مجله پژوهش‌های حسابداری مالی
سال دوم، شماره چهارم، شماره پیاپی (۶)، زمستان ۱۳۸۹
تاریخ وصول: ۱۳۸۸/۹/۱۱
تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۹/۱۵
صص ۱۸۶ -۱۷۳

بررسی وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران و ارزیابی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر می‌گیرند

سعید شعرایی* و محسن ثنائی اعلم[1]**
* دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه سمفی (Cemfi) اسپانیا
** کارشناس ارشد اقتصاد (گرایش مالی) دانشگاه صنعتی شریف

چکیده:

طی دهه گذشته، فرآیندهای با حافظه بلند مدت، بخش مهمی از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی را به خود اختصاص داده‌اند. وجود حافظه بلند مدت در بازده دارایی‌ها کاربردهای مهمی در بررسی کارایی بازار، قیمت‌گذاری اوراق مشتقه و انتخاب سبد دارایی دارد. در این تحقیق، ابتدا وجود حافظه بلند مدت در سری زمانی بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بررسی شده است. نتایج آزمون‌های آماری، وجود حافظه بلندمدت را در بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران تا سطح اطمینان بالایی تایید می‌کنند. در ادامه، دقت پیش‌بینی مدل‌هایی که ویژگی حافظه بلندمدت را در نظر نمی‌گیرند، ARMA و GARCH، با مدل‌های مشابهی که این ویژگی را درنظر می‌گیرند، ARFIMA و FIGARCH، به روش پنجره غلتان در بازه‌های زمانی مختلف مقایسه شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد مدل نسبتا ساده ARMA، در مقایسه با سایر مدل‌ها، بهتر می‌تواند بازده یک روز بعد شاخص را پیش‌بینی کند؛ اما در پیش‌بینی بازده شاخص برای دوره‌های هفتگی، ماهانه، فصلی و شش-ماهه، مدل FIGARCH همواره پیش‌بینی‌های دقیقتری ارایه کرده است.

واژه‌های کلیدی: حافظه بلندمدت، پیش‌بینی، بازده سهام، بورس اوراق بهادار تهران

۱- نویسنده مسؤول Mohsen_sana@yahoo.com

۱ مقدمه

حافظه بلندمدت[1] (که آن را وابستگی با دامنه بلندمدت[2] نیز می‌نامند) ساختار همبستگی مقادیر یک سری زمانی را در فواصل زمانی زیاد توضیح می‌دهد. وجود حافظه بلندمدت در یک سری زمانی، به این معنی است که بین داده‌های آن حتی با فاصله زمانی زیاد همبستگی وجود دارد. طی دهه گذشته، بخش مهمی از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی به فرآیندهای با حافظه بلندمدت معطوف شده است.

وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها، جنبه‌های تئوریک و کاربردی مهمی دارد. نخست، از آن‌جا که حافظه بلندمدت شکل خاصی از دینامیک غیرخطی است، مدل‌سازی آن با استفاده از روش‌های خطی امکان‌پذیر نیست و ما را به توسعه و استفاده از مدل‌های قیمت‌گذاری غیرخطی ترغیب می‌کند. دوم، با وجود حافظه بلندمدت، قیمت‌گذاری اوراق مشتقه با استفاده از روش‌های سنتی مناسب نخواهند بود (یاجیما، ۱۹۸۵) [۴۰]. در نهایت، از آن‌جا که حافظه بلندمدت موجب وابستگی بازده آینده دارایی با بازده‌های قبلی آن می‌شود، نشان دهنده وجود پارامتری قابل پیش‌بینی در دینامیک سری زمانی است. وجود این ویژگی، دلیلی بر رد شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار است. مطابق فرضیه بازار کارا، قیمت دارایی‌ها نباید با استفاده از داده‌های گذشته قابل پیش‌بینی باشد. وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها، بیانگر وجود خودهمبستگی میان مشاهدات با فاصله زمانی زیاد است. بنابراین، می‌توان از بازده‌های گذشته به منظور پیش‌بینی بازده آینده استفاده نمود که این امر امکان استفاده از یک استراتژی سوداگرایانه سودآور را فراهم می‌کند.

این تحقیق دو هدف را دنبال می‌کند: نخست، بررسی وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، و دوم، ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را در نظر نمی‌گیرند، در مقایسه با مدل‌های مشابهی که این ویژگی را درنظر می‌گیرند.

۱.۱ پیشینه تحقیق

تحقیقات تعددی برای بررسی وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌های مالی انجام شده است. مندلبروت (۱۹۷۱) [۳۰] اولین کسی بود که ایده وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها را مطرح کرد. گرین و فیلیتز (۱۹۷۷) [۲۲] با استفاده از آماره R/S کلاسیک، بازده روزانه شاخص بورس نیویورک را مطالعه کردند و شواهدی قوی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در آن یافتند. لو (۱۹۹۱) [۲۷] نتایج تحقیقات آن دو را با استفاده از آماره R/S تعدیل-شده[3] مورد تردید قرار داد و رد کرد. وی آماره R/S را طوری تغییر داد که این آماره دینامیک حافظه کوتاه‌مدت را نیز در نظر می‌گرفت. او نتیجه گرفت که شواهد روشنی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص بورس نیویورک وجود ندارد.

