



دانشگاه علم و فناوری، منابع مهندسی

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک

جلد بیستم، شماره پنجم، ۱۳۹۲

<http://jwsc.gau.ac.ir>

## شبیه‌سازی عددی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار

مهدی کاهه<sup>۱</sup> و \*امیراحمد دهقانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی دکتری گروه سازه‌های آبی، دانشگاه شهید چمران اهواز،

<sup>۲</sup>دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

تاریخ دریافت: ۸۹/۵/۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۱۱/۱۱

### چکیده

یکی از راه‌های بهینه کردن مشخصه‌های هندسی پرش هیدرولیکی ایجاد سطح موج‌دار در محل پرش است به طوری که سطح موج‌دار با به وجود آوردن اختلاط شدید در جریان باعث افزایش تنش رینولدز و اصطکاک بستر می‌شود. در این حالت پرش هیدرولیکی برای تشکیل به عمق پایاب کم‌تری نیاز داشته و در نتیجه طول پرش به شکل معنی‌داری کاهش می‌یابد. در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار *FLOW-3D* و به‌کارگیری روش حجم سیال (*VOF*) در تحلیل جریان آزاد و مدل‌های تلاطمی *k-ε* و *RNG k-ε* شبیه‌سازی عددی پرش هیدرولیکی بر روی سطح موج‌داری با ارتفاع زبری ۱۳ میلی‌متر، فواصل بین زبری ۶۸ میلی‌متر، در اعداد فرود ۸/۵-۳/۵ انجام شد و با نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های آزمایشگاهی توسط پژوهش‌گران مختلف مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج توانایی مدل *RNG k-ε* را در تخمین عمق ثانویه، طول پرش و توزیع سرعت را به‌خوبی نشان می‌دهد. ضریب تنش برشی برآورد شده توسط مدل عددی به نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیک بوده و به‌طور متوسط ۸ برابر مقدار آن در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح صاف برآورد شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده، مدل آشفتگی *RNG k-ε* در مقایسه با مدل *k-ε* در مدل‌سازی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار از دقت بالایی برخوردار است.

**واژه‌های کلیدی:** پرش هیدرولیکی، سطح‌های موج‌دار، شبیه‌سازی عددی، حجم محدود، *RNG k-ε*

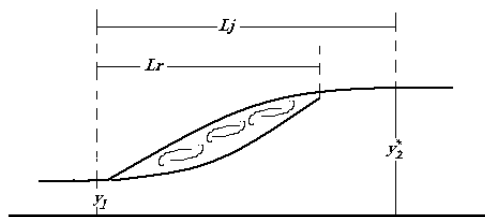
\*مسئول مکاتبه: [a.dehghani@gau.ac.ir](mailto:a.dehghani@gau.ac.ir)

مقدمه

برای جلوگیری از خسارت ناشی از انرژی زیاد آب در جریان‌های بالا بحرانی و نیز به‌منظور از بین بردن انرژی جنبشی اضافی در چنین جریان‌هایی از سازه‌هایی تحت عنوان مستهلک‌کننده انرژی در پایین‌دست این‌گونه جریان‌ها استفاده می‌شود. برخی از این گونه سازه‌ها با ایجاد شرایط مناسب برای وقوع پرش هیدرولیکی باعث از بین رفتن انرژی می‌شوند. پرش یا جهش هیدرولیکی از نوع جریان متغیر سریع می‌باشد که عبارت از تغییر حالت از فوق بحرانی به زیر بحرانی است. بیش‌ترین و عمومی‌ترین پرش‌ها در بسترهای افقی مستطیلی شکل می‌گیرند. در چنین شرایطی اگر  $y_1$  و  $U_1$  به‌ترتیب عمق و سرعت متوسط در مقطع بالادست پرش هیدرولیکی باشد، مقدار عمق مزدوج در پایین‌دست پرش هیدرولیکی با صرف‌نظر کردن از اصطکاک از رابطه معروف بلانگر<sup>۱</sup> به‌دست می‌آید (حسینی و ابریشمی، ۲۰۰۱):

$$\frac{y_2^*}{y_1} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right] \quad (1)$$

که در آن،  $y_2^*$ : عمق ثانویه پرش هیدرولیکی کلاسیک و  $Fr_1^2$ : عدد فرود در مقطع بالادست پرش می‌باشد. قدرت و شدت پرش هیدرولیکی به عدد فرود در مقطع ۱ (محل شروع پرش هیدرولیکی) بستگی دارد که با افزایش آن نسبت  $\frac{y_2^*}{y_1}$  و به‌عبارتی دیگر  $(y_2^* - y_1)$  افزایش می‌یابد. یکی از پارامترهای بسیار مهم در پرش هیدرولیکی، طول پرش می‌باشد که از طریق تحلیل‌های ریاضی قابل محاسبه نبوده و لازم است تا در هر مورد، از نتایج تجربی و آزمایشگاهی استفاده گردد. در پرش‌های آبی عموماً دو طول مختلف مورد توجه قرار می‌گیرد. طول چرخش،  $L_r$ ، که عبارت است از فاصله شروع پرش تا نقطه‌ای که سرعت جریان در سطح معکوس شده است و  $L_j$ ، فاصله شروع پرش تا محلی که رقوم سطح آب تقریباً برابر با ارتفاع پایاب است (شکل ۱).



شکل ۱- مشخصات هندسی پرش هیدرولیکی.

