



دانشگاه گواران، منابع آب و خاک

نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک  
جلد بیست و ششم، شماره چهارم، ۱۳۹۸  
۱-۲۹

<http://jwsc.gau.ac.ir>

DOI: 10.22069/jwsc.2019.13423.2813

## بهینه‌سازی بهره‌برداری از سامانه برق آبی و چندمخزنه با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی

\*مهدیه جانباز فوتمی<sup>۱</sup> و امید بزرگ حداد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانش‌آموخته دکتری مهندسی منابع آب، گروه مهندسی آب، دانشگاه تهران، آستاد تمام گروه مهندسی آب، دانشگاه تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۳/۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۱۸

### چکیده

**سابقه و هدف:** تغییرات آورد رودخانه‌ها، رژیم بارندگی تغییر و همچنین وقوع پدیده خشک‌سالی باعث گردیده استفاده از ابزارهای مدیریت منابع آب، جهت اخذ یک راهکار مناسب برای بهره‌برداری از مخازن امروزه مورد توجه قرار گیرد. با توجه به محدودیت نداشتن الگوریتم‌های تکاملی در پذیرش تابع شایستگی و همچنین احتمال کم‌تر آن‌ها در قرارگیری در بهینه موضعی، امروزه این الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی به‌خصوص در مسائل پیچیده بهره‌برداری منابع آب مورد استفاده قرار می‌گیرند. الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) یک الگوریتم تکاملی است که براساس قانون جاذبه نیوتن و جرم اجرام شکل گرفته است. هدف از این پژوهش سنجش قابلیت الگوریتم تکاملی جستجوی گرانشی (GSA) در مقایسه با الگوریتم ژنتیک در حل مسائل ریاضی متداول، بهینه‌سازی بهره‌برداری از سامانه چندمخزنه و برق‌آبی می‌باشد.

**مواد و روش‌ها:** بدین‌منظور سه مسأله ریاضی بوکین<sup>۱</sup>، روزنبروک<sup>۲</sup> و اسپیر<sup>۳</sup> توسط الگوریتم جستجوی گرانشی<sup>۴</sup> بهینه گشته‌اند و جواب آن‌ها با الگوریتم ژنتیک و جهت صحت‌سنجی با جواب حل تحلیلی مقایسه شده است. پس از صحت‌سنجی الگوریتم، بهره‌برداری از سد برق‌آبی کارون<sup>۴</sup> توسط الگوریتم جستجوی گرانشی و الگوریتم ژنتیک بهینه گردیده و جواب آن‌ها با جواب حل تحلیلی برنامه‌ریزی غیرخطی مسئله که توسط Lingo به‌دست آمده مقایسه شده است. در نهایت جهت سنجش الگوریتم جستجوی گرانشی در بزرگ‌مقیاس، بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه توسط این الگوریتم بهینه گردید و جهت تعیین کارایی آن با نتایج الگوریتم ژنتیک و جواب حل تحلیلی Lp مسأله مقایسه شده است. لازم به ذکر است جهت اطمینان، نتایج بهینه‌سازی الگوریتم‌ها در ۱۰ اجرا گزارش شده‌اند و تعداد ارزیابی تابع در دو الگوریتم مذکور برابر بوده است.

\* مسئول مکاتبه: [ma\\_janbaz@ut.ac.ir](mailto:ma_janbaz@ut.ac.ir)

- 1- Bukin6
- 2- Rosenbrock
- 3- Sphere
- 4- Gravity Search Algorithm (GSA)

**یافته‌ها:** نتایج حل مسائل ریاضی نشان دادند که الگوریتم GSA قادر به بهینه‌سازی شکل‌های مختلفی از مسائل است و در سه مسأله بوکین ۶، روزنبورک و اسپیر همواره نتایج الگوریتم GSA نزدیکی بیشتری به نتایج حل تحلیلی نسبت به GA داشته است. در حل مسأله بهره‌برداری سد برق آبی، نتایج الگوریتم جستجوی گرانشی در حدود ۴۴٪ و در بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه ۸٪ بهتر از جواب بهینه الگوریتم GA به دست آمده است و نزدیکی بیشتری به جواب‌های حل تحلیلی داشته است.

**نتیجه‌گیری:** نتایج به دست آمده نشان‌دهنده کارایی بالای الگوریتم جستجوی گرانشی حل مسائل ریاضی و بهینه‌سازی بهره‌برداری برق آبی و سامانه ۱۰ مخزنه بوده است. در نهایت به صورت کلی این پژوهش سرعت همگرایی بالای GSA نسبت به GA را به نمایش گذاشته است و همواره در تمامی مسائل نتایج الگوریتم GSA نسبت به نتایج GA به بهینه مطلق نزدیک‌تر بوده است.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم جستجوی گرانشی، بهینه‌سازی بهره‌برداری، سامانه ۱۰ مخزنه، سد برق آبی، مسائل ریاضی متداول

#### مقدمه

برنامه تکاملی سریع توسعه یافته<sup>۱</sup> را با عملگرهای جستجوگر مختلف ترکیب نمودند و نتایج آن را با برنامه تکاملی کلاسیک<sup>۲</sup> و برنامه تکاملی سریع<sup>۳</sup> در حل توابع ریاضی شناخته شده پایه<sup>۴</sup> مقایسه نمودند. نتایج آن‌ها کارایی بالای روش IFEP نسبت به EFP و این دو را نسبت به CEP نشان دادند (۲۴). و سترستروم و تامسن (۲۰۰۴) کارایی الگوریتم‌های تکاملی تفاضلی<sup>۵</sup>، بهینه‌سازی تجمع ذرات<sup>۶</sup> و تکاملی<sup>۷</sup> را در حل ۳۴ مسأله شناخته شده پایه با یکدیگر مقایسه نمودند. نتایج نشان دادند DE همواره نسبت به سایر روش‌ها کارتر بوده و دو الگوریتم DE و PSO از روش‌های EAs بهتر عمل نموده‌اند (۲۱).

روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی منابع آب جهت حل برخی از مسائل مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این میان، موسوی و همکاران (۲۰۰۴) در بررسی

محدودیت‌های موجود در منابع آب و همچنین بروز پدیده‌های خشک‌سالی، به‌خصوص در کشورهای که در مناطق نیمه‌خشک واقع گشته‌اند، باعث گردیده لزوم مدیریت منابع آب جهت تخصیص بهتر منابع و کاهش هزینه‌های انتقال و توزیع از اهمیت بسیاری برخوردار باشد. یک از ابزارهای مدیریت منابع آب، بهینه‌سازی است که در دو دسته کلاسیک و تکاملی دسته‌بندی می‌شود. امروزه با گسترده و پیچیده‌تر شدن مسائل، روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک در خیلی از موارد پاسخگو نیستند و استفاده از الگوریتم‌های مبتنی بر انتخاب تصادفی جمعیت که معمولاً الهام گرفته از قوانین طبیعت هستند، به علت احتمال کم‌تر در به دام افتادن در بهینه موضعی، جستجوی موازی در فضای حل و عدم محدودیت در انتخاب تابع هدف، معمول‌تر می‌باشند.

مسائل شناخته شده‌ای به عنوان مسائل پایه وجود دارند که جهت محک زدن الگوریتم‌ها و روش‌های جدید استفاده می‌شوند. یائو و همکاران (۱۹۹۹)

- 1- IFEP, Improved Fast Evolutionary Programming
- 2- CEP, Different Search Operations
- 3- FEP, Fast Evolutionary Programming
- 4- Benchmark Function
- 5- DE, Differential Evolutionary
- 6- PSO, Particle Swarm Optimization
- 7- EAs, Evolutionary Algorithms

خود را با برنامه‌ریزی خطی<sup>۱۴</sup>، برنامه‌ریزی پویا، برنامه‌ریزی پویای گسسته<sup>۱۵</sup>، برنامه‌ریزی پویای گسسته تصادفی<sup>۱۶</sup> و الگوریتم ژنتیک<sup>۱۷</sup> مقایسه نمودند. آن‌ها بیان نمودند که نتایج الگوریتم HBMO به صورت چشمگیری از LP بهتر بوده و در سرعت همگرایی و رسیدن به نزدیک به بهینه ۶٪ از الگوریتم GA عملکرد بهتری داشته است. همچنین نتایج نشان دادند که الگوریتم HBMO ۳۰٪ در رسیدن به بهینه مطلق و ۹۹/۹۴٪ در رسیدن به نزدیک به بهینه مطلق شانس دارد (۵). وانگ و همکاران (۲۰۱۱) برای بهینه‌سازی بلندمدت بهره‌برداری از سد، دو الگوریتم جستجو<sup>۱۸</sup> GA و الگوریتم ژنتیک تعاملی چندلایه<sup>۱۹</sup> را با یکدیگر مقایسه نمودند. آن‌ها نشان دادند که میزان بهبود مقدار تابع برازش MIGA، نسبت به GA بیش از ۲۵٪ افزایش داشته و زمان محاسبه آن ۸۰٪ نسبت به GA کاهش داشته است (۲۲). مون و همکاران (۲۰۰۲) به بررسی مسأله مسافر دوره‌گرد با محدودیت در اولویت<sup>۲۰</sup>، در الگوریتم GA پرداختند و به علت پیچیدگی مسأله به علت وجود محدودیت، الگوریتم GA را بر اساس مرتب‌سازی مکانی<sup>۲۱</sup> توسعه داده‌اند. نتایج آن‌ها نشان دادند که GA مبتنی بر مفهوم مرتب‌سازی مکانی کارایی بسیار بیشتری نسبت به GA سنتی از خود نشان داده و همچنین ذکر کردند در تعداد متغیرهای کم از GA نیز نتایج خوبی حاصل می‌گردد (۲۵). آساره و همکاران (۲۰۱۰) با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات (PSO) و الگوریتم ژنتیک به برآورد تقاضای نفت در ایران پرداختند و

بهینه‌سازی مخزن با برنامه‌ریزی پویای<sup>۱</sup> فازی و غیرفازی دریافتند که کارایی برنامه‌ریزی پویای فازی با فواصل گسسته کم‌تر در حجم مخزن (۱۰ حجم) با برنامه‌ریزی پویای غیرفازی که بسیار بیش‌تر گسسته شده است (۴۰ حجم) برابری می‌کند (۱۶). کلاست و همکاران (۲۰۰۹) بهره‌برداری مخزن را با ۷ مدل تصادفی بررسی نمودند. این مدل‌ها شامل ۱- بهینه‌سازی تصادفی صریح<sup>۲</sup> بر مبنای برنامه‌ریزی پویای تصادفی<sup>۳</sup>؛ ۲- بهینه‌سازی تصادفی غیرصریح<sup>۴</sup> بر مبنای فازی عصبی<sup>۵</sup>، مدل‌سازی سطحی دوبعدی<sup>۶</sup> و رگرسیون چندمتغیره<sup>۷</sup>؛ ۳- پارامترهای شبیه‌سازی- بهینه‌سازی شده<sup>۸</sup> مبتنی بر هدینگ‌دار یک‌بعدی<sup>۹</sup>، هدینگ‌دار دوبعدی<sup>۱۰</sup> و منطقه‌بندی شده<sup>۱۱</sup> و ۴- سیاست بهره‌برداری استاندارد<sup>۱۲</sup> بوده است. آن‌ها در انتها این نتیجه را اعلام نمودند که به ترتیب ISO-AnFis, PSO-2DHed, ISO-Surf, ISO-Reg, PSO-Zon, PSO-Hed, SDP, SOP و کارایی بهتری در سناریوهای مختلف از خود نشان داده‌اند (۹).

