



دانشگاه گواران و منابع طبیعی

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک

جلد بیست و پنجم، شماره سوم، ۱۳۹۷

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2018.10215.2469

## بررسی و مقایسه مدل‌های ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام برای محاسبه انتشارپذیری نیترات در شرایط اشباع

\*عاطفه آزادی فر<sup>۱</sup>، امیر سلطانی محمدی<sup>۲</sup> و هادی معاضد<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد گروه آبیاری و زهکشی، دانشگاه شهید چمران اهواز، آستادیار گروه آبیاری و زهکشی، دانشگاه شهید چمران اهواز،

<sup>۲</sup> استاد گروه آبیاری و زهکشی، دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۹۴/۹/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۹۷/۲/۱۹

### چکیده

**سابقه و هدف:** در طول چند دهه گذشته، مطالعه حرکت آلاینده‌ها در منطقه اشباع با توجه به اثرات فیزیکی و شیمیایی زیادی که بر کیفیت آب‌های زیرسطحی دارد تبدیل به یک موضوع پراهمیت شده است. از طرفی افزایش استفاده از کودهای ازته به دلیل پویایی زیاد نیترات در خاک تهدیدی جدی برای آب‌های زیرزمینی و در نتیجه سلامت انسان است. از مدل‌های مهم انتقال آلاینده پایدار در محیط‌های متخلخل همگن در حالت اشباع تحت شرایط جریان دائمی، مدل بریگهام و مدل فرید- کامبرنوس می‌باشند که به ترتیب برای محاسبه انتشارپذیری در فواصل انتقال کوتاه و طولانی پیشنهاد شده‌اند. هدف از این پژوهش بررسی و مقایسه مدل‌های ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام برای محاسبه انتشارپذیری نیترات در شرایط اشباع در خاک‌های ماسه‌ای همگن در شرایط آزمایشگاهی بود.

**مواد و روش‌ها:** برای بررسی انتشارپذیری با دو مدل ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام، محلول نمک خالص نیترات پتاسیم به‌عنوان آلاینده پایدار تحت رژیم ماندگار با غلظت ۱۶۰ میلی‌گرم بر لیتر به ستون‌های خاک ماسه‌ای (در سه اندازه درشت، متوسط، ریز و در فواصل انتقال ۲۰، ۴۰ و ۸۰ سانتی‌متری) اضافه شد، سپس به‌منظور استخراج پارامترهای مورد نیاز دو مدل مذکور غلظت نیترات خروجی در حجم‌های تخلخل متفاوت اندازه‌گیری و منحنی رخنه برای هر ستون رسم و پارامترهای مورد نیاز مدل‌های ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام از آن استخراج گردید.

**یافته‌ها:** تحلیل داده‌های آزمایشگاهی توسط مدل‌های تحلیلی بریگهام و فرید- کامبرنوس نشان داد روند تغییرات انتشارپذیری در خاک ماسه‌ای ریز در هر دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام تفاوت معناداری با انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک ماسه‌ای درشت و متوسط دارد. به‌طوری‌که با افزایش متوسط فاصله انتقال در ماسه درشت و متوسط، مقدار انتشارپذیری نیترات بیش‌تر شد. بررسی مقادیر محاسبه شده پارامتر  $\beta$  برای ماسه ریز در پژوهش نشان داد که

\* مسئول مکاتبه: a.azadifar20@yahoo.com

مقدار این پارامتر با افزایش فاصله انتقال شدیداً افزایش می‌یابد که این بیان‌کننده بیش‌تر بودن سرعت انتقال آلاینده نسبت به سرعت حرکت آب در خلل و فرج در فواصل کوتاه‌تر ماسه ریز و در نتیجه افزایش انتشارپذیری آن با افزایش فاصله انتقال می‌باشد.

**نتیجه‌گیری:** بررسی نتایج به‌دست آمده نشان داد که در فواصل انتقال کوتاه بر خلاف فواصل انتقال طولانی، نتایج دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام متفاوت می‌باشد و نمی‌توان آن را برای فواصل انتقال طولانی نیز تعمیم داد. بنابراین مدل فرید- کامبرنوس برای فواصل انتقال کوتاه از کارایی لازم برخوردار نبود.

**واژه‌های کلیدی:** انتشارپذیری، مدل بریگهام، مدل فرید- کامبرنوس، منحنی رخنه

### مقدمه

گزارش‌های زیادی وجود آلاینده‌های مختلف کشاورزی مثل کودهای شیمیایی و آفت‌کش‌ها را در آب‌های زیرزمینی ارائه کرده‌اند. با وجود این‌که در بسیاری از این موارد میزان آلودگی کم‌تر از حد خطرناک است، اما بیم افزایش آن‌ها نگرانی‌های زیادی را به وجود آورده است. آنچه امروزه ضروری است انجام عملیاتی به‌منظور پیشگیری از افزایش آلودگی است. از جمله مهم‌ترین آلودگی‌هایی که در اثر توسعه کشاورزی به‌وجود می‌آید، آلودگی‌های ناشی از کودهای ازته از جمله نیترات است. نیترات به‌دلیل قابلیت حل‌الیت بسیار بالا و عدم نگه‌داشت توسط ذرات خاک، در صورت کاربرد زیاد و همچنین آبیاری بیش از حد به راحتی به خارج از ناحیه ریشه حرکت می‌کند و سپس به آب‌های زیرزمینی منتقل می‌شود. یکی از مهم‌ترین اثرهای این آلاینده، نشت آن به در آب‌های زیرزمینی است که در نتیجه آن، منابع آب در دسترس که خود دارای محدودیت می‌باشند دچار آلودگی می‌شوند. پارامترها و مشخصات فیزیکی خاک به‌عنوان بزرگ‌ترین عامل در زمینه معضل انتقال آلودگی و حفاظت منابع آب زیرزمینی است. در مبحث انتقال آلودگی، انتشار فرآیندی کلیدی است.

بررسی میزان انتشارپذیری در بافت‌ها و فواصل انتقال مختلف خاک می‌تواند در برنامه‌ریزی به‌منظور حفظ سفره‌های آب زیرزمینی از منابع آلاینده و کنترل آلودگی در منابع آب‌های زیرزمینی مورد استفاده قرار گیرد.