تعیین مقدار  $L_r$  بسیار مشکل بوده و رابطه‌های موجود نتایج متفاوتی را به دست می‌دهد در حالی که مقدار  $L_z$  برای انواع پرش مقادیر مشابهی را نتیجه می‌دهد. به منظور بهینه کردن و یا تغییر مشخصه‌های پرش هیدرولیکی مطالعات بسیاری صورت گرفته است، که از میان آن‌ها می‌توان به بررسی اثر زبری بر روی مشخصه‌های پرش هیدرولیکی اشاره کرد. راجاراتنام (۱۹۶۵) در بررسی‌های اولیه بیان کرد که در صورت ایجاد بستر زیر در پرش هیدرولیکی، عمق ثانویه پرش هیدرولیکی به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. به طوری که برای زبری نسبی  $\frac{d}{y_1}$  (که در آن  $d$ : ارتفاع زبری و  $y_1$ : عمق اولیه پرش) حدود  $0/4$ ، مقدار عمق ثانویه  $0/8$  برابر مقدار آن در پرش هیدرولیکی با زبری معمولی است. همچنین ایشان نتیجه گرفت در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح زبر، مقدار طول پرش به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. پژوهش‌های دیگری از جمله هوگز و فلاک (۱۹۸۴) و هگر (۱۹۹۲) کاهش قابل توجه طول پرش هیدرولیکی بر روی سطوح زبر را تأیید کردند. اید و همکاران (۲۰۰۰) و اید و راجاراتنام (۲۰۰۲a) به بررسی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار پرداختند. آن‌ها دریافتند که سطوح موج‌دار، با ایجاد اختلاط شدید در جریان باعث افزایش تنش رینولدز و اصطکاک بستر می‌شود. در این حالت پرش هیدرولیکی برای تشکیل به عمق پایاب کم‌تری نیاز داشته و در نتیجه طول پرش به شکل معنی‌داری کاهش می‌یابد. همچنین اگر تاج موانع ایجاد شده با بستر اصلی کانال هم ارتفاع باشد، موانع ایجاد برآمدگی در جریان نکرده و پدیده کاویتاسیون رخ نمی‌دهد. ایشان نیز به بررسی اثر شکل موانع روی مشخصه‌های پرش هیدرولیکی در اعداد فرود  $3-7/5$  پرداختند. همچنین در مطالعات ایشان سه شکل زبری بستر به صورت سینوسی، مثلثی و دوزنقه‌ای را در دو زبری نسبی  $0/36$  و  $0/72$  مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که منحنی بی‌بعد سطح آب در تمام آزمایش‌ها تقریباً با هم یکسان بوده و می‌تواند با یک منحنی بی‌بعد متوسط جایگزین شود. ایشان میزان  $20$  درصد کاهش در عمق ثانویه پرش هیدرولیکی را نیز گزارش کردند. از مطالعات اخیر روی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار می‌توان به مطالعات آزمایشگاهی انجام شده توسط ایزدجو و شفاعی بجزستان (۲۰۰۷) اشاره کرد. آن‌ها در یک بررسی آزمایشگاهی بر روی  $6$  نوع زبری (به صورت موانع موج‌دار) مشخصات هیدرولیکی پرش را در اعداد فرود  $10-4$  مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که عمق ثانویه تا  $20$  درصد و طول پرش هیدرولیکی تا  $50$  درصد کاهش می‌یابد. توکیای (۲۰۰۵) در یک بررسی آزمایشگاهی اثر اجزای زبر در محدوده پرش هیدرولیکی را مورد مطالعه قرار داد و آن را به عنوان گزینه‌ای مؤثر در کاهش طول پرش و عمق ثانویه معرفی کرد. ایشان مشخصه‌های پرش‌های

هیدرولیکی با اعداد فرود در محدوده ۱۲-۵ و زبری‌های نسبی ۰/۲۶-۰/۲۰ را مورد بررسی قرار داد. عباسپور و همکاران (۲۰۰۹) نیز در یک بررسی آزمایشگاهی اثر ارتفاع و فاصله بین زبری‌های بستر را بر روی مشخصات هیدرولیکی پرش مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها ۶ نوع زبری را (با نسبت طول به ارتفاع زبری بین ۰/۲۸۶-۰/۶۲۵) در پرش‌هایی با اعداد فرود بین ۳/۸-۸/۶ مورد آزمایش قرار دادند. نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های ایشان نشان می‌دهد که تنش برشی ایجاد شده در بسترهای موج حدود ۱۰ برابر سطوح صاف است. تاکنون مطالعات عددی بسیاری نیز بر روی تعیین مشخصات پرش هیدرولیکی بر روی سطوح صاف صورت گرفته که از میان آن‌ها می‌توان به بررسی‌های انجام شده توسط سعیدپناه و همکاران (۲۰۰۱) اشاره کرد. آن‌ها در معادله‌های جریان‌های متغیر تدریجی، عبارت‌هایی را برای در نظر گرفتن توزیع غیرهیدرواستاتیک فشار اضافه کردند و از حل معادله‌های حاصل به روش تفاضل محدود برای محاسبه پرش هیدرولیکی در یک کانال ذوزنقه‌ای استفاده نمودند. مقایسه نتایج به‌دست آمده از حل عددی و نتایج آزمایشگاهی صحت نتایج عددی را به‌طور قابل‌قبولی نشان داد. گونال و نارایانان (۱۹۹۸) در یک مدل دو بعدی و با استفاده از مدل تلاطمی  $k-\epsilon$  و روش حجم محدود مشخصات پرش هیدرولیکی مستغرق را مورد مطالعه قرار دادند. گونزالز و بومباردلی (۲۰۰۵) نیز در یک شبیه‌سازی عددی با استفاده از  $Flow-3D$  به بررسی مشخصات پرش هیدرولیکی بر روی سطح صاف در دو حالت شبکه‌بندی ریز و شبکه‌بندی درشت به‌صورت دو بعدی و سه بعدی پرداختند. صباغ‌یزدی و همکاران (۲۰۰۷) نیز در یک مدل سه‌بعدی به ارزیابی مدل‌های تلاطمی  $k-\epsilon$  و  $RNG k-\epsilon$  بر روی میزان ورود هوا در پرش هیدرولیکی با استفاده از روش حجم محدود پرداختند و اثر آن را بر روی دقت تخمین سرعت متوسط جریان با استفاده از مدل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی موجود از پرش هیدرولیکی مورد بررسی قرار دادند. عباسپور و همکاران (۲۰۱۰) با استفاده از نرم‌افزار دینامیک محاسباتی  $FLUENT$  به شبیه‌سازی دو بعدی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار پرداختند. نتایج به‌دست آمده از بررسی آن‌ها توانایی این مدل را در تخمین پروفیل سطح آب با خطای حدود ۷-۲ درصد نشان می‌دهد.

با توجه به اهمیت موضوع و این‌که بیش‌تر پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه به‌صورت آزمایشگاهی بوده است، در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار  $Flow-3D$  پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار شبیه‌سازی عددی شد و نتایج به‌دست آمده از آن با بررسی‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفت.

## مواد و روش‌ها

نرم‌افزار *Flow-3D*: نرم‌افزار *Flow-3D* یک مدل مناسب برای حل مسایل پیچیده دینامیک سیالات بوده و قادر است دامنه وسیعی از جریان سیالات را مدل کند. این نرم‌افزار برای مدل کردن جریان‌های سطح آزاد سه‌بعدی غیرماندگار با هندسه پیچیده کاربرد فراوانی دارد. این نرم‌افزار از روش حجم سیال<sup>۱</sup> برای حل معادله‌های حاکم بر جریان در شبکه‌بندی منظم قائم<sup>۲</sup> استفاده می‌کند. شکل معادلات گسسته در این روش مانند معادله‌های گسسته در روش تفاضل محدود بوده و بر این اساس نرم‌افزار *Flow-3D* از روش‌های دقت مرتبه اول و دوم در حل معادله‌ها استفاده می‌کند. این نرم‌افزار قابلیت به‌کارگیری ۵ مدل آشفتگی مانند روش طول اختلاط پرناتل، مدل تک‌معادله‌ای، دو معادله‌ای  $k-\varepsilon$  و دو معادله‌ای  $RNG\ k-\varepsilon$  و روش گردابه‌های بزرگ (*LES*) را برای مدل‌سازی جریان دارا می‌باشد.