روش‌های تکاملی مختلف به علت آن‌که محدودیت‌های کم‌تری دارند در حل مسائل مدیریت منابع آب به صورت گسترده استفاده می‌شوند. بزرگ حداد و همکاران (۲۰۱۱) در بررسی الگوریتم بهینه‌سازی جفت‌گیری زنبور عسل<sup>۱۳</sup> به بهره‌برداری سه مخزنه پیوسته و گسسته، بهره‌برداری چهار مخزنه گسسته و بهره‌برداری ۱۰ مخزن سری و موازی پرداختند و نتایج

- 1- DP, Dynamic Programming
- 2- ESO, Explicit Stochastic Optimization
- 3- Stochastic Dynamic Programming
- 4- ISO, Implicit Stochastic Optimization
- 5- ISO-AnFis, Neuro-Fuzzy Strategy
- 6- ISO-Surf, Two-Dimensional Surface Modeling
- 7- ISO-Reg, Multiple Regression
- 8- PSO, Parameterization Simulation Optimization
- 9- PSO-Hed
- 10- PSO-2DHed
- 11- PSO-Zon
- 12- SOP, Standard Operating Policy
- 13- HBMO, Honey-Bee Mating Optimization

- 14- LP, Linear Programming
- 15- Differential Dynamic Programming
- 16- Discrete Differential Dynamic Programming
- 17- GA, Genetic Algorithm
- 18- Sole GA Search
- 19- MIGA, Multi-Tier Interactive Genetic Algorithm
- 20- TSPPC, Traveling Salesman Problem with Precedence Constraints
- 21- TS, Topological Sort

مقایسه کرده و در تمام مسائل کارایی بیش‌تر الگوریتم GSA را گزارش نمودند (۱۹). دومان و همکاران (۲۰۱۰) در بررسی شتاب اقتصادی در اثرات نقطه‌ای، از الگوریتم GSA استفاده نمودند و نتایج آن را با نتایج سایر مقالات مقایسه نمودند. نتایج آن‌ها پس از مقایسه با نتایج ۱۷ مقاله نشان داد که از GSA مقادیر بهتری حاصل شده است که این میزان در کم‌ترین اختلاف خود ۰/۰۰۲٪ و در بیش‌ترین اختلاف ۰/۰۰۴٪ بهبود داشته است (۱۰). قلمباز و همکاران (۲۰۱۱) از شبکه عصبی ترکیبی<sup>۴</sup> و ترکیب آن با الگوریتم GSA<sup>۵</sup> برای حل معادله معروف و سینگر<sup>۶</sup> استفاده کردند و نتایج خود را با سایر روش‌های عددی مشهور مقایسه نمودند. نتایج نشان دادند که مقادیر حاصله از HNNGSA در زمان کم‌تری به جواب واقعی نزدیک می‌شوند و از دقت بیش‌تری برخوردار می‌باشند (۱۱). پورشیخعلی و قادری (۲۰۱۵) بهره‌برداری از مخزن سد درودزن را بر مبنای الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) در محیط MATLAB انجام داده‌اند. نتایج عملکرد الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش با الگوریتم PSO که از الگوریتم‌های توانا در حل مسائل بهینه‌سازی می‌باشد، مقایسه گردید. نتایج به‌دست آمده از این روش بیانگر عملکرد بالای الگوریتم (GSA) بوده است (۱۷). اکبری‌فرد و همکاران (۲۰۱۵)، از الگوریتم فراابتکاری چرخه آب<sup>۷</sup> برای یافتن استراتژی‌های تخصیص بهینه منابع آب در سیستم دو مخزنه سدهای گلستان و وشمگیر واقع در حوضه آبریز گرگان‌رود (شمال ایران)، برای یک دوره پنج‌ساله (از سال آبی ۸۷-۸۶ تا ۹۱-۹۰) استفاده نمودند. همچنین نتایج حاصل از الگوریتم مورد بررسی با نتایج GSA و روش سیاست بهره‌برداری استاندارد (SOP) مقایسه شده است.

برای تخمین مقادیر تقاضای نفت، PSO و GA را به‌صورت خطی و نمایی براساس جمعیت توسعه دادند. در نهایت نتایج نشان دادند متوسط خطای نسبی در GA و GA توسعه‌یافته به‌ترتیب برابر ۱/۸۳٪ و ۱/۷۲٪ بوده است به‌طوری‌که برای PSO و PSO توسعه‌یافته این مقادیر ۱/۴۰٪ و ۱/۳۶٪ بوده است (۳). رگولوا و همکاران (۲۰۱۰) بهره‌برداری از سامانه‌های چندمخزنه را با الگوریتم دیفرانسیلی تکاملی<sup>۱</sup> را مورد سنجش قرار دادند. آن‌ها نتایج عملکرد خود را با الگوریتم ژنتیک مقایسه نموده و نتایج به‌دست آمده کارایی الگوریتم DE را در مقایسه با GA در بهینه‌سازی با اهداف برقی و مدیریت رهاسازی جهت کشاورزی را نشان دادند. مروج و حسینی موغاری (۲۰۱۶)، الگوریتم ISA<sup>۲</sup> را برای بهره‌برداری برقی، بهینه‌سازی سامانه ۴ و ۱۰ مخزنه به‌صورت سری و موازی استفاده نمودند و نتایج آن را با نتایج LP، GA و NLP مقایسه نمودند. نتایج مطالعات آن‌ها نشان دادند که ISA نزدیک‌ترین جواب را به جواب بهینه مطلق داشته است (۲۰).

الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) به‌عنوان یک الگوریتم تکاملی براساس قانون گرانش نیوتن شکل گرفته است. ذرات در این الگوریتم بسته به مقدار جرم‌شان ارزش‌گذاری شده و بر اساس میزان جرم و فاصله ذرات دیگر، با آن‌ها ارتباط برقرار می‌نماید. رشیدی و همکاران (۲۰۰۹) الگوریتم جستجوی گرانشی را معرفی نمودند. این الگوریتم براساس گرانش و اثر متقابل اجرام تعریف شده است. در این الگوریتم عامل جستجوگر مجموعه‌ای از اجرام هستند که براساس قانون گرانش و حرکت بر یکدیگر اثر متقابل می‌گذارند. آن‌ها الگوریتم خود را در ۱۲ مسأله ریاضی پایه با الگوریتم نیروی بهینه‌سازی مرکزی<sup>۳</sup>

4- Hybrid Neural Network

5- HNNGSA

6- Wessinger's Equation

7- WCA, Water cycle Algorithm

1- Differential Evolution (DE)

2- Interior Search Algorithm

3- CFO, Central Force Optimization

الگوریتم‌های جدید با کارایی بهتر هنوز احساس می‌شود. از این‌رو الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) که از قانون گرانش طبیعت الهام گرفته است، پدید آمد. این الگوریتم یک الگوریتم وابسته به هوش جمع بوده و بدون حافظه است و اولین بار توسط رشیدی و همکاران (۲۰۰۹) ارائه و فرمول‌بندی شده است که به اختصار مفاهیم و معادلات آن در این بخش بیان می‌شود (۱۹).

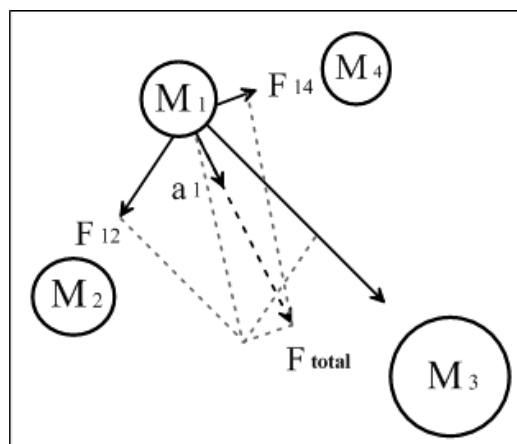
عامل‌های جستجوگر در الگوریتم GSA، اجرام هستند که به دلیل جرمشان به یکدیگر نیرو وارد کرده و تبادل اطلاعات به وسیله نیرو گرانش منتقل می‌شود. این بدان معنی است که در این روش هر عامل (جرم)، مکان و وضعیت سایر اجسام را با نیرو گرانش درک می‌کند. این الگوریتم دارای سه مرحله کلی ۱- تطابق با محیط، ۲- تبادل اطلاعات و ۳- رقابت برای بقا است که باعث می‌شود که با وجود رفتار ساده هر عضو، مجموع اعضا رفتاری هوشمندانه برای رسیدن به بهینه مطلق داشته باشند.

روش‌های WCA، GSA و SOP به ترتیب قادر به تأمین ۹۷/۷۳، ۸۵/۲۶ و ۷۶/۷۸ درصد از نیاز کل پایین‌دست سد گلستان و تأمین ۹۷/۰۶، ۸۹/۳۱ و ۶۸/۲۹ درصد از نیاز کل پایین‌دست وشمگیر بودند. نتایج به دست آمده بیانگر عملکرد بالای الگوریتم WCA در مقایسه با دیگر روش‌های مورد بررسی در بهره‌برداری بهینه از سیستم مخازن است (۲).

با مروری بر مقالات دیده شد که الگوریتم GSA از کارایی مناسبی در حل معادلات ریاضی شناخته شده برخوردار است و در مسائل بهینه‌سازی بهره‌برداری سامانه چندمخزنه مورد استفاده و سنجش واقع نشده است. از این‌رو، هدف از این گزارش سنجش الگوریتم مذکور براساس چند مسأله پایه و مسأله بهینه‌سازی بهره‌برداری سد برق‌آبی و سد ۱۰ مخزنه است و در نهایت نتایج با الگوریتم GA و جواب حل تحلیلی مقایسه می‌شود.

### مواد و روش‌ها

مبانی الگوریتم GSA: با توجه به محدودیت برخی از الگوریتم‌های تکاملی موجود، لزوم طرح



شکل ۱- ارتباط بین نیروی گرانش و جرم ذرات.

Figure 1. Relation between gravity force and mass particles.

قرار می‌گیرد و هرچه نیروی اینرسی بیشتر باشد، ذره مقاومت بیشتری نسبت به تغییر مکان و حرکت از خود نشان می‌دهد. براساس نیروی گرانش اجسام گرانش دارند یکدیگر را جذب نمایند و طبق قانون گرانش داریم: «هر ذره ذرات دیگر را با نیرویی جذب می‌نماید که این نیرو رابطه مستقیم با جرم ذره و رابطه معکوس با مجذور فاصله بین ذرات دارد» (شکل ۱).

$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

کوچک‌تر باشد توانایی بهره‌وری افزایش می‌یابد. به همین منظور بهتر است در شروع کار الگوریتم این مقدار عدد بزرگی فرض شود و با گذشت زمان، کاهش یابد. یک رابطه مناسب برای ثابت گرانش می‌تواند به صورت رابطه ۲ تعریف شود:

$$G(t) = G_0 e^{-\frac{at}{T}}$$

حصول نتیجه بهتر تغییر داد. همچنین طبق رابطه دوم نیوتن، پس از تأثیر نیروی گرانشی بر یک ذره، شتاب آن به صورت رابطه ۳ تعریف می‌گردد:

$$a = \frac{F}{M}$$

فعلی  $v(t+1)$  هر ذره  $(m/s)$  با مجموع ضریبی از سرعت قبلی ذره و شتاب آن برابر است.

$$v(t+1) = \omega \times v(t) + a(t)$$

گام اول: تعیین محیط سیستم، مقداردهی و جایابی اولیه ذرات: محیط سیستم شامل یک سیستم مختصات چندبعدی است. هر جواب مسأله  $(X_i)$ ، موقعیت یک‌ذره در فضا است که دارای  $n$  بعد (تعداد متغیرهای تصمیم) است. بعد  $d$  از جرم  $i$  با رابطه  $X_i^d$  نشان داده می‌شود:

به منظور فهم بهتر الگوریتم در ابتدا شرحی از قانون گرانش در طبیعت مطرح می‌گردد. در طبیعت سه نوع جرم وجود دارد که جرم گرانشی فعال، جرم گرانشی غیرفعال و جرم اینرسی می‌باشند. در تعریف این سه جرم آمده است؛ هرچه جرم گرانشی فعال بیشتر باشد، ذره نیروی گرانشی بیشتری حول خود ایجاد می‌نماید؛ هرچه جرم گرانشی غیرفعال بیشتر باشد، ذره بیشتر تحت تأثیر سایر نیروهای گرانشی

(۱)

که در آن،  $F$  نیروی گرانشی،  $M_1$  جرم گرانشی فعال ذره اول،  $M_2$  جرم گرانشی غیرفعال ذره دوم،  $G$  ثابت گرانش نیوتن و  $R$  فاصله بین آنهاست. ثابت گرانش یک پارامتر مناسب جهت کنترل جستجو و افزایش بهره‌وری الگوریتم است. هرچه ثابت گرانش بیشتر باشد توانایی کاوش تقویت گردیده و هرچه این مقدار

(۲)

که در آن،  $G_0$  و  $\alpha$  ضرایب کنترلی الگوریتم،  $T$  طول عمر سیستم (تعداد کل تکرارها) و  $t$  تکراری که در حال وقوع می‌باشد است. البته می‌توان رابطه را برای

(۳)

که در آن،  $a$  شتاب ذره  $(m/s^2)$  و  $M$  جرم اینرسی ذره  $(kg)$  می‌باشد. همچنین طبق قانون حرکت، سرعت

(۴)

که در آن،  $\omega$  ضریب تعیین شده برای سرعت و  $t$  نماینده زمان یا تکرار در حال وقوع می‌باشد.

براساس این قوانین ذکر شده، جستجو گرانشی آغاز و حرکت در یک سیستم مصنوعی در زمان گسسته انجام می‌شود. گام به گام الگوریتم گرانشی در زیر آورده شده است.

$$X_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n) \quad i=1,2,3,\dots,S \quad (5)$$

گام دوم: ارزیابی تابع هدف: در گام دوم، برای هر ذره از جمعیت، مقدار تابع هدف آن سنجیده شده و بدترین تابع  $fit_i$  نام گذاری می شود. سپس بهترین و بدترین نام هدف تعیین و به ترتیب  $worst(t)$  و  $best(t)$  می گیرند. بدترین و بهترین مقدار تابع هدف برای مسأله کمینه سازی طبق رابطه زیر محاسبه می شوند:

$$worst(t) = \max_{i \in \{1, \dots, S\}} fit_i(t) \quad (6)$$

$$best(t) = \min_{i \in \{1, \dots, S\}} fit_i(t) \quad (7)$$

گام سوم: محاسبه جرم ذرات: جرم ذرات براساس مقدار تابع هدف آن ها سنجیده شده و هرچه یک ذره ارزش تابع هدف بیش تری داشته باشد جرم بیش تری خواهد داشت.

$$m_i(t) = \frac{fit_i(t) - worst(t)}{best(t) - worst(t)} \quad (8)$$

$$M_i(t) = \frac{m_i(t)}{\sum_{j=1}^S m_j(t)} \quad (9)$$

گام چهارم: به روز رسانی ثابت گرانش و محاسبه نیروی وارد بر هر جسم: ثابت گرانش بر اساس رابطه ۲ به روز رسانی شده و نیروی وارد به هر بعد طبق رابطه زیر تعریف می گردد:

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_i(t) \times M_j(t)}{R_{ij}(t) + \epsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \quad (10)$$

$$R_{ij}(t) = \|X_i(t), X_j(t)\|_2 \quad (11)$$

که در آن،  $n$  تعداد متغیر تصمیم،  $d$  شمارنده بعد و نمایانگر شماره متغیر تصمیم،  $i$  شمارنده جمعیت در هر تکرار و  $S$  تعداد جمعیت است. در اولین تکرار، این اعداد به صورت احتمالاتی تعیین شده و فرض می شوند. به همین علت در تمام ابعاد فضا، جواب دارای گستردگی یکسان است.