در زمینه بررسی انتشارپذیری محیط متخلخل پژوهش‌های زیادی انجام شده است. علی‌پور و همکاران (۲۰۰۹)، با بررسی وابستگی انتشارپذیری خاک به فاصله انتقال برای سه نوع خاک ماسه‌ای همگن درشت، متوسط و ریز در حالت اشباع به این نتیجه رسیدند که با افزایش فاصله انتقال متوسط انتشارپذیری افزایش می‌یابد که این مسأله به‌علت تغییرات هدایت هیدرولیکی در مسیر حرکت و افزایش حالت غیرهمگنی در مقیاس میکروسکوپی می‌باشد (۱). آل‌طبا و همکاران (۲۰۰۰)، در پژوهشی وابستگی انتشارپذیری به فاصله انتقال را تأیید کرده‌اند (۳). ویرانگا (۲۰۰۴)، به این نتیجه رسید که نتایج آزمایش‌های ستون‌های خاک همگن در مقیاس آزمایشگاهی به‌طورکلی سازگاری خوبی با پیش‌بینی‌های معادله کلاسیک جابجایی- انتشار نشان داده است (۱۲). ژانگ و همکاران (۲۰۰۶)، در پژوهشی به این نتیجه رسیدند که تغییرات هدایت هیدرولیکی که در

انتشارپذیری از ضریب انتشار هیدرودینامیکی به دست آمده از مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام استفاده گردید.

### مواد و روش‌ها

آزمایش‌ها در قالب طرح آماری فاکتوریل بر پایه بلوک‌های کاملاً تصادفی شامل دو تیمار فاصله انتقال و دانه‌بندی ذرات خاک در سه تکرار در آزمایشگاه‌های کیفیت آب و زهکشی دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز انجام شد. اغلب خاک تشکیل‌دهنده آبخوان‌ها ماسه‌هایی هستند که هنوز تحکیم نیافته‌اند، بنابراین در این پژوهش از خاک ماسه‌ای در سه اندازه درشت، متوسط و ریز استفاده گردید. از دلایل اصلی انتخاب خاک ماسه‌ای عدم وجود واکنش‌های شیمیایی و زمین‌شناسی در این خاک‌ها برای رسیدن به نتایج دقیق است. خاک ماسه‌ای درشت دارای ذرات با قطر ۰/۸۵-۲ میلی‌متر، خاک ماسه‌ای متوسط دارای ذرات با قطر ۰/۲-۰/۶ میلی‌متر و خاک ماسه‌ای ریز دارای ذرات با قطر کوچک‌تر از ۰/۲ میلی‌متر بود. در این پژوهش قطر متوسط ذرات خاک ماسه‌ای درشت حدود سه برابر خاک ماسه‌ای متوسط و ۱۱/۲ برابر خاک ماسه‌ای ریز و قطر متوسط ذرات خاک ماسه‌ای متوسط حدود ۴ برابر خاک ماسه‌ای ریز بود. بدین ترتیب اثر اندازه ذرات روی انتشارپذیری در آزمایشات قابل مشاهده است. ویژگی‌های خاک مورد استفاده در جدول ۱ ارائه گردیده است.

نتیجه افزایش فاصله انتقال و تغییرات در بافت خاک است، سبب ایجاد دامنه گسترده‌ای در مقادیر انتشارپذیری شد، که این می‌تواند به علت عدم تجانس محیط و وابستگی به هندسه دانه‌های خاک باشد. عدم تجانس در محیط می‌تواند سبب پیچیدگی سرعت و در نتیجه پیچیدگی انتشار آلاینده‌ها در محیط متخلخل شود (۱۳). ژئی مینگ و همکاران (۲۰۱۲)، در پژوهشی به مدل‌سازی انتقال کادمیوم در ستون‌های خاک خنثی و قلیایی خاکی در اعماق مختلف خاک پرداختند. ضریب انتشار هیدرودینامیکی (D) در محدوده ۰/۱۸-۱۰/۷۰ سانتی‌مترمربع بر ساعت تغییر نمود که نشان‌دهنده تفاوت زیاد آن در اعماق مختلف خاک است (۱۲). معاضد و همکاران (۲۰۱۲) به بررسی اثر بافت و ضخامت خاک بر انتشارپذیری آلاینده‌ها پرداختند. در آزمایش‌ها از بافت متوسط و اختلاط با ماسه درشت (۱۰، ۲۰ و ۳۰ درصد) در ضخامت‌های مختلف (از ۱۵ تا ۱۲۰ سانتی‌متر) استفاده شد. نتایج نشان داد که میزان انتشارپذیری آلاینده‌ها برای بافت‌های متوسط و اختلاط با ۱۰، ۲۰ و ۳۰ درصد با ماسه درشت و ضخامت ۱۵-۱۲۰ سانتی‌متر به بافت و ساختمان خاک وابسته است (۱۱). هدف از پژوهش حاضر بررسی و مقایسه مدل‌های ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام برای محاسبه انتشارپذیری نترات در شرایط اشباع در خاک‌های ماسه‌ای همگن در شرایط آزمایشگاهی بود. جهت نیل به این هدف سعی گردید با اندازه‌گیری غلظت یون نترات خروجی از ستون‌هایی با بافت و فاصله انتقال مختلف و رسم منحنی‌های رخنه<sup>۱</sup> (BTC) مربوط به نترات به بررسی انتشارپذیری این یون در خاک اشباع پرداخته شد. برای محاسبه

1- Breakthrough curve

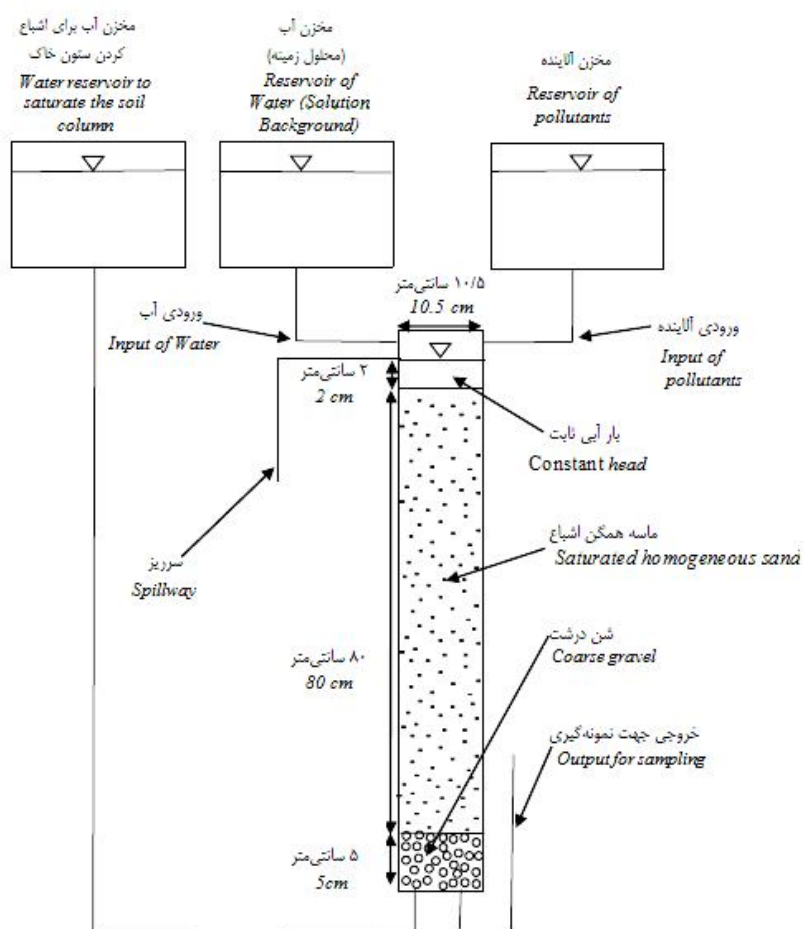
جدول ۱- مشخصات خاک مورد استفاده در پژوهش.