**معادله‌های حاکم:** دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۳</sup>، روشی برای شبیه‌سازی جریان است که در آن معادله‌های استاندارد جریان مانند معادله‌های ناوییه-استوکس و معادله پیوستگی قابل حل برای تمام فضای محاسبه‌ها می‌باشد. فرم کلی معادله پیوستگی به صورت شکل زیر بیان می‌شود:

$$V_F \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (2)$$

که در آن،  $V_F$ : ضریب حجم آزاد به سمت جریان و مقدار  $R$  در رابطه بالا ضریب مربوط به مختصات به صورت کارتیزین و یا استوانه‌ای می‌باشد. اولین عبارت در سمت راست معادله پیوستگی مربوط به انتشار تلاطم بوده و به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد:

$$RDIF = \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_\rho A_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_\rho A_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_\rho A_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \xi \frac{\rho \nu_\rho A_x}{x} \quad (3)$$

عبارت دوم در سمت راست رابطه ۲ بیانگر منشأ دانسیته است که برای مدل‌سازی تزریق توده مواد اهمیت دارد:

$$\frac{V_F}{\rho c^\gamma} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u A_x}{\partial x} + R \frac{\partial v A_y}{\partial y} + \frac{\partial w A_z}{\partial z} + \xi \frac{u A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad (4)$$

- 
- 1- Volume of Fluid
  - 2- Orthogonal
  - 3- Computational Fluid Dynamics

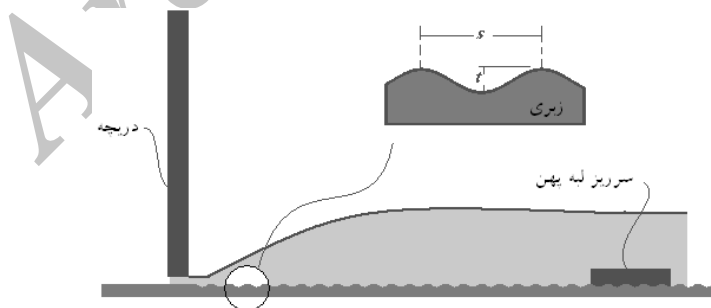
همچنین فرم کلی معادله‌های حرکت (مومتم) در حالت سه‌بعدی به صورت زیر می‌باشد:

(۵)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y \frac{\partial u}{\partial y} + wA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \zeta \frac{A_y v^2}{xV_F} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial v}{\partial x} + vA_y \frac{\partial v}{\partial y} + wA_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \zeta \frac{A_y uv}{xV_F} &= -\frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial P}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial w}{\partial x} + vA_y \frac{\partial w}{\partial y} + wA_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \end{aligned}$$

که در رابطه‌های بالا،  $G_x$ ،  $G_y$  و  $G_z$  مربوط به شتاب حجمی می‌باشند، پارامترهای  $f_x$ ،  $f_y$  و  $f_z$  شتاب‌های ناشی از جریان‌های لزج بوده و  $b_x$ ،  $b_y$  و  $b_z$  نیز شامل روابط مربوط به افت در محیط‌های متخلخل هستند.

**مشخصات میدان حل:** در این پژوهش برای شبیه‌سازی عددی پرش هیدرولیکی روی سطح‌های موج‌دار، ابتدا با استفاده از نرم‌افزار *AutoCAD* یک صفحه موج‌دار سینوسی با طول موج  $s=68$  میلی‌متر و ارتفاع برآمدگی  $t=13$  میلی‌متر ایجاد گردید (شکل ۲). الگوی کلی مدل به کار رفته در این پژوهش براساس مدل فیزیکی ساخته شده توسط ایدو و راجاراتنام (۲۰۰۲a) است. در مدل‌سازی برآمدگی‌ها طوری بر روی بستر قرار گرفتند که رقوم تاج برآمدگی‌ها هم ارتفاع با کف کانال اصلی باشد. جریان فوق بحرانی با استفاده از یک دریاچه در ابتدای کانال مدل‌سازی شده ایجاد گردید.



شکل ۲- مدل شبیه‌سازی شده از بستر موج و اجزای آن.

در شبیه‌سازی عددی به‌منظور ایجاد پرش هیدرولیکی پایدار یک سرریز لبه‌پهن در انتهای صفحه موج‌دار نصب گردید و ارتفاع مناسب آن در هر آزمایش و برای شرایط مختلف ورودی جریان با چندین بار تکرار تعیین شد. به‌طورکلی ۸ آزمایش عددی از پرش هیدرولیکی به‌صورت دو بعدی در شرایط مختلف اعداد فرود بر روی این صفحه موج شبیه‌سازی شد و نتایج به‌دست آمده با نتایج و رابطه‌های تجربی ارایه شده توسط پژوهش‌گران مختلف مورد مقایسه قرار گرفت (جدول ۱). یکی از مهم‌ترین نکاتی که باید در شبیه‌سازی‌های عددی مورد توجه و رعایت قرار گیرد، شبکه‌بندی مناسب برای حل دقیق معادله‌های حاکم است. برای این منظور ابعاد شبکه ایجاد شده در راستای عمق جریان در ۳ قسمت تعریف شده است: ۱- فضایی که برآمدگی‌های بستر را در بر می‌گیرد، ۲- فضایی که جت ورودی را در بر می‌گیرد و ۳- بخشی که پرش هیدرولیکی و جریان گردابی ناشی از آن در این فضا قرار می‌گیرند (شکل ۳).

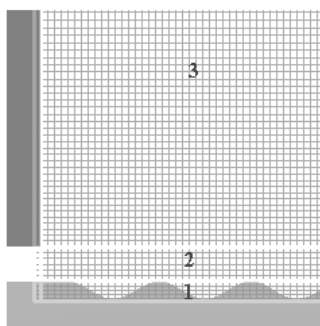
جدول ۱- نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی.

$y_2^*/y_1$	$y_1/y_1$	D	$L_j/y_1^*$	عدد فرود بالادست $F_{F1}$	طول پرش روی سطح‌های زیر [سانتی‌متر]	عمق ثانویه پرش کلاسیک $y_2^*$ [سانتی‌متر]	عمق ثانویه پرش روی سطح‌های زیر $y_1$ [سانتی‌متر]	عمق اولیه $y_1$ [سانتی‌متر]	سرعت در مقطع اولیه $V_1$ (متر بر ثانیه)	دبی در واحد عرض $q$ (سانتی‌متر ثانیه بر متر)	آزمایش‌ها
۶/۳۰	۵/۴۸	۰/۱۳	۳/۰۴	۴/۷۹	۴۹/۹۸	۱۶/۴۷	۱۴/۳۳	۲/۶۲	۲/۴۳	۰/۰۶	A
۶/۹۴	۶/۱۵	۰/۱۱	۲/۶۸	۵/۲۵	۵۱/۶۳	۱۹/۲۹	۱۷/۱۱	۲/۷۸	۲/۷۴	۰/۰۸	B
۸/۱۴	۷/۲۲	۰/۱۱	۲/۷۲	۶/۱۰	۶۱/۶۷	۲۲/۶۹	۲۰/۱۲	۲/۷۹	۳/۱۹	۰/۰۹	C
۹/۴۱	۸/۳۱	۰/۱۲	۲/۹۶	۷/۰۰	۷۷/۳۷	۲۶/۱۶	۲۳/۱۱	۲/۷۸	۳/۶۵	۰/۱۰	D
۱۰/۲۰	۹/۰۴	۰/۱۱	۲/۸۳	۷/۵۶	۸۲/۴۶	۲۹/۱۴	۲۵/۸۴	۲/۸۶	۴/۰۰	۰/۱۱	E
۱۱/۳۸	۱۰/۰۷	۰/۱۲	۲/۹۱	۸/۴۰	۹۴/۷۲	۳۲/۵۳	۲۸/۷۶	۲/۸۶	۴/۴۴	۰/۱۳	F
۴/۸۰	۴/۵۰	۰/۰۶	۳/۷۶	۳/۷۳	۹۶/۰۳	۲۵/۵۲	۲۳/۹۱	۵/۳۲	۲/۷۰	۰/۱۴	B-A
۶/۳۵	۵/۹۰	۰/۰۷	۳/۳۰	۴/۸۳	۱۱۹/۶۹	۳۶/۳۰	۳۳/۶۹	۵/۷۲	۳/۶۲	۰/۲۱	B-B