که در آن،  $t$  شمارنده زمان (تکرار در حال وقوع) در رابطه فوق است.

که در آن،  $m_i(t)$  جرم ذره  $i$  در زمان (تکرار)  $t$  و  $M_i(t)$  جرم نرمال شده ذره  $i$  در زمان (تکرار)  $t$  است.

بین ذرات با توجه به شباهت‌شان به یکدیگر محاسبه می‌شود. در واقع در این الگوریتم هر ذره، موقعیت و مکان ذره‌های دیگر را بنا بر نیروی گرانش آن‌ها درک می‌کند. نیروی وارد بر جرم ذره طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_i^d(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^S rand_j F_{ij}^d(t) \quad (12)$$

**گام پنجم:** محاسبه شتاب و سرعت اجسام: طبق قانون دوم نیوتن هر جرم شتابی معادل نیروی وارد بر جرم اینرسی خود می‌گیرد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_i(t)} \quad (13)$$

است. حال با جایگزین کردن معادله نیرو در معادله شتاب داریم:

$$a_i^d(t) = G(T) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^S \left[ rand_j \frac{M_j(t)}{R_{ij}(t) + \varepsilon} (X_j^d(t) - X_i^d(t)) \right] \quad (14)$$

سرعت هر ذره بر حسب زمان و بعد، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_i^d(t+1) = rand_i \cdot v_i^d(t) + a_i^d(t) \quad (15)$$

**گام ششم:** به روز رسانی موقعیت ذرات: موقعیت جدید ذره  $i$  در بعد  $d$  با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (16)$$

نمایش داده شده و الگوریتم متوقف می‌گردد. شرط توقف می‌تواند عدم تغییر مقدار بهینه در چندین تکرار و یا تعریف تعداد تکرار مشخص باشد.

که در آن،  $F_{ij}^d(t)$  نیروی وارد به جرم  $i$  از طرف جرم  $j$  در زمان (تکرار)  $t$  و بعد  $d$ ،  $M_j(t)$  جرم گرانشی غیرفعال  $i$ ،  $M_j(t)$  جرم گرانشی فعال  $j$ ،  $x_j^d(t) - x_i^d(t)$  فاصله دو جرم در بعد  $d$ ،  $\varepsilon$  یک مقدار کوچک و  $R_{ij}(t)$  فاصله اقلیدسی (نرم ۲) دو ذره می‌باشد.

که در آن،  $F_i^d(t)$  مجموع نیروهای وارد بر جرم ذره  $i$  و  $rand$  یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت بین  $[0, 1]$  می‌باشد که برای حفظ خصوصیات تصادفی الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

که در آن،  $a_i^d(t)$  شتاب ذره  $i$  در زمان (تکرار)  $t$  و بعد  $d$ ،  $M_i(t)$  جرم اینرسی ذره  $i$  است که با جرم فعال گرانشی و جرم غیرفعال گرانشی، یکسان فرض شده

که در آن،  $v_i^d(t)$  سرعت بعد  $d$  ذره  $i$  و  $rand_i$  عدد تصادفی بین  $[0, 1]$  با توزیع یکنواخت برای ذره  $i$  است.

**گام هفتم:** حصول شرط توقف: اگر شرط توقف برآورده نشده بود از گام دوم محاسبات تکرار می‌شود و در صورت برقراری شرط توقف بهترین خروجی



برای در نظر گرفتن شرط نخبه‌گرایی می‌توان تعداد محدودی از ذرات که دارای جرم و شایستگی بیش‌تری هستند، به‌عنوان  $kbest$  انتخاب گردند تا در تعیین شتاب سایر ذرات تأثیر داشته باشند. بر این اساس رابطه‌های ۱۲ و ۱۴ به‌صورت زیر تغییر می‌یابند.

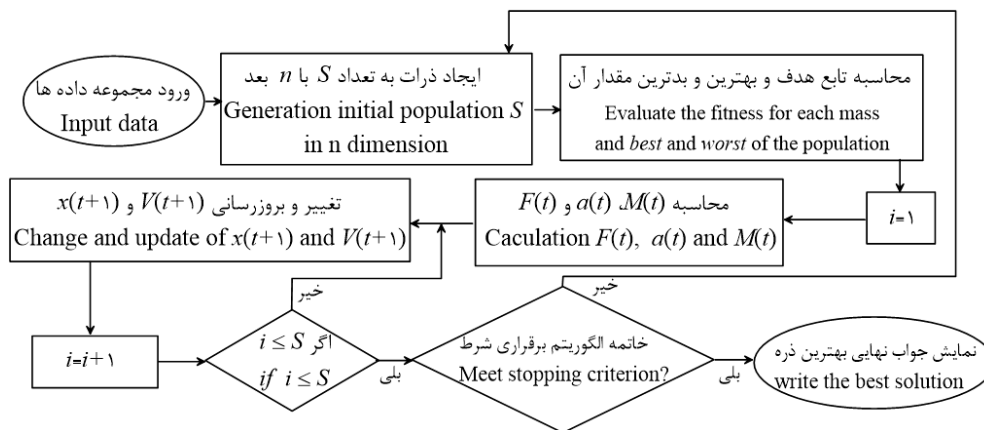
$$F_i^d(t) = \sum_{j \in kbest, j \neq i} rand_j F_{ij}^d(t) \quad (17)$$

$$a_i^d(t) = G(T) \sum_{j \in kbest, j \neq i} \left[ rand_j \frac{M_j(t)}{R_{ij}(t) + \epsilon} (X_j^d(t) - X_i^d(t)) \right] \quad (18)$$

با گذشت آن (افزایش تکرار) کاهش یابند. مراحل گام به گام اجرای الگوریتم در شکل ۲ آورده شده است.

از ویژگی‌های الگوریتم مذکور می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:  
 ۱- هر ذره فضای اطراف خود را بیش‌تر تحت‌تأثیر قرار می‌دهد.  
 ۲- ذراتی که در موقعیت بهتری قرار دارند به‌علت داشتن جرم و اینرسی بیش‌تر، گام‌های کوچک‌تری برمی‌دارند.  
 ۳- تأثیر اجرام سنگین، بیش‌تر است.

این شرط باعث کاهش پیچیدگی محاسباتی می‌گردد. همچنین تعداد نخبه‌ها می‌تواند در تمامی زمان‌ها (تکرارها) ثابت نبوده و براساس تابعی از زمان

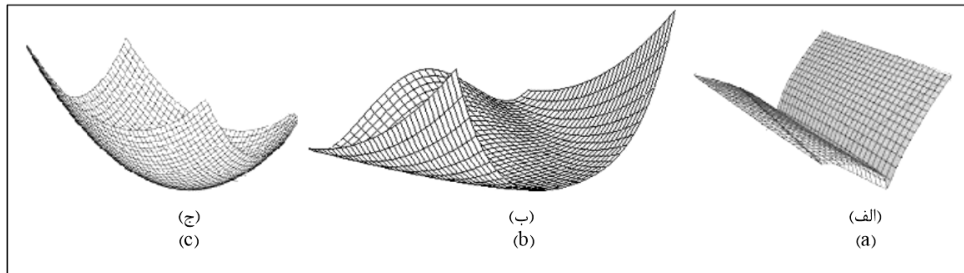


شکل ۲- مراحل اجرای گام به گام الگوریتم GSA.

Figure 2. The steps of the GSA.

جواب‌های حل تحلیلی مقایسه شده است. مسائل انتخاب‌شده دارای ساختار متفاوت بوده و از نظر رسیدن به مقدار بهینه می‌تواند الگوریتم‌ها را ارزیابی نماید. مشخصات سه مسئله ریاضی در شکل ۳ و جدول ۱ آورده شده است.

صحت‌سنجی الگوریتم GSA در مثال‌های ریاضی: برای صحت‌سنجی الگوریتم GSA و مقایسه آن با سایر الگوریتم‌های فراکاوشی موجود، سه مسئله ریاضی متداول بوکین ۶، روزنبورک و اسپیر مورد سنجش قرار گرفته و نتایج آن‌ها با الگوریتم GA و



شکل ۳- شکل معادلات الف) Bukin6، ب) Rosenbrock و ج) Sphere.

Figure 3. Benchmark functions: (a) Bukin6, (b) Rosenbrock and (c) Sphere (The global minimum equals zero in each function).

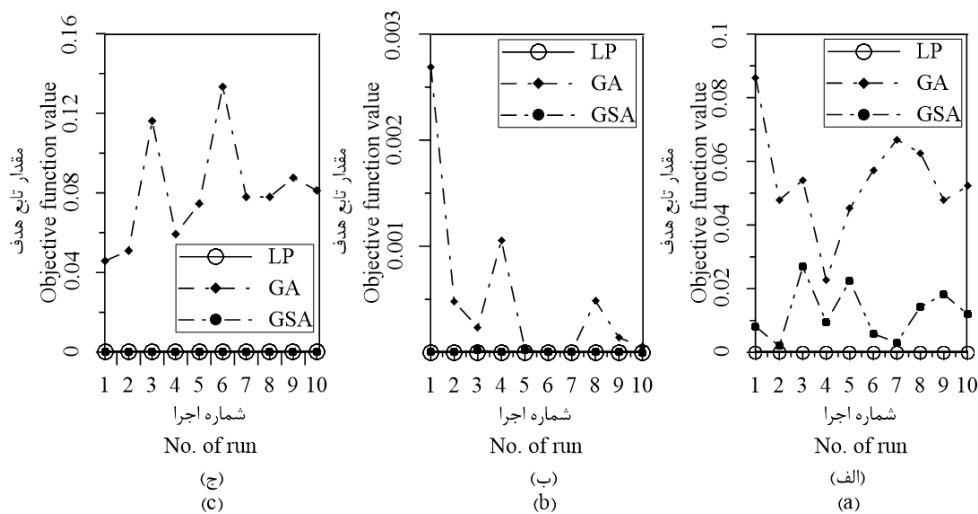
جدول ۱- مشخصات معادلات Bukin6، Rosenbrock و Sphere.

Table 1. Specification of the benchmark functions of Bukin6, Rosenbrock and Sphere.

Sphere	Rosenbrock	Bukin6	معادله Function
$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$100\sqrt{ x_2 - 0.01x_1^2 } + 0.01 x_1 + 10 $	رابطه Equation
$f(x^*) = 0,$ $x^* = (0, \dots, 0)$	$f(x^*) = 0,$ $x^* = (1, \dots, 1)$	$f(x^*) = 0,$ $x^* = (-10, 1)$	جواب حل تحلیلی Global solution
$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$	$-2.048 \leq x_i \leq 2.048$	$-15 \leq x_1 \leq -5,$ $-15 \leq x_2 \leq -5$	محدوده متغیر تصمیم Decision variable range

شده‌اند. تغییرات تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت در شکل ۴ و جدول ۲ آورده شده است.

این مسائل با دو الگوریتم GA و GSA در تعداد تکرار ۱۰۰۰، تعداد ارزیابی تابع ۹۰۰۱ و با در نظر گرفتن یک نسخه‌گرایی در ۱۰ اجرای متفاوت حل



شکل ۴- تغییرات تابع هدف برای ۱۰ اجرای متفاوت در الف) معادله Bukin6، ب) معادله Rosenbrock و ج) معادله Sphere.

Figure 4. The results of 10 different runs in (a) Bukin6, (b) Rosenbrock and (c) Sphere functions.

انحراف معیار در نتایج GSA نشان می‌دهد که با افزایش تعداد ارزیابی تابع احتمال نزدیک‌تر شدن به جواب حل تحلیلی در این الگوریتم افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل ۴ دیده می‌شود، GSA همواره جوابی بهتر از GA ارائه نموده و تغییرات تابع هدف نیز در GSA کم‌تر می‌باشد. هم‌چنین کم بودن مقدار

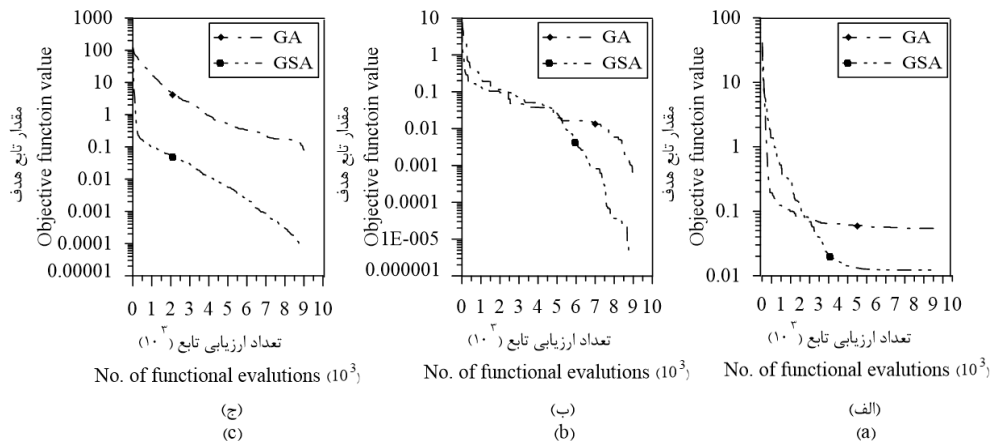
جدول ۲- مقادیر تابع هدف و مشخصات آماری آن برای ۱۰ اجرای متفاوت در حل معادلات پایه.