کراتو و دلیما (۱۹۹۴) [۱۲] با استفاده از روش GPH که توسط جویک و پورتر-هاداک (۱۹۸۳) [۱۸] ابداع شده بود، وجود حافظه بلندمدت را در شاخص سهام بورس نیویورک بررسی کردند و این ویژگی را هم در بازده و هم در واریانس شرطی آن

1. Long Memory
2. Long-range dependence
3. Modified R/S statistics

تایید کردند. بارکولاس و باوم (۱۹۹۶) [۵] حافظه بلندمدت را در بازده شاخص داوجونز و سهام تعدادی از شرکت‌های زیرمجموعه آن آزمودند. اگرچه آن‌ها شواهدی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در این شاخص نیافتند، ولی در بازده پنج شرکت حافظه بلندمدت و در بازده سه شرکت، حافظه میان-مدت مشاهده کردند. این شواهد نشان می‌داد که اگرچه بازده شرکت‌ها حافظه بلندمدت دارند، ولی اثر آن در شاخص، به دلیل تلفیق، از بین می‌رود.

کراتو و ری (۱۹۹۶) [۱۳] قابلیت مدل ARFIMA[1] را در مدلسازی سری‌های زمانی با حافظه بلندمدت بررسی کردند. آنها نتیجه گرفتند که اگر بتوان ساختار مدل ARFIMA(p,d,q) را از روی سری زمانی به درستی و دقت بالا تعیین نمود، این مدل ابزار بسیار مناسبی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی با حافظه بلندمدت است؛ ولی در عمل میزان موفقیت در انتخاب مدل صحیح ARFIMA بسیار پایین است. آنها تاکید کردند که استفاده از مدل ARFIMA نیازمند دقت زیادی در برآورد ضرایب است، لذا به طور کلی، با درنظر گرفتن مشکلات برآورد ضرایب مدل ARFIMA، مدل ARMA[2] نتایجی قابل رقابت با آن ارایه می‌کند. آنها پیشنهاد کردند با توجه به سادگی مدل ARMA، استفاده از مدل ARFIMA تنها زمانی منطقی است که مشاهدات سری زمانی مورد بررسی زیاد و سری قویاً پایدار است.

برگ (۱۹۹۸) [۷] وجود حافظه بلندمدت را در بازده روزانه، هفتگی و ماهانه شاخص سهام بورس سوئد با استفاده از روش‌های R/S تعدیل‌شده، تست GPH و مدل ARFIMA آزمود. روش‌های R/S تعدیل‌شده و ARFIMA بیانگر عدم حافظه بلندمدت در بازده شاخص بورس سوئد بود و آزمون GPH وجود حافظه بلندمدت را تنها در بازده ماهانه تایید می‌کرد. رایت (۱۹۹۹) [۳۹] نیز شواهدی مبنی بر وجود حافظه بلندمدت در بازارهای نوظهور کره جنوبی، فیلیپین، یونان، شیلی و کلمبیا یافت.

گرو-کارلیس (۲۰۰۰) [۲۱] رفتار بازده روزانه پنج شاخص سهام داوجونز، FTSE ، NIKKEI و شاخص سهام بورس مادرید (IGBM) را مطالعه کردند. ایشان برای بررسی وجود حافظه بلندمدت از آزمون‌های R/S، R/S تعدیل‌شده، آزمون GPH و همچنین تخمین حداکثر درست‌نمایی ARFIMA استفاده کردند و شواهد ضعیفی از وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازده یافتند، ولی تحقیقات آنها بر روی توان دوم و همچنین قدرمطلق بازده بیانگر وجود شواهد قوی از ماندگاری نوسانهای بود.

اولان (۲۰۰۲) [۳۳] با استفاده از روش‌های پارامتریک و نیمه‌پارامتریک، وجود حافظه بلندمدت را در بازده نه شاخص سهام بین‌المللی بررسی کرد و شواهدی از وجود حافظه بلندمدت در بازارهای آلمان، ژاپن، کره جنوبی و تایوان ارایه کرد؛ در حالی که بازارهای آمریکا، انگلستان، هنگ‌کونک، سنگاپور و استرالیا فاقد نشانه‌هایی از حافظه بلندمدت بودند.

ویلاسوسو (۲۰۰۲) [۳۸] دقت مدل‌های FIGARCH[3]، IGARCH[4] و GARCH[5] را در پیش‌بینی نوسانهای شش نرخ ارز (دلار کانادا، فرانک

1. autoregressive fractionally integrated moving average
2. autoregressive moving average

3. fractionally integrated GARH
4. integrated GARH
5. generalized autoregressive conditional heteroskedasticity

فرانسه، مارک آلمان، لیر ایتالیا، ین ژاپن و پوند انگلیس در مقابل دلار آمریکا) مقایسه کرد. او پیش-بینی نوسانهای را برای بازه‌های زمانی ۱-، ۵- و ۱۰-مرحله (روز) جلوتر انجام داد و با استفاده از معیار میانگین توان دوم خطا (MSE) و میانگین قدرمطلق خطا (MAE) دقت مدل‌ها را با هم مقایسه کرد. نتایج این تحقیق نشان می‌داد که دقت پیش‌بینی مدل FIGARCH در تمامی دوره‌های زمانی نسبت به دو مدل دیگر بیشتر است و لذا نتیجه گرفت که استفاده از مدل FIGARCH نتایج پیش‌بینی را به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌بخشد.

مان (۲۰۰۳) [۲۸] عملکرد مدل‌های ARMA با مرتبه پایین و ARFIMA را با یکدیگر مقایسه کرد. او نتیجه گرفت در صورتی‌که مایل به پیش‌بینی کوتاه-مدت باشیم، مدل ARMA قادر به پیش‌بینی مناسب و قابل رقابت با مدل ARFIMA خواهد بود و زیان کارایی [1] این مدل ناچیز است، اما هنگامی که قصد داریم پیش‌بینی‌های بلندمدت انجام دهیم، مدل ARMA از دقت کمتری برخوردار بوده، لذا لازم است احتیاط بیشتری به خرج دهیم.

در تحقیقاتی که تاکنون به آنها اشاره شده، شواهد کمی مبنی بر مفید بودن مدل‌های حافظه بلندمدت برای پیش‌بینی سری‌های زمانی ارایه شده است. اما بهاردواج و سوانسون (۲۰۰۴)[۸] مطالعه جامعی در خصوص قابلیت پیش‌بینی مدل‌های حافظه بلندمدت انجام دادند. آنها با استفاده از تحلیل میانگین توان دوم خطاهای تخمین [2](MSFE)، آزمون دقت پیش‌بینی دیبولد و ماریانو و آزمون دقت پیش‌بینی کلارک و مک‌کراکن، دقت پیش‌بینی مدل‌های مختلف سری زمانی را در دوره‌های زمانی مختلف (۱-روز جلوتر، ۱-هفته جلوتر، ۱-ماه جلوتر، ۶-ماه جلوتر و ۱-سال جلوتر) با استفاده از روش پنجره غلتان [3] و روش آزمون بازگشتی [4] بررسی کردند.

بهاردواج و سوانسون (۲۰۰۴) [۸] در تحقیقشان از تبدیلات مختلفی از بازده (قدرمطلق بازده، توان دوم بازده و لگاریتم توان دوم بازده) استفاده کردند تا از تاثیر این تبدیلات بر نتایج تحقیق جلوگیری شود. داده‌های این تحقیق شامل شاخص‌های S&P500، FTSE100، DAX، NIKKEI225 و Hang Seng و همچنین ۲۱۵ متغیر کلان اقتصادی ماهیانه ایالات متحده بود. آن‌ها پنجره غلتانی به اندازه نیمی از داده‌ها تشکیل داده، در هر مرحله ضرایب کلیه مدل‌های مورد بررسی را با استفاده از داده‌های انتخاب شده محاسبه نمودند و با حرکت پنجره به جلو، ضرایب مدل را به روز کردند. سپس با استفاده از بهترین مدل تعیین شده در هر مرحله اقدام به پیش‌بینی سری نمودند و مقادیر پیش‌بینی شده را با مقادیر واقعی برای هر یک از مدل‌ها مقایسه کردند.

بهاردواج و سوانسون، درنهایت به این نتیجه رسیدند که در تخمین فرآیند تولید داده‌ها برای دوره-های زمانی طولانی‌مدت، مدل ARFIMA معمولاً بسیار بهتر از مدل‌های AR، ARMA، ARIMA، گام تصادفی و GARCH عمل می‌کند. این موضوع برای سری‌های با مشاهدات زیاد برجسته‌تر بود؛ ضمن اینکه نتایج روش‌های مختلف برآورد پارامتر d برای سری‌های زمانی با تعداد مشاهدات زیاد بسیار نزدیک به هم بود، در حالی‌که برای سری‌های با تعداد مشاهدات کم، همچون سری زمانی داده‌های کلان

1. efficiency loss
2. Mean square forecast errors
3. Rolling analysis
4. Backtesting

اقتصادی، خطای پیش‌بینی پارامتر d زیاد بـود و تـاثیر زیادی بر دقت پیش‌بینی مدل ARFIMA داشت.

عرفانی (۱۳۸۷) [۱] وجود حافظه بلندمدت را بـا استفاده از سـه روش در شـاخص کـل بـورس اوراق بهادار تهران ارزیابی کرد کـه نتـایج هـر سـه آزمـون، وجود حافظه بلندمدت را تایید می‌کرد. وی در تحقیق دیگـری (۱۳۸۸) [۲] دقـت پـیش‌بینـی مـدل‌هـای ARFIMA را با مدل‌های ARIMA مقایسـه کـرد و به این نتیجـه رسـید کـه دقـت مـدل ARFIMA در پیش‌بینی بازده بازده شاخص بیشتر است.

کشاورز و صـمدی (۱۳۸۸) [۳] تلاطـم (گشـتاور دوم بازده) شاخص بورس تهران را با استفاده از چند مدل از خانواده GARCH مدل‌سازی و سپس دقـت آنها را در تخمـین ارزش در معـرض خطـر [۱] مقایسـه کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌داد کـه در سـطوح اطمینان متفاوت برای تخمین ارزش در معرض خطر، مدل‌های مختلف نتایج متفاوتی می‌دهنـد، ولـی مـدل FIGARCH در سـطح معنـی‌داری ۲/۵٪ بهتـرین عملکرد را در میان مدل‌های GARCH داشت.

پرسش‌ها و فرضیه‌های تحقیق

این تحقیق به دنبال پاسخ‌گویی به دو سؤال است: (۱) آیا بازده و نوسانهای بازده شـاخص کـل بـورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت هسـتند؟ و (۲) آیا دقت پیش‌بینی بازده شاخص کل بورس اوراق بهـادار تهـران بـا اسـتفاده از مـدل‌هـایی کـه حافظـه بلندمدت را درنظـر مـی‌گیرنـد، بیشـتر از مـدل‌هـای مشابهی است که حافظـه بلندمـدت را درنظـر نمـی-گیرند؟ فرضیه‌های این تحقیق عبارتند از: (۱) بازده و نوسانهای بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت است؛ و (۲) دقـت پـیش‌بینـی بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را درنظر مـی‌گیرنـد، بیشتر از مدل‌هایی است که حافظه بلندمدت را درنظر نمی‌گیرند.