Table 1. The soil characteristics used to study.

تخلخل (درصد) Porosity (%)	سرعت داری Darcy Velocity ( $Cm.sec^{-1}$ )	هدایت هیدرولیکی اشباع Saturated Hydraulic Conductivity ( $Cm.sec^{-1}$ )	اندازه متوسط ذرات خاک Average size of soil particles $D_{50}$ (mm)	جرم مخصوص ظاهری Bulk density ( $g.cm^{-3}$ )	نوع خاک Soil Type
51	0.53	0.15	1.68	1.32	ماسه درشت Coarse sand
50	0.25	0.14	0.58	1.35	ماسه متوسط Medium sand
33	0.01	0.002	0.15	1.76	ماسه ریز Fine sand

به وسیله ذرات ماسه، از کاغذ صافی و توری آلومینیومی در کف استوانه‌ها و روی شن‌ها استفاده گردید. جریان آب و آلاینده با استفاده از لوله‌های پلاستیکی از مخازن آب و آلاینده به ستون ماسه منتقل گردید. نیروی مورد نیاز برای تزریق آب و آلاینده از اختلاف سطح ایجاد شده در محل خروج آب و آلاینده اعمال شد. برای تنظیم سطح آب و ثابت نگه داشتن بار آبی روی ستون یک سرریز در بالای ستون تعبیه شد. دبی خروجی با استفاده از حجم‌سنجی و ثبت زمان اندازه‌گیری گردید. برای تامین فشار مخازن آب (جهت اشباع نمودن خاک از پایین به منظور اطمینان کامل از خروج حباب‌های هوا و تزریق پالس محلول زمینه) و مخزن آلاینده (جهت تزریق پالس آلاینده) در ارتفاعی بالاتر از مدل و با اختلاف حدود ۲ متر قرار گرفت. برای تنظیم دبی خروجی از مخزن، ارتفاع مخازن متغیر و قابل تنظیم بود. سپس ستون‌ها به صورت عمودی با مفتول سیمی به جسمی پایدار محکم شدند. یک ستون خاک و اتصالات آن به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است.

در بیش‌تر مطالعات آزمایشگاهی انتقال املاح از آلاینده‌های پایدار، خنثی و غیرجذبی استفاده می‌شود. در خاک‌های ماسه‌ای امکان جذب عناصر و ترکیبات بسیار اندک است، به نحوی که مقدار جذب عناصر در این خاک‌ها تقریباً صفر فرض می‌شود. بنابراین استفاده از آلاینده پایدار برای مطالعه جنبه‌های مختلف انتشارپذیری کفایت می‌نماید. در این پژوهش از محلول نمک خالص نترات پتاسیم (مرک آلمان) با غلظت ۱۶۰ میلی‌گرم بر لیتر به عنوان آلاینده پایدار مصنوعی استفاده گردید. آزمایش‌ها در ستون‌های پلی‌اتیلن به قطر داخلی ۱۰/۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۵۰، ۷۰ و ۱۱۰ سانتی‌متر که به ترتیب تا ارتفاع ۲۰، ۴۰ و ۸۰ سانتی‌متر از ماسه پر شدند انجام گرفت. در کف استوانه‌ها از درپوش‌هایی استفاده شد و یک رابط و یک سرشیلنگ برای اتصال لوله پلاستیکی برای اشباع نمودن ستون‌ها از پایین ستون در آن تعبیه گردید. در کف ستون‌ها مقداری شن به ضخامت ۵ سانتی‌متر به منظور تسهیل خروج جریان آب ریخته شد. همچنین برای جلوگیری از گرفتگی مجرای ورودی و خروجی



شکل ۱- شماتیک ستون‌های ماسه مورد استفاده.

Figure 1. Schematic of the sand columns.

خروجی افزوده شد تا شدت جریان ورودی و خروجی برابر شود. پس از به تعادل رسیدن خاک با محلول زمینه، شیر مخزن تزریق‌کننده آب بسته و شیر مخزن آلاینده باز شد. در این‌جا با تزریق آلاینده به محیط متخلخل آزمایش شروع شده و پس از گذشت زمانی مشخص در بازه‌های زمانی معینی (با توجه به بافت و فاصله انتقال در هر ستون خاک مورد آزمایش) نمونه‌گیری صورت گرفت. بعد از تزریق حدود ۲ تا ۳ حجم تخلخل (با توجه به بافت و فاصله انتقال) شیر مخزن آلاینده بسته و شیر مخزن آب با شدت جریان مشابه باز گردید. انتخاب شدت جریان مشابه آب و آلاینده برای احتراز از ایجاد تلاطم در

روش انجام آزمایش‌ها به این صورت بود که در ابتدا خاک ماسه‌ای را مرطوب کرده و سپس به تدریج از بالا به‌طور یکنواخت به ستون اضافه شد. سعی گردید تا حد ممکن خاک‌ها به‌طور یکنواخت کوبیده شوند و کوبیدن تا قرارگیری کامل ذرات در منافذ ادامه یافت. این روش پس از افزودن ماسه تا رسیدن به ارتفاع مورد نظر ادامه یافت. پیش از شروع آزمایش، یکنواختی جریان خروجی بررسی گردید. پس از آن مخازن آب و آلاینده در جای خود قرار داده شدند. سپس تزریق محلول زمینه (آب مقطر) به ستون خاک آغاز شده و پس از مدتی جریان در خروجی ستون ظاهر گردید. کم‌کم بر میزان آب

ضریب انتشار هیدرودینامیکی توسط دو پارامتر بیان می‌شود (۹ و ۱۰):

$$D = \alpha V + D^* \quad (2)$$

که در آن،  $\alpha$  ضریب انتشارپذیری محیط متخلخل (L) و  $D^*$  ضریب پخشیدگی مولکولی محلول در محیط متخلخل ( $L^2.T^{-1}$ ) می‌باشد. معادله انتقال املاح یک معادله مشتق جزئی غیرخطی است که دارای دو متغیر زمان (t) و مکان (L) و یک متغیر وابسته (غلظت C) است. این نوع معادلات دارای جواب‌های زیادی هستند و برای این که جواب واحدی از آن‌ها به دست آید، باید شرایط اولیه و شرایط مرزی سیستم تعریف شود (۱۳). شرایط اولیه و مرزی به صورت ریاضی به شرح زیر بیان شده‌اند:

$$\begin{aligned} C(L,0) &= 0 & L &\geq 0 \\ C(0,t) &= C_0 & t &\geq 0 \\ C(\infty,t) &= 0 & t &\geq 0 \end{aligned}$$

با این شرایط، حل رابطه ۱ برای محیط متخلخل همگن اشباع عبارت است از:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{L-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left( \frac{vL}{D} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{L+vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (3)$$

که در آن،  $\operatorname{erfc}$  تابع خطای تکمیلی است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}(x) \quad (4)$$

که در آن،  $\operatorname{erf}(x)$  تابع خطا، L فاصله در طول مسیر جریان (L) و  $V$  متوسط سرعت خطی آب ( $L.T^{-1}$ ) در خلل و فرج خاک می‌باشد.