Table 2. The results for 10 different runs using benchmark functions.

Sphere		Rosenbrock		Bukin6		معادله Function	الگوریتم Algorithm	شماره اجرا Number of run
GA	GSA	GA	GSA	GA	GSA			
0.04	0.00016	0.00269	0.0000013	0.008	0.008		1	
0.05	0.00009	0.00047	0.0000004	0.004	0.001		2	
0.11	0.00007	0.00023	0.0000188	0.005	0.026		3	
0.05	0.00006	0.00105	0.0000045	0.002	0.009		4	
0.07	0.00006	0.00003	0.0000206	0.004	0.022		5	
0.13	0.00009	0.00001	0.0000024	0.005	0.005		6	
0.07	0.00006	0.00001	0.0000007	0.006	0.003		7	
0.07	0.00005	0.00048	0.0000006	0.006	0.014		8	
0.08	0.00005	0.000013	0.0000010	0.004	0.018		9	
0.08	0.00009	0.00005	0.0000002	0.005	0.012		10	
0.04	0.00005	0.00001	0.0000002	0.002	0.001	Best	بهترین تابع هدف	
0.13	0.00016	0.00269	0.0000206	0.008	0.026	Worst	بدترین تابع هدف	
0.08	0.00008	0.00052	0.0000050	0.005	0.012	Average	متوسط تابع هدف	
0.02	0.00003	0.00829	0.0000078	0.010	0.008	Standard deviation	انحراف معیار	
0.33	0.42000	1.595149	1.5340490	0.030	0.674	Coefficient of variation	ضریب تغییرات	

در مقابل ارزیابی تابع در شکل ۵ ترسیم شده است. نتایج همگرایی بالای GSA نسبت به GA را نشان می‌دهد.

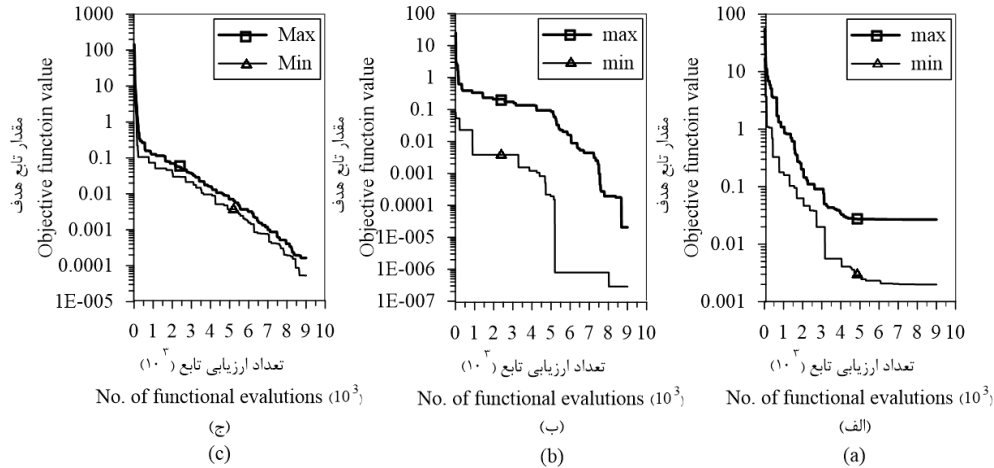
برای نمایش تفاوت همگرایی دو الگوریتم GSA و GA به سمت جواب‌های حل تحلیلی، تغییرات تابع هدف



شکل ۵- تغییرات تابع هدف در مقابل تعداد ارزیابی تابع در الف) معادله Bukin6، ب) معادله Rosenbrock و ج) معادله Sphere.  
 Figure 5. Objective function values versus number of functional evaluations for (a) Bukin6, (b) Rosenbrock, and (c) Sphere functions.

توجه به لگاریتمی بودن محورهای عمودی، دیده می‌شود با افزایش تعداد ارزیابی تابع، تغییرات تابع هدف کاهش یافته و تفاوت بین بدترین و بهترین مقدار تابع هدف کاهش می‌یابد.

جهت مشاهده تفاوت بین بهترین و بدترین مقدار تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت GSA و چگونگی همگرایی محدوده جواب، این مقادیر در مقابل تعداد ارزیابی تابع در شکل ۶ نمایش داده شده است. با

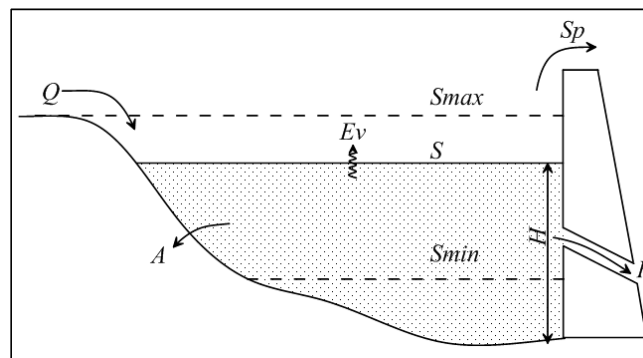


شکل ۶- بدترین و بهترین مقدار تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت GSA در مقابل ارزیابی تابع در الف) معادله Bukin6، ب) معادله Rosenbrock و ج) معادله sphere.

Figure 6. The convergence paths of the GSA to the best and the worst solutions over 10 runs for the (a) Sphere, (b) Rosenbrock and (c) Bukin6 functions.

به‌کارگیری الگوریتم GSA در مسأله بهره‌برداری از سد برق‌آبی: پس از اثبات کارایی الگوریتم GSA در حل مسائل ریاضی مختلف، این الگوریتم در حل مسأله بهینه‌سازی بهره‌برداری سد برق‌آبی مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج آن با جواب حل تحلیلی و الگوریتم GA مقایسه شد.

مسائل فوق، معادلات شناخته شده ریاضی با ساختارهای متفاوت بوده‌اند و با توجه به نتایج الگوریتم GSA، کارایی بالای این الگوریتم در حل مسائل ریاضی نمایش داده شد.



شکل ۷- طرح‌واره سد برق‌آبی و پارامترهای آن.

Figure 7. Schematic of hydropower-reservoir with inputs and outputs.

است. همچنین کمینه ( $R_{min}$ ) و بیشینه ( $R_{max}$ ) خروجی از سد به ترتیب ۰ و ۴۵۰ میلیون مترمکعب می‌باشند. طرح‌واره‌ای از سد و پارامترهای آن در شکل ۷ نمایش داده شده است.

این مسأله دارای چندین قید است و یکی از این قیودات برابری حجم اولیه مخزن و حجم انتهای دوره بهره‌برداری است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(61) = S(1) \quad (19)$$

می‌باشد. قیودات مربوط به حجم مخزن و خروجی از سد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{min} \leq S(t) \leq S_{max} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (20)$$

$$R_{min} \leq R(t) \leq R_{max} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (21)$$

برای محاسبه سطح مخزن و ارتفاع مخزن از روابط سطح-حجم و ارتفاع-حجم مخزن سد کارون-۴ استفاده شده و معادلات مربوط به سطح و حجم به صورت زیر می‌باشد:

$$A(t) = 1.014341365 + 0.035761407 \times S(t) - 2.98253 \times 10^{-05} \times S(t)^2 + 1.41171 \times 10^{-08} \times S(t)^3 - 2.3491 \times 10^{-12} \times S(t)^4 \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (22)$$

$$H(t) = 864.6173973 + 0.307713208 \times S(t) - 0.000318819 \times S(t)^2 + 1.57378 \times 10^{-07} \times S(t)^3 - 2.72289 \times 10^{-11} \times S(t)^4 \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (23)$$

که در آن‌ها،  $A(t)$  سطح مخزن در دوره  $t$  ( $m^2$ ) و  $H(t)$  ارتفاع مخزن در دوره  $t$  ( $m$ ) می‌باشد.

$$S(t+1) = S(t) + Q(t) - \left( \frac{A(t) \times Ev.(t)}{1000} \right) - R(t) \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (24)$$

ارتفاع تبخیر و دبی ورودی در ۵ سال مطابق جدول ۳ می‌باشند و از آنجا که ارتفاع تبخیر در ۵ سال ثابت می‌باشد در یک ستون ذکر شد.

بهره‌برداری سد برق‌آبی با استفاده از داده‌های سد کارون چهار در یک دوره ۵ ساله (۶۰ ماه) صورت گرفته شد. سد کارون چهار بر روی رودخانه کارون و در فاصله ۶۷۰ کیلومتری ریزشگاه رودخانه کارون به خلیج فارس احداث شده است. در این سد، کمینه حجم بهره‌برداری از مخزن ( $S_{min}$ ) ۱۴۴۱/۲۹ میلیون مترمکعب و بیشینه آن ( $S_{max}$ ) ۲۱۹۰ میلیون مترمکعب

که در آن،  $S(1)$  حجم مخزن در ابتدای ماه ۱ ( $m^3$ ) و  $S(61)$  حجم مخزن در انتهای ماه ۶۰ ( $m^3$ )

که در آن،  $S(t)$  حجم مخزن در ابتدای ماه  $t$  ( $m^3$ ) و  $R(t)$  حجم خروجی از مخزن در ماه  $t$  ( $m^3$ ) است.

رابطه فوق رابطه پیوستگی مخزن نام دارد و در آن،  $S(t+1)$  حجم مخزن در ابتدای دوره  $t+1$  (انتهای دوره  $t$ ) ( $m^3$ )،  $Q(t)$  دبی ورودی به مخزن در دوره  $t$  ( $m^3$ ) و  $Ev.(t)$  ارتفاع تبخیر دوره  $t$  ( $m$ ) می‌باشد.

جدول ۳- میزان تبخیر و دبی ورودی سد کارون چهار در ۵ سال بهره‌برداری.

Table 3. Evaporation height and inflow discharge in Karon4-reservoir for 5 year operation.

$Q (10^6 \times m^3)$					$Ev. (m)$	پارامتر Parameter	ماه Month
سال ۵ ام 5 <sup>th</sup> Year	سال ۴ ام 4 <sup>th</sup> Year	سال ۳ ام 3 <sup>th</sup> Year	سال ۲ ام 2 <sup>th</sup> Year	سال ۱ ام 1 <sup>th</sup> Year	برای ۵ سال For 5 years		
128.3	160.8	210.8	191.6	217.4	158.4	1	
123.4	186.2	211.0	220.2	220.2	090.7	2	
213.7	205.1	266.0	240.4	250.7	055.2	3	
136.7	124.9	161.3	199.0	148.4	049.9	4	
216.9	326.9	345.90	701.8	262.6	064.4	5	
452.34	455.42	943.03	1012.7	344.42	080.70	6	
613.84	714.17	1031.9	1969.5	1118.3	131.1	7	
486.77	548.40	762.62	1170.9	1120.3	165.80	8	
307.1	340.9	457.3	722.8	738.5	238.3	9	
181.4	205.6	290.9	463.6	431.5	253.3	10	
141.6	164.3	218.8	305.7	264.8	259.8	11	
125.8	135.4	184.5	233.9	208.2	208.2	12	

رابطه زیر سرریز می‌شود.

هرگاه حجم هر دوره مخزن از  $S_{max} (m^3)$  بیش‌تر گردید، از رابطه ۱۹ مقدار اضافی آن محاسبه و طبق

$$Sp(t) = S(t) - S_{max} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (25)$$

به صورت زیر محاسبه می‌شود.

که در آن،  $Sp(t)$  سرریز حجم اضافه مخزن در دوره  $t$  ( $m^3$ ) می‌باشد. آب ورودی به توربین جهت تولید برق

$$QR(t) = \frac{R(t)}{2.592} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (26)$$

از رابطه زیر محاسبه می‌شود (حسینی موعاری و بزرگ حداد، ۲۰۱۶):

که در آن،  $QR(t)$  دبی ورودی به توربین در دوره  $t$  می‌باشد. توان تولید برق ( $P(t)$ ) (watt) در دوره  $t$  نیز

$$P(t) = 9.81 \times 0.88 \times \frac{QR(t)}{0.2} \times \frac{(H(t) - 845)}{1000} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (27)$$

سد باید طبق رابطه ۲۸ اصلاح شود. در این مسأله  $PPC$  برابر با ۱۰۰۰ در نظر گرفته شد (۶).