۲ روش تحقیق

برای پاسخ‌گـویی بـه سـؤال اول، وجـود حافظـه بلندمدت در گشـتاورهای اول و دوم بـازده شـاخص کل بورس تهران با استفاده از (۱) آمـاره R/S تعـدیل شده و (۲) آزمون GPH کـه در بخـش ۲-۱ معرفـی شده‌اند، آزمون شده است. برای پاسخگویی به سـؤال دوم، مدل‌های ARMA و GARCH به عنوان مدل-هایی که حافظـه بلندمـدت را درنظـر نمـی‌گیرنـد، و مـدل‌هـای ARFIMA و FIGARCH بـه عنـوان مدل‌هایی که حافظه بلندمـدت را درنظـر مـی‌گیرنـد، انتخاب شده‌اند و مراحل ذیل بـرای هـر یـک از ایـن مدل‌ها جداگانه انجام شده است. برای مـدل‌سـازی و پیش‌بینی بـازده توسـط هـر مـدل، از ۲۷۱۴ مشـاهده موجود در جامعه آماری مورد بررسی، پنجـره غلتـانی به اندازه ۲۲۰۰ مشاهده تشـکیل شـده اسـت. سـپس مرتبه و پارامترهای مجهـول مـدل مـورد بررسـی، بـا استفاده از ۲۲۰۰ مشاهده اولیه تعیین شده و بر اساس آن بـازده شـاخص بـرای دوره زمـانی ۱-، ۵-، ۲۰-، ۶۰- و ۱۲۰-مرحله جلوتر پیش‌بینی شـده اسـت. بـا حرکت پنجره غلتان بـه میـزان یـک مشـاهده، مرتبـه پارامترهای مدل بر اساس بهترین برازش دوباره تعیین شده و با استفاده از آن، پیش‌بینی در دوره‌های زمـانی مذکور دوباره صورت گرفته و این عمل تا اتمام کلیـه ۲۷۱۴ مشاهده موجود در تحقیـق، ۵۱۵ مرتبـه تکـرار

1 Value at Risk (VaR)

شده است. در نهایت، با استفاده از معیار میانگین توان دوم خطاها (MSE[1]) دقت پیش‌بینی هر مدل برآورد شده و مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

ادامه این بخش به این صورت تنظیم شده است. در بخش ۲-۱ آزمون‌های آماری حافظه بلندمدت ارایه شده است. در بخش ۲-۲ مدل‌های ARMA و GARCH به‌طور اجمالی معرفی شده‌اند که کاربرد زیادی در مدلسازی دینامیک بازده دارایی‌ها دارند، اما امکان مدلسازی حافظه بلندمدت را ندارند. در بخش ۲-۳ نیز مدل‌های ARFIMA و FIGARCH معرفی شده‌اند. این مدل‌ها توسعه یافته مدل‌های ARMA و GARCH هستند، به گونه‌ای که می‌توانند حافظه بلندمدت را مدل کنند. در نهایت، جامعه آماری و نمونه مورد مطالعه در بخش ۲-۴ معرفی شده‌اند.

۱.۲ آزمون‌های آماری حافظه بلندمدت

با توجه به خواص سری‌های زمانی با ویژگی حافظه بلندمدت، آزمون‌های مختلفی برای تشخیص وجود حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی ارایه شده است. در این بخش به معرفی آماره R/S و آزمون GPH می‌پردازیم.

۱.۱.۲ آماره R/S

یکی از بهترین آزمون‌های تشخیص حافظه بلندمدت، آزمون دامنه مقیاس‌بندی شده[2]، یا به شکل ساده آماره R/S است که توسط مندلبروت و همکارانش (۱۹۶۸) [۲۹] بازتعریف شد. برای سری زمانی y_t به ازای $t = 1,2,\dots,T$، آماره R/S به صورت ذیل تعریف می‌شود:

(۱-۳)

$$Q_T = \frac{1}{s_T}\left[\max_{1\le k\le T}\sum_{j=1}^{k}(y_j-\bar{y}) - \min_{1\le k\le T}\sum_{j=1}^{k}(y_j-\bar{y})\right]$$

که $\bar{y} = 1/T\sum_{i=1}^{T} y_t$ و $s_T = \sqrt{1/T\sum_{i=1}^{T}(y_t-\bar{y})^2}$ اگر y_t متغیر تصادفی نرمال i.i.d. باشد:

(۲-۳)

$$\frac{1}{\sqrt{T}}Q_T \Rightarrow V$$

که $\Rightarrow$ به معنای همگرایی ضعیف و V دامنهٔ پل براونی[3] بر روی فواصل واحد است. لو (۱۹۹۱) [۲۷] نشان داد که آماره R/S برای وابستگی‌های با دامنه کوتاه استوار[4] نیست. به منظور نشان دادن وابستگی‌های کوتاه مدت در y_t، لو آماره R/S را به صورت زیر تعدیل کرد:

(۳-۳)

$$\tilde{Q}_T = \frac{1}{\hat{\sigma}_T(q)}\left[\max_{1\le k\le T}\sum_{j=1}^{k}(y_j-\bar{y}) - \min_{1\le k\le T}\sum_{j=1}^{k}(y_j-\bar{y})\right]$$

که انحراف معیار نمونه با توان دوم تخمین واریانس بلندمدت نیووی-وست[5] با پهنای باند[6] q جایگزین شده است. لو نشان داد در صورتی‌که y_t حافظه کوتاه مدت داشته باشد، ولی حافظه بلند مدت نداشته باشد، در این حالت نیز $\tilde{Q}_T$ به V (دامنه پل براونی) همگرا خواهد بود.

