Archive of SID

Tech. Edu. J. 15(2): 249-260, Spring 2021

Technology of Education Journal
(TEJ)
Homepage: jte.sru.ac.ir

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Investigating teachers and prospective teachers' pedagogical content knowledge in the field of proportional reasoning with a focus on their problem solving activities on semantic types

A. Poorang [1], ***N. Asghary*** [*,1], ***A. Shahvarani Semnani*** [2]

[1] *Department of Mathematics, Central Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran*
[2] *Department of Mathematics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran*

Received: 8 August 2020
Reviewed: 5 September 2020
Revised: 24 September 2020
Accepted: 1 November 2020

KEYWORDS:
Strategy
Reasoning
Proportional
Semantic
Nonproportional

* Corresponding author
nas.asghari@iauctb.ac.ir
(+98912) 2011425

ABSTRACT

Background and Objectives: Proportional reasoning is regarded as the gate of functional thinking and is a potent means for developing algebraic thinking which necessitates students' understanding of the functional relationship between measure spaces. The ability to recognize and identify the structural similarity and multiple comparisons in the proportional reasoning process is the base of algebra and advanced mathematics. The concept of proportion and the necessities of developing proportional thinking are cognitively complex and its teaching demands concept-oriented approaches. Studing the quality of teachers' perceptions draws the perspective of the method and development of conceptual structures among the students. The present study focused on determining the extent of recognizing non-proportional situations and also the kind of selected strategies to solve proportional verbal issues in the teaching activity. Considering the importance of the context of this problem, the study focused on four semantic types of the problems in this field. Considering the pedagogical thinking of teachers in solving proportional problems provides the discussion on the obstacles of using the proportional reasoning among different semantic types.

Methods: The study was done by descriptive survey method. The statistical population included 180 teachers of primary schools and mathematics teachers of the first level of the secondary schools, and prospective teachers who participated in the study voluntarily. The research instrument was a researecher-developed test containing 17 problems comprised of 3 non-proportional situations of *additive problem types* and 14 direct proportional problems, presented in the missing-value type which were either researcher-devised or selected from reliable research sources. The content validity of the test was confirmed by professors in the field of mathematics and testing and psychometrics. The collected data were analyzed using inferential and descriptive statistics.

Findings: The results of the first study revealed that the primary school teachers and the prospective teachers were faced with some difficulties in recognizing non-proportional statements. It seems that the superficial characteristics of verbal problem including having a structure similar to the proportional problems of the type of missing value and also the multiplicative nature of numerical structure are involved in determining the situation as a proportional structure. In studying the the strategies of solving the proportional problems in the teaching activity, the responses of the participants were analyzed using the descrtiptive method based on 9 types of problem-solving strategies. The results of the analyses showed that all of the first levele of the secondary school teachers and the prospective teachers of both of these levels, at least in one of their first two priorities in teaching these problems, applied algorithmic proportional strategies or algebraic equation formulation while being slightly influenced by semantic types. Teachers of the primary schools had little desire to use the algorithmic proportional strategies. On the contrary, as compared to other teachers, they had a higher preference for using functional and numerical proportional reasoning. However, they did not prefer to use proportional functional reasoning in their activities. On the other hand, the first two priorities of the primary school teachers were not included in any semantic types, utilization of more complex proportional reasonings, and scale factor.

Conclusion: The results emphasize the necessity of the development of pedagogical content knowledge in this field in order to develop the application of the strategies of functional

www.SID.ir

Archive of SID

proportional reasoning and appropriate representations by teachers which are aimed at providing more desirable conditions for students' proportional reasoning development. Unexpected behaviors of prospective teachers in this study emphasize creating higher sensitivity to the consequences of delaying the emergence of students' relative thinking in the instructional plans of teacher training courses.

NUMBER OF REFERENCES	NUMBER OF FIGURES	NUMBER OF TABLES
30	0	6

مقاله پژوهشی

بررسی دانش پداگوژی محتوای معلمان و دانشجومعلمان در حوزه استدلال تناسبی با تمرکز بر فعالیت آموزش حل مسأله در گونه‌های معنایی

افسانه پورنگ[۱]، نسیم اصغری*[۱]، احمد شاهورانی سمنانی[۲]

[۱] گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
[۲] گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات ، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

چکیده

پیشینه و اهداف: استدلال تناسبی، پیش درآمد تفکر تابعی و ابزاری قدرتمند در جهت توسعه تفکر جبری است که مستلزم درک دانش‌آموزان از رابطه تابعی میان فضاهای اندازه می‌باشد. توانایی بازشناسی و تشخیص شباهت ساختاری و مقایسه های ضربی در فرایند استدلال تناسبی ، پایه ی جبر و ریاضیات پیشرو می باشد مفهوم تناسب و استلزام‌های توسعه تفکر تناسبی، به لحاظ شناختی، پیچیده و تدریس آن نیازمند رویکردهای مفهوم مدار است. مطالعه کیفیت ادراک معلمان دورنمای شیوه ایجاد و توسعه ساختارهای مفهومی نزد فراگیران است. این پژوهش به بررسی میزان تشخیص موقعیت‌های غیرتناسبی و نیز نوع استراتژی‌های انتخابی برای حل مسائل کلامی تناسبی در فعالیت تدریس پرداخته است.بدلیل اهمیت زمینه مساله، مطالعه با تمرکز بر چهارگونه معنایی از مسائل این حوزه صورت گرفت. ملاحظه ی تفکر پداگوژی معلمان در حل مسائل تناسبی، بحث بر سر موانع بکارگیری استدلال تناسبی را در گونه‌های معنایی متفاوت فراهم می سازد.

روش‌ها: مطالعه به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی انجام گرفته است. نمونه آماری مورد بررسی، یک نمونه در دسترس، شامل ۱۸۰ نفر از معلمان حین خدمت مقاطع ابتدایی، ریاضی متوسطه اول، و دانشجو معلمان بود که به صورت داوطلبانه در پژوهش شرکت کردند. ابزار پژوهش، آزمون محقق ساخته، شامل ۱۷ مسأله متشکل از سه موقعیت غیرتناسبی از نوع جمعی و ۱۴ مساله تناسب مستقیم از نوع مقدار مجهول که طراحی و یا از منابع پژوهشی معتبر انتخاب شد. روایی محتوای آزمون مورد تأیید استادانی از حوزه «آموزش ریاضی» و «آزمون‌سازی و روانسنجی» قرار گرفت. داده‌های حاصل، با استفاده از آمار استنباطی و توصیفی تحلیل شد.

یافته‌ها: نتایج بررسی نخست، نشان داد در تشخیص مساله‌های کلامی غیرتناسبی، معلمان ابتدایی و دانشجو معلمان آموزش ابتدایی، با مشکلاتی مواجه هستند.. به نظر می رسد در مورد این دو گروه، مشخصه‌های سطحی مسائل کلامی اعم از داشتن ساختار مشابه با مسائل تناسبی از نوع مقدار مجهول و نیز ماهیت مضربی ساختار عددی، در تشخیص موقعیت بعنوان یک ساختار تناسبی دخیل است. در بررسی شیوه حل مسائل تناسبی، در فعالیت تدریس، پاسخ شرکت‌کنندگان مبتنی بر نه مورد از استراتژی‌های حل مسائل این حوزه، مورد تحلیل توصیفی قرار گرفت. مبتنی بر تحلیل‌ها، معلمان مقطع متوسطه اول و دانشجومعلمان هر دو مقطع، با تأثیرپذیری اندک از گونه معنایی مسأله، دست‌کم در یکی از دو اولویت نخست خود، در تدریس مسائل مذکور، روش‌های الگوریتمی تناسبی و یا صورت‌بندی معادله جبری را به‌کار گرفتند. معلمان ابتدایی تمایل کمتری به استفاده از روش‌های الگوریتمی تناسبی داشتند. بکارگیری استدلال‌های تناسبی عددی و تابعی، از سوی معلمان ابتدایی، بیش از سایر شرکت کنندگان بود؛ اما ترجیح به انتخاب

تاریخ دریافت: ۱۸ مرداد ۱۳۹۹
تاریخ داوری: ۱۵ شهریور ۱۳۹۹
تاریخ اصلاح: ۳ مهر ۱۳۹۹
تاریخ پذیرش: ۱۱ آبان ۱۳۹۹

واژگان کلیدی:
استراتژی
استدلال
تناسبی
معنایی
غیرتناسبی

* نویسنده مسئول
nas.asghari@iauctb.ac.ir
۰۹۱۲ -۲۰۱۱۴۲۵

www.SID.ir

Archive of SID

استدلال‌های تناسبی تابعی، در اقدام آن‌ها مشاهده نشد. از سوی دیگر، دو اولویت نخست معلمان ابتدایی در هیچ‌کدام از گونه‌های معنایی، انجام استدلال‌های تناسبی پیچیده‌تر «واحدپردازی» و «ضریب مقیاس» نبود.

نتیجه‌گیری: نتایج این بررسی، بر لزوم توسعه برنامه‌های حرفه ای دانش پداگوژی محتوای معلمان در این حوزه، به‌واسطه اشاعه بکارگیری استراتژی‌های استدلال تناسبی تابعی توام با بازنمایی های مناسب اشاره دارد. نامانوس بودن رفتار دانشجو معلمان در این مطالعه، بر ایجاد حساسیت در طراحی برنامه‌های تعلیمی مرتبط، نسبت به پیامد تاخیر ظهور تفکر تناسبی دانش‌آموزان، تاکید می‌کند.