در رابطه ۲۷ اگر توان تولیدی از توان بیشینه تولیدی توربین ( $PPC$ ) بیش‌تر گردید، خروجی از

$$R(t) = \frac{P(t) \times 0.2 \times 30 \times 24 \times 3600}{9810 \times 0.88 \times (H(t) - 845)} \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (28)$$

در نهایت تابع هدف مسأله بهینه‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\min P = \sum_{t=1}^{60} \left(1 - \frac{P(t)}{PPC}\right)^2 \quad (29)$$

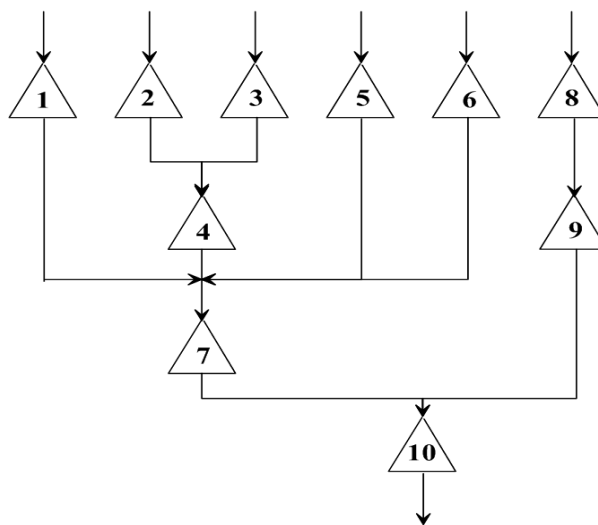
در صورت عدم برقراری قیود ۱۹ و ۲۰، تابع هدف مطابق رابطه ۳۰ و ۳۱ جریمه‌دار می‌شود تا از آتی انتخاب نشود.

$$\text{if } S(61) < S(1) \Rightarrow P = P + 20 \times (1 + S(1) - S(61))^2 \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (30)$$

$$\text{if } S(t+1) < S_{min} \Rightarrow P = P + (1 + S_{min} - S(t+1))^2 \quad \forall t=1, \dots, 60 \quad (31)$$

۱۰ مخزنه مورد سنجش قرار گرفت. سامانه ۱۰ مخزنه شامل ۱۰ مخزن است که به صورت سری و موازی به هم مرتبط گشتند و در ۱۲ ماه مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند. این سامانه اولین باز توسط موری و یاکویتز (۱۹۷۹) طراحی و حل گردیده و تمامی اعداد در این مسأله بدون واحد می‌باشند. شکل ۸ شمایی از جانمایی سامانه ۱۰ مخزنه را به نمایش گذاشته است. همچنین اطلاعات اولیه سامانه ۱۰ مخزن در ۱۲ ماه در جدول‌های ۴ و ۵ آورده شده است.

از آنجا که مسأله بهره‌برداری به صورت کمینه‌سازی تعریف شده است، همواره حجم مخزن از حجم بیشینه کم‌تر می‌شود زیرا با افزایش حجم خروجی سد، توان تولید برق افزایش یافته و در نتیجه تابع هدف کاهش می‌یابد. به‌کارگیری الگوریتم GSA در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه: پس از نمایش کارایی الگوریتم GSA در حل مسأله بهینه‌سازی برق‌آبی، کارایی این الگوریتم در حل مسأله پیچیده بهره‌برداری از سامانه



شکل ۸- شمایی از سامانه ۱۰ مخزنه.

Figure 8. Schematic of ten-reservoir operation system.

جدول ۴- مقدار بیشینه و کمینه حجم رهاسازی از مخازن ۱۰ سد.

Table 4. Maximum and minimum release for 10 reservoirs.

سد No. of reservoir	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Re_{max} (m^3)$	4	4.5	2.12	7	6.43	4.21	17.1	3.1	4.2	18.9
$Re_{min} (m^3)$	0.005	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.01	0.008	0.008	0.01

جدول ۵- دبی ورودی ( $Q$ ) و حجم بیشینه ( $S_{max}$ ) مخازن در دوره ۱۲ ماهه.

Table 5. Reservoir inflow ( $Q$ ) and maximum storage ( $S_{max}$ ) in 12 operating periods.

Parameter	ماه mount سد reservoir	سد											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Q (m^3)$	1	0.5	1	2	3	3.5	2.5	2	1.25	1.25	0.75	1.75	1
	2	0.4	0.7	2	2	4	3.5	3	2.5	1.3	1.2	1	0.7
	3	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	1.5	2	2.5	2.5	3	3.5	3.5	3	2.5	2.5	2	1.5
	6	0.32	0.81	1.53	2.16	2.31	4.32	4.81	2.24	1.63	1.91	0.8	0.46
	8	0.71	0.83	1	1.25	1.67	2.5	2.8	1.87	1.45	1.2	0.93	0.81
	10	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
$S_{max} (m^3)$	1	12	12	10	9	8	8	9	10	10	12	12	12
	2	17	15	15	15	12	12	15	17	18	18	18	17
	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	4	19	18	17	16	15	14	14	15	16	17	18	19
	5	19.1	18.1	17.1	16.1	15.2	14.1	14.2	15.3	16.1	17.2	18.3	19.1
	6	14	13	12	11	10	8.5	9.6	10.7	11.8	12.9	14	14
	7	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	8	13.16	12.23	11.37	10.2	9.6	9	9.6	10.2	11.58	12.96	13.18	13.16
	9	7.9	7.3	6.8	6.4	6.2	6.1	6.4	6.7	7	7.4	8	7.9
	10	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30

\* دبی ورودی به سدهای ۷، ۹ و ۱۰ حجم رهایی از سایر سدهای دیگر می‌باشد.

روابط بیان حجمی سامانه ۱۰ مخزنه به شرح زیر است:

$$S_i(t+1) = S_i(t) + Q_i(t) - Re_i(t) \quad i=1,2,3,5,6,8 \quad (32)$$

$$S_4(t+1) = S_4(t) + Q_4(t) + Re_2(t) + Re_3(t) - Re_4(t) \quad (33)$$

$$S_7(t+1) = S_7(t) + Q_7(t) + Re_1(t) + Re_4(t) + Re_5(t) + Re_6(t) - Re_7(t) \quad (34)$$

$$S_9(t+1) = S_9(t) + Q_9(t) + Re_8(t) - Re_9(t) \quad (35)$$

$$S_{10}(t+1) = S_{10}(t) + Q_{10}(t) + Re_7(t) + Re_9(t) - Re_{10}(t) \quad (36)$$



مخزن ۱ تا ۱۰ در دوره  $t$  ام می‌باشد. که در آن‌ها،  $S_I(t)$  تا  $S_{I0}(t)$  به ترتیب حجم اولیه مخزن اول تا مخزن ۱۰ ام در دوره  $t$  ام،  $Q_I(t)$  تا  $Q_{I0}(t)$  دبی ورودی به مخازن ۱ تا ۱۰ در دوره  $t$  ام و  $Re_I(t)$  تا  $Re_{I0}(t)$  نیز به ترتیب حجم خروجی از

$$\max F = \sum_{t=1}^{12} \sum_{i=1}^{10} [a_i(t) \times Re_i(t)] \quad (37)$$

ضرایب ثابت تابع هدف برای ۱۲ ماه در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶- ضرایب ثابت تابع هدف بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه در دوره ۱۲ ماهه.

Table 6. Constant variables of the objective function in 12 operating periods for 10 reservoirs.

ماه month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$a_1$	1.1	1	1	1.2	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8	1.4
$a_2$	1.4	1.1	1	1	1.2	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8
$a_3$	1	1	1.2	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8	1.4	1.1
$a_4$	1.1	1	1	1.2	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8	1.4
$a_5$	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.67	1.56	1.45	1.34	1.25	1.14
$a_6$	1.4	1.1	1	1	1.2	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8
$a_7$	2.6	2.9	3.6	4.4	4.2	4	3.8	4.1	3.6	3.1	2.7	2.5
$a_8$	1	1.1	1.3	1.3	1.4	1.5	1.67	1.56	1.45	1.34	1.25	1.14
$a_9$	1	1	1.3	1.8	2.5	2.2	2	1.8	2.2	1.8	1.4	1.1
$a_{10}$	2.7	3	2.8	3.2	2.9	3.9	4	3.6	3.7	2.8	3.5	2.1

مسئله اصلی طراحی شده توسط موری و یاکویتز (۱۹۷۹) برابر ۶۰ در نظر گرفته شده است. برای برقراری شرط کری اور، کمینه و بیشینه حجم مخزن، مقدار تابع هدف بر اساس روابط زیر، جریمه دریافت می‌نماید. مقدار ثابت تابع جریمه طبق

$$\text{if } S_n(t+1) < S_{\min,n} \Rightarrow F = F + 60 \times (S_n(t+1) - S_{\min,n})^2_{n=1,2,3\&10} \quad (38)$$

$$\text{if } S_n(t+1) > S_{\max,n} \Rightarrow F = F + 60 \times (S_n(t+1) - S_{\max,n})^2_{n=1,2,3\&10} \quad (39)$$

$$\text{if } S_n(1) > S_n(13) \Rightarrow F = F + 60 \times (S_n(1) - S_n(13))^2_{n=1,2,3\&10} \quad (40)$$

حل تحلیلی مقایسه شده است. نتایج موارد بیان شده در قسمت نتایج گزارش شده است. در جدول فوق  $n$  شماره مخازن می‌باشد. جواب بهینه مسئله حاضر توسط الگوریتم GA و GSA به دست آمده است و با جواب بهینه مطلق حاصل از

**بحث و نتایج**

نتایج بهره‌برداری از سد برق‌آبی: نتایج حاصل از الگوریتم‌های GSA و GA در بهره‌برداری از سد برق‌آبی سد کارون چهار، با در نظر گرفتن تعداد ارزیابی تابع یکسان ۷۰۰۰۰ و یک نسخه‌گرایی به‌دست آمد. حل تحلیلی این مسأله توسط نرم‌افزار Lingo انجام شده و عدد ۱/۲۱۳ کیلووات به‌عنوان بهینه مطلق جهت ارزیابی نتایج به‌دست آمد (حسینی موغاری و

امید بزرگ حداد، ۲۰۱۶). در این مقاله برای استفاده از الگوریتم GSA، از برنامه نوشته‌شده در محیط MATLAB بهره برده شد و برای استفاده از الگوریتم GA از جعبه‌ابزار الگوریتم ژنتیک در محیط MATLAB استفاده شده است. پارامترهای الگوریتم GSA در حل مسأله برق‌آبی در جدول ۷ نمایش داده شده است.

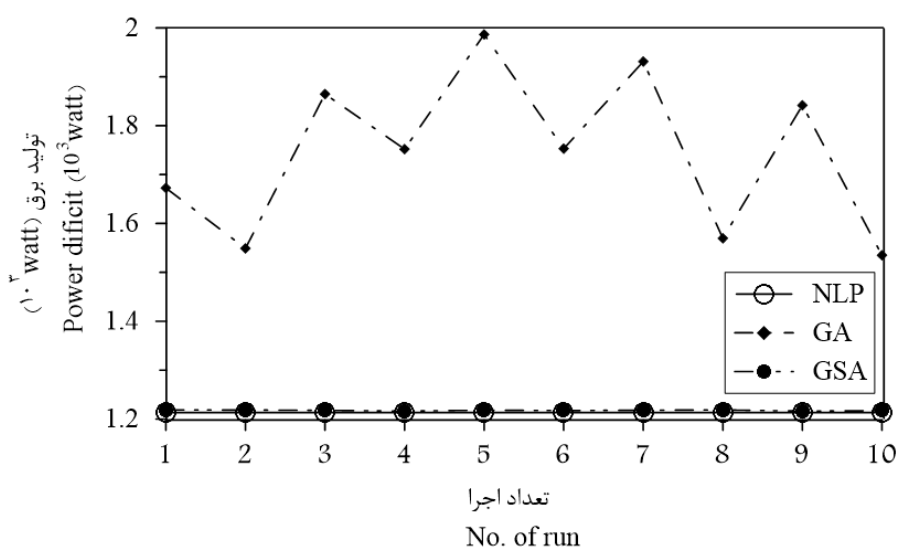
جدول ۷- پارامترهای GSA و GA در حل مسأله بهره‌برداری تک‌مخزنه برق‌آبی.

**Table 7. The value of GSA parameter in hydropower reservoir optimization.**

پارامتر GSA		پارامتر GA	
G	50	نرخ جهش Mutation rate	0.05
$\alpha$	1	$\alpha$	1
جمعیت Population	10000	بهبودکننده Crossover function	چرخ رولت Roulette wheel
تکرار Iteration	12	تابع جهش Mutation function	ترکیب دو نقطه‌ای
پارامتر GSA و GA			
تعداد تابع برازش No. of function evaluation	70000	تعداد نسخه‌گرایی No. of elit	1

۱۰ اجرا متفاوت در شکل ۹ و جدول ۸ نمایش داده شد.

جهت اطمینان از نتایج، الگوریتم‌ها در ۱۰ اجرای متفاوت گزارش شده‌اند و تغییرات تابع هدف در



شکل ۹- تغییرات تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت در مسأله بهره‌برداری سد برق‌آبی.