1 Mean squared error
2 Rescaled range

3 Brownian bridge
4 Robust
5 Newey-West estimate of the long run variance
6 bandwidth

۲.۱.۲ آزمون GPH

جیویک و پورتر-هادک (۱۹۸۳) [۱۸] یک روش نیمه پارامتریک را برای آزمون حافظه بلندمدت پیشنهاد کردند. آنها چگالی طیفی فرآیند انباشته جزیی y_t را به شکل زیر ارایه کردند:

(۴-۳)

$$f(\omega) = [4\sin^2(\frac{\omega}{2})]^{-d} f_u(\omega)$$

که ω فرکانس فوریه است و $f_u(\omega)$ چگالی طیفی متناسب با u_t است. شایان ذکر است که پارامتر تفاضل جزیی d را می‌توان با رگرسیون زیر تخمین زد:

(۵-۳)

$$\ln f(\omega_j) = \beta - d\ln[4\sin^2(\frac{\omega_j}{2})] + e_j \qquad , \qquad j = 1, 2, \ldots, n_f(T)$$

جیویک و پورتر-هادک با استفاده از تخمین دوره‌نگار[1] $f(\omega_j)$ نشان دادند، تخمین حداقل مربعات $\hat{d}$ با استفاده از رگرسیون فوق در نمونه‌های بزرگ توزیع نرمال دارد، اگر $n_f(T) = T^{\alpha}$ با $0 < \alpha < 1$:

(۶-۳)

$$\hat{d} \sim N(d, \frac{\pi^2}{6\sum_{j=1}^{n_f}(U_j - \bar{U})^2})$$

که در آن

(۷-۳)

$$U_j = \ln[4\sin^2(\frac{\omega_j}{2})]$$

و $\bar{U}$ میانگین نمونه U_j، $j = 1, \ldots, n_f$ است.

تحت فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت (d=0)، آماره t عبارت است از:

(۸-۳)

$$t_{d=0} = \hat{d} \cdot \left(\frac{\pi^2}{6\sum_{j=1}^{n_f}(U_j - \bar{U})^2}\right)^{-1/2}$$

که دارای توزیع نرمال استاندارد است.

۲.۲ ARMA و GARCH به عنوان مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را درنظر نمی‌گیرند

دنباله تصادفی r_t را یک فرآیند ARMA(p,q) می‌نامند، چنانچه داشته باشیم:

(۹-۳)

$$r_t = \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \cdots + \phi_p r_{t-p} + \delta + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d(0, \sigma^2)$$

که در آن $\{\varepsilon_t\}$ سری نوفه سفید و p و q اعداد صحیح غیرمنفی هستند؛ ضمن اینکه ϕ_p و θ_q ضرایب مدل هستند.

بولرسلف (۱۹۸۶) [۹] برای ایجاد چارچوبی سیستماتیک در مدلسازی نوسانهای با تعمیم مدل ARMA مدل GARCH را ارایه داد که در آن واریانس شرطی ϵ_t، σ_t^2، به توان دوم پسماندها در p دوره قبلی و همچنین واریانس شرطی q دوره قبلی وابسته است. مدل GARCH(p,q) را می‌توان به شکل یک مدل ARMA(p,q) با استفاده از مربع کردن پسماندها نوشت. شکل عمومی یک مدل GARCH به‌صورت زیر است:

(۱۰-۳)

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j \sigma_{t-j}^2$$

که متشکل از سه قسمت عمده است:

- a_0 به عنوان جزء ثابت؛
- ϵ_{t-i}^2 که شامل اطلاعاتی در مورد نوسانهای از دوره‌های گذشته است و از طریق وقفه‌های توان دوم پس‌ماندهای معادله میانگین محاسبه می‌شود؛

1 Periodogram

- σ_{t-j}^2 که نشان‌دهنده واریانس دوره‌های گذشته است.

در مدل فوق کلیه ضرایب $a_i(i=0,\dots,p)$ و $b_j(j=1,\dots,q)$ مثبت فرض شده‌اند تا واریانس شرطی، σ_t^2، همیشه مثبت باشد.

۳.۲ ARFIMA و FIGARCH به عنوان مدل‌هایی که حافظه بلندمدت را درنظر می‌گیرند

مدل ARMA ارایه شده در بخش ۳-۲ را می‌توان بسط داد و مدل عمومی‌تر زیر را تعریف نمود:

(۱۱-۳)

$$\phi(L)(1-L)^d(r_t-\mu)=\theta(L)\epsilon_t$$

که $\phi(L)$ و $\theta(L)$ چندجمله‌ای‌های وقفه هستند:

(۱۲-۳)

$$\theta(L)=1-\sum_{i=1}^{p}\theta_i L^i$$
$$\phi(L)=1-\sum_{i=1}^{p}\phi_i L^i$$

با فرض اینکه ریشه‌های آن خارج از دایره واحد بوده، ϵ_t متغیر تصادفی i.i.d دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 است. در مدل فوق اگر d یک عدد صحیح مثبت باشد، این مدل ARIMA(p,d,q) اطلاق می‌شود و درصورتی‌که اجازه دهیم d به جای عدد صحیح مثبت، عدد حقیقی باشد، مدل ARIMA به مدل ARFIMA[1] تبدیل خواهد شد که دارای حافظه بلندمدت است.