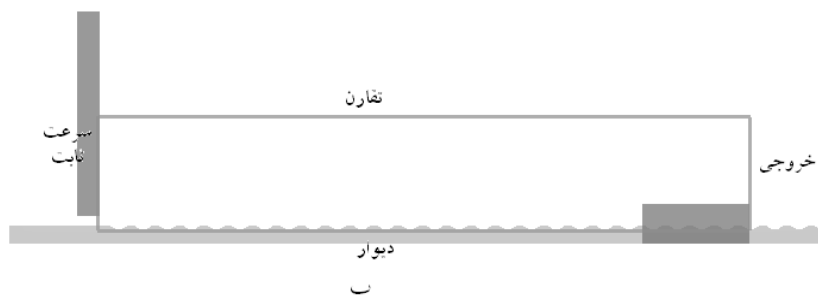
$$D = \frac{y_2^* - y_1}{y_1^*}$$

$y_2^*$  عمق ثانویه متناظر در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح صاف که براساس رابطه بلانجر محاسبه شده است.

شرایط مرزی مورد استفاده در مدل و محدوده آن در شکل ۴ ارایه گردیده است. به طوری که مرز بالادست به صورت سرعت ثابت<sup>۱</sup>، مرز پایین دست به صورت خروجی<sup>۲</sup>، مرز در بستر به صورت دیواره<sup>۳</sup> و مرز سطح آب به صورت تقارن<sup>۴</sup> انتخاب شده است. شرایط اولیه<sup>۵</sup> در شبیه‌سازی عددی بسته به موقعیت و براساس زمان اجرای مدل در هر یک از شبیه‌سازی‌ها متفاوت و به صورت عمق آب اولیه و ثابت در شبکه جریان ایجاد شده انتخاب گردید.



شکل ۳- طبقه‌بندی ارتفاعی از شبکه مورد مطالعه.



شکل ۴- شرایط مرزی مورد استفاده در مدل‌سازی.

- 1- Specific Velocity
- 2- Outflow
- 3- Wall
- 4- Symmetry
- 5- Initial Condition



جدول ۲- ابعاد شبکه در راستای طولی و عمقی برای مدل‌های مختلف.

آزمایش‌ها	ابعاد شبکه در راستای طولی جریان (سانتی‌متر)	ابعاد شبکه در راستای عمق جریان (سانتی‌متر)
A	۰/۵	۰/۲-۰/۹
B	۰/۵	۰/۲۵-۰/۹
C	۰/۵	۰/۲۵-۰/۶۳
D	۰/۷	۰/۲۵-۱/۱۷
E	۰/۷	۰/۲۵-۱/۲۲
F	۰/۷	۰/۲۵-۱/۲۲
B-A	۰/۵	۰/۲۵-۰/۷۵
B-B	۰/۷	۰/۲۵-۱/۸۲

در همه آزمایش‌های عددی صورت گرفته ابعاد شبکه طوری تعیین شد که پارامترهای کنترل شبکه مانند حداکثر نسبت ابعاد شبکه<sup>۱</sup> در راستای طولی و عمقی و ضریب نسبت ابعاد شبکه<sup>۲</sup> در راستاهای مختلف و در مجاورت یکدیگر مناسب انتخاب شده باشد (جدول ۲). برای نتایج دقیق و مؤثر، مقدار هر یک از ۲ پارامتر بالا باید به عدد ۱ نزدیک بوده و مقدار نسبت ابعاد شبکه در مجاور یکدیگر از ۱/۲۵ و همچنین نسبت ابعاد شبکه در راستاهای مختلف از ۳ نباید بیش‌تر باشد (فلوساینس، ۲۰۰۸). نکته دیگری که در شبیه‌سازی‌های عددی بسیار مهم است زمان اجرای مدل تا رسیدن به یک مقدار مناسب از نظر همگرایی خطای ناشی از حل عددی و پایداری و ماندگاری جریان است که برای این منظور در همه آزمایش‌های شبیه‌سازی شده زمان اجرای مدل بین ۱۲۰-۱۰۰ ثانیه در نظر گرفته شد.

**مدل تلاطمی:** مدل‌های تلاطمی مورد استفاده در این پژوهش، مدل‌های تلاطمی  $k-\varepsilon$  و  $RNG k-\varepsilon$  بوده و از آنجایی که مدل تلاطمی  $RNG k-\varepsilon$  نسبت به مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد کاربرد وسیع‌تری دارد و به‌طور کلی برای جریان‌هایی که ناحیه برشی بزرگی دارند از دقت بیش‌تری برخوردار است (فلوساینس، ۲۰۰۸)، در این پژوهش همه مقایسه‌های انجام شده بین نتایج عددی و آزمایشگاهی براساس مدل تلاطمی  $RNG k-\varepsilon$  صورت گرفت. همچنین به‌منظور بررسی توانایی هر یک از دو مدل تلاطمی در شبیه‌سازی‌های عددی پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار، پروفیل‌های سرعت محاسبه شده در هر دو مدل با یکدیگر مقایسه شد. مدل‌های تلاطمی  $k-\varepsilon$  و  $RNG k-\varepsilon$  از نوع دو معادله‌ای بوده و معادله‌های حاکم در آن به‌صورت زیر می‌باشد:

- 1- Maximum Aspect Ratio
- 2- Maximum Adjacent Cell Size Ratio

$$\frac{\partial k_T}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial k_T}{\partial x} + vA_y \frac{\partial k_T}{\partial y} + wA_z \frac{\partial k_T}{\partial z} \right\} = P_T + G_T + Diff_T - \varepsilon_T \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x} + vA_y \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y} + wA_z \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial z} \right\} = \frac{CDIS1}{k_T} (P_T + CDIS2.G) + Diff_{\varepsilon} - CDIS3 \frac{\varepsilon_T^2}{k_T} \quad (7)$$