**Figure 9. The results of 10 different runs in the hydropower-reservoir problem**

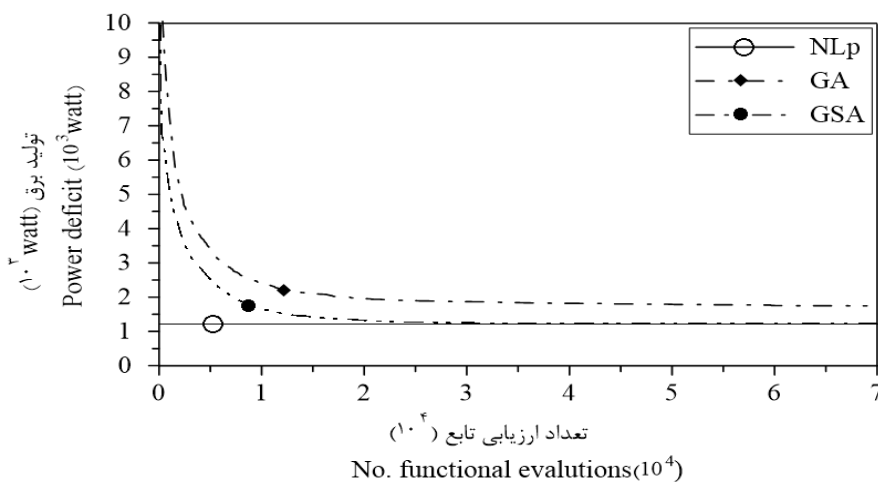
جدول ۸- تغییرات تابع هدف و مشخصات آماری آن در ۱۰ اجرای متفاوت در مسأله بهره‌برداری سد برق آبی.

Table 8. Results for 10 different runs in hydropower-reservoir problem.

GA (10 <sup>3</sup> watt)	GSA (10 <sup>3</sup> watt)	NLP (10 <sup>3</sup> watt)	شماره اجرا No. of Run
1.672	1.219	1.23	1
1.549	1.218		2
1.864	1.218		3
1.752	1.216		4
1.986	1.218		5
1.752	1.217		6
1.931	1.218		7
1.569	1.219		8
1.841	1.216		9
1.534	1.217		10
1.534	1.216	Best	بهترین تابع هدف
1.986	1.218	Worst	بدترین تابع هدف
1.754	1.217	Average	متوسط تابع هدف
0.161	0.0009	Standard deviation	انحراف معیار
0.091	0.0007	Coefficient of variation	ضریب تغییرات

متفاوت، باعث تقویت احتمال رسیدن به بهینه مطلق با افزایش تعداد ارزیابی تابع می‌شود. برای مشاهده تفاوت همگرایی دو الگوریتم، تغییرات تابع هدف در مقابل تعداد ارزیابی تابع در شکل ۱۰ ترسیم شد. نتایج نشان می‌دهد، الگوریتم GSA همگرایی بیش‌تری نسبت به جواب بهینه مطلق داشته و نتایج بهتری نیز ارائه می‌نماید. همچنین با مشاهده تغییرات تابع هدف دیده می‌شود در ابتدا منحنی شیب تندی داشته و با تعداد ارزیابی تابع از شدت تغییرات تابع هدف و شیب منحنی کاسته می‌شود.

با توجه به تغییرات تابع هدف در ۱۰ اجرای مختلف دیده می‌شود نتایج حاصله از الگوریتم GSA به مراتب از نتایج GA به مقدار بهینه مطلق نزدیک‌تر می‌باشد. همچنین متوسط خطای الگوریتم GSA و GA در رسیدن به جواب حل تحلیلی به ترتیب حدود ۳۲٪ و ۴۴٪ می‌باشد. با بررسی تغییرات تابع هدف دیده می‌شود، نتایج GSA در ۱۰ اجرای متفاوت تغییرات بسیار کم‌تری داشته و انحراف معیار نتایج GA در حدود ۱۷۵ برابر نتایج GSA است. همگرایی نتایج GSA به سمت بهینه مطلق در ۱۰ اجرای

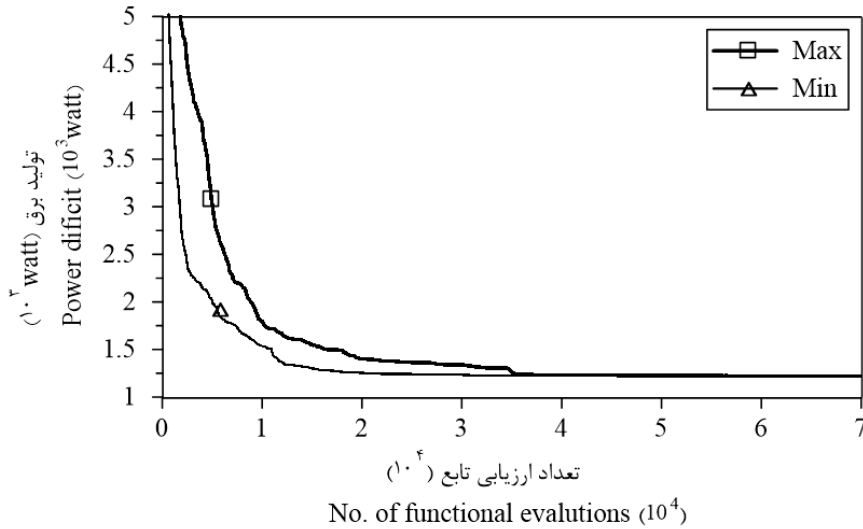


شکل ۱۰- تغییرات تابع هدف در برابر تعداد ارزیابی تابع در مسأله بهره‌برداری سد برق آبی.

Figure 10. Convergence paths to a near-optimal solution in hydropower-reservoir problem.

تعداد ارزیابی تابع، تفاوت بین بدترین و بهترین مقدار کاهش یافته و نتایج به سمت جواب بهینه مطلق همگرا می‌شوند.

بدترین و بهترین مقدار تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت GSA در مقابل تعداد ارزیابی تابع در شکل ۱۱ نمایش داده می‌شود. نتایج نشان دادند با افزایش

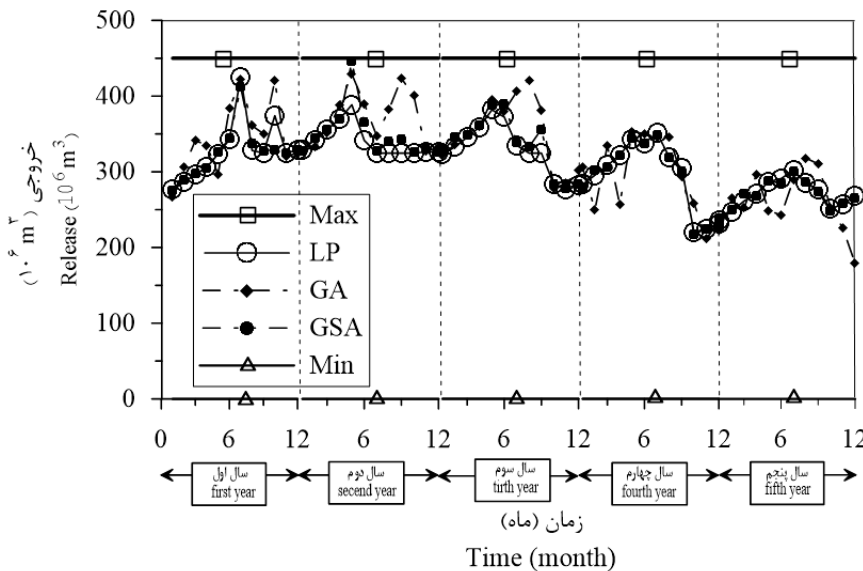


شکل ۱۱- بدترین و بهترین مقدار تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت GSA در مسأله بهره‌برداری سد برق آبی.

Figure 11. The best and the worst convergence paths over 10 runs in the hydropower-reservoir problem.

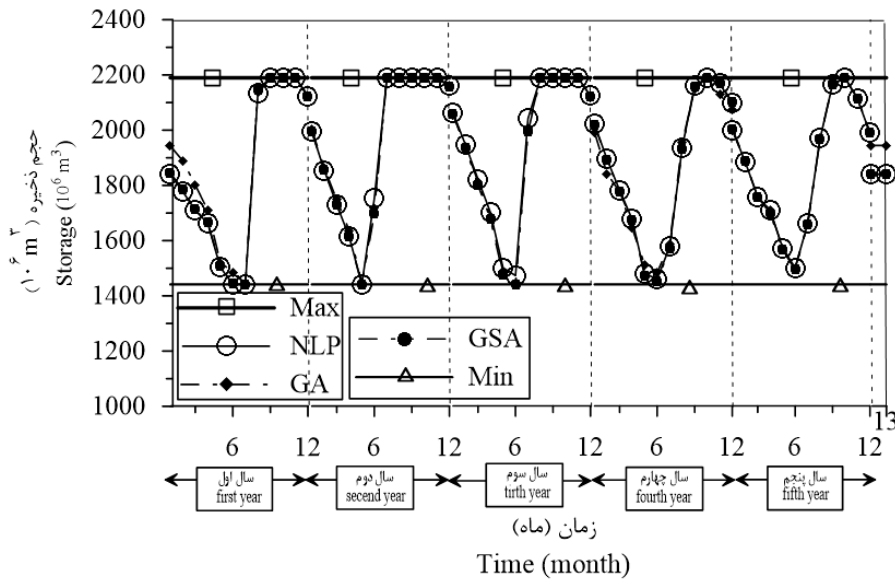
برآورده شده‌اند. همچنین قید برابری حجم ابتدا دوره بهره‌برداری و حجم انتهای دوره بهره‌برداری نیز رعایت شده و در شکل ۱۳ به وضوح دیده می‌شود.

تغییرات حجم خروجی از سد و حجم مخزن در دوره ۵ ساله بهره‌برداری در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ آورده شده و دیده می‌شود مقادیر حجم مخزن و خروجی از سد در محدوده تعریف شده خود می‌باشند و قیود



شکل ۱۲- تغییرات حجم خروجی از سد در دوره ۵ ساله بهره‌برداری در مسأله بهره‌برداری سد برق آبی.

Figure 12. Monthly reservoir release in hydropower-reservoir problem for 5 years operation.



شکل ۱۳- تغییرات حجم مخزن سد در دوره ۵ ساله بهره‌برداری در مسأله بهره‌برداری سد برق‌آبی.  
**Figure 13. Monthly storage in hydropower-reservoir problem for 5 years operation.**

نوشته شده است و برای GA نیز از جعبه‌ابزار الگوریتم ژنتیک در محیط MATLAB استفاده شده است. همچنین حل تحلیلی این مسأله توسط نرم‌افزار Lingo انجام شده و عددی برابر با ۱۱۹۴/۴۴ دست آمده است که معیار مقایسه نتایج دو الگوریتم GSA و GA می‌باشد. مقادیر پارامترهای لازم برای اجرای الگوریتم GSA در جدول ۹ آورده شده است.

در نهایت، نتایج کارایی بالای الگوریتم GSA در حل مسائل بهینه‌سازی بهره‌برداری سد برق‌آبی را به نمایش می‌گذارد. نتایج بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه: در این مقاله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه توسط دو الگوریتم GSA و GA با ۱۰۰۰۰۰۰۰ تعداد ارزیابی تابع در یک دوره ۱۲ ماهه بهینه شده است. الگوریتم GSA مورد استفاده در محیط برنامه‌نویسی MATLAB

جدول ۹- پارامترهای الگوریتم GSA در بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

**Table 9. The value of GSA parameter in ten-reservoir operation system.**

تعداد تابع برازش	تعداد نخبه‌گرایی	$G_0$	$\alpha$	تکرار	جمعیت
1000000	1	3	1	24	43478

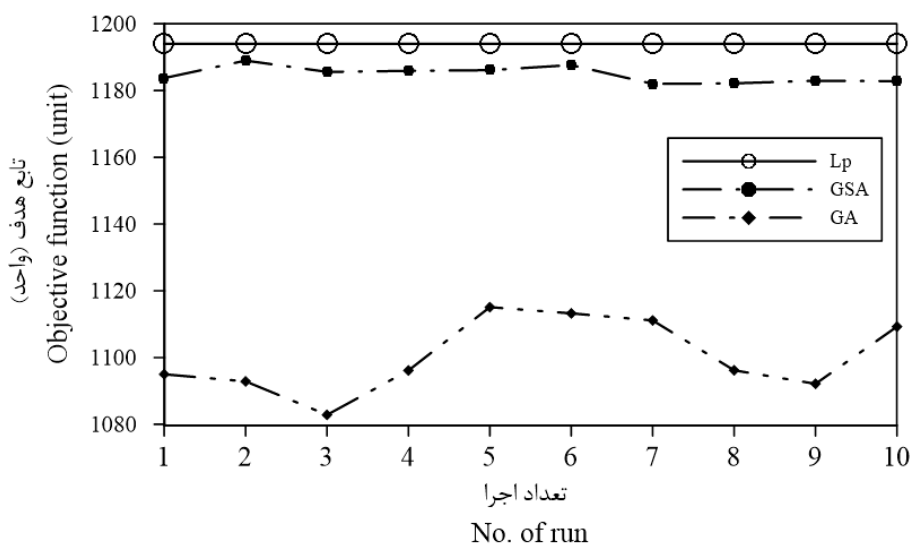
میانگین نتایج حاصل از ۱۰ اجرا الگوریتم GSA و GA نشان دادند جواب‌های آن‌ها به ترتیب ۹۹٪ و ۹۲٪ جواب بهینه مطلق حاصل شده از حل تحلیلی است. این نتایج در جدول ۱۰ و شکل ۱۴ نمایش گذاشته شده است.