همان‌طور که در مدل‌های ARFIMA رفتار کوتاه مدت سری زمانی با استفاده از پارامترهای ARMA و وابستگی بلندمدت با استفاده از پارامتر تفاضلی جزیی مدل‌سازی می‌شود، روش مشابهی در مدل‌سازی واریانس شرطی نیز وجود دارد. از آن‌جا که در یک مدل GARCH(p,q) تاثیر شوک‌ها بر واریانس شرطی با نرخ نمایی کاهش می‌یابد، مدل‌های FIGARCH(p,d,q) معرفی شدند که در آن تاثیر شوک‌ها بر واریانس شرطی به آرامی کاهش می‌یابد. عبارت (۳-۱۰) را می‌توان به سادگی به شکل زیر نوشت:

(۱۳-۳)

$$\phi(L)\epsilon_t^2=a+b(L)u_t$$

که در آن

(۱۴-۳)

$$u_t=\epsilon_t^2-\sigma_t^2$$
$$\phi(L)=1-\phi_1 L-\phi_2 L^2-\dots-\phi_m L^m$$
$$b(L)=1-b_1 L-b_2 L^2-\dots-b_q L^q$$

که در آن $m=max(p,q)$ و $\phi_i=a_i+b_i$.

حال برای اینکه امکان مدل‌سازی ماندگاری بالا و حافظه بلندمدت در واریانس شرطی فراهم شود، می‌توان عبارت (۳-۱۳) را مشابه ARMA(m,q) به فرآیند ARFIMA(m, d, q)، به صورت زیر بسط داد:

(۴۳-۳)

$$\phi(L)(1-L)^d\epsilon_t^2=a+b(L)u_t$$

که کلیه ریشه‌های $\phi(z)=0$ و $b(z)=0$ خارج از دایره واحد هستند. اگر $d=0$ باشد، عبارت فوق به یک مدل GARCH معمولی تبدیل می‌شود؛ و هنگامی که $0<d<1$، مربع پسماندهای تفاضلی جزیی، $(1-L)^d\epsilon_t^2$، از یک فرآیند ARMA(m,q) مانا تبعیت می‌کند. فرآیند فوق را می‌توان بر اساس واریانس شرطی σ_t^2 بازنویسی کرد:

---

1 Autoregressive fractionally integrated moving average

(۴۴-۳)

$$b(L)\sigma_t^2 = \omega + [b(L) - \phi(L)(1-L)^d]\epsilon_t^2$$

بالی، بولرسلف و میکلسون (۱۹۹۶) [۴] مدل فوق را FIGARCH(m,d,q) نامیدند. هنگامی که $0 < d < 1$ است، ضرایب در $\phi(L)$ و $b(L)$ دینامیک کوتاه‌مدت نوسانها را نشان می‌دهند و پارامتر تفاضلی جزیی d ویژگی بلندمدت نوسانها را مدل‌سازی می‌کند. آنها نشان دادند زمانی که $0 < d < 1$ باشد، تاثیر شوک‌ها بر نوسانهای شرطی با نرخ هذلولی کاهش می‌یابند و بنابراین، نوسانها دارای حافظه بلندمدت هستند.

۴.۲ داده‌ها

در این تحقیق، جامعه آماری عبارت از سری زمانی بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار(۱) و نمونه مورد استفاده، سری زمانی بازده شاخص مذکور در بازه زمانی ۱۳۷۶/۰۷/۰۶ الی ۱۳۸۷/۱۲/۲۸ حاوی ۲۷۱۴ داده است. مقادیر شاخص، از سایت رسمی سازمان بورس و اوراق بهادار تهران استخراج شده و سپس بازده لگاریتمی در دوره‌های موردنظر محاسبه شده است. بازده لگاریتمی مطابق تعریف برابر است با:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}}\right) \qquad (۴۵-۲)$$

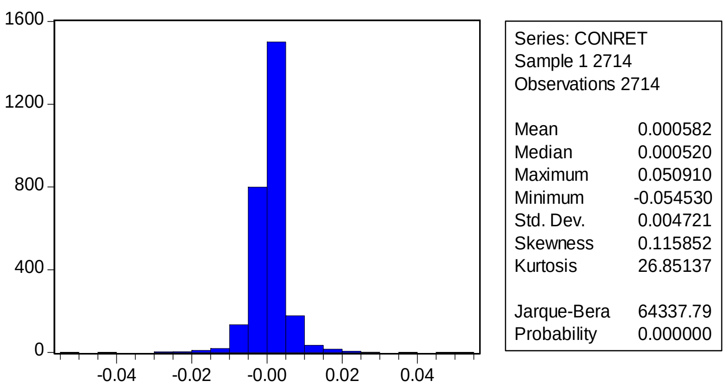
که در آن Pt نشان دهنده لگاریتم قیمت بر مبنای e است. در این تحقیق، هر جا کلمه بازده آمده، منظور بازده مرکب پیوسته یا همان بازده لگاریتمی است.

۳ یافته‌های پژوهش

یافته‌های این پژوهش در سه بخش ارایه شده است: ابتدا در بخش ۳-۱ ویژگی‌های آماری داده‌ها، شامل: آزمون نرمال بودن، مانایی و وجود اثر آرچ بررسی شده است. سپس، در بخش ۳-۲ وجود حافظه بلندمدت در گشتاور اول و دوم بازده آزمون شده است. بخش ۳-۳ نیز به نتایج مدل‌سازی و پیش‌بینی سری زمانی بازده با استفاده از مدل‌های ARMA، GARCH، ARFIMA و FIGARCH اختصاص دارد.