در شرایطی که مقدار انتشارپذیری محیط متخلخل زیاد یا L و t بزرگ باشد مقدار جمله دوم سمت راست معادله ناچیز می‌شود (۶)، بنابراین:

محیط ناشی از تغییر در تراز آب در بالادست و پایین دست بود. نمونه گیری در ظرف‌های نمونه‌گیری ۸۰ میلی‌لیتری انجام شد. برای جلوگیری از تبدیل نیترات به آمونیوم و ایجاد خطا در نمونه‌ها، نمونه‌ها سریعاً به یخچال (در دمای زیر ۴ درجه سانتی‌گراد) منتقل شد. بعد از اتمام آزمایش غلظت نیترات در نمونه‌ها در آزمایشگاه و با دستگاه اسپکتروفوتومتر مدل Hach (DR5000) اندازه‌گیری گردید. در نهایت تجزیه و تحلیل آماری انتشارپذیری نیترات در بافت‌ها و فاصله انتقال‌های مختلف با نرم‌افزار SAS صورت گرفت.

به‌طورکلی جابجایی و انتشار نمک‌ها در خاک با سه مکانسیم انتقال توده‌ای<sup>۱</sup>، پخشیدگی<sup>۲</sup> مولکولی و انتشار هیدرودینامیکی<sup>۳</sup> انجام می‌گیرد. با در نظر گرفتن تأثیر هم‌زمان این سه فرآیند بر حرکت یون‌ها و نمک‌ها در خاک معادله یک‌بعدی جابه‌جایی - انتشار برای محلول پایدار در محیط متخلخل همگن و همگون در حالت اشباع تحت شرایط جریان دائمی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -v \frac{\partial c}{\partial z} + D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (1)$$

که در آن، D ضریب انتشار هیدرودینامیکی ( $M^2.L^{-1}$ )، C غلظت نمک یا یون مورد نظر ( $M.L^{-3}$ )، z فاصله (L)، v متوسط سرعت واقعی آب ( $L.T^{-1}$ ) و t زمان (T) است. در رابطه ۱ فرض شده است که آلاینده محلول در آب است و همچنین خصوصیات سیال مستقل از غلظت محلول، سیال تراکم‌ناپذیر، ضرایب پخشیدگی مولکولی و انتشار مکانیکی قابل جمع کردن هستند و ماده محلول در آب پایدار و بدون واکنش است (۶ و ۸).

- 1- Mass flow or convection
- 2- Diffusion
- 3- Hydrodynamics dispersion

مدل بریگهام<sup>۲</sup>: مدل بریگهام یک حل تحلیلی دیگر از رابطه ۱ می‌باشد. در مدل بریگهام با تعریف  $Y = \frac{(U-1)}{U^{\frac{1}{2}}}$  ضریب انتشار هیدرودینامیکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D = \left(\frac{vL}{8}\right)(Y_{0.84} - Y_{0.16})^2 \quad (8)$$

که در آن،  $Y_{0.84}$  و  $Y_{0.16}$  به ترتیب مقدار  $Y$  متناسب با غلظت نسبی ۱۶ درصد و ۸۴ درصد می‌باشد،  $U$  تعداد کل حجم تخلخل می‌باشد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{vt}{L} \quad (9)$$

که در آن،  $v$  سرعت واقعی سیال می‌باشد. هر دو مدل که از حل تحلیلی اوگاتا به دست آمده‌اند یکسان بوده و فقط شکل بیان آن‌ها متفاوت می‌باشد. در زیر این مسأله نشان داده شده است:

مدل فرید - کامبرنوس

$$D = \frac{1}{8} \left[ \frac{(L-vt_{0.16})}{t_{0.16}^{\frac{1}{2}}} - \frac{(L-vt_{0.84})}{t_{0.84}^{\frac{1}{2}}} \right]^2$$

مدل بریگهام

$$D = \left(\frac{vL}{8}\right)(Y_{0.84} - Y_{0.16})^2$$

$$Y = \frac{(U-1)}{U^{\frac{1}{2}}} \quad \text{و} \quad U = \frac{vt}{L}$$

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{L-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (5)$$

نسبت  $\left(\frac{C}{C_0}\right)$  در مقابل زمان  $(t)$  در خروجی ستون بیانگر منحنی رخنه (BTC) می‌باشد. رابطه ۴ همچنین برای محاسبه شکل‌های منحنی رخنه استفاده می‌شود. در پژوهش حاضر با اندازه‌گیری غلظت یون نیترات خروجی از ستون‌هایی با بافت و فاصله انتقال مختلف و رسم منحنی‌های رخنه (BTC) مربوط به نیترات به بررسی پارامترهای انتشار همچون ضرایب انتشار و انتشارپذیری این یون در خاک اشباع پرداخته شد. برای ارزیابی انتشارپذیری در این پژوهش، از مقادیر انتشار هیدرودینامیکی به دست آمده از مدل‌های فرید-کامبرنوس و بریگهام استفاده گردید.

مدل فرید - کامبرنوس<sup>۱</sup>: مدل فرید - کامبرنوس یک حل تحلیلی از رابطه ۱ می‌باشد. ضریب انتشار هیدرودینامیکی توسط مدل فرید - کامبرنوس به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D = \frac{1}{8} \left[ \frac{(L-vt_{0.16})}{t_{0.16}^{\frac{1}{2}}} - \frac{(L-vt_{0.84})}{t_{0.84}^{\frac{1}{2}}} \right]^2 \quad (6)$$

که در آن،  $v$  سرعت حرکت آلاینده در خلل و فرج خاک است که از منحنی رخنه آزمایش‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود و معمولاً با  $v_c$  نمایش داده می‌شود:

$$v_c = \frac{L}{t_{0.5}} \quad (7)$$

که در آن،  $L$  طول ستون خاک  $(L)$ ،  $t_{0.5}$ ،  $t_{0.16}$  و  $t_{0.84}$  به ترتیب زمان رسیدن به غلظت نسبی ۰/۵، ۰/۱۶ و ۰/۸۴ می‌باشد.