مقدّمه

استدلال تناسبی اصطلاحی است برای اشاره به استدلال در سیستمی با دو متغیر که بین آن‌ها یک ارتباط تابعی خطی وجود دارد [۱]. این استدلال به نتیجه‌گیری در مورد موقعیت یا پدیده‌ای می‌پردازد که می‌تواند با یک نسبت ثابت توصیف شود. یک موقعیت تناسبی در سه گام مشخصه‌پردازی می‌شود: شناسایی متغیرهای بسیط کاربست‌پذیر؛ تشخیص متغیر فشرده (که ثبات آن تابع خطی را معین می‌کند) و به‌کارگیری اطلاعات مفروض برای یافتن مقدار مورد نظر در مسأله تناسبی [۱]. استدلال تناسبی زمانی روی می‌دهد که فرد بتواند درک خود از تساوی نسبت‌های عددی مناسب و ثابت بودن تابع نسبت بین دو فضای اندازه را توصیف کند؛ هر چند بتواند این روابط را به‌صورت نمادین ارائه کند یا نتواند. باید خاطر نشان ساخت که «نسبت» در قالب زیرسازه‌ای از اعداد گویا، به عنوان یک شاخص مقایسه‌ای بین دو کمّیت و نه به‌عنوان یک عدد، معرفی می‌شود [۲]. در گزارش انجمن معلمان ریاضی آمریکا، استدلال با نسبت‌ها، با یادگیری پرداختن به دو کمّیت به‌طور همزمان، آغاز می‌شود [۳]. در این میان، تناسب، رابطه تساوی بین دو نسبت است که توانایی ایجاد مفهوم این تساوی، یکی از مشخصه‌های اصلی استدلال تناسبی است [۴]. رابطه تناسبی، ابزاری قدرتمند در جهت توسعه تفکر جبری و درک تابعی در اختیار دانش‌آموز قرار می‌دهد [۳].

انجمن معلمان ریاضی آمریکا، غالب مفاهیم بسیار مهم در سطح پایه ریاضیات ابتدائی را، در پیوند با استدلال تناسبی می‌شمارد [۵]. سبک‌های استدلال تناسبی از نقطه‌نظر تفاوت بین استدلال عددی و استدلال تابعی به دو دسته تقسیم می‌شوند. لامون (Lamon) معتقد است تمییز بین این دو، به جهت آنکه هر یک، درگیر در فرایندهای شناختی متفاوتی می‌باشند، از نقطه‌نظر آموزشی دارای اهمیت است [۶]. استدلال عددی به تبدیلات در خلال یک متغیر (کمّیت) و استدلال تابعی به ایجاد رابطه ضربی بین دو متغیر (کمّیت) می‌پردازد [۷]. انتقال از مقایسات جمعی به مقایسات ضربی در پایه‌های میانی تا پایانی دبستان، مستلزم توسعه شناختی و آموزش مناسب به صورت توأمان است [۸]. از سوی دیگر، این استدلال برای توسعه مفاهیم آتی دانش‌آموزان، در ارتباط با توابع، رسم نمودار، معادلات جبری [در پایه‌های بالاتر] و اندازه‌گیری بنیادین است [۹]. لوباتو (Lobato) مدعی است شواهد پژوهشی از ورود دانش‌آموزان ابتدایی، به مقطعی بالاتر، بدون توسعه یافتگی استدلال تناسبی خبر می‌دهند؛ به‌گونه‌ای که بسیاری از آن‌ها، زمان استدلال در یک موقعیّت تناسبی، به کمّیتی منفرد می‌پردازند. عده‌ای نیز قادر به هماهنگ‌سازی کمّیت‌ها هستند؛ اما در ارائه رابطه ضربی بین آن‌ها، با ایجاد مقایسه‌های مطلق به جای مقایسه‌های نسبی با شکست مواجه می‌شوند [۴]. در حال حاضر توسعه ظرفیت دانش‌آموزان در انجام استدلال تناسبی، در گروی تدریس مفاهیم و مهار نمودن مسیر تند محاسبات می‌باشد؛ بخصوص اینکه فراگیران، در تقلید رویّه‌ها، فارغ از درک روند آن، ماهر هستند. از سوی دیگر، شواهد به نقل از رویز (Ruiz) حاکی از آن است که در فعالیت‌های آموزشی، به‌کارگیری الگوریتم‌های تناسبی، بیشتر ترجیح داده می‌شود. در نتیجه این روند، دانش‌آموزان یک تفکر تناسبی کمّی به شیوه‌ای مکانیکی را فارغ از پیمودن سلسله مراتب تفکر تناسبی، توسعه می‌دهند؛ از این رو، توالی توسعه کیفی ـکمّی استدلال تناسبی، همواره نزد فراگیران وجود ندارد [۱۰]. از سوی دیگر، مطالعات سان (Son) حاکی از آگاهی و اطلاعات ناکافی معلمان ابتدایی در رابطه با مقتضیات توسعه تفکر تناسبی دانش‌آموزان می‌باشد [۸]. بررسی محتوای نسبت و تناسب منابع درسی دوره راهنمایی از سوی شیلد و دال (Shield & Dole)، در ارتباط با شکاف‌های درک دانش‌آموزان، بر استلزام‌ها برای فراهم ساختن دقیق‌تر پیش‌زمینه توسعه تفکر تناسبی و لزوم توسعه حرفه‌ای معلمان در این حوزه دلالت دارد [۱۱].

پیرو آنچه هیل (Hill) و همکارانش به نقل از شولمن (Sulman)، در ارتباط با دانش پداگوژی محتوا آن را «پارادایم گم شده در تحقیقات مربوط به تدریس» می‌شمارند [۱۲]؛ در حوزه نسبت و تناسب، به توصیف ساختار درک معلمان از مؤلفه‌های استدلال تناسبی و سهم آنان در میزان توسعه این استدلال در دانش‌آموزان کمتر پرداخته شده است. در این رابطه، مطالعه آن‌ها حاکی از لزوم توجه به توسعه دانش پداگوژی محتوای خاص است [۱۲]. پژوهش‌های رویز، لیم (Lim)، کرامر (Cramer) و همکارانش نیز نشان می‌دهند که بسیاری از معلمان ابتدایی و راهنمایی فاقد درکی عمیق از مراتب استدلال تناسبی، پیش‌درآمد و مسیر توسعه آن هستند [۱۳.۱۴.۱۵]. این در حالی است که ادراک معلمان قطعا تفسیرهای آن‌ها را در خصوص استدلال دانش‌آموز، اقدام‌های پداگوژی متعاقب و پیشبرد سلسله مراتب آموزشی متأثر می‌سازد. از سوی دیگر درک و دریافت فرایندی که دانشجومعلمان آموزش ابتدایی و ریاضی متوسطه اول، به منظور تدریس محتوای نسبت و تناسب، هر یک در پایه‌های مقتضی، در حال طی روند آن هستند، پر اهمیت است و می‌تواند حامل پیام‌هایی در مورد ماهیت دانش ریاضی دانشجومعلمان، شیوه آموزش آن‌ها و ارتباط این دو با مقتضیات توسعه استدلال تناسبی فراگیران باشد. یک رویکرد موفق پداگوژی در ارتباط

www.SID.ir

Archive of SID

با محتوای خاص نسبت و تناسب، به جای سنجش توانایی انجام عملیات یعنی تفکر حسابی، آگاهی از روش‌های انجام عملیات یعنی، مسیر توسعه تفکر جبری را دنبال می‌کند. تامپسون (Thompson) معتقد است شکی نیست که میزان درک معلمان از [مراتب توسعه] استدلال تناسبی، شیوه ارائه‌ی آن‌ها را در کلاس درس تحت تأثیر قرار می‌دهد [۲]. به‌عبارت دیگر شیوه‌ای که یک معلم فعالیت‌های تناسب را در کلاس خود ارائه می‌کند؛ شاخصی است از آن‌چه که به اعتقاد وی برای یادگیری دانش‌آموز مهم‌تر و مناسب‌تر می‌باشد. تلاشی در جهت ارائه معیارهای سنجش دانش پداگوژی محتوا در خصوص استراتژی‌های استدلال تناسبی، الگوریتم‌های تناسبی و استفاده از این معیارها در بررسی شیوه یاددهی-یادگیری مسائل کلامی تناسب، در پژوهش‌های داخلی صورت نگرفته است.