۱.۳ ویژگی‌های آماری داده‌ها

هیستوگرام و ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران در ذیل آمده است. همان‌طور که در نمودار ۱ مشاهده می‌شود، کشیدگی آن ۲۶.۸۵ است که خیلی بیشتر از کشیدگی تابع چگالی نرمال است. لذا منحنی آن دارای دنباله باریک و پهن و قله بلند است. همچنین، فرضیه نرمال بودن بازده قویاً رد شده است.



نمودار ۱ برخی از ویژگی‌های آماری سری زمانی بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

قبل از مدل‌سازی یک سری زمانی باید از مانا بودن آن اطمینان حاصل کرد. در سری‌های زمانی مالی معمولا نامانایی ناشی از آن است که سطح ثابتی برای بازده‌ها وجود ندارد. در ادبیات سری‌های زمانی، چنین سری زمانی نامانایی، سری زمانی نامانای دارای ریشه واحد[1] نامیده می‌شود (تسای، ۲۰۰۵) [۳۷]. به منظور آزمون ریشه واحد سری بازده از آزمون دیکی- فولر گسترش یافته[2] -که یکی از پرکاربردترین آزمون‌های وجود ریشه واحد است- استفاده شده و نتایج آن در جدول ۱ ارایه شده است(۲). در این آزمون، فرضیه صفر وجود ریشه واحد و فرضیه مقابل عدم وجود ریشه واحد در سری زمانی است. بنابراین، چنانچه آماره آزمون فاصله معناداری از صفر داشته باشد، فرضیه صفر رد می‌شود و در غیر این‌صورت فرضیه صفر را نمی‌توان رد کرد. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، مقدار p-value نزدیک به صفر برآورد شده است، بنابراین، آماره آزمون فاصله معناداری با صفر دارد و لذا فرضیه صفر؛ یعنی وجود ریشه واحد رد می‌شود.

در نمودار ۲ مقادیر تابع خودهمبستگی بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، خودهمبستگی بازده بسیار پایدار است و حتی پس از ۲۵۰ وقفه نیز مقادیر ACF به سمت صفر میل نکرده‌اند. در نمودار ۳ تابع خودهمبستگی بازده شاخص بورس تهران با یک تابع خودهمبستگی تئوریک AR مقایسه شده است. تابع خودهمبستگی تئوریک با استفاده از یک مدل AR(15) ساخته شده و برای تعیین بهترین برازش‌کننده فرآیند AR، از معیار اطلاعات آکاییک[3] AIC استفاده شده است. خودهمبستگی تئوریک یک فرآیند مانای AR با نرخ نمایی کاهش می‌یابد، لذا دارای حافظه کوتاه‌مدت است. همان‌طور که در نمودار ۳ مشاهده می‌شود، خودهمبستگی تئوریک در وقفه‌های کم منطبق بر خودهمبستگی نمونه است، ولی با افزایش وقفه‌ها، خودهمبستگی نمونه با نرخ رشد بسیار آهسته‌تری در مقایسه با خودهمبستگی تئوریک کاهش می‌یابد. هنگامی که خودهمبستگی نمونه به کندی کاهش یابد، برای مدل‌سازی سری زمانی از طریق یک فرآیند AR مانا، نیازمند پارامترهای بسیار زیادی هستیم.

به منظور بررسی خودهمبستگی سری زمانی نوسانهای بازده شاخص، ACF توان دوم بازده‌ها به ازای وقفه‌های مختلف در نمودار ۴ ترسیم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، خودهمبستگی داده‌ها تا حدود ۱۰۰ وقفه اول قابل توجه است و با افزایش بیشتر وقفه‌ها خودهمبستگی داده‌ها تقریبا محو می‌شود. با توجه به نمودار به نظر می‌رسد نوسانهای بازده شاخص بورس تهران نیز تا حدودی حافظه بلندمدت دارد. در بخش بعدی نتایج آزمون وجود حافظه بلندمدت برای سری زمانی بازده و نوسانهای شاخص کل با استفاده از روش‌های مختلف ارایه شده است.

برای بررسی وجود تلاطم خوشه‌ای[4]، آزمون ARCH-Effect نیز روی بازده شاخص انجام و نتایج آن در جدول ۲ ارایه شده است. فرضیه صفر در این آزمون، عدم ARCH-Effect است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقدار P-value صفر برآورد شده

1 Unit-root nonstationary time series
2 Argumented Dickey-Fuller (ADF)

3 Akaike information criterion
4 volatility clustering

است. لذا با اطمینان بسیار بالایی فرضیه صفر رد می‌شود. بنابراین، با اطمینان می‌توان وجود ARCH-Effect را تایید کرد.