مقادیر تابع هدف دو الگوریتم در ۱۰ اجرا مورد بررسی قرار گرفت و با مقدار بهینه مطلق مقایسه شد. نتایج نشان دادند مقدار تابع هدف الگوریتم GSA نسبت به الگوریتم GA نزدیکی بیشتری به جواب‌های حل تحلیلی دارد و جواب‌ها در ۱۰ اجرا انحراف معیار و ضریب تغییرات کم‌تری دارند.

جدول ۱۰- تغییرات تابع هدف در ۱۰ اجرا در بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

Table 10. Results for 10 different runs in ten-reservoir operation system.

GA	GSA	LP	شماره اجرا No. of Run
1095	1183.72	1194.44	1
1092.86	1188.97		2
1082.84	1185.58		3
1096.14	1185.88		4
1115.1	1186.1		5
1113.24	1187.63		6
1111.12	1181.99		7
1096.18	1182.15		8
1092.14	1182.92		9
1109.27	1182.8		10
1115.1	1188.97	Best	بهترین تابع هدف
1082.84	1181.99	Worst	بدترین تابع هدف
1100.39	1184.77	Average	متوسط تابع هدف
10.92	2.41	Standard deviation	انحراف معیار
0.01	0.002	Coefficient of variation	ضریب تغییرات

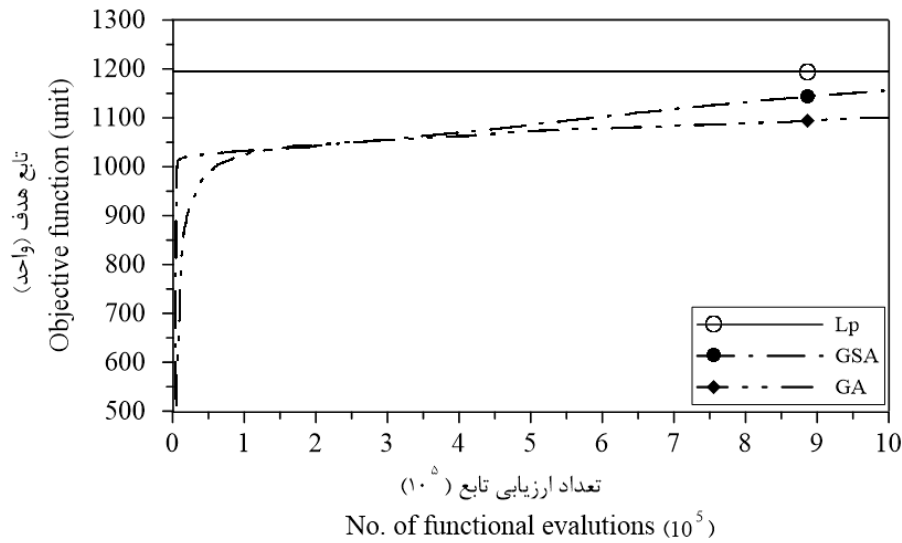


شکل ۱۴- تغییرات تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

Figure 14. The results of 10 different runs in the ten-reservoir operation system.

به هم نزدیک بوده که نشان‌دهنده قابلیت الگوریتم  
است.

کم بودن انحراف معیار نتایج الگوریتم GSA  
نشان می‌دهد جواب‌های بهینه آن در ۱۰ اجرا بسیار

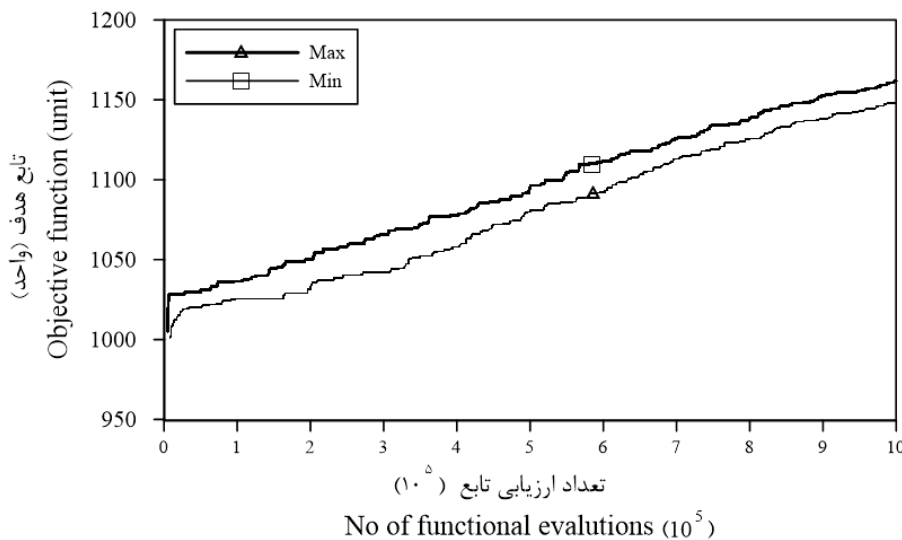


شکل ۱۵- تغییرات تابع هدف در برابر تعداد ارزیابی تابع در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

Figure 15. Convergence paths to a near-optimal solution in ten-reservoir operation system.

بیش‌تری نسبت به جواب‌های حل تحلیلی حاصل از حل Lp دارند. برای این منظور بهترین و بدترین جواب GSA نیز در برابر تعداد ارزیابی تابع در شکل ۱۶ رسم شده است. نتایج این شکل نزدیک بودن و همگرایی جواب‌های GSA در ۱۰ اجرا را نسبت به جواب بهینه مطلق نمایش می‌دهد.

جهت بررسی روند رسیدن الگوریتم‌ها به جواب بهینه، تغییرات تابع هدف نسبت به تعداد محاسبه تابع هدف (ارزیابی تابع) در برابر یکدیگر در شکل ۱۵ رسم شده است. تعداد ارزیابی تابع در دو الگوریتم GSA و GA یکسان در نظر گرفته شده‌اند. شکل ۱۵ نشان می‌دهد نتایج GSA همگرایی بیشتر و نزدیکی

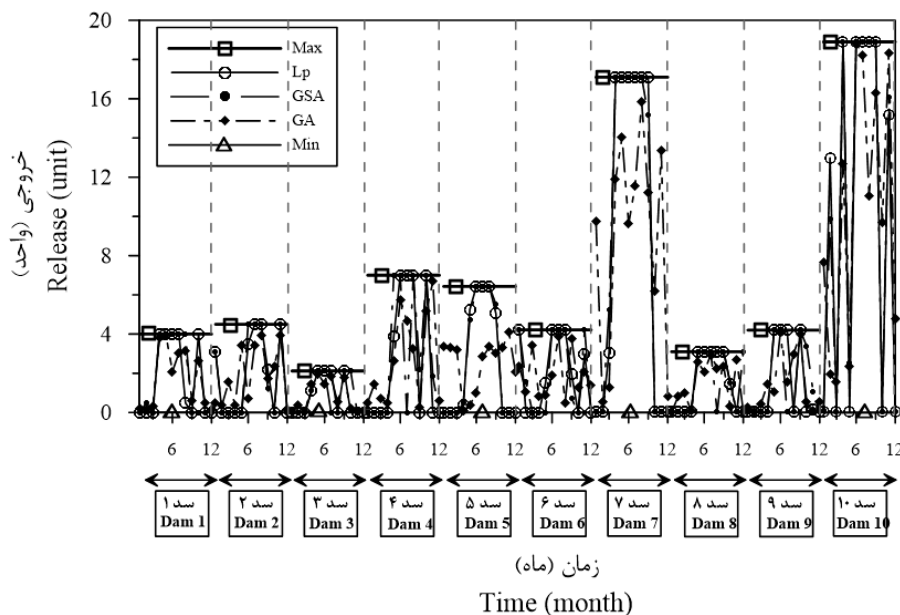


شکل ۱۶- بدترین و بهترین مقدار تابع هدف در ۱۰ اجرای متفاوت GSA در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

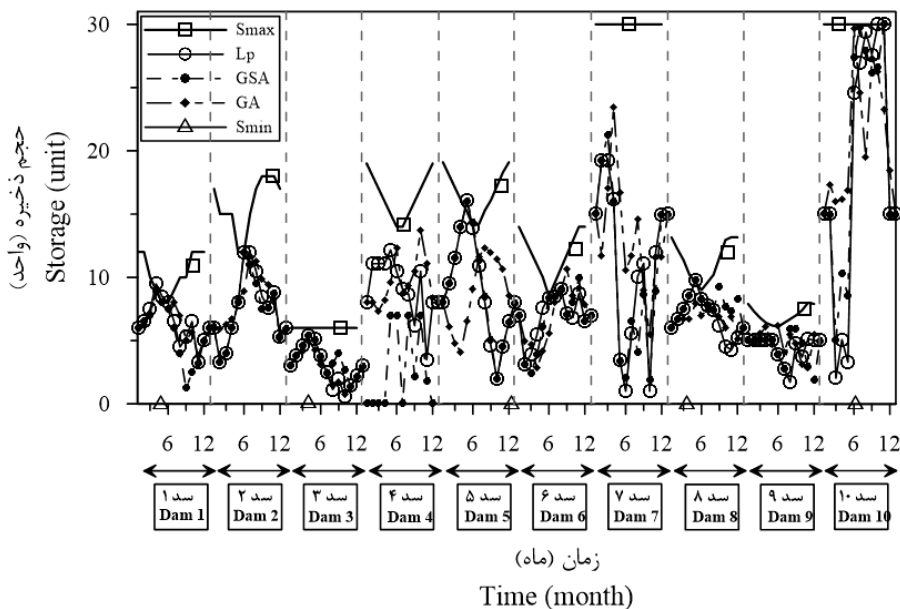
Figure 16. The best and the worst convergence paths for GSA over 10 runs in the ten-reservoir operation system.

تغییرات حجم خروجی از سدها و حجم مخازن در دوره یک‌ساله بهره‌برداری در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ آورده شده است. این نتایج نشان می‌دهند مقادیر

حجم مخزن و خروجی از سد در محدوده تعریف‌شده خود می‌باشند و قیود برآورده شده است.



شکل ۱۷- تغییرات حجم خروجی از سد در دوره یک‌ساله بهره‌برداری در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.  
Figure 17. Monthly reservoir release in ten-reservoir operation system for one year and 10 reservoirs.



شکل ۱۸- تغییرات حجم مخزن سد در دوره یک‌ساله بهره‌برداری در مسأله بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.  
Figure 18. Monthly storage in ten-reservoir operation system for one year and 10 reservoirs.



بدترین مقدار بهینه به دست آمده در GSA نیز مساوی یا بهتر از مقادیر بهترین مقدار بهینه سایر الگوریتم‌ها می‌باشد. از طرفی اختلاف کم مقدار بدترین و بهترین مقدار بهینه نشان‌دهنده انحراف معیار و پراکندگی کم نتایج الگوریتم GSA در اجراهای مختلف بوده و با لحاظ کردن تعداد ارزیابی توابع در مقایسه نتایج می‌توان گفت الگوریتم GSA با سرعت بیشتری به مقدار بهینه نزدیک شده است (جدول ۱۱). در نهایت تمامی موارد ذکر شده نشان از قابلیت الگوریتم GSA در حل مسأله برق آبی نسبت به سایر الگوریتم‌های مورد مقایسه دارد. بر خلاف آنچه در حل مسأله بهره‌برداری از سد برق آبی ذکر شد، نتایج GSA در بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه نسبت به نتایج الگوریتم‌های فراکاوشی که مورد مقایسه قرار گرفته شده (جدول ۱۱) از بهینه مطلق دورتر بوده است.

با بررسی نتایج این مسائل می‌توان گفت الگوریتم GSA در حل مسائل کوچک بهره‌برداری از سامانه مخازن از قابلیت بیشتری برخوردار است. لازم به ذکر است تفاوت‌هایی نتایج GA که در این مقاله و سایر مقالات در حل یک مسأله مشابه دیده می‌شود به علت تفاوت در برنامه‌نویسی و انتخاب ضرایب و پارامترهای مؤثر بر GA و تعداد ارزیابی تابع می‌باشد. در این مقاله از بسته الگوریتم ژنتیک مطلب استفاده شده است جهت حل مسائل استفاده شده است.

تفاوت‌هایی بین مقدار حجم ذخیره و حجم رهاسازی حل تحلیلی و نتایج الگوریتم GSA وجود دارد که باعث تفاوت جواب تابع هدف آن‌ها نیز گشته است. در کل می‌توان بیان داشت جواب الگوریتم GSA نسبت به GA به حل تحلیلی نزدیک‌تر است. همچنین قاعده کری اور نیز در ابتدا و انتهای هر دوره بهره‌برداری یک‌ساله هر سد رعایت شده است.

**مقایسه نتایج GSA با سایر الگوریتم‌های فراکاوشی:**  
جهت ارزیابی نتایج GSA، نتایج حاصل از حل مسائل بهره‌برداری سد برق آبی و بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه با نتایج سایر الگوریتم‌های فراکاوشی که در مقالات آمده است مقایسه شده است. جهت مقایسه این نتایج، مقادیر بهترین جواب بهینه، بدترین جواب بهینه و تعداد ارزیابی تابع به‌عنوان مبنای مقایسه در جدول ۱۱ زیر آورده شده‌اند. همان‌طور که در جدول دیده می‌شود، از نتایج مسأله بهره‌برداری سد برق آبی و مسأله بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه نمی‌توان یک تحلیل یکسان ارائه نمود زیرا به صورت مشهودی نتایج الگوریتم GSA در حل مسأله بهره‌برداری سد برق آبی از نتایج سایر الگوریتم‌ها بهتر بوده است اما این رویه در نتایج بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه دیده نمی‌شود. مقایسه نتایج بهره‌برداری سد برق آبی نشان می‌دهد نه تنها بهترین مقدار بهینه GSA به مراتب بهتر از سایر الگوریتم‌ها فراکاوشی ذکر شده بوده است و همگرایی بهتری با جواب بهینه مطلق داشته است بلکه

جدول ۱۱- مقایسه نتایج الگوریتم GSA با سایر الگوریتم‌های فراکاوشی در حل مسائل بهره‌برداری از سد برق‌آبی و بهره‌برداری از سامانه ۱۰ مخزنه.