ادبیات تحقیق

این بخش با مروری بر ادبیات پیشین مرتبط، به تبیین جایگاه این پژوهش و در نهایت به ارائه چارچوب نظری به‌کارگرفته شده توسط پژوهشگران می‌پردازد. به اعتقاد لامون (Lamon)، استدلال تناسبی زمانی روی می‌دهد که دانش‌آموز بتواند درک خود را از برابری نسبت‌های عددی مناسب، و ثابت بودن تابع نسبت بین دو فضای اندازه توصیف کند؛ هرچند بتواند این روابط را به‌صورت نمادی ارائه کند یا نتواند [۶]. استدلال تناسبی کیفی، نقطه شروع سلسله مراتب استدلال تناسبی و دربردارنده ویژگی‌هایی اعم از به‌کارگیری «نسبت»، به‌عنوان یک واحد، به‌کارگیری تفکر نسبی و تا حدی درک روابط عددی است [۱۶]. در روند توسعه استدلال تناسبی، مراتب استدلال پیش‌تناسبی و استدلال تناسبی کمّی قرار دارند. در این خصوص، تامپسون (Thompson) استدلال تناسبی کمّی را شامل تجزیه و تحلیل کمیّت‌ها و روابط میان آن‌ها در موقعیت مفروض، خلق کمیّت‌های جدید و استنتاج با آن‌ها می‌شمارد. این روند، مشتمل بر استراتژی‌هایی نظام‌مند است که در آن‌ها نمادهای جبری همراه با درک روابط عددی و تابعی در نمایش نسبت‌ها به‌کار می‌رود [۱۷]. در این رابطه، اسمیت (Smith)، ادعا می‌کند، هیچ حوزه‌ای از ریاضیات مدرسه‌ای ابتدایی وجود ندارد که به اندازه تناسب به لحاظ ریاضی غنی، به لحاظ شناختی پیچیده و برای تدریس دشوار باشد؛ وی متذکر می‌شود که کار و اقدام شکل دادن به یک نسبت و انجام استدلال تناسبی، در درجه نخست و مهم‌تر از همه، یک تکلیف شناختی است و نه یک الگوریتم یا یک رویّه [۱۸]. لش (Lesh) و همکارانش استدلال تناسبی را مشتمل بر طیف وسیع و پیچیده‌ای از توانمندی‌های شناختی از جمله تمییز بین موقعیت‌های تناسبی و غیرتناسبی می‌شمارند [۱۹]. در این رابطه ون‌دورن (Vandooren) و همکارانش، موقعیت‌ها و مسائل غیرتناسبی را در سه دسته تدوین و تحت عناوین مسائل جمعی، ثابت و آفین معرفی نموده‌اند. در نوع آفین، تابع خطی از درجه اول (غیرگذرنده از مبدأ) زیر بنای وضعیت مسأله می‌باشد [۲۰]. از سوی دیگر، موقعیت‌های تناسبی به دلیل ارتباط با ضرب و تقسیم، توسط ورگناد (Verganud) در حوزه مفهومی ساختارهای ضربی، تجزیه و تحلیل شده و منجر به تمییز دو استراتژی حل موقعیت‌های تناسبی مستقیم از سوی وی شده است؛ عملگر اسکالر در خلال یک اندازه و عملگر تابعی فی‌مابین دو اندازه و این به معنای درک روابط ضربی و تمییز آن‌ها از روابط جمعی است [۲۱]. در این بین، استفاده از جدول نسبت خود یک استراتژی آموزشی تلقی می‌گردد. جدول نسبت، ابزار پداگوژی نیرومندی است که تبدیل افقی در آن، متناظر با روش اسکالر به‌کارگیری نسبت و تبدیل عمودی در آن، متناظر با روش تابعی است؛ شیوه‌ای که در آن، بصیرت نسبت به عدد «نسبت» مورد نیاز است و این به معنای درک پیشرو در خصوص نسبت است [۲۲]. از جمله استراتژی‌های استدلال تناسبی تابعی، کسب نرخ واحد یا واحدپردازی است. واحدپردازی فرایندی شناختی است؛ قطعه‌بندی مجدد ذهنی یک کمّیت مفروض به تکه‌های اندازه خورده آشنا، قابل مدیریت، مناسب و راحت، به منظور انجام عملیات با کمّیت مفروض [۶]. رویکرد استدلال تناسبی با کمک ضریب مقیاس نیز به تشخیص عامل اسکالر کسری و ضرب در این عامل اشاره می‌کند. درک جامعی از کسرها و نسبت و تناسب در این استراتژی به‌هم پیوند خورده است. دو استراتژی کسب نرخ واحد و ضریب مقیاس، با عنوان استراتژی‌های پیچیده تناسبی شناخته می‌شوند. لامون (Lamon) در معرفی رویّه‌ها متذکر می‌شود که روش استفاده از الگوریتم ضرب‌های ضربدری در حقیقت برای استدلال با جدول نسبت، هماهنگ نیست. در عمل دانش‌آموز بدون درک ماهیت و زمینه آن، آن‌چه از این روش به یاد خواهد آورد این است که بایستی اعداد را در این طرحواره قرار داده، ضرب و تقسیمی انجام دهد [۲۳]. لیم (Lim) معتقد است این رویّه، شیوه استدلال تناسبی را روشن نمی‌کند؛ بنابراین یک فن محسوب می‌شود [۱۴]. رویّه به‌کارگیری «قاعده سه»[۱۰] نیز بدون تخصیص معنا و صرفاً شیوه‌ای مکانیکی و در واقع همان الگوریتم ضرب متقابل و تقسیم، بدون استفاده از کسرها و جدول نسبت است. آخرین رویّه مورد بررسی، جستجوی پاسخ نهایی مسأله با نوشتن «معادله جبری» فارغ از هر بازنمایی مرتبط با نسبت است. لامون (Lamon) ادعا می‌کند تأثیری که «زمینه مسأله» در روند توسعه استدلال تناسبی ایجاد می‌کند، اطلاعاتی در مورد برهم کنش احتمالی زمینه و این روند فراهم می‌سازد. وی در خلال زیرسازه نسبت، در ارتباط با بافت مسائل کلامی حوزه تناسب، چهارگونه را که به لحاظ معنایی از هم مجزا هستند تمییز می‌دهد. این گونه‌ها شامل موارد مجموعه‌های مرتبط، موقعیت‌های جزء،جزء، کل، مجموعه‌های خوب تقسیم شده و موارد انبساط و انقباض‌ها می‌باشد [۶]. گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» اشاره به زمینه‌ای است که رابطه بین دو مؤلفه، صرفاً در خلال موقعیت مسأله تعریف می‌شود؛ نمونه آن را می‌توان در مثال مقایسه سهم پیتزای دخترها و پسرها مشاهده کرد: در تسهیم هفت پیتزا به سه دختر و یک پیتزا به سه پسر، کدام‌یک مقدار بیشتری دریافت می‌کنند. گونه «جزء، جزء، کل» شامل موقعیتی است که کل، برحسب دو قسمت (یا بیشتر)

www.SID.ir

Archive of SID

از آن‌چه از آن‌ها تشکیل شده، توصیف می‌شود. مثالی روشن را می‌توان در ترکیب دو رنگ و ساختن رنگ جدید یافت؛ گونه معنایی «مجموعه‌های خوب تقسیم شده» وضعیتی را تعریف می‌کند که دو اندازه با هم مقایسه می‌شوند تا یک اندازه فراگیر را بدهند؛ مانند معرفی سرعت در نسبت مسافت به زمان طی شده؛ که در مثالی می‌توان نمونه آن را مشاهده کرد: با سرعت ۱۶۰ کیلومتر در دو ساعت، چقدر طول می‌کشد تا به مرکز شهری در ۶۰۰ کیلومتری برسیم. در نهایت، گونه «انبساط و انقباض‌ها» که شامل مسائل تشابهات فضایی است؛ مسائلی همچون بزرگ‌نمایی و کوچک نمایی اشکال هندسی. آرتوت (Artut) به نقل از پیاژه (Piaget)، توسعه استدلال تناسبی را نقطه‌عطفی در توسعه استدلال‌های مرتبه بالاتر (روابط مرتبه ثانی از فرایند شناختی (نظم بالاتر)) در نظر گرفته است؛ از این‌رو آن را یک دستاورد تکاملی متأخر معرفی می‌کند. وی نسبت‌ها را روابط بین دو کمیّت می‌داند که مقایسه بین آن‌ها، مستلزم ملاحظه روابط بین روابط خواهد بود و این توانایی نیازمند ساختارهای ذهنی تکمیل یافته‌تری نسبت به ضرب و تقسیم ساده است [۲۴].

این درحالی است که کودکان اغلب در یک واحد از زمان، قادر به استدلال با یک کمّیت هستند و پرداختن به دو کمّیت به‌طور همزمان، که گام مهمی در یادگیری شیوه استدلال با نسبت‌ها است، می‌تواند برای کودکان دشوار باشد [۳]. بنابراین ضرورت تغییر دیدگاه نسبت به استدلال تناسبی به‌عنوان تجلّی یک ساختار عام شناختی و در قالب یک استعداد عام، به دیدگاهی متمرکز بر توصیف استراتژی‌ها و رویّه‌های به‌کار رفته در این استدلال و تأثیرپذیری آن از پارامترهای فرد و همچنین پارامترهای تکلیف، اجتناب ناپذیر است. ورگناد (Verganud)، معتقد است مهارت استدلال تناسبی توأمان با توانایی دانش‌آموز در تشخیص روابط صحیح بین کمّیت‌ها با استراتژی‌هایی که وی زمان حل مسائل به کار می‌گیرد، مشخص می‌شود [۲۱]. سان (Son) با اشاره به اینکه آموزش رویّه محور در این حوزه، به احتمال زیاد، بهبودی در جهت انتقال «استدلال جمعی» به ضربی فراهم نمی‌کند؛ تمییز آموزش مفهومی و رویّه‌ای تدوین یافته از سوی ریتل و همکارانش را به‌عنوان چارچوبی بنیادی در تحلیل دانش معلمان جدید و رویکردهای آنان معرفی می‌کند [۱۸].