۲.۳ نتایج آزمون حافظه بلندمدت

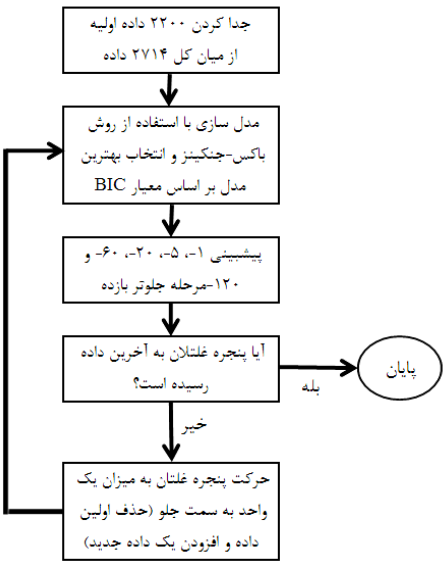
در این قسمت نتایج آزمون وجود حافظه بلندمدت به روش آماره R/S تعدیل و GPH ارایه شده است. جداول ۳ و ۴ به نتایج آزمون R/S تعدیل شده به ترتیب روی بازده و نوسانهای شاخص کل اختصاص دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، فرضیه صفر (عدم وجود حافظه بلندمدت) در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ برای هر دو سری زمانی بازده و نوسان‌های شاخص کل بورس رد شده است، لذا بر اساس این آزمون سری‌های زمانی بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت هستند.

در آزمون GPH فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. لذا، چنانچه آماره آزمون فاصله معناداری از صفر نداشته باشد، فرضیه صفر؛ یعنی عدم حافظه بلند مدت را نمی‌توان رد کرد. نتایج آزمون وجود حافظه بلندمدت به روش GPH در جداول ۵ و ۶ ارایه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص کل بورس تهران در سطح اطمینان ۹۵٪ تایید می‌شود. البته، بر اساس این آزمون، وجود حافظه بلندمدت در سطح اطمینان ۹۹٪ قابل تایید نیست. در جدول ۶ نیز نتایج آزمون GPH برای نوسانهای بازده شاخص کل بورس تهران ارایه شده است که بر اساس آن، وجود حافظه بلندمدت در نوسانهای بازده شاخص کل بورس تهران تا سطح اطمینان ۹۹٪ قابل تایید است.

۳.۳ نتایج مدل‌سازی و پیش‌بینی

به منظور مدل‌سازی و ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل ARMA، در ابتدا از میان ۲۷۱۴ داده سری‌زمانی بازده، ۲۲۰۰ داده اولیه انتخاب و پارامترهای مدل با استفاده از روش باکس- جنکینز و معیار اطلاعاتی بیزی[1] BIC تعیین شده‌اند. بر این اساس، مدلی برتر شناخته می‌شود که آماره BIC کمتری داشته باشد. سپس پنجره غلتان ۲۲۰۰ داده‌ای اولیه با افزودن داده بعدی و حذف اولین داده حرکت داده و فرآیند مدل-سازی مجدداً تکرار شده و این کار تا اتمام کلیه ۲۷۱۴ داده تحقیق ادامه یافته است.

در هر مرحله از حرکت پنجره غلتان و پس از تعیین بهترین مدل ARMA برای داده‌های آن پنجره، پیش‌بینی ۱–، ۵–، ۲۰–، ۶۰– و ۱۲۰–مرحله جلوتر بازده شاخص انجام شده است. فرآیند مذکور را می‌توان به صورت الگوریتم زیر نمایش داد:



الگوریتم فوق برای هر یک از مدل‌های GARCH، ARFIMA و FIGARCH نیز جداگانه انجام شده است.

1 Bayesian information criterion

در نهایت، به منظور ارزیابی دقت هر گونه از مدل‌ها در پیش‌بینی بازده شاخص کل، از معیار میانگین توان دوم خطاها استفاده شده است. این معیار به صورت زیر است:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

که در آن e_i خطای پیش‌بینی؛ یعنی اختلاف بازده پیش‌بینی شده از بازده تحقق یافته است و به صورت $e_i = \hat{r}_i - r_i$ محاسبه شده است. نتایج میانگین توان دوم خطاهای بازده پیش‌بینی شده در مقایسه با تحقق یافته برای مدل‌ها و دوره‌های زمانی مختلف در جداول ۷ الی ۱۰ آمده است.

مقایسه میانگین توان دوم خطای مدل‌های ARMA، GARCH، ARFIMA و FIGARCH حاکی از آن است که مدل نسبتاً ساده ARMA، در مقایسه با سایر مدل‌ها، بهتر می‌تواند بازده یک روز بعد شاخص را پیش‌بینی کند، اما در پیش‌بینی بازده شاخص برای دوره‌های هفتگی، ماهانه، فصلی و شش‌ماهه، مدل FIGARCH همواره پیش‌بینی‌های دقیقتری ارایه کرده است.

۴ نتیجه‌گیری

در این تحقیق، وجود حافظه بلندمدت در بازده و نوسانهای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از آزمون‌های R/S تعدیل و GPH بررسی شده است. نتایج آزمون R/S تعدیل‌شده، بیانگر وجود حافظه بلندمدت در بازده و نوسانهای شاخص کل بورس تا سطح اطمینان ۹۹٪ است. نتایج آزمون GPH نیز وجود حافظه بلندمدت را برای بازده شاخص تا سطح اطمینان ۹۵٪، و برای نوسانهای بازده تا سطح اطمینان ۹۹٪ تایید می‌کند. لذا با اطمینان بالایی می‌توان ادعا کرد که سری زمانی بازده و نوسانهای بازده‌شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران دارای حافظه بلندمدت هستند.

بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به چهار روش مدلسازی شده است. این چهار مدل عبارتند از: (۱) مدل ARMA که نوسانهای را i.i.d فرض کرده، حافظه بلندمدت را در نظر نمی‌گیرد؛ (۲) مدل GARCH که همبستگی نوسانهای را درنظر گرفته، ولی وجود حافظه بلندمدت را در مدل لحاظ نمی‌کند؛ (۳) مدل ARIMA جزیی یا