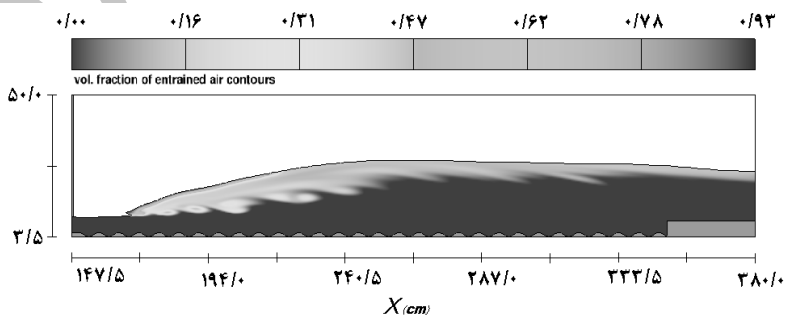
رابطه ۶ مربوط به تولید انرژی جنبشی تلاطمی بوده که در آن عبارات های  $P_T$ ،  $G_T$ ،  $Diff_T$  به ترتیب مربوط به تولید انرژی جنبشی، نیروی شناوری و انتشار تلاطم است. در رابطه ۶ مقدار  $\varepsilon_T$  نرخ اتلاف انرژی جنبشی در مدل طول اختلاط پرانتل است و از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\varepsilon_T = CNU \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_T^{3/2}}{TLEN} \quad (8)$$

در رابطه ۸ مقدار  $CNU$  در روش  $k-\varepsilon$  برابر ۰/۹ و در روش  $RNG k-\varepsilon$  برابر ۰/۸۵ می باشد. رابطه ۷ مربوط به نرخ اتلاف تلاطم است که در روش  $k-\varepsilon$  استاندارد ضرایب  $CDIS1$ ،  $CDIS2$  و  $CDIS3$  به ترتیب برابر ۱/۴۴، ۱/۹۲ و ۰/۲ است. در روش  $RNG k-\varepsilon$  ضرایب  $CDIS1$  و  $CDIS3$  به ترتیب برابر با ۱/۴۲ و ۰/۲ بوده و مقدار  $CDIS2$  نیز از طریق ترم‌های  $P_T$  و  $K_T$  قابل محاسبه می‌باشد.

## نتایج و بحث

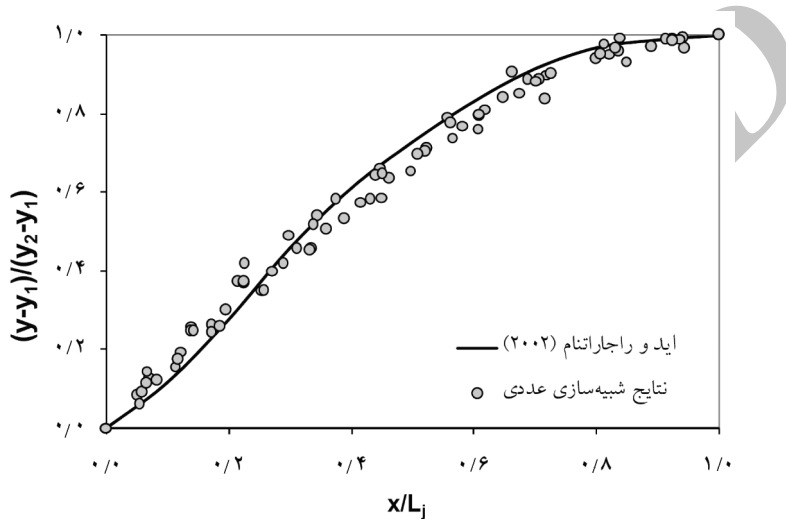
پس از اجرای تمامی مدل‌های شبیه‌سازی شده، پارامترهای هیدرولیکی مختلف مربوط به پرش استخراج شد و با نتایج به‌دست آمده از آزمایش‌های تجربی که توسط پژوهش‌گران مختلف صورت گرفته است مورد مقایسه و بررسی قرار گرفت. شکل ۵ نمونه‌ای از مدل شبیه‌سازی شده پرش هیدرولیکی بر روی سطح موج‌دار را نشان می‌دهد.



شکل ۵- پرش هیدرولیکی بر روی سطح موج‌دار (سانتی‌متر ثانیه بر متر)  $q=0/14$ ،  $y_1=0/32$ .

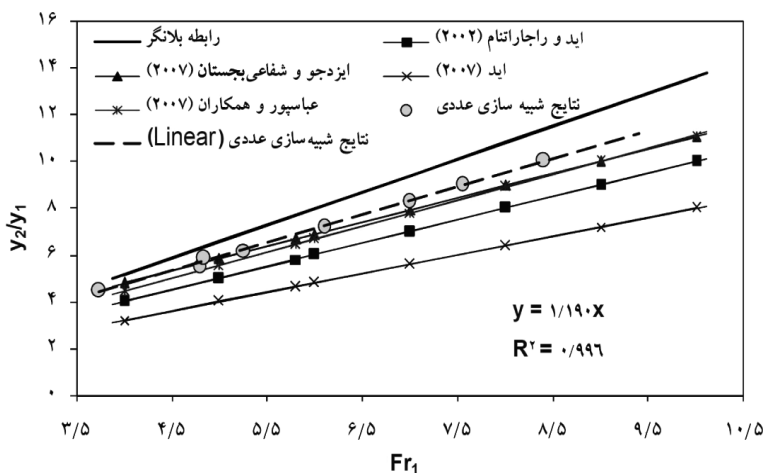
مشخصات هندسی پرش: به منظور مقایسه پروفیل سطح آب به دست آمده از بررسی عددی با نتایج آزمایشگاهی پروفیل های استاندارد شده پرش هیدرولیکی برای تمام آزمایش های عددی تهیه شدند.

شکل ۶ منحنی مقادیر بی بعد  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$  در مقابل اعداد بی بعد  $x/L_j$  نشان می دهد.



شکل ۶- پروفیل استاندارد شده سطح آب در طول پرش هیدرولیکی.

براساس بررسی های صورت گرفته توسط اید و راجاراتنام (۲۰۰۲a) و ایزدجو و شفای بجستان (۲۰۰۷) نسبت  $\frac{y_2}{y_1}$  بیشترین همبستگی را به عدد فرود دارد. از این رو به منظور مقایسه نتایج عددی و بررسی های تجربی، منحنی مربوط به نسبت  $\frac{y_2}{y_1}$  در مقابل عدد فرود ترسیم و با نتایج تجربی توسط پژوهشگران مختلف مورد مقایسه قرار گرفت (شکل ۷).



شکل ۷- نمودار نسبت اعماق مزدوج  $\frac{y_2}{y_1}$  در مقابل عدد فرود بالادست  $Fr_1$

با توجه به شکل ۷ نسبت  $\frac{y_2}{y_1}$  براساس رابطه زیر با عدد فرود رابطه دارد که با نتایج تجربی به دست آمده توسط ایزدجو و شفاعی بجهستان (۲۰۰۷) و عباسپور و همکاران (۲۰۰۹) تطابق بسیار خوبی دارد.