توسعه مفهوم «دانش پداگوژی محتوا» ارائه شده توسط شولمن (shulman)، از سوی هیل (Hill) و همکارانش منجر به تدوین سازه MKT (دانش ریاضی برای تدریس) در شش مقوله از سوی آن‌ها گردید. در این تعریف، زیرسازه «دانش محتوای خاص» شامل دانش شیوه ارائه و شرح محتوای خاص به دانش‌آموز و زیرسازه «دانش محتوا و دانش‌آموز» شامل نحوه یادگیری، توسعه شناخت و نحوه تفکر فراگیران درباره محتوای خاص ریاضی است [۱۲]. لوباتو و الیس (Lobato & Ellis) معتقدند شناخت بسیار اندکی از این دو دانش در هم تنیده، در حوزه استدلال تناسبی موجود است [۹]. از جمله پژوهش‌هایی از این دست، می‌توان به تلاش‌های بن چایم (Ben-chaim) و همکاران، کلارک (Clark) و همکاران اشاره کرد که متعاقب گزارش منابع آموزشی در مورد مشکلات مفهومی دانش‌آموزان در حوزه نسبت و تناسب و در مورد ماهیت شناختی استدلال تناسبی دانش‌آموزان، به طرح مدل‌هایی از سلسله مراتب توسعه استدلال تناسبی دانش‌آموزان پرداخته‌اند که می‌توانند به عنوان ابزاری برای سنجش و تحلیل درک معلمان از روند توسعه این استدلال مورد استفاده قرار گیرد [۲۷، ۲۶]. در قیاس با حجم مقالات در ارتباط با استدلال تناسبی دانش‌آموزان، مطالعات کمی در سطح بین‌المللی، با هدف بررسی ساختار درک معلمان از مؤلفه‌های استدلال تناسبی و سهم آنان در میزان توسعه این استدلال، انجام گرفته است؛ از آن جمله می‌توان به پژوهش کرامر (Cramer) و همکاران، و پژوهش میلر (Miller) و همکاران اشاره کرد [۲۹، ۲۸]. در این مطالعات، معلمان مراتب متفاوتی از درک وابسته به نوع مسأله داشته‌اند. این پژوهشگران تأیید می‌کنند که بسیاری از بدفهمی‌های مشترک و تصورات خام که در دانش‌آموزان شناسایی می‌شوند، در بین معلمان ابتدایی و راهنمایی نیز شایع است. در استدلالی که از سوی تامپسون (Thompson) مطرح می‌شود؛ روش تدریس رایج حل مسائل تناسب، منسوخ است و باید با شیوه‌های تدریسی جایگزین شود که با هدف توسعه تفکر تناسبی، دانش‌آموز را درگیر فعالیت‌هایی برای کشف این مطلب سازد که تناسب، تغییر دو کمّیت وابسته به یکدیگر است [۱۷].

در این مطالعه، پژوهشگران، به منظور بررسی دانش پداگوژی محتوای خاص حوزه استدلال تناسبی معلمان در ایران، سازه «دانش ریاضی برای تدریس» هیل (Hill) و همکارانش را زمینه چارچوب مفهومی این مطالعه در نظر گرفته، به گردآوری داده‌های کمّی از فعالیت حل مسأله آنان در خصوص محتوای تناسب مستقیم، به تفکیک گونه‌های معنایی معرفی شده از سوی لامون پرداخته‌اند. در این بررسی، ساختار تفکر معلمان و نوع رویکردهای حل مسأله آنان و میزان دقت نظر آن‌ها به مؤلفه‌های توسعه تفکر تناسبی هنگامی که روی مسائل تناسبی کار می‌کنند؛ به تفکیک چهارگونه متفاوت معنایی بازتاب می‌شود. روشن است که مطلوب فعالیت‌های پداگوژی توسعه‌ی ساختارهای مفهومی است؛ از این‌رو، مطالعه کیفیت ادراک معلمان، دورنمای شیوه این توسعه خواهد بود و درک شیوه این تأثیرگذاری نیازمند تفحص بسیار است. هدف این پژوهش بررسی رفتار پداگوژی معلمان مقطع ابتدایی، معلمان ریاضی مقطع متوسطه اول و دانشجومعلمان آماده به خدمت هر دو مقطع، در رابطه با شیوه حل مسائل کلامی در تدریس محتوای نسبت و تناسب از نقطه نظر انتخاب نوع استراتژی‌های مفهوم‌مدار یا رویه‌مدار و تحلیل کیفی ارتباط آن با مقتضیات توسعه استدلال تناسبی دانش‌آموزان می‌باشد. این مطالعه با تمرکز بر چهار گونه معنایی از مسائل این حوزه صورت گرفته است. در مسائل مطرح شده در ابزار این پژوهش، ساختار عددی که اشاره به روابط اسکالر درون‌نسبتی و بین نسبت‌ها دارد، یک متغیر کنترل شده است. در راستای هدف پژوهش، محققین به طرح یک فرضیه در رابطه با میزان تشخیص موقعیت‌های غیرتناسبی و طرح

www.SID.ir

Archive of SID

سؤالی در ارتباط با نوع استراتژی‌های اتخاذ شده در فعالیت آموزشی پرداختند.

روش تحقیق

این پژوهش بخشی از یک تحقیق گسترده است که تدوین برنامه توسعه حرفه‌ای و طرح تعلیمی دانش پداگوژی محتوای استدلال تناسبی را برای معلمان مقاطع ابتدایی، متوسطه اول (ریاضی) و دانشجومعلمان آماده خدمت این دو مقطع دنبال می‌کند. تمرکز مطالعه حاضر، بررسی ماهیت استراتژی‌های منجر به حل صحیح، به تفکیک گونه‌های معنایی مسائل کلامی این حوزه و نوع بازنمایی‌ها در فعالیت حل مسأله معلمان بوده است. در این پژوهش که به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی انجام گرفته است؛ داده‌ها به‌صورت کمّی جمع‌آوری شد. جامعه آماری پژوهش، کلیه معلمان در حال خدمت مقاطع ابتدایی و متوسطه اول (درس ریاضی) شهر تهران و دانشجومعلمان سال آخر این دو رشته از مراکز تربیت معلم این شهر بود. نمونه آماری شامل ۱۸۰ نفر از معلمان حین خدمت و دانشجومعلمان آماده خدمت بود که با انتخاب تصادفی سه منطقه‌ی آموزش و پرورش و نمونه در دسترس دو پردیس تربیت معلم شهر تهران، در پاسخ به فراخوان و دعوت به شرکت، به صورت داوطلبانه در پژوهش شرکت کردند. ۶۲/۲ درصد شرکت‌کنندگان، معلمان در حال خدمت و ۳۷/۸ درصد نمونه آماری، دانشجومعلمان آماده خدمت بودند. تعداد شرکت‌کنندگان در نمونه آماری در جدول یک به تفکیک مناطق آموزش و پرورش و مقطع تدریس ارائه شده است. ابزار پژوهش، آزمونی محقق ساخته شامل ۱۷مسأله ریاضی، متشکل از سه مسأله از موقعیت‌های غیرتناسبی و چهارده مسأله از موقعیت‌های تناسبی مستقیم از نوع مقدار مجهول بود. موقعیت‌های تناسبی ارائه شده در این ابزار، مبتنی بر چهار گونه معنایی از مسائل کلامی تناسب، مشتمل بر چهار مسأله از هر یک از گونه‌های معنایی «مجموعه‌های مرتبط» و «اندازه‌های خوب تقسیم شده» و سه مسأله از هر یک از گونه‌های معنایی «جزء، جزء، کل» و «انبساط و انقباض‌ها» است.

برای احراز ضریب قابلیت اعتماد مناسب که مستلزم کسب نتایج یکسان در شرایط برابر است؛ بررسی پایایی سوالات آزمون، انجام شد. در این بررسی با بهره‌گیری از نرم‌افزار SPSS، ضریب آلفای کرونباخ ۰/۷۰۶ به‌دست آمد که برخورداری ابزار از مشخصه پایایی را نشان می‌دهد. روند این بررسی، به جهت ارائه نمونه متنوعی از چهارگونه معنایی با ساختار عددی متفاوت، فرصت تأمل و ایجاد زمینه برای آگاهی از تفکر پداگوژی معلمان در نوع استراتژی اتخاذی برای حل مساله از سوی آن‌ها، در زمان تدریس مفاهیم را فراهم می‌سازد. در مسائل مطرح شده در این پژوهش، ساختار عددی (روابط اسکالر درون و بین نسبتی)، یک متغیر کنترل شده است؛ در میان چهار ساختار عددی قابل طرح، سه ساختار که بیشترین کارآمدی در بررسی نوع استراتژی انتخابی حل مسأله دارند، در هر یک از چهارگونه معنایی، مورد استفاده قرار گرفته است. این موارد شامل ساختارهای عددی صرفاً مضرب صحیح درون‌نسبتی، صرفاً مضرب صحیح بین‌نسبتی و ساختار مضرب توأمان صحیح درون و بین نسبتی (روابط اسکالری صحیح) می‌باشد. در خصوص فرضیه پژوهش، سه مسأله از موقعیت‌های غیرتناسبی با ساختار ظاهری مسائل مقدار مجهول تناسبی همراه با روابط اسکالر صحیح، به تعبیر لینچوسکی (Linchevski) و همکارانش [۳۰] شامل اعداد آسان، به شکل تصادفی بین چهارده مسأله تناسبی قرار گرفت. از شرکت‌کنندگان، درخواست شد ضمن حل مسائل آزمون پژوهش، شیوه حل مسائل مذکور، بازنمایی‌های مقتضی و شرح توصیف‌های کلامی خود در فعالیت تدریس این مسائل را به‌صورت مکتوب ارائه و دلایل انتخاب بازنمایی‌ها و رویکردهای انتخابی را تشریح کنند. پاسخ شرکت‌کنندگان به مسائل آزمون، از نقطه نظر نوع شیوه حل به‌کار گرفته شده، بازنمایی‌های مقتضی و توصیفات کلامی مرتبط، در قالب نه استراتژی، تحلیل، تفکیک و دسته‌بندی شد. در بررسی فرضیه پژوهش، داده‌های حاصل از سه موقعیت غیرتناسبی آزمون، با به‌کارگیری آماره استنباطی آزمون دو جمله‌ای، مورد تحلیل کمّی قرار گرفت. پاسخ به سؤال پژوهش، به جهت یکسان نبودن تعداد مسائل چهارگونه معنایی و نیز تعداد نمونه آماری سه گروه مستقل شرکت‌کننده، مستلزم تحلیل توصیفی بود. در این راستا داده‌های حاصل از چهارده موقعیت تناسبی در آزمون، با به‌کارگیری آماره توصیفی مورد بررسی و تحلیل کیفی قرار گرفت. نه مورد استراتژی رصد شده در پاسخ به مسائل توسط معلمان، در این پژوهش عبارت است از الگوریتم تناسبی ضرب متقابل توأم با بازنمایی جدول نسبت (S1)، ضرب متقابل در نمایش تساوی کسرها (S2)، استدلال تناسبی عددی (ضرب بین‌نسبتی) به‌ترتیب در بازنمایی جدول تناسبی (S3) و در بازنمایی تساوی کسرها (S4)، قاعده سه (S5)، استدلال تناسبی تابعی (ضرب درون‌نسبتی) (S6)، واحدپردازی (S7) ضریب مقیاس (S8) و نوشتن معادلات جبری (S9).

