahanbakhsh-Asl, S., and Torabi, S. 2004. Study and forecasting of precipitation and temperature changes in Iran. *Geographical Research*, 74: 104-125. (In Persian)
7. Kheradmand-Nia, M., and Asakereh, H. 2001. Patterning of ARIMA for annual average temperature in Jask (Jask). The third conference of stochastic process. Isfahan University. (In Persian)
8. Leite, S., and Peixoto, S. 1996. The autoregressive model of climatological time series an application to the longest time series in Portugal. *Inter. J. Climatol*. 16: 1165-1173.
9. Niroomand, H. 1992. *Time series analysis*. Ferdowsi University of Mashad Press, 585p. (In Persian)
10. Noaks, D., and Mcleod, A. 1985. Forecasting monthly river flow time series. *Inter. J. Forecasting*. 1: 179-190.
11. Padilla, A., Puldo-Bosch, A., Cavache, M., and Vallejos, A. 1996. The ARMA model applied to the flow of Karst Spiring. *Water resources bulletin*, 32: 917-928.
12. Ramazani, N. 2001. *Analysis and forecasting of droughts and wet years in Mazandaran province*. M.Sc. Thesis. Tarbiat Moaalem University. Tehran, 142p.
13. Tiba, C., and Fraidenraich, N. 2004. Analysis of monthly time series of solat radiation and sunshine hours in tropical climates. *Renewable Energy*, 29: 1147-1160.



Gorgan University of Agricultural  
Sciences and Natural Resources

*J. of Water and Soil Conservation, Vol. 20(2), 2013*  
<http://jwsc.gau.ac.ir>

## **Fitting statistical models to the data set of maximum and minimum temperatures of Gorgan**

**F. Yaghmaei<sup>1</sup>, \*K. Abdollahnejad<sup>1</sup>, A. Hezarjaribi<sup>2</sup> and M. Babanejad<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Assistant Prof., Dept. of Statistic, Golestan University, <sup>2</sup>Assistant Prof., Dept. of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources

Received: 06/12/2012; Accepted: 10/14/2012

### **Abstract**

Change in climate is one of the common problems of the present human society and is considered a threat and a disaster for the world. Therefore to study and prediction of its elements, for the disaster management is extremely necessary. Due to importance of temperature prediction as one of the most important climatic parameters, its study is necessary to manage the crisis and prediction of the weather condition. Based on information gathered for the last twenty years, a time-series model has been proposed to forecast the minimum and maximum temperatures of Gorgan. Following the elimination of seasonal effects, trend and irregular variations, an ARIMA model was presented. To ascertain the properties of the proposed model, residuals and errors were examined and the model coefficients were estimated. Using the obtained model, the minimum and maximum temperatures from 1391 to 1393 were forecasted. Finally, it became clear that there will be an increase in the minimum and maximum temperatures in the coming years.

**Keywords:** Time series, Temperature, Seasonal effect, Trend

---

\* Corresponding Author; Email: [kamel\\_abdollahnezhad@yahoo.com](mailto:kamel_abdollahnezhad@yahoo.com)