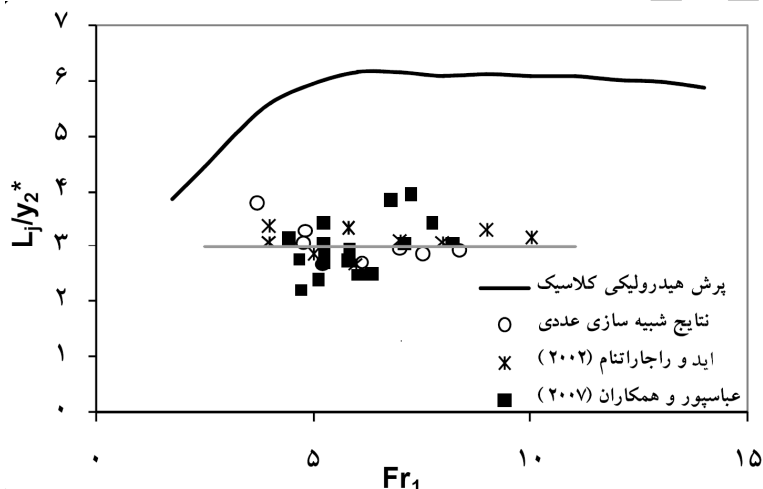
$$\frac{y_2}{y_1} = 1,19 Fr_1 \quad (9)$$

نتایج به دست آمده تفاوت محسوس میان نتایج اید و راجاراتنام را نشان می‌دهد که یکی از مهم‌ترین دلایل تفاوت در انتخاب محل عمق ثانویه پرش هیدرولیکی و در نظر نگرفتن بعد سوم جریان در محاسبه نسبت  $\frac{y_2}{y_1}$  می‌باشد. به منظور درک بهتر از کاهش عمق ثانویه پرش هیدرولیکی بر

روی سطح‌های موج‌دار در مقایسه با پرش هیدرولیکی کلاسیک، پارامتر بی‌بعد  $D = \frac{y_2^* - y_2}{y_2^*}$  برای

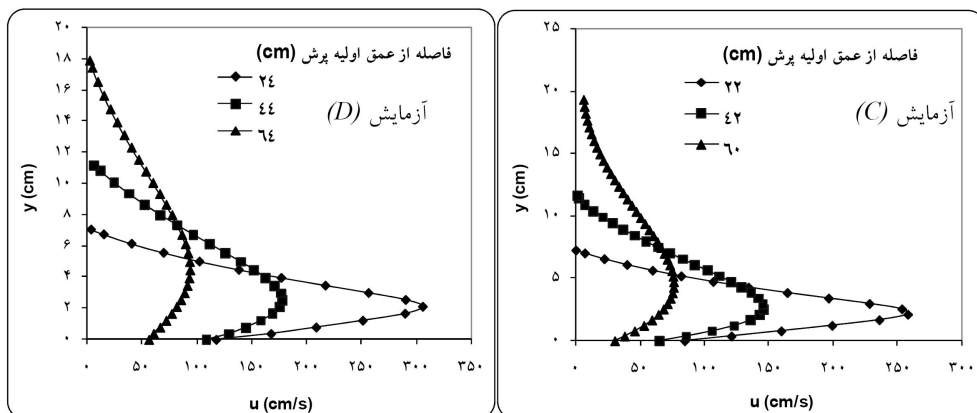
تمامی داده‌های آزمایشگاهی در جدول ۱ محاسبه شد. میزان کاهش عمق ثانویه پرش هیدرولیکی در آزمایش‌های عددی حدود ۱۰ درصد می‌باشد که در مقایسه با مقادیر به دست آمده ۲۵ درصد (اید و

راجاراتنام، (۲۰۰۲)، ۲۰ درصد (ایزدجو و شفافی بچستان، ۲۰۰۷) و ۱۵ درصد (عباسپور و همکاران، ۲۰۰۹) مقدار کمتری را برآورد می‌کند. به منظور مقایسه طول پرش هیدرولیکی در شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایش‌های تجربی مقادیر پارامتر بی‌بعد  $\frac{L_j}{y_p^*}$  تعیین گردید. با توجه به همه شبیه‌سازی‌های انجام شده، مقدار این عدد بی‌بعد حول خطی برابر با ۳ پراکنده شده است که در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مقدار قابل قبولی می‌باشد (شکل ۸).



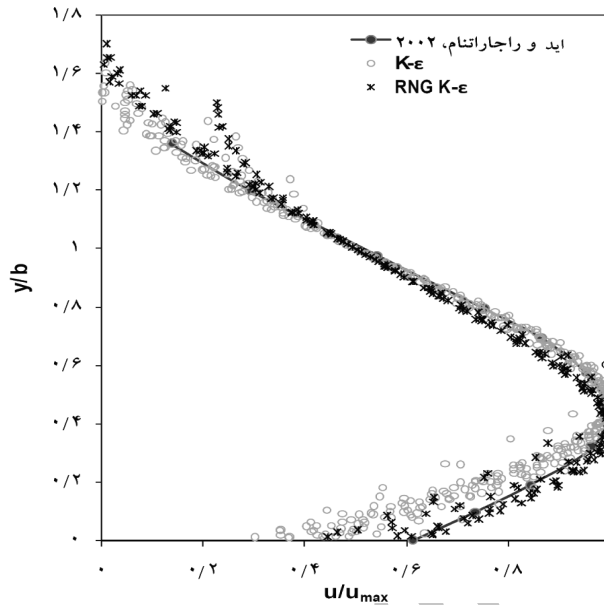
شکل ۸- نمودار تغییرات نسبت  $\frac{L_j}{y_p^*}$  در مقابل تغییرات عدد فرود بالادست  $Fr_1$

مشخصات سرعت: شکل ۹ نمونه‌ای از پروفیل‌های عمقی جریان در طول پرش هیدرولیکی برای آزمایش‌های  $C$  و  $D$  می‌باشند. این پروفیل‌ها به روشنی، تغییرات سرعت جت در طول پرش، افزایش ضخامت لایه مرزی و کاهش سرعت ماکزیمم را نشان می‌دهد.



شکل ۹- نمونه‌ای از پروفیل‌های سرعت عمقی در طول پرش هیدرولیکی برای آزمایش‌های عددی C و D

برای مقایسه این پروفیل‌ها با یکدیگر، سرعت ماکزیمم،  $u_{max}$  در هر پروفیل به‌عنوان مقیاس سرعت و پارامتر مقیاس طول،  $b$ ، نیز برابر با عمقی که  $u = 0.5 u_{max}$  است، تعیین شدند. در نهایت پروفیل‌های بی‌بعد سرعت  $\frac{u}{u_{max}}$  در مقابل نسبت  $\frac{y}{b}$  ترسیم گردیدند. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود به‌طور کلی نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی عددی در تعیین پروفیل‌های سرعت در طول پرش هیدرولیکی در مقایسه با نتایج به‌دست آمده از مطالعات آزمایشگاهی اید و راجاراتنام (۲۰۰۲) بسیار نزدیک و مشابه به نتایج تجربی می‌باشد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که مدل تلاطمی  $RNG k-\varepsilon$  در مقایسه با مدل تلاطمی  $k-\varepsilon$  توانایی بهتری در تخمین توزیع سرعت در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح زبر دارد به‌طوری‌که مقادیر سرعت محاسبه شده در نزدیک بستر با مدل  $RNG k-\varepsilon$  بسیار نزدیک به نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های آزمایشگاهی است.