فرضیه پژوهش: در میزان تشخیص شرکت‌کنندگان در پژوهش (معلمان مقاطع ابتدایی، ریاضی متوسطه اول و دانشجومعلمان دو مقطع) در رابطه با موقعیت‌های غیرتناسبی ارائه شده در بین موقعیت‌های تناسبی، در مسائل کلامی حوزه نسبت و تناسب، اختلاف معناداری وجود ندارند.

در رابطه با سؤال پژوهش، چهار سؤال فرعی طرح و بررسی می‌گردد؛

سؤال پژوهش: میزان استفاده هر یک از گروه های شرکت کننده در پژوهش، از هر یک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح مسائل کلامی نسبت و تناسب در فعالیت تدریس چهار گونه معنایی از مسائل کلامی این حوزه چقدر است؟

سؤال ۱-۱: میزان استفاده از هر یک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح میان معلمان مقطع ابتدایی، معلمان ریاضی متوسطه اول و دانشجومعلمان در گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط» از مسائل کلامی حوزه تناسب چقدر است؟

سؤال ۱-۲: میزان استفاده از هر یک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح میان معلمان مقطع ابتدایی، متوسطه اول و دانشجومعلمان در گونه معنایی «جزء، جزء، کل» از مسائل کلامی حوزه تناسب چقدر است؟

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۱: فراوانی نمونه آماری به تفکیک مناطق و مقطع تدریس
Table 1: The frequency of research statistical sample divided by teaching areas and levels

District	Status	primary	Junior secondary	Total
D.13	frequency	34	7	41
D.19	frequency	13	21	34
D. 3	frequency	28	9	37
Tteachers Total	frequency	75	37	112
	percentage	41.7%	20.5%	62.2%
Prospective teachers	frequency	27	41	68
Total	frequency	102	78	180
	percentage	57%	43%	100%

سؤال ۱-۳: میزان استفاده از هر یک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح میان معلمان مقطع ابتدایی، معلمان ریاضی متوسطه اول و دانشجومعلمان در گونه معنایی «اندازه‌های خوب تقسیم شده» از مسائل کلامی حوزه تناسب چقدر است؟

سؤال ۱-۴: میزان استفاده از هر یک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح، میان معلمان مقطع ابتدایی، معلمان ریاضی متوسطه اول و دانشجو معلمان در گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها» از مسائل کلامی حوزه تناسب چقدر است؟

نتایج و بحث

بررسی فرضیه پژوهش

در رابطه با سه موقعیت غیرتناسبی ارائه شده، پاسخ شرکت‌کنندگان از نقطه‌نظر نوع استراتژی حل مسأله و شیوه‌های نمادپردازی مورد ارزیابی قرار گرفت. توزیع درصد فراوانی نوع پاسخ‌ها در جدول شماره دو فراهم شده است. در هر یک از سه موقعیت غیرتناسبی موردنظر، به‌ترتیب ۴۸٪/۱، ۶۱٪/۷ و ۴۵/۷٪ شرکت‌کنندگان مقطع ابتدایی، اعم از معلم و دانشجومعلمان، مسأله را به‌عنوان یک موقعیت تناسبی تشخیص داده و اقدام به استفاده استراتژی‌های حل مسائل تناسب و نماد پردازی‌های مرتبط کرده‌اند از سوی دیگر؛ شرکت‌کنندگان مقطع متوسطه اول، به‌ترتیب با ۱۳/۱٪، ۴۵/۵٪ و ۲۷/۳٪ فراوانی، در هریک از سه موقعیت مذکور، مسأله را یک موقعیت تناسبی فرض کرده، اقدام به استفاده از استراتژی‌های ویژه حل مسائل تناسبی کرده‌اند. داده‌ها نشان می‌دهد، ۸٪/۶ شرکت‌کنندگان مقطع ابتدائی هر سه موقعیت غیرتناسبی را به‌درستی شناسایی کرده و ۶۶/۷٪ شرکت‌کنندگان این مقطع، غیر تناسبی بودن حداقل یکی از سه موقعیت مذکور را تشخیص نداده‌اند. آماره آزمون نسبت دوجمله‌ای حاکی از وجود تفاوت معنادار آماری بین این دو وضعیت می‌باشد (معناداری کمتر از ۰/۰۱). در وضعیت مشابه، ۳۲٪/۳ شرکت‌کنندگان گروه متوسطه اول، هرسه موقعیت غیرتناسبی را به‌درستی تمییز داده‌اند و ۵۲/۵٪ از افراد این گروه، دست‌کم یک تشخیص اشتباه را تجربه کرده‌اند. تحلیل داده‌ها، نشان می‌دهد که در میزان تشخیص موقعیت‌های غیرتناسبی ارائه شده در بین مسائل تناسبی، بین شرکت‌کنندگان مقطع ابتدایی، در دو مورد از سه موقعیت مذکور، اختلاف معنادار آماری وجود ندارد.

این نتیجه حاکی از رد فرضیه صفر است و تسلط ناکافی در تمییز موقعیت‌های غیرتناسبی از موقعیت‌های تناسبی را در میان شرکت‌کنندگان این مقطع متذکر می‌شود. در میان شرکت‌کنندگان مقطع متوسطه تنها در یک موقعیت از سه موقعیت غیرتناسبی ارائه شده، بین میزان تشخیص صحیح و اشتباه این نوع موقعیت، اختلاف معنادار آماری دیده نمی‌شود و این به معنای میزان تسلط بیشتر در تشخیص موقعیت‌های غیرتناسبی از موقعیت‌های تناسبی، در میان معلمان و دانشجومعلمان متوسطه اول نسبت به سایر شرکت‌کنندگان می‌باشد.

پاسخ به سؤال ۱-۱

در رابطه با انتخاب نوع استراتژی حل مسأله، در فعالیت تدریس محتوای مذکور، از سوی شرکت‌کنندگان در پژوهش، پاسخ‌ها با بهره‌گیری از آمار توصیفی مورد تحلیل کیفی قرار گرفت. درصد توزیع فراوانی به‌کارگیری هریک از استراتژی‌های منجر به حل صحیح در مورد چهار مسأله کلامی از گونه معنایی «مجموعه‌های مرتبط»، به تفکیک معلمان مقاطع ابتدایی، متوسطه و دانشجومعلمان شرکت‌کننده در پژوهش، در جدول شماره سه فراهم شده است. برای دانشجومعلمان، استفاده از استراتژی «ضرب متقابل» در هر دو شکل بازنمایی آن، در سه مورد از چهار مسأله، به‌عنوان دو اولویت نخست مشاهده می‌شود. با اختلاف قابل توجهی نسبت به سایر روش‌ها، این الگو در به‌کارگیری استراتژی ضرب متقابل، برای معلمان متوسطه اول مشاهده می‌گردد. در روند استفاده از رویّه ضرب متقابل، دانشجومعلمان، ترجیح در استفاده از بازنمایی تساوی کسرها دارند؛ امّا اکثریت معلمان متوسطه، استفاده از بازنمایی جدول تناسب را ترجیح می‌دهند. در موقعیت «تسهیم به نسبت»، دو استدلال تناسبی «درون‌نسبتی» و «واحدپردازی» در صدر انتخاب شیوه حل معلمان متوسطه اول قرار دارد. دانشجومعلمان در مورد تسهیم به نسبت، بیشترین سهم را در بین شرکت‌کنندگان، در انتخاب رویکرد «واحدپردازی» دارند. معلمان ابتدائی، در دو مسأله از این گونه معنایی، با اختلاف نسبتا زیاد نسبت به سایر روش‌ها، از «استدلال تناسبی درون‌نسبتی» استفاده کرده‌اند. در دو موقعیت دیگر، اولویّت نخست آن‌ها، «استدلال تناسبی بین نسبتی» می‌باشد. اولویت دوم این معلمان، در هر چهار موقعیت مذکور، انتخاب رویّه «ضرب متقابل» بوده است. استفاده از استدلال تناسبی «ضریب مقیاس» به‌عنوان استدلال

www.SID.ir

Archive of SID

پیچیده‌تر تناسبی، در هیچ‌کدام از موقعیت‌ها از سوی شرکت‌کنندگان در اولویت به‌کارگیری قرار نگرفت.