حاصل می‌گردد که فاصله انتقال طولانی و اگر این مقدار کم‌تر از ۱۲۵ باشد فاصله انتقال کوتاه می‌باشد (۳، ۴ و ۹).

### نتایج و بحث

مدل فرید- کامبرنوس حل مستقیمی از معادله کلاسیک جابه‌جایی انتشار است که برای فواصل انتقال طولانی پیشنهاد شده است. در حالی که مدل بریگهام تعدیل شده مدل فرید- کامبرنوس برای فواصل انتقال کوتاه می‌باشد. یکی از تفاوت‌های مهم دو مدل در تعیین مقدار سرعت واقعی سیال در محیط متخلخل می‌باشد. فرید- کامبرنوس در مدل خود از سرعت حرکت آلاینده که از روی منحنی رخنه به‌دست می‌آید، استفاده کرده است. اما بریگهام در مدل خود که به گزارش ایشان اصلاح شده مدل فرید- کامبرنوس برای فواصل کوتاه می‌باشد از سرعت واقعی سیال در داخل محیط متخلخل استفاده می‌کند. اطلاعات ورودی مورد نیاز این دو مدل برای هر سه خاک ماسه‌ای درشت، متوسط و ریز در جدول ۲ و مقادیر  $\beta$  محاسبه شده برای بافت‌ها و فواصل انتقال مختلف در جدول ۳ ارائه شده است.

با استفاده از مدل فرید- کامبرنوس می‌توان نوشت:

$$D = \frac{1}{8} \left[ L \left( \frac{1-v t_{0.16}}{L} \right) - \left( \frac{1-v t_{0.84}}{L} \right) \right]^2$$

$$D = \frac{L^2}{8} \left[ L \left( \frac{1-U_{0.16}}{\sqrt{\frac{U_{0.16} \cdot L}{V}}} \right) - \left( \frac{1-U_{0.84}}{\sqrt{\frac{U_{0.84} \cdot L}{V}}} \right) \right]^2$$

$$D = \frac{L^2}{8} \left[ \left( \frac{V}{L} \right)^{0.5} \left( \frac{1-U_{0.16}}{\sqrt{U_{0.16}}} \right) - \left( \frac{1-U_{0.84}}{\sqrt{U_{0.84}}} \right) \right]^2$$

$$D = \frac{V \cdot L}{8} \left[ \left( \frac{U-1}{U^{\frac{1}{2}}} \right)_{0.84} - \left( \frac{U-1}{U^{\frac{1}{2}}} \right)_{0.16} \right]^2$$

$$D = \left( \frac{vL}{8} \right) (Y_{0.84} - Y_{0.16})^2$$

پارامتر  $\beta$ : پارامتر  $\beta$ ،  $\left( \beta = \frac{vL}{D} \right)$  برای تعیین فواصل انتقال طولانی و کوتاه پیشنهاد شده است. چنانچه مقادیر  $\beta$  بین ۱۲۵ و ۵۰۰ قرار گیرد اطمینان کامل

جدول ۲- پارامترهای مورد نیاز مدل‌های فرید- کامبرنوس و بریگهام.

Table 2. The required parameters of Fried-Combernous and Brigham models.

$Y_{0.84}$	$Y_{0.16}$	$V_c$ (Cm.sec <sup>-1</sup> )	$t_{0.84}$ (Min)	$t_{0.5}$ (Min)	$t_{0.16}$ (Min)	سرعت واقعی Real Velocity (Cm.sec <sup>-1</sup> )	سرعت دارسی Darcy Velocity (Cm.sec <sup>-1</sup> )	فاصله انتقال Transport distance (Cm)	بافت خاک Soil Texture
0.44	0.04	0.21	1.63	1.36	0.95	0.36	0.15	20	درشت Coarse
0.19	-0.22	0.16	2.88	2.41	1.41	0.36	0.15	40	
0.24	-0.21	0.14	4.33	3.73	3.21	0.36	0.15	80	
0.81	0.10	0.09	2.68	2.20	1.08	0.34	0.14	20	متوسط Medium
0.32	-0.11	0.06	7.33	5.75	5.00	0.34	0.14	40	
1.44	1.07	0.06	14.20	11.45	8.71	0.34	0.14	80	
0.21	-0.39	0.009	58.33	43.00	36.00	0.000055	0.000022	20	ریز Fine
-0.01	-0.40	0.007	62.50	53.73	43.33	0.000055	0.000022	40	
-0.16	-0.31	0.006	159.66	130.83	116.68	0.000055	0.000022	80	



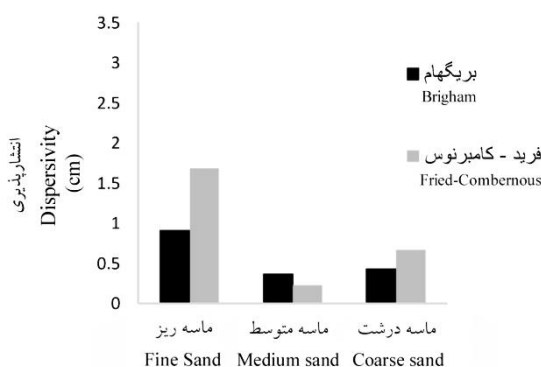
جدول ۳- مقادیر  $\beta$  محاسبه شده برای بافت‌ها و فواصل انتقال مختلف.

Table 3. Calculated  $\beta$  for various textures and transport distances.

ماسه ریز Fine sand	ماسه متوسط Medium sand	ماسه درشت Coarse sand	فاصله انتقال Transport distance (Cm)
1.98	53.69	43.84	20
78.32	45.63	44.33	40
145.2	41.84	36.56	80

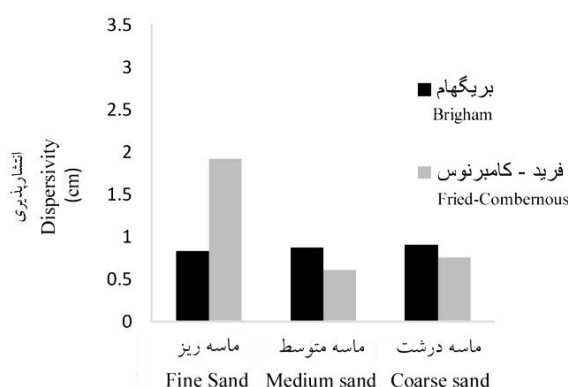
بیشتر از متوسط سرعت واقعی سیال (0.000055) سانتی‌متر بر ثانیه) می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود (جدول‌های ۲ و ۳) متوسط سرعت حرکت آلاینده در فواصل انتقال کوتاه بیشتر از متوسط سرعت حرکت آب در خلل و فرج محیط متخلخل است و با کاهش مقدار پارامتر  $\beta$ ، سرعت انتقال آلاینده افزایش می‌یابد. که نتیجه آن افزایش انتشارپذیری آلاینده می‌باشد که این در مطالعات پیشین نیز تأیید شده است (۳ و ۵). یک تفاوت مهم بین حرکت آلاینده‌های اختلاط‌پذیر در فواصل انتقال کوتاه و طولانی این است که در فواصل انتقال کوتاه، به دلیل این‌که گرادیان غلظت بیشتر می‌باشد، حرکت آلاینده‌ها بیشتر از خود سیال است (۴). مقایسه مقادیر انتشارپذیری محاسبه شده توسط مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام در شکل‌های ۲ تا ۴ ارائه شده است.