شکل ۱۰- پروفیل‌های بی‌بعد سرعت در طول پرش هیدرولیکی روی سطوح موج‌دار.

تنش برشی بستر: با توجه به بررسی‌های صورت گرفته، (اید و راجاراتنام، ۲۰۰۲a؛ ایزدجو و شفاعی‌بجستان، ۲۰۰۷؛ عباسپور و همکاران، ۲۰۰۹) مهم‌ترین دلیل برای کوچک بودن عمق ثانویه در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار، افزایش تنش برشی ناشی از زبری بستر می‌باشد. اگر  $F\tau$  مقدار نیروی برشی بر روی سطوح موج‌دار باشد، می‌توان با انتگرال‌گیری از معادله مومنتم آن را از طریق رابطه زیر به دست آورد (اید و راجاراتنام، ۲۰۰۲a):

$$F\tau = (P_1 - P_2) + (M_1 - M_2) \quad (10)$$

که در آن،  $P_1$ ،  $P_2$ ،  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب نیروی فشاری و مومنتم بلافاصله در بالادست و پایین‌دست پرش هیدرولیکی می‌باشند. با استفاده از رابطه  $F\tau = \varepsilon_1 M_1$  و رابطه ۱۰ می‌توان نوشت (اید و راجاراتنام، ۲۰۰۲b):

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 - (1 + \nu Fr_1^2 - \nu \varepsilon_1 Fr_1^2) \left(\frac{y_2}{y_1}\right) + \nu Fr_1^2 = 0 \quad (11)$$

با قرار دادن رابطه ۹ در رابطه ۱۱ می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_1 = \frac{0.96 Fr_1^2 - 2 Fr_1 + 1.19}{2.38 Fr_1^2} \quad (12)$$

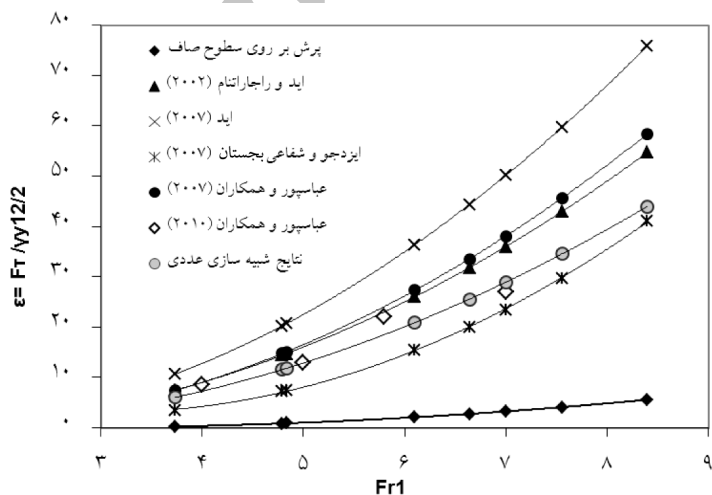
برای تعیین نیروی برشی، راجاراتنام (۱۹۶۵) ضریب نیروی برشی را به صورت رابطه زیر تعریف کرده است:

$$\varepsilon = \frac{F\tau}{\gamma y_1^2 / 2} = \varepsilon_1 \cdot 2 Fr_1^2 \quad (13)$$

با استفاده از رابطه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = 0.81 Fr_1^4 - 1.68 Fr_1 + 1 \quad (14)$$

برای مقایسه مقدار نیروی برشی در مدل شبیه‌سازی شده و مدل آزمایشگاهی، تغییرات ضریب نیروی برشی،  $\varepsilon$ ، در مقابل عدد فرود ترسیم و با منحنی به دست آمده از آزمایش‌های تجربی مورد مقایسه قرار گرفت.



شکل ۱۱- منحنی تغییرات ضریب نیروی برشی،  $\varepsilon$ ، در مقابل عدد فرود بالادست  $Fr_1$



با توجه به شکل ۱۱ مشخص می‌شود که ضریب تنش برشی برآورد شده به نتایج به‌دست آمده توسط اید و راجاراتنام، (۲۰۰۲a)، ایزدجو و شفافی بچستان (۲۰۰۷)، عباسپور و همکاران (۲۰۰۹) و عباسپور و همکاران (۲۰۱۰) بسیار نزدیک بوده و به‌طور متوسط ۸ برابر مقدار آن در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح صاف می‌باشد. البته همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود میان مقادیر به‌دست آمده از ضریب تنش برشی در بررسی‌های مختلف اختلاف وجود دارد که این تفاوت ممکن است به علت تفاوت در انتخاب محل اعماق مزدوج در همه آزمایش‌های تجربی و عددی باشد.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

بر اساس مدل‌سازی عددی پرش هیدرولیکی بر روی سطح موج‌داری با ارتفاع زبری ۱۳ فواصل بین زبری ۶۸ میلی‌متر، در اعداد فرود  $3/5-1/5$  و مقایسه آن با بررسی‌های تجربی نتایج زیر به‌دست می‌آید:

۱- پروفیل‌های بی‌بعد سطح آب محاسبه شده به روش عددی بسیار نزدیک هم بوده و می‌توان آن‌ها را با یک مقدار متوسط جایگزین کرد. همچنین از مقایسه پروفیل نام برده با نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های آزمایشگاهی (اید و راجاراتنام، ۲۰۰۲a) نتیجه می‌شود که مدل عددی در تخمین پروفیل سطح آب بسیار خوب عمل کرده و نتایج بسیار نزدیکی را ارائه می‌دهد.

۲- نسبت اعماق مزدوج،  $\frac{y_2}{y_1}$  محاسبه شده به روش عددی و روند تغییرات آن در مقابل عدد فرود بسیار نزدیک به نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های فیزیکی می‌باشد. قابل ذکر است که مقدار پارامتر بی‌بعد  $D = \frac{y_2^* - y_2}{y_2^*}$  در مدل‌سازی عددی در محدوده ۷-۱۳ درصد می‌باشد که مقدار آن در مقایسه با نتایج بررسی‌های آزمایشگاهی مقدار کم‌تری می‌باشد که دلیل عمده خطای به‌دست آمده تفاوت در انتخاب محل عمق ثانویه پرش هیدرولیکی و در نظر نگرفتن بعد سوم جریان می‌باشد.