پاسخ به سؤال ۱-۲

توزیع درصد فراوانی برای انتخاب استراتژی‌های منجر به حل صحیح از سوی شرکت‌کنندگان در مورد گونه معنایی «جزء، جزء، کل» در جدول شماره چهار فراهم شده است. در مورد معلمان ابتدایی، در رابطه با سه مسأله ارائه شده، انتخاب «رویکرد بین نسبتی» در یک موقعیت و «رویکرد درون‌نسبتی» در دو موقعیت دیگر، به صورت قاطع، اولویت نخست آنان برای حل مسائل است و اولویت دوم آن‌ها در اقدام به حل، نوشتن «معادله جبری» است. علی‌رغم این امر، رویکرد معلمان ابتدایی در به‌کارگیری این معادله‌ها، با سایر شرکت‌کنندگان تفاوت دارد. آن‌ها با مبادرت به انجام عملیات حسابی ضرب و تقسیم در چند گام، توأم با شرح نوشتار کلامی و ترسیم اشکال، سعی در تفهیم مسأله دارند؛ اما دانشجومعلمان با نوشتن معادله جبری و تلفیق محاسبات، چنین می‌نماید که سعی در رساندن دانش‌آموز به پاسخ عددی مسأله دارند. برای دانشجومعلمان، نوشتن «معادله جبری» و رویّه «ضرب متقابل»، به‌شکل متناوب، اولویت نخست انتخاب استراتژی در حل مسائل این گونه معنایی می‌باشد. از سوی دیگر با توجه به نتایج، معلمان مقطع متوسطه، تمایلی به انتخاب رویکرد تابعی «درون‌نسبتی» ندارند و در شمار اندکی، اقدام به استفاده از استدلال تناسبی «بین‌نسبتی» نموده‌اند.

سه اولویت نخست این معلمان، در سه مسأله مذکور، به‌کارگیری استراتژی «ضرب متقابل»، اجرای «قاعده سه» و تشکیل «معادله جبری» می‌باشد. تنها رویکرد استدلال تناسبی مورد اقبال از سوی معلمان متوسطه و دانشجومعلمان، استفاده از استراتژی «واحدپردازی» به‌عنوان اولویت دوم، در پرداختن به یکی از سه مسأله بوده است. مشاهدات حاکی از آن است که به‌کارگیری استراتژی «ضریب مقیاس» از سوی شرکت‌کنندگان، در لیست اولویت‌ها قرار ندارد و بسیار اندک انجام گرفته است. نکته قابل توجه در این گونه معنایی، استفاده بیشتر «معادله جبری» نسبت به انجام رویّه «ضرب متقابل» در بین شرکت‌کنندگان می‌باشد.

پاسخ به سؤال ۱-۳

توزیع درصد فراوانی استراتژی‌های به‌کارگرفته شده از سوی شرکت کنندگان برای حل چهار مسأله مبتنی بر گونه معنایی «اندازه‌های خوب تقسیم شده»، در جدول شماره پنج فراهم شده است. پراکندگی اولویت انتخابی معلمان ابتدایی کاهش یافته است و نیز به طور میانگین ۸/۶٪ معلمان ابتدایی حداقل یکی از مسائل این گونه معنایی، را بی‌پاسخ گذاشته و یا پاسخ اشتباه داده‌اند که در قیاس با دو گونه معنایی قبل که کمتر از دو درصد بوده است، افزایش قابل توجهی دارد. برای معلمان ابتدایی، استدلال تناسبی «درون‌نسبتی» در هر چهار موقعیت، اولویت اول یا دوم انتخابی و استدلال تناسبی «بین‌نسبتی» با استفاده از بازنمایی جدول تناسبی در دو مسأله، از چهار مسأله، اولویت نخست و دوم انتخاب عملکرد می‌باشد.

جدول۲: توزیع درصد فراوانی پاسخ‌ها به موقعیت‌های غیرتناسبی

Table 2: Distribution of frequency percentage of responses to non-proportional situations

Grade	Answers	Question 7	Binomial test	Question 9		Question 13a	Binomial test	Total	
Primary teachers & prospective teachers	False	48.1	0.909	61.7	<0.01	45.7	0.720	66.7	<0.01
	True	45.7		23.5		40.7		8.6	
	No response	6.2		14.8		13.6		24.7	
Junior secondary teachers & prospective teachers	False	13.1	<0.01	45.5	0.757	27.3	<0.01	52.5	0.038
	True	83.8		49.5		63.6		32.3	
	No response	3.0		5.1		9.1		15.2	

جدول ۳: توزیع درصد فراوانی انتخاب استراتژی‌های منجر به حل صحیح در گونهٔ معنایی «مجموعه‌های مرتبط»

Table 3: The frequency percentage distribution of selecting strategies leading to the correct solution at 'associated sets' of semantic types.

Questions	Teachers	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
4	Primary	25.3	12.0	26.7	1.3	0	13.3	6.7	2.7	8.0
	Junior secondary	35.1	27.0	10.8	8.1	2.7	8.1	0	8.1	0
	Prospective	32.4	36.8	4.4	2.9	4.4	5.8	1.5	7.4	0
8	Primary	17.3	9.3	2.7	6.7	0	45.3	12.0	2.7	0
	Junior secondary	16.2	13.5	8.1	0	0	27.0	18.9	8.1	5.4
	Prospective	10.3	16.2	0	0	0	16.2	26.5	4.4	20.6
15	Primary	22.7	13.3	16.0	2.7	0	36.0	6.7	0	2.7
	Junior secondary	29.7	27	5.4	0	8.1	13.5	10.8	5.4	0
	Prospective	20.5	36.8	4.4	7.3	17.6	7.4	0	0	5.9
16	Primary	16	10.7	26.7	9.3	0	24.0	5.3	5.3	0
	Junior secondary	45.9	27.0	5.4	5.4	0	8.1	5.4	2.7	0
	Prospective	35.4	44.1	0	0	13.2	0	7.4	0	3.0

www.SID.ir

Archive of SID

تمایل معلمان ابتدایی به اتخاذ رویکرد «واحدپردازی» در این گونه معنایی چشمگیر است؛ به‌گونه‌ای که در سه موقعیت از چهار مورد این گونه معنایی، این استراتژی در ردیف سه اولویت نخست آن‌ها قرار دارد. رویکرد «واحدپردازی» و انجام رویّه «ضرب متقابل» در سه موقعیت از چهار مورد مذکور، به‌طور متناوب، اولویت اول و دوم معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان بوده است؛ با این تفاوت که دانشجومعلمان، رویّه ضرب متقابل را برخلاف معلمان متوسطه اول، با نمایش تساوی دو کسر، اجرا می‌کنند. استدلال تناسبی از نوع واحدپردازی، در این گونه معنایی از سوی هر سه گروه شرکت‌کننده، مورد توجه بیشتری بوده است و نیز برای نخستین بار، استدلال تناسبی «درون‌نسبتی» به‌عنوان اولویت دوم معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان در یکی از موقعیت‌های این گونه معنایی مورد توجه قرار گرفته است.

پاسخ به سؤال ۱-۴

توزیع درصد فراوانی استراتژی‌های به‌کارگرفته شده از سوی شرکت‌کنندگان برای حل سه مسأله مبتنی بر گونه معنایی «انبساط و انقباض‌ها»، در جدول شماره شش فراهم شده است. میانگین درصد پاسخ‌های سفید و اشتباه از سوی معلمان مقطع ابتدایی در پاسخ به سه مسأله این گونه معنایی، ۱۰/۷٪ می‌باشد که قابل تأمل است. پراکندگی در تنوع انتخاب استراتژی‌های شرکت‌کنندگان کاهش یافته است و در مورد معلمان ابتدائی، کاهش بیشتری مشاهده شد. استدلال تناسبی «بین‌نسبتی»، رویّه «ضرب متقابل» و نیز اقدام به استدلال تناسبی تابعی «درون‌نسبتی» اولویت اول معلمان ابتدائی در سه موقعیت این گونه معنایی می‌باشد. پرداختن به صورت‌بندی «معادلات جبری» در یکی از مسائل، اولویت دوم معلمان ابتدایی است. عدم استفاده از قاعده سه می‌تواند نمایشی از تلاش آن‌ها برای ارائه‌های مفهوم - مدار باشد. در بین دو اولویت نخست معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان، در این گونه معنایی، در توزیع فراوانی عملکرد، ترجیحی بر انتخاب دو رویکرد «درون و بین نسبتی» به‌ویژه در میان اولویت‌های نخست معلمان متوسطه اول، مشاهده نشد. انجام رویّه «ضرب متقابل» در نمایش کسری و اجرای «قاعده سه»، از اولویت‌های مشترک معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان است. به طورخاص، استفاده دانشجویان از استدلال تناسبی «ضریب مقیاس» به‌عنوان اولویت اول و دوم، در دو موقعیت از این گونه معنایی قابل توجه است.