با مقایسه شدت جریان انتقال آلاینده ( $V_c$ ) برای دو خاک ماسه‌ای درشت و متوسط (جدول ۲) ملاحظه می‌شود که متوسط سرعت جریان آلاینده در خاک ماسه‌ای درشت 0.17 سانتی‌متر بر ثانیه و برای خاک ماسه‌ای متوسط حدود 0.07 سانتی‌متر بر ثانیه و متوسط سرعت جریان واقعی سیال در خاک ماسه‌ای درشت 0.36 سانتی‌متر بر ثانیه و برای خاک ماسه‌ای متوسط 0.34 سانتی‌متر بر ثانیه است. بنابراین مقدار سرعت انتقال آلاینده در دو خاک ماسه‌ای درشت و متوسط کمتر از مقدار سرعت واقعی سیال بوده که می‌توان دلیل آن را در تفاوت مقدار  $\beta$  دانست، به طوری که متناسب با کاهش مقدار  $\beta$  در دو خاک ماسه‌ای، مقدار سرعت آلاینده افزایش یافته است (جدول ۳). نتایج به دست آمده مطالعات گذشته را تأیید می‌کند (۴ و ۵). در خاک ماسه‌ای ریز متوسط سرعت جریان آلاینده (0.05 سانتی‌متر بر ثانیه)



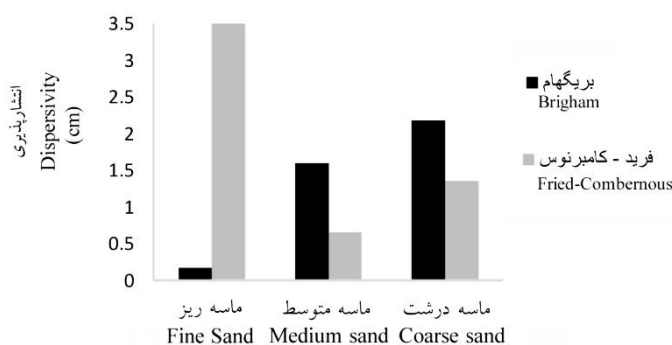
شکل ۲- مقایسه انتشارپذیری محاسبه شده توسط دو مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام برای فاصله انتقال ۲۰ سانتی‌متری.

Figure 2. Comparison of dispersivity calculated by Fried-Combernous and Brigham models for the transport distance of 20 cm.



شکل ۳- مقایسه انتشارپذیری محاسبه شده توسط دو مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام برای فاصله انتقال ۴۰ سانتی متری.

Figure 3. Comparison of dispersivity calculated by Fried-Combernous and Brigham models for the transport distance of 40 cm.



شکل ۴- مقایسه انتشارپذیری محاسبه شده توسط دو مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام برای فاصله انتقال ۸۰ سانتی متری.

Figure 4. Comparison of dispersivity calculated by Fried-Combernous and Brigham models for the transport distance of 80 cm.

انتشارپذیری محاسبه شده برای ماسه درشت و متوسط توسط هر دو مدل نشان داد که با افزایش فاصله انتقال مقدار انتشارپذیری افزایش می‌یابد. پژوهش‌های علی‌پور و کمان‌به‌دست (۲۰۱۱)، معروف‌پور و همکاران (۲۰۰۷) و شریفی‌پور و همکاران (۲۰۰۸) نیز این مسأله را تأیید می‌کند (۲، ۸ و ۱۱). مقایسه انتشارپذیری محاسبه شده با استفاده از مدل بریگهام برای ماسه ریز نشان داد که با افزایش فاصله انتقال مقدار انتشارپذیری کاهش می‌یابد. نتایج مدل فرید- کامبرنوس برای ماسه ریز در مقایسه با مدل بریگهام تفاوت قابل ملاحظه‌ای را از خود نشان داد که به نظر می‌رسد به دلیل عدم دقت مدل مذکور در فواصل انتقال کوتاه می‌باشد. این مسأله در مطالعات گذشته نیز گزارش شده است (۷).

بررسی مقادیر محاسبه شده پارامتر  $\beta$  برای ماسه ریز در این پژوهش (جدول ۳) نشان داد که مقدار این پارامتر با افزایش فاصله انتقال شدیداً افزایش می‌یابد (مقادیر پارامتر  $\beta$  در محدوده ۲ تا ۱۴۵). افزایش مقدار  $\beta$  با افزایش فاصله انتقال نشان‌دهنده بیشتر بودن سرعت انتقال آلاینده نسبت به سرعت حرکت آب در خلل و فرج در فواصل کوتاه‌تر ماسه ریز در نتیجه افزایش انتشارپذیری آن با افزایش فاصله انتقال می‌باشد. تحلیل داده‌های آزمایشگاهی توسط دو مدل تحلیلی بریگهام و فرید- کامبرنوس نشان داد که با افزایش هدایت هیدرولیکی و قطر ذرات خاک، مقدار انتشارپذیری افزایش می‌یابد. این مسأله در پژوهش‌های پیشین نیز تأیید شده است (۷، ۱۰ و ۱۶). مقادیر

گرفت. نتایج حاصل از آزمون آماری دانکن در جدول ۴ ارائه شده است.

تجزیه و تحلیل آماری انتشارپذیری نیترا در بافت‌ها و فاصله انتقال‌های مختلف با نرم‌افزار SAS صورت

جدول ۴- تجزیه واریانس انتشارپذیری به دست آمده از مدل‌های فرید- کامبرنوس و بریگهام.

Table 4. Analysis of variance of dispersivity calculated by Fried-Combernous and Brigham models.