۳- نتایج نشان می‌دهد که میزان تغییرات پارامتر بی‌بعد  $\frac{Lj}{y_2^*}$  (نسبت طول پرش بر روی سطح موج‌دار به عمق ثانویه متناظر در پرش هیدرولیکی کلاسیک) در مقابل عدد فرود به‌نسبت ثابت و تقریباً برابر با ۳ می‌باشد که این مقدار برابر با نتایج به‌دست آمده توسط ایزدجو و شفافی بچستان (۲۰۰۷) است.

۴- مدل عددی در شبیه‌سازی توزیع سرعت در پرش هیدرولیکی بر روی سطح‌های موج‌دار بسیار خوب عمل کرده و همچنین مدل تلاطمی  $RNG k-\varepsilon$  در مقایسه با مدل تلاطمی  $k-\varepsilon$  توانایی بهتری در تخمین توزیع سرعت در پرش هیدرولیکی بر روی سطوح موج‌دار دارد.

۵- ضریب تنش برشی برآورد شده توسط مدل عددی به نتایج به‌دست آمده از بررسی‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیک بوده و به‌طور متوسط ۸ برابر مقدار آن در پرش هیدرولیکی بر روی سطح‌های صاف برآورد شده است. قابل ذکر است که میان مقادیر به‌دست آمده از ضریب تنش برشی در بررسی‌های مختلف اختلاف وجود دارد که این تفاوت ممکن است به‌علت تفاوت در انتخاب محل اعماق مزدوج در همه آزمایش‌ها باشد.

۶- به‌طورکلی نرم‌افزار  $Flow-3D$  با به‌کارگیری روش عددی حجم محدود در حل معادله‌های حاکم و مدل تلاطمی  $RNG k-\varepsilon$  (که برای مدل‌سازی جریان‌هایی با نیروی برشی زیاد توانایی‌های بالایی دارد) در مدل‌سازی پرش هیدرولیکی بر روی سطح‌های موج‌دار بسیار خوب عمل می‌کند.

#### منابع

1. Abbaspour, A., Hossein zadeh Dalir, A., Farsadizadeh, D., and Sadraddini, A.A. 2009. Effect of sinusoidal corrugated bed on hydraulic jump characteristics. J. Hydro. Environ. Res. 3: 109-117.
2. Abbaspour, A., Hosseinzadeh Dalir, A., Farsadizadeh, D., and Sadraddini, A.A. 2010. Numerical simulation of hydraulic jump on corrugated bed using FLUENT model. J. Water Soil Sci. 1: 2. 83-96. (In Persian)
3. Ead, S.A., and Rajaratnam, N. 2002a. Hydraulic jumps on corrugated beds. J. Hydr. Engin. ASCE. 128: 7. 656-663.
4. Ead, S.A., and Rajaratnam, N. 2002b. Plane turbulent wall jets in shallow tail water. J. Eng. Mech. 128: 2. 143-155.
5. Ead, S.A., Rajaratnam, N., Katopodis, C., and Ade, F. 2000. Turbulent open-channel flow in circular corrugated culverts. J. Hydraul. Eng. 126: 10. 750-757.
6. Flow Science Inc. 2009. Flow3D user's manual. Sanata Fe. N.M.
7. González, A.E., and Bombardelli, F.A. 2005. Two-phase-flow theoretical and numerical models for hydraulic jumps including air entrainment. Proc. 31st Biennia/JAHR Congress, Seoul, Korea, B.H. Jun, S.I. Lee, I. W. Seo and G. W. Choi, Editors (CD-ROM).
8. Gunal, M., and Narayanan, R. 1998. K- $\varepsilon$  turbulence modeling of submerged hydraulic jump using boundary-fitted coordinates. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Water maritime and energy. 130: 2. 104-114.

- 9.Hager, W.H. 1992. Energy dissipators and hydraulic jump. Kluwer Academic Publisher. Dordrecht. Pp: 185-224.
- 10.Hosseini, S.M., and Abrishami, J. 2001. Open Channel Hydraulics. Emam Reza University, Mashhad, 613p.
- 11.Hughes, W.C., and Flack, J.E. 1984. Hydraulic jump properties over a rough bed. J. Hydraul. Eng. 110: 12. 1755-1771.
- 12.Izadjoo, F., and Shafai-Bajestan, M. 2007. Corrugated Bed Hydraulic Jump Stilling Basin. J. Appl. Sci. 7: 8. 1164-1169.
- 13.Rajaratnam, N. 1965. The hydraulic jump as a wall jet. J. Hydraulic. Div. Am. Soc. Civ. Eng. 91: 5. 107-132.
- 14.Sabbagh-Yazdi, S.R., Rostami, F., and Mastorakis, N.E. 2007. Turbulent modeling effects on finite volume solution of three dimensional aerated hydraulic jumps using volume of fluid. Proceedings of the 12<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Applied Mathematics. Stevens Point, Wisconsin, USA. Pp: 168-174.
- 15.Saeedpanah, A., Kavianpour, M., and Hamed, M.H. 2001. Mathematical Modeling of hydraulic jumps. 3<sup>th</sup> Iranian Hydraulic Association, School of Civil Engineering, Tehran University, Tehran-Iran, Pp: 190-198.
- 16.Tokyay, N.D. 2005. Effect of Channel Bed Corrugations on Hydraulic Jumps. Proceedings of World Water and Environmental Resources Congress. Anchorage, Alaska, United States, Pp: 1-9.



Gorgan University of Agricultural  
Sciences and Natural Resources

*J. of Water and Soil Conservation, Vol. 20(5), 2013*  
*http://jwsc.gau.ac.ir*

## **Numerical Simulation of Hydraulic Jump on Corrugated Beds**

**M. Kaheh<sup>1</sup> and \*A.A. Dehghani<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>PhD. Student, Dept. of Water Structure, Shahid Chamran University, Ahvaz, <sup>2</sup>Associate Prof.,  
Dept. of Water Science, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources

Received: 07/26/2010; Accepted: 01/30/2013

### **Abstract**

One of the ways to improve characteristics of hydraulic jump is using corrugated beds in location that hydraulic jump is occurred as the corrugated beds by causing strong turbulence in flow, increased Reynolds stress and reduced velocity and second depth of jump. In this study, by applying VOF method and turbulent models of  $k-\epsilon$  and RNG  $k-\epsilon$ , a series of hydraulic jumps on corrugated bed by 13 mm height and 68 mm wave length in a range of Froud number from 3.5 to 8.5 were performed and results were compared by some experimental data. Results of this research showed that the proposed model by applying RNG  $k-\epsilon$  turbulent model that has fine ability to modeling flow with high shear stress, estimated second depth, length of jump and velocity distribution of hydraulic jump on corrugated beds, very well. In addition, the results indicated that the numerical model could estimate shear stress coefficient of jump on corrugated bed close to the experimental results. The estimated value of shear stress coefficient on corrugated bed by numerical model was 10 times of this value in classical hydraulic jump.

**Keywords:** Hydraulic jump, Corrugated beds, VOF, RNG  $k-\epsilon$

---

\* Corresponding Author; Email: a.dehghani@gau.ac.ir