**Table 11. The results of GSA in hydropower-reservoir problem and ten-reservoir operation system compared with the results of other evolutionary algorithms.**

تعداد ارزیابی تابع هدف Function evaluation	بدترین بهینه تابع هدف Worst optimal of objective function	مقدار بهترین بهینه تابع هدف Best optimal of objective function	روش Method	مطالعه Study	مسئله Problem
70000	1.218	1.216	GSA	مقاله حاضر	بهره‌برداری سد برق‌آبی Single reservoir operation ۲۱۳=LP بهینه جواب
70000	1.289	1.260	WLA <sup>۱</sup>	بزرگ حداد و همکاران (۲۰۱۴) (۸)	
70000	1.254	1.233	BA	بزرگ حداد و همکاران (۲۰۱۵) (۷)	
70000	1.239	1.223	BBO	بزرگ حداد و همکاران (۲۰۱۶) (۶)	
500000	1.226	1.218	CSO <sup>۲</sup>	بهرامی و همکاران (۲۰۱۸) (۴)	
500000	1.852	1.547	GA	بهرامی و همکاران (۲۰۱۸) (۴)	
1000000	1082.84	1115.1	GSA	مقاله حاضر	بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه Four-reservoir system operation ۱۱۹۴/۴۴=NLP بهینه جواب
200000	-	1194.05	FCPSO <sup>۳</sup>	افشار (۲۰۱۳) (۱)	
1250000	-	1190.25	GA	والدرو و شریف (۱۹۹۹) (۱۸)	
-	-	1190.652	DDP <sup>۴</sup>	ماری و یاکوینز (۱۹۷۹) (۱۷)	
500000	1181.12	1192.30	ACO <sup>۵</sup>	جلیلی و همکاران (۲۰۰۷) (۱۳)	
1400000	1139.43	1156.79	HBMO <sup>۶</sup>	بزرگ حداد و همکاران (۲۰۱۱) (۵)	

### نتیجه‌گیری کلی

امروزه استفاده از ابزارهای بهینه‌سازی چون الگوریتم‌های فراکاوشی در حل مسائل گسترده و پیچیده مدیریت منابع آب معمول گشته است و الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA) یکی از این دسته می‌باشد. این الگوریتم الهام گرفته از طبیعت می‌باشد و بر اساس قانون گرانش نیوتن می‌باشد. در این گزارش، الگوریتم GSA با حل مسائل مرجع Rosenbrock، Bukin6، Sphere محک زده شده و با الگوریتم GA و نتایج حل تحلیلی مقایسه شدند. همچنین در ادامه، مسئله بهره‌برداری پیوسته سد برق

آبی توسط الگوریتم GSA مورد بهینه‌سازی قرار گرفت و نتایج آن با جواب حل تحلیلی و الگوریتم بهینه‌ساز GA مقایسه شد. نتایج به دست آمده از مسائل مذکور، بیانگر سرعت همگرایی بالای GSA نسبت به GA دارد و همواره نتایج الگوریتم GSA به بهینه مطلق نزدیک‌تر بوده است. به طور متوسط تفاوت جواب بهینه الگوریتم GSA در بهره‌برداری برق‌آبی با جواب حل تحلیلی ۰/۳۲٪ است، در صورتی که این تفاوت در الگوریتم GA حدود ۰/۴۴٪ است. همچنین در نهایت پس از تأیید نتایج الگوریتم GSA، این الگوریتم در بهره‌برداری سامانه ۱۰ مخزنه مورد ارزیابی قرار گرفت و نتایج آن با نتایج الگوریتم GA و حل تحلیلی مقایسه شد. نتایج بهره‌برداری سامانه بزرگ مقیاس ۱۰ مخزنه نیز کارایی GSA را نمایش داده است به طوری که متوسط نتایج الگوریتم GSA و

- 1- Wolf Pack Algorithm
- 2- Cat Swarm Optimization
- 3- Fully Constrained Particle Swarm Optimization
- 4- Differential Dynamic Programming
- 5- Ant Colony Optimization
- 6- Honey Bee Mating Optimization

اجرا متفاوت با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در نهایت نتایج، کارایی و اثربخشی الگوریتم هدف را، در حل مسائل بهینه‌سازی منابع آب اثبات نمودند.

GA به ترتیب ۹۹٪ و ۹۲٪ حل LP بوده است. البته این نکته باید ذکر گردد که الگوریتم GA و GSA در تمامی مسائل در تعداد برابر ارزیابی تابع و در ۱۰

#### منابع

1. Afshar, M.H. 2013. Extension of the constrained particle swarm optimization algorithm to optimal operation of multi-reservoirs system, *Electrical Power and Energy Systems*, 51: 71-81.
2. Akbarifard, S., Ghaderi, K., and Alinezhad, M. 2013. Reservoir operation optimization with the gravity search algorithm and water cycle algorithm (Case study: Gorganroud basin), Iranian Dam and Hydroelectric Power plant, 2: 5. 37-49. (In Persian)
3. Assareh, E., Behrang, M.A., Assari, M.R., and Ghanbarzadeh, A. 2010. Application of PSO (particle swarm optimization) and GA (genetic algorithm) techniques on demand estimation of oil in Iran. *Energy*, 35: 5223-5229.
4. Bahrami, M., Bozorg-Haddad, O., and Chu, X.F. 2018. Application of Cat Swarm Optimization Algorithm for Optimal Reservoir Operation. *J. Irrig. Drain Eng.* 2018, 144: 1. 04017057.
5. Bozorg Haddad, O., Afshar, A., and Marino, M.A. 2011. Multi-reservoir optimization in discrete and continuous domains. *Water Management*, 164: 57-72.
6. Bozorg-Haddad, O., Hosseini-Moghari, S., and Loáiciga, H. 2016. Biogeography-Based Optimization Algorithm for Optimal Operation of Reservoir Systems. *J. Water Resour. Plann. Manage.* 04015034-1: 11, 10. 1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000558, 04015034.
7. Bozorg-Haddad, O., Karimirad, I., Seifollahi-Aghmiuni, S., and Loáiciga, H. 2015. Development and Application of the Bat Algorithm for Optimizing the Operation of Reservoir Systems. *J. Water Resour. Plan. Manage.* 04014097-1: 10, 10.1061/(ASCE)WR.1943 5452.0000498, 04014097.
8. Bozorg-Haddad, O., Moravej, M., and Loáiciga, H. 2014. Application of the Water Cycle Algorithm to the Optimal Operation of Reservoir Systems. *J. Irrig. Drain. Eng.* 141: 8. 04014064-1:10.
9. Celeste, A.B., and Billib, M. 2009. Evaluation of stochastic reservoir operation optimization models. *Advances in Water Resources*, 32: 1429-1443.
10. Duman, S., Güvenç, U., Yörükeren, N. 2010. Gravitational Search Algorithm for Economic Dispatch with Valve-Point Effects. *International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.)*, 5: 6. 2890-2895.
11. Ghalambaz, M., Noghrehabadi, A.R., Behrang, M.A., Assareh, E., Ghanbarzadeh, A., and Hedayat, N. 2011. A Hybrid Neural Network and Gravitational Search Algorithm (HNNGSA) Method to Solve well known Wessinger's Equation. *World Academy of Science Engineering and Technology*, 49: 803-807.
12. Hosseini-Moghari, M.S., and Bozorg Haddad, O. 2016. Application of BBO (biogeography-based optimization) on optimization the hydropower-reservoir and multi-reservoir Operating using the Gravity Search Algorithm. *Water Management Engineering*, 10: 33. 61-72.
13. Jalali, M.R., Afshar, A., and Mariño, M.A. 2007. Multi-Colony Ant Algorithm for Continuous Multi-Reservoir Operation Optimization Problem, *Water Resources Management*, 21: 9. 1429-1447, DOI: 10.1007/s11269-006-9092-5.
14. Moon, C., Kim, J., Choi, G., and Seo, Y. 2002. An efficient genetic algorithm for the traveling salesman problem with precedence constraints. *Europ. J. Oper. Res.* 140: 606-617.
15. Moravej, M., and Hosseini-Moghari, S.M. 2016. Large Scale Reservoirs System Operation Optimization: the Interior Search Algorithm (ISA) Approach, *Water Resour. Manage.* 30: 10. 3389-3407.

16. Mousavi, S.J., Mahdizadeh, K., and Afshar, A. 2004. A stochastic dynamic programming model with fuzzy storage states for reservoir operations. *Advances in Water Resources*, 27: 1105-1110.
17. Murray, D.M., and Yakowitz, S. 1979. Constrained differential dynamic programming and its application to multireservoir control. *Water Resour. Res.* 15: 5. 1017-1027.
18. Porshaikhali, Z., and Ghaderi, K. 2011. Operation optimization of Dorodzan reservoir with the water cycle algorithm, The First National Conference of Water Use Optimization.
19. Rashedi, E., Nezamabadi-pour, H., and Saryazdi, S. 2009. GSA: A Gravitational Search Algorithm. *Information Sciences*, 179: 2232-2248.
20. Regulwar, D.G., Choudhari, S.A., and Raj, P.A. 2010. Differential Evolution Algorithm with Application to Optimal Operation of Multipurpose Reservoir, *J. Water Resour. Prot.* 2010, 2, 560-568 doi:10.4236/jwarp.2010.26064.
21. Vesterstrom, J., and Thomsen, R. 2004. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 2: 1980-1987.
22. Wanga, K., Chang, L.C., and Chang, F.J. 2011. Multi-tier interactive genetic algorithms for the optimization of long-term reservoir operation. *Advances in Water Resources*, 34: 1343-1351.
23. Wardlaw, R., and Sharif, M. 1999. Evaluation of genetic algorithms for optimal reservoir system operation, *Water Resour. Plan. Manage.* 125: 25-33.
24. Yao, X., Liu, Y., and Lin, G. 1999. Evolutionary programming made faster. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 3: 2. 82-102.



## Optimization of the Hydropower-Reservoir and Multi-Reservoir Operating using the Gravity Search Algorithm

**\*M. Janbaz Fotamy<sup>1</sup> and O. Bozorg Hadad<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Ph.D. Graduate, Dept. of Water Engineering, University of Tehran,

<sup>2</sup>Professor, Dept. of Water Engineering, University of Tehran

Received: 06.08.2017; Accepted: 01.08.2019

### Abstract

**Background and Objectives:** Rivers discharge variations, variable rainfall regimes and drought are important reasons for using the water resource management tools in multi reservoir operation. Heuristic optimization methods can be used with different fitness functions; they can be applied for a wide range of water resource management problems specially reservoirs operation systems. Gravitational search algorithm (GSA) is an evolutionary optimization algorithm based on the law of gravity and mass interactions. In this paper, the ability of this algorithm is investigated for solving the well-known benchmark functions, hydropower-reservoir and ten-reservoir operation system.

**Materials and Methods:** For the verification of new evolutionary algorithm, three well-known benchmarks of Bukin6, Rosenbrock, and Sphere were optimized with gravity search algorithm and the results were compared with the outcome of well-developed genetic algorithm (GA) and global optima solutions. Then, hydropower-reservoir operation of Karon4 reservoir was optimized with GSA and compared with the results of GA and global solutions. The global solution was obtained from linear programming solving method by using Lingo software. Finally, the ability of GSA was investigated in large scale water resource management problems. In this regard a ten-reservoir system operation was optimized with both GSA and GA and their results were compared with the global solution. It should be noted that the results were reported in different ten runs for three types of problems to ensure that the results are true. Also the function evaluation values of GSA and GA were equal for all optimization problems.

**Results:** The ability of GSA in optimizing of different types of problems are demonstrated with showing the solving results of well-known benchmark functions. The results of Bukin6, Rosenbrock and Sphere problems were close to global optima solutions compared with the outcome of the well-developed genetic algorithm results (GA). In single-reservoir hydropower operation, the average values of the objective function were equal 1.218 and 1.746 with the GSA and GA, respectively. The global solution equals to 1.213. Over all, the mean optimum solutions in GSA are better than that of obtained for GA in hydropower-reservoir and ten-reservoir operation problems about 44% and 8% respectively.

**Conclusion:** The results demonstrated the applicability and efficiency of the proposed algorithm in solving the well-known benchmark functions and water-resource optimization problems such as hydropower-reservoir and ten-reservoir operation systems. It is indicated that GSA solutions in different runs are close to the global optima and the algorithm is converged more rapidly than the genetic algorithm.

**Keywords:** Gravity Search Algorithm, Hydropower-Reservoir, Operation Optimization, Ten-Reservoir System, Well-known Benchmark Functions

---

\* Corresponding Author; Email: [ma\\_janbaz@ut.ac.ir](mailto:ma_janbaz@ut.ac.ir)