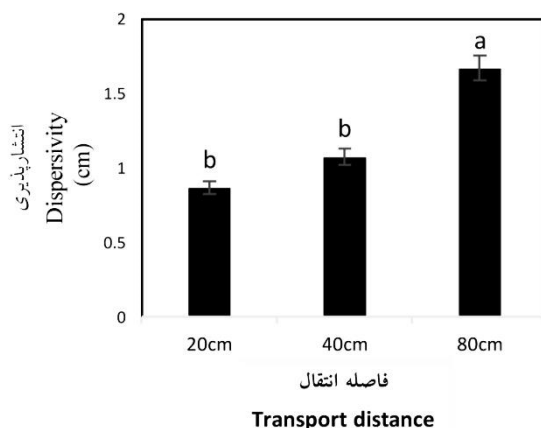
میانگین مربعات (MS) Mean Square		درجه آزادی (df) Degrees of freedom	منابع تغییرات Sources of changes
فرید- کامبرنوس Fried-Combernous	بریگهام Brigham		
0.0010 <sup>ns</sup>	0.0002 <sup>ns</sup>	2	بلوک Block
6.975**	2.652**	2	بافت Texture
0.0035**	0.0017*	2	فاصله انتقال Transport distance
1.601 <sup>ns</sup>	1.297 <sup>ns</sup>	4	بافت × فاصله انتقال Texture × Transport distance
0.092	0.0114	16	خطای آزمایش (e) Test error
25.25	11.52		ضریب تغییرات (cv) Coefficient of variation

\*\* معنی‌دار در سطح احتمال ۱ درصد، \* معنی‌دار در سطح احتمال ۵ درصد و <sup>ns</sup> غیرمعنی‌دار.

\*\* Significant at the 0.01 probability level, \* Significant at the 0.05 probability level and <sup>ns</sup> Not significant.

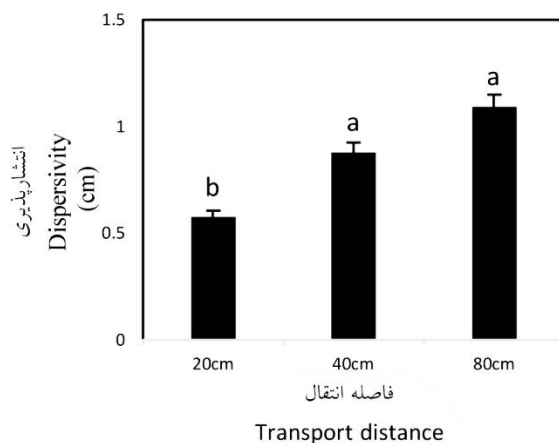
معنی‌دار می‌باشد. اثر متقابل بافت و فاصله انتقال در هیچ‌کدام از مدل‌های فرید- کامبرنوس و بریگهام معنی‌دار نشده است (جدول ۴). مقایسه میانگین مقدار انتشارپذیری محاسبه شده برای دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام در شکل‌های ۵ تا ۸ نشان داده شده است.

بر ضریب انتشارپذیری محاسبه شده از هر دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام در سطح احتمال یک درصد معنی‌دار می‌باشد. همچنین اثر فاصله انتقال بر ضریب انتشارپذیری محاسبه شده از مدل فرید- کامبرنوس در سطح یک درصد و مدل بریگهام در سطح پنج درصد

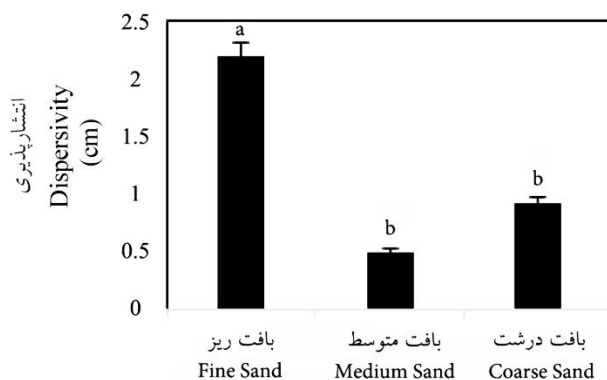


شکل ۵- بررسی اثر فاصله انتقال بر مقدار انتشارپذیری به دست آمده از مدل فرید- کامبرنوس.

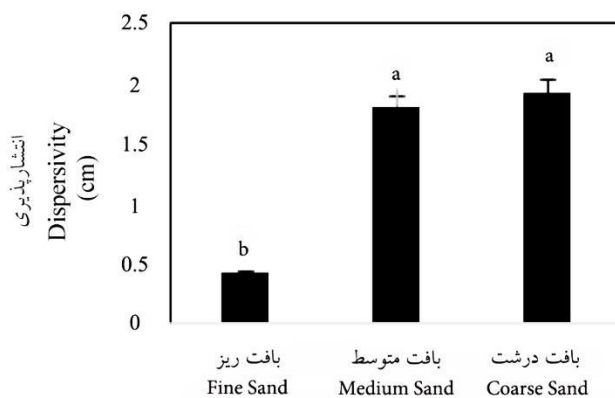
Figure 5. The effect of transport distance on dispersivity calculated by Fried-Combernous model.



شکل ۶- بررسی اثر فاصله انتقال بر مقدار انتشارپذیری به دست آمده از مدل بریگهام.  
 Figure 6. The effect of transport distance on dispersivity calculated by Brigham model.



شکل ۷- بررسی اثر بافت خاک بر مقدار انتشارپذیری به دست آمده از مدل فرید- کامبرنوس.  
 Figure 7. The effect of soil texture on dispersivity calculated by Fried-Combernous model.



شکل ۸- بررسی اثر بافت خاک بر مقدار انتشارپذیری به دست آمده از مدل بریگهام.  
 Figure 8. The effect of soil texture on dispersivity calculated by Brigham model.

فواصل انتقال طولانی نیز تعمیم داد. بنابراین مدل فرید- کامبرنوس برای فواصل انتقال کوتاه از کارایی لازم برخوردار نبود. نتایج هم‌چنین نشان داد انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک ماسه‌ای ریز در هر دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام تفاوت معناداری با انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک ماسه‌ای درشت و متوسط دارد. بررسی مقادیر محاسبه‌شده پارامتر  $\beta$  برای ماسه ریز در پژوهش نشان داد که مقدار این پارامتر با افزایش فاصله انتقال شدیداً افزایش می‌یابد که این نشان‌دهنده بیش‌تر بودن سرعت انتقال آلاینده نسبت به سرعت حرکت آب در خلل و فرج در فواصل کوتاه‌تر ماسه ریز و در نتیجه افزایش انتشارپذیری آن با افزایش فاصله انتقال می‌باشد. اما مقدار سرعت انتقال آلاینده در دو خاک ماسه‌ای درشت و متوسط کم‌تر از مقدار سرعت واقعی سیال بوده و هم‌چنین متناسب با کاهش مقدار  $\beta$  در این دو خاک ماسه‌ای، مقدار سرعت آلاینده افزایش یافته است. با افزایش متوسط فاصله انتقال در ماسه درشت و متوسط، مقدار انتشارپذیری نیتراژ بیش‌تر شد.