پاسخ به سؤال پژوهش

عملکرد سه گروه شرکت‌کننده در هر یک از چهار گونه معنایی حوزه نسبت و تناسب از نقطه نظر اولویت انتخاب استراتژی، حاکی از آن است که در بین شرکت‌کنندگان، رفتار معلمان ابتدایی زمینه سوق به تفکر تناسبی را بیشتر از سایرین فراهم می‌سازد. هرگاه ساختار عددی مسائل شامل روابط اسکالری صحیح است؛ شواهد نشان می‌دهد استدلال تناسبی «درون‌نسبتی» و «بین‌نسبتی» جزو دو اولویت نخست معلمان ابتدایی در حل مسأله تناسبی از نوع مقدار مجهول است. استفاده از بازنمایی «جدول نسبت» نیز در لیست دو اولویت نخست اقدام این معلمان قرار می‌گیرد؛ اما وجود این شرایط، ترجیحی برای انتخاب این دو استراتژی از سوی معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان فراهم نساخت و لزوماً عملکرد آن‌ها را متأثر نکرد. پرداختن به الگوریتم تناسبی ضرب متقابل در مورد معلمان ابتدایی، جایگاه سوم اولویت اقدام را به خود اختصاص داد و برای معلمان متوسطه اول و دانشجومعلمان در اولویت نخست قرار گرفت. دانشجومعلمان در انتخاب بازنمایی مرتبط با این رویّه، تساوی کسرها و معلمان متوسطه اول، به‌کارگیری «جدول نسبت» را ترجیح دادند. در خصوص استفاده از رویه ضرب متقابل در حل مسائل تناسبی خاطر نشان می‌گردد؛ اقدام به استدلال ساختاری ریاضیاتی (شرح فرآیند حذف مخرج‌ها در تساوی دو کسر برای رسیدن به پاسخ)، از سوی معلمان، ورای پیوند با ماهیت تفکر تناسبی است. در دو گونه معنایی «اندازه‌های خوب تقسیم شده» و «انبساط و انقباض‌ها»، معلمان ابتدایی دشواری‌هایی در حل صحیح مسائل داشتند و تنوع انتخاب استراتژی‌ها از سوی آنان نیز کاهش یافت؛ در عین حال، تمایل آن‌ها به انتخاب استدلال‌های تناسبی افزایش یافت. دانشجومعلمان نیز در این دو گونه معنایی، به‌ترتیب تمایل بیشتری بر انتخاب رویکرد «واحدپردازی» و کسب «ضریب مقیاس» نشان دادند. در مقایسه چهارگونه معنایی با یکدیگر، به‌طور کلی، حل مسائل موقعیت «جزء، جزء، کل»، کمترین میزان بازنمایی‌های مرتبط با حوزه نسبت و تناسب و بیشترین میزان استفاده از «معادلات جبری» را در بین شرکت‌کنندگان دریافت کرده است. در میان معلمان حین خدمت هر دو مقطع، میزان استفاده از «ضریب مقیاس»، و به‌کارگیری این استراتژی، کمتر از سایر رویکردها می‌باشد. در هیچ یک از چهار گونه معنایی، ترجیحی در انتخاب معلمان ابتدایی بین دو استدلال تناسبی «درون‌نسبتی» و «بین نسبتی» مشاهده نمی‌شود؛ این در حالی است که استدلال «بین‌نسبتی» که اشاره به روش افقی انجام محاسبات جدول نسبت دارد؛ زیرگروه استدلال‌های عددی و استدلال «درون‌نسبتی» که اشاره به روش عمودی کار با جدول نسبت دارد؛ مستلزم بصیرت در مورد عدد نسبت می‌باشد و بر استدلال تابعی دلالت می‌کند؛ هرچند خاطر نشان می گردد که در اقدام به استدلال در بستر «نسبت‌های زمینه‌زدایی» شده، دو استراتژی از ارزش شناختی یکسانی برخوردار هستند.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول۴: توزیع درصد فراوانی انتخاب استراتژی‌های منجر به حل صحیح در گونهٔ معنایی «جزء، جزء، کل»

Table 4: Percentage of selecting strategies leading to correct solution of 'part, part, whole' of semantic types.

Questions	Teachers	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
	Primary	5.3	5.3	38.7	24.0	1.3	0	2.7	0	20.0
5	Junior secondary	16.2	8.1	5.4	8.1	21.6	0	18.9	0	21.6
	prospective	10.3	7.4	4.4	2.9	2.9	0	26.5	0	45.6
	Primary	18.7	5.3	8.0	4.0	0	48.0	0	2.7	10.7
12	Junior secondary	29.7	24.3	0	0	10.8	10.8	0	5.4	18.9
	Prospective	20.6	32.4	0	0	0	1.5	0	17.6	27.9
	Primary	13.3	10.7	9.3	16.0	0	30.7	0	0	18.7
13b	Junior secondary	13.5	37.8	0	10.8	18.9	0	0	0	13.5
	Prospective	23.5	19.1	5.8	10.3	0	0	1.5	17.6	22.0

جدول ۵: توزیع درصد فراوانی انتخاب استراتژی‌های منجر به حل صحیح در گونهٔ معنایی «اندازه‌های خوب تقسیم شده»

Table 5: Percentage of select strategies leading to correct solution of 'well chunked measures' of semantic types.

Questions	Teachers	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
	Primary	34.7	9.3	4.0	1.3	0	22.7	21.3	0	0
2	Junior secondary	43.2	18.9	0	0	0	10.8	21.6	5.4	0
	Prospective	22.0	23.5	0	0	0	5.8	33.8	14.7	0
	Primary	14.7	8.0	22.7	9.3	0	20.0	17.3	1.3	2.7
3	Junior secondary	24.3	10.8	5.4	5.4	0	13.5	29.7	8.1	0
	Prospective	19.1	23.5	0	1.5	20.6	5.9	29.4	0	0
	Primary	16.0	2.7	22.7	12.0	0	28.0	0	0	9.3
11	Junior secondary	5.4	18.9	0	0	37.8	24.3	0	0	13.5
	Prospective	2.9	16.2	0	0	16.2	25.0	0	10.3	26.5
	Primary	6.7	5.3	16.0	16	0	20.0	21.3	0	0
14	Junior secondary	10.8	27.0	0	13.5	10.8	5.4	24.3	0	5.4
	Prospective	19.1	23.5	0	1.5	22.0	0	22.0	2.9	8.8

جدول۶: توزیع درصد فراوانی انتخاب استراتژی‌های منجر به حل صحیح در گونهٔ معنایی «انبساط و انقباض ها»

Table 6: Distribution of frequency percentage of selecting strategies leading to correct solution of 'stretchers& shrinkers' of semantic types.

Questions	Teachers	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
	Primary	14.7	6.7	32.0	22.7	0	0	0	0	13.3
1	Junior secondary	5.4	29.7	10.8	16.2	21.6	0	0	8.1	0
	Prospective	11.8	41.2	7.4	10.3	23.5	0	0	4.0	0
	Primary	21.3	0	16.0	14.7	0	17.3	0	4.0	12.0
6	Junior secondary	18.9	27.0	5.4	13.5	5.4	16.2	0	10.8	0
	Prospective	17.6	36.8	0	7.4	14.7	2.9	0	19.1	0
	Primary	10.7	6.7	6.7	2.7	0	45.3	0	0	21.3
9	Junior secondary	10.8	27.0	0	18.9	29.7	5.4	0	0	1.8
	Prospective	5.8	14.7	0	0	17.6	13.2	0	36.8	11.8

نتیجه‌گیری

مطالعه انواع استراتژی‌های منجر به حل صحیح مسائل تناسبی در فعالیت حل مسأله معلمان، در قیاس با حجم دانش پداگوژی محتوای حوزه نسبت و تناسب، به مثابه نوک یک کوه یخ شناور می‌باشد. در بین پژوهش‌های داخلی، بررسی برنامه‌های توسعه حرفه‌ای در خصوص اشاعه به‌کارگیری استراتژی‌های استدلالی تناسبی در فعالیت حل مسائل تناسبی، حوزه مورد بحث قرار نگرفته‌ای است. بررسی نخست، در رابطه با تشخیص موقعیت‌های غیرتناسبی، نشان می‌دهد مشخصه‌های سطحی مسأله، اعم از داشتن ساختار مشابه با مسائل کلامی تناسبی از نوع مقدار مجهول، که در آن سه مقدار داده معلوم ارائه می‌شود و حاصل داده چهارم در قالب مجهول مطالبه می‌شود و نیز ماهیت مضرب صحیح ساختار عددی، در این نوع مسائل، می‌تواند به‌عنوان عواملی معرفی شود که انگیزه گمراه‌کننده استفاده از استراتژی‌های حل مسائل تناسبی را افزایش می‌دهد. نتایج تحلیل کیفی فعالیت آموزشی حل مسأله معلمان، نشان داد که معلمان ابتدائی در مقایسه با سـایر شرکت‌کنندگان در هر چهار گونه معنایی، گرایش بیشتری به اتخاذ استراتژی‌های مبتنی بر استدلال تناسبی از نوع رویکردهای «درون‌نسبتی و بین نسبتی» داشتند. هرچند استراتژی‌های پیچیده‌تر استدلال تناسبی شامل تعیین نرخ واحد (واحدپردازی) و محاسبه‌ی ضریب مقیاس، کمترین میزان به‌کارگیری را از سوی معلمان ابتدائی در مقایسه با سایر شرکت کنندگان داشت. در عین حال، معلمان ابتدائی تلاش بیشتری برای ارائه‌ای مفهومی از طریق بازنمایی‌های مرتبط از جمله ترسیم‌ها و نوشتار کلامی در استفاده از معادلات برای حل این مسائل داشتند. ترجیح معلمان ریاضی متوسطه اول و دانشجومعلمان هردو مقطع، در به‌کارگیری استراتژی‌های رویّه مدار در هر چهارگونه معنایی مشهود بود. معلمان متوسطه بیشترین گرایش را در استفاده از رویّه «قاعده سه» و دانشجومعلمان هر دو مقطع بیشترین میزان استفاده از «معادله جبری» را فارغ از پرداختن به بازنمایی‌های مرتبط با سازه نسبت و تناسب داشتند. تحقیقات بیشتری لازم است تا معلوم شود آیا این دسته از شرکت‌کنندگان، دست کم، درکی از پایه‌های مفهومی الگوریتم‌های تناسبی که مورد استفاده قرار می‌دهند را در تدریس کلاسی توسعه

www.SID.ir

Archive of SID

داده‌اند یا خیر (استدلال ساختاری ریاضیاتی). معلمان ریاضی متوسطه اول در اجتناب از استدلال‌های تناسبی و با گرایش و اتکا به اجرای الگوریتم تناسبی، در انتخاب استراتژی در مقایسه با دو گروه دیگر، تأثیرپذیری اندکی، از زمینه مسائل ارائه شده داشتند. دانشجومعلمان در مسائل گونه معنایی اندازه‌های خوب قطعه بندی شده، اولویت بیشتری نسبت به سایر گونه‌ها، بر انجام استدلال تناسبی در نظر می‌گیرند. برای آن‌ها «واحدپردازی» و به‌دست آوردن «ضریب مقیاس» نسبت به سایر استراتژی‌ها در اولویت قرار دارد. منشأ این رفتار در قبال گونه معنایی «اندازه‌های خوب تقسیم شده» می‌تواند با ماهیت متغیرهای فشرده از نوع نرخ‌ها، که در این گونه معنایی مطرح هستند، در ارتباط باشد. اقتضای رویکرد مطلوب پداگوژی این است که شیوه‌هایی که در آن دست‌یابی به پاسخ عددی، انتظار آموزشی را برآورده می‌سازد؛ با مواردی جایگزین شود که دانش‌آموز به‌واسطه فعالیت‌های آموزشی مبتنی بر موقعیت و زمینه‌های مختلف، مفهوم تناسب را در تغییر و نوسان دو کمّیت مرتبط با یکدیگر درک کند و در کشف مداوم رابطه تابع خطی بین دو کمّیت، در گونه‌های معنایی متفاوت مورد حمایت واقع شود. نتایج این بررسی فرصت و نیاز به انجام بررسی‌های مدون در جهت شناخت بیشتر واقعیت موجود و رابطه آن با نیازها برای توسعه استدلال تناسبی نزد فراگیران را متذکّر می‌شود.

مشارکت نویسندگان

نسیم اصغری: مسئول طرح موضوع پژوهش، اجرا، گردآوری داده ها. اجرای تحلیل آماری، استخراج یافته ها و تحلیل.

افسانه پورنگ: مسئول طرح موضوع پژوهش ،اجرا، گردآوری داده ها، اجرای تحلیل آماری، استخراج یافته ها و تحلیل.

احمد شاهورانی سمنانی: ناظر بر کیفیت و ویراستاری علمی پژوهش.

تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از رساله دکتری در گرایش آموزش ریاضی به شماره ثبت ۱۰۱۳۰۱۱۱۹۸۱۰۰۳ مورخه دوازدهم آذر ۱۳۹۶ دانشگاه آزاد واحد تهران مرکز می‌باشد.

نویسندگان این مقاله از جناب دکتر مسعود کبیری عضو هیأت علمی دانشگاه شهید رجایی به جهت قبول زحمت مشاور علمی سپاسگزار هستند.

تعارض منافع

«هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.»

منابع و مآخذ

[1] Karplus R, Pulos S, Stage EK. Early adolescents' proportional reasoning on rate problems. *Educational Studies in Mathematics.* 1983; 14(2) 219–233.

[2] PittaPantazi D, Christou C. The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. (CERME): 2009 28th-February: Lyon, France.

[3] National Council of Teachers of Mathematics. Research Brief: Teaching Ratio and Proportion in the Middle Grades.

[4] Lobato J. Middle School Teachers' knowledge of Proportional Reasoning for Teaching. Research Association. The Symposium, Extending, Expanding, and Applying the Construct of Mathematical Knowledge for Teaching at the Annual Meeting of the American Educational Research Association: 2011 July12-13: New Orleans.

[5] National Council of Teachers of Mathematics. Principles and standards for school mathematics.

[6] Lamon SJ. Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Mathematics Education Research*. 1993; 24(1): 41-61.

[7] Asghari N. [Developing a model to enhance elementary teachers, ability to foster functional thinking and algebraic resoning in elementary students]. *Journal of the theory and practice in curriculum.* 2014; 2(3): 141-162.Persian.

[8] Son J. How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*. 2013; 84: 49-70.

[9] Lobato J, Ellis A. B. *Essential understandings: Ratios, proportions, and proportional reasoning.* Reston: NCTM publishing; Third printing; 2011.

[10] Ruiz Ledesma E F. Activities to learn the Proportion Concept Using Technology. *International Review of Social Sciences and Humanities.* 2013; 5(1), 175-184.

[11] Shield M, Dole S. *Investigating Textbook Presentation of Ratio and Proportion.* Paper presented at the 25th Annual Conference of the Mathematics Education. Australasia: 2002 July 11-14: Auckland, Sydney.

[12] Hill H, C., Ball D L, Schilling S G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic - specific knowledge of students. *Research in Mathematics Education.* 2008; 39(4):372-400.

[13] Ruiz Ledesma EF. Primary and secondary teachers' knowledge interpretation and approaches to students' errors about ratio and proportion topics. *Creative Education*. 2011; 2(3): 264-269.

[14] Lim K H. Burning the candle at just one end: Using nonproportional examples helps students determine when proportional strategies apply. *Mathematics Teaching in the MiddleSchool.* 2009; 14(2): 492–500.

[15] Cramer K, Post T. Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*. 1993; 86(5): 404–407.

www.SID.ir

Archive of SID

[16] Lamon S J. The development of Unitizing: Its' role in children 's partitioning strategies. *Research in Mathematics Education.* 1996; 27(2):170-193.

[17] Thompson A G, Thompson P W. Talking about rates conceptually, Part II: Mathematical knowledge for teaching. *Research in Mathematics Education*.1996; 27(1): 2-24.

[18] Smith J. The development of students' knowledge of fractions and ratios. In: Litwiller G. Bright k. (eds.) Making sense of fractions, ratios, and proportions. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 2002. P. 1-3.

[19] Lesh R, Post T, Behr M. Proportional reasoning. In Hiebert J, Behr M. (eds.) *Number concepts and operations in the middle grades.* Reston; VA: Lawrence Erlbaum, NCT M; 1988. p. 93-118.

[20] Van Dooren w, De Bock D, Evers M, Verschaffer L. *Pupils' overuse of proportionality on missing value problems: How numbers may change solutions.* Paper presented at the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: 2006 July 16-21: Prague.

[21] Verganud G. Theory of Conceptual Fields. *Human Development.* 2009; 52(3):83-94.

[22] Brendenfur J L. Connecting elementary teachers' mathematical knowledge to their instructional practices. *The Researcher.* 2008; 21(2):1–18.

[23] Lamon S J. Rational numbers and proportional reasoning. *Research on Mathematics Teaching and Learning*. 2007; 45(11): PP.629–667.

[24] Artut P D Pelen M S. 6th grade gtudents' golution gtrategies on proportional reasoning problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences.* 2015; 197(11): 113 – 119.

[25] Ruiz Ledesma E F, Valdemoros Alvarez M E. *Connection between qualitative and quantitative thinking about proportion: The case of Paulina*. Paper presented at the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: 2004 July 14-18: Bergen, Norway.

[26] Ben-Chaim D, Keret Y, Ilany, B. *Ratio and proportion*. Rotterdam: Sense Publishing; 2012.

[27] Clark M R, Berenson S B, Covey L.A, Comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *Mathematical Behavior.* 2003; 11(22): 297-317.

[28] Cramer K, Post T. Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*. 1993a; 86(5): 404-407.

[29] Miller J L, Fey J T. Proportional reasoning, mathematics. *Teaching in the Middle School.* 2000; 15(5): 310-313.

[30] Linchevski L, Olivier A, Sasman M, Liebenberg R. *Moments of conflict and moments of conviction in generalizing*. Paper presented in the 22th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME): 1998 July12-17: Stellenbosch, South Africa.

معرفی نویسندگان

AUTHOR(S) BIOSKETCHES

نسیم اصغری دکتری آموزش ریاضی، عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز می‌باشند. حوزه پژوهشی ایشان تفکر جبری، مدل‌سازی ریاضی. آموزش و توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان ریاضی می‌باشد.

Asghary, N. Assistant Professor, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

nas.asghari@iauctb.ac.ir

افسانه پورنگ دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه آزاد واحد تهران مرکز می‌باشند. وی مقطع کارشناسی ریاضی محض را در دانشگاه خوارزمی و مقطع ارشد را در دانشگاه آزاد واحد علوم تحقیقات تهران گذرانده است. حوزه پژوهشی ایشان توسعه حرفه ای معلمان می‌باشد.

Poorang, A. PhD student, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

afs.poorang.sci@iauctb.ac.ir

احمد شاهورانی سمنانی پدر آموزش ریاضی ایران، دارنده مدرک کارشناسی ریاضی دانشگاه تهران، کارشناسی ارشد ریاضی دانشگاه تربیت معلم. دکتری آموزش ریاضی از دانشگاه سامپتون انگلستان می باشند. ایشان بازنشسته دانشگاه شهید بهشتی و عضو هیأت علمی سازمان مرکزی دانشگاه آزاد اسلامی با بیش از سی مقاله ISI، ISC و علمی پژوهشی داخلی و خارجی می‌باشند.

Shahvarani Semnani, A. Professor, Science and Research Branch Islamic Azad University Tehran. Iran

ah.shahvarani@iauctb.ac.ir

Citation (Vancoure): Poorang A, Asghary N, Shahvarani Semnani A.[Investigating teachers and prospective teachers' pedagogical content knowledge in the field of proportional reasoning with focus on their problem solving activities on semantic types]. *Tech. Edu. J. 2021; 15(2): 249-260*

http://dx.doi.org/10.22061/tej.2020.5939.2311

COPYRIGHTS

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

www.SID.ir