همان‌گونه که در شکل‌های ۵ تا ۸ مشاهده می‌شود انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک ماسه‌ای ریز در هر دو مدل فرید- کامبرنوس (a در شکل ۷) و بریگهام (b در شکل ۸) تفاوت معناداری با انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک ماسه‌ای درشت و متوسط دارد. هم‌چنین مقادیر انتشارپذیری به‌دست آمده برای فاصله انتقال ۸۰ سانتی‌متری در مدل فرید- کامبرنوس (a در شکل ۵) و فاصله انتقال ۲۰ سانتی‌متری در مدل بریگهام (b در شکل ۶) تفاوت معناداری با فواصل انتقال دیگر دارد که می‌توان دلیل آن را دقت مدل فرید- کامبرنوس در فواصل انتقال طولانی‌تر و دقت مدل بریگهام در فواصل انتقال کوتاه‌تر عنوان کرد.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش مقادیر انتشارپذیری به‌دست آمده برای خاک‌های ماسه‌ای همگن درشت، متوسط و ریز با استفاده از مدل‌های فرید- کامبرنوس و بریگهام مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که در فواصل انتقال کوتاه نتایج دو مدل فرید- کامبرنوس و بریگهام متفاوت می‌باشد و نمی‌توان آن را برای

### منابع

1. Alipoor, R., Dayer, A., Kashkooli, H.A., and Maroufpoor, E. 2009. The study of vertical pollutants in the laboratory models and to use it To determine dispersion coefficient in homogeneous sandy soils. The International Congress of Civil Engineering, University of Shiraz, 11-13 May.
2. Alipoor, R., and Kamanbedast, A. 2011. Investigation of vertical transmission of pollution at laboratory model and its vitalizing for determination of dispersion coefficient at homogenous sandy soil, World Appl. Sci. J. 14: 2: 351-355.
3. Al-Tabbaa, A., Ayotamuno, J.M., and Martin, R.J. 2000. One- dimensional Solute transport in stratified sands at short travel distances. J. Hazard. Mater. A73, Pp: 1-15.
4. Ayotamuno, J.M. 1998. Contaminant transport and immobilization in stratified sands. PhD Thesis, university of Birmingham, UK.
5. Brigham, W.E. 1974. Mixing equations in short laboratory columns. J. Soc. Petroleum Engin. 14: 91-99.
6. Freeze, R.A., and Cherry, J.A. 1979. Groundwater. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 604p.

7. Gillham, and Cherry, J.A. 1982. Contaminant migration in saturated unconsolidated geological Society of America, Special Paper. 189: 31-44.
8. Maroufpoor, E., Kashcoli, H., Moazed, H., and Vali Samani, H.M. 2008. Comparative study of mathematical models of Fried-Combernous Brigham to dispersion of conservative pollutants in the homogeneous sandy soil. *J. Agric. Sci.* 30: 77-89. (In Persian)
9. Maroufpoor, E., Kashcoli, H., and Moazed, H. 2007. Study of thickness dependence dispersion in unsaturated homogeneous soils of sand. *Sci. J. Shahid Chamran Univ.* 14: 13-23. (In Persian)
10. Moazed, H., Farasti, M., and Ghamarnia, H. 2012. Dispersivity of chlorine through medium and coarse grained soil materials. *Reserch on Crops.* 13: 1: 327-333.
11. Sharifipoor, M., Moazed, H., and Karami, M. 2009. The effect of Effects of soil thickness soil texture and on the diffusion coefficient of sodium chloride. Second National Conference on Irrigation and Drainage, Shahid Chamran University of Ahvaz, 27-29 January.
12. Wierenga, P.J. 2004. Solute transport in porous media. Scale Effects. From HTML. Paper 72.
13. Zhang, D., Beven, K., and Mermoud, A. 2006. A comparison of non-linear least square and GLUE for model calibration and uncertainty estimation for pesticide transport in soils. *J. Adv. Water Resour.* 29: 1924-1933.
14. Zhi-Ming, Q.I., Shao-Yuan, F., and Helmers, M.J. 2012. Modeling Cadmium Transport in Neutral and Alkaline Soil Columns at Various Depths. *Pedosphere.* 22: 3: 273-282.



## The study and comparison of Fried-Combernous and Brigham mathematical models for calculating Nitrate dispersivity in saturated conditions

\*A. Azadifar<sup>1</sup>, A. Soltani Mohammadi<sup>2</sup> and H. Moazed<sup>3</sup>

<sup>1</sup>M.Sc., Dept. of Irrigation and Drainage, Shahid Chamran University of Ahvaz,

<sup>2</sup>Assistant Prof., Dept. of Irrigation and Drainage, Shahid Chamran University of Ahvaz,

<sup>3</sup>Professor, Dept. of Irrigation and Drainage, Shahid Chamran University of Ahvaz

Received: 12.10.2015; Accepted: 05.09.2018

### Abstract

**Background and Objectives:** In during the past decades, the study of pollutants transfer in saturation zone has become an important issue due to its chemical and physical effects on subsurface water. On the other hand, the increasing application rate of nitrogen fertilizers has been considered as a serious threat to groundwater and human health due to its high dynamic nature in soil. Brigham and Fried-Combernous models have been proposed for the dispersivity calculation in short and long travel distances, respectively and are the most significant models of persistent contaminant transport in homogeneous saturated porous media under constant flow. The purpose of this study was the evaluation and comparison of Fried-Combernous and Brigham mathematical models to calculate nitrate dispersivity in homogeneous saturated sandy soils under laboratory conditions.

**Materials and Methods:** In order to study the dispersivity using Fried-Combernous and Brigham models, pure potassium nitrate salt solution was added to sandy soil columns (in the three size of coarse, medium and fine and distance transmission of 80,40 and 20 cm) as persistent contaminant under the sustainable regime with concentration of 160 (mg/lit). The concentration of output nitrate were then measured in three different porosity volumes and Breakthrough curves were plotted for each column to obtain all required parameters.

**Results:** Experimental data analyze by analytical Fried-Combernous and Brigham models revealed that there is a significant difference between the dispersivity of fine sandy soil and dispersivity of coarse and medium sandy soil in both models. So with increasing in the average travel distance in medium and coarse sand, nitrate dispersivity increased. Investigation of the calculated values of  $\beta$  parameter for fine sand showed that this parameter increases dramatically with increasing travel distance. This represents a higher pollutants velocity transition than the water velocity in the pores at the shorter distances in fine sand. Therefore the travel distance increases with increasing dispersivity.

**Conclusion:** Evaluation of the results revealed that unlike long travel distance, the results of Fried-Combernous and Brigham models were different and therefore, it could not be generalized to long travel distances indicating that the Fried-Combernous model was not efficient enough for short travel distances.

**Keywords:** Breakthrough curves, Brigham model, Dispersivity, Fried-Combernous model

---

\* Corresponding Author; Email: a.azadifar20@yahoo.com

*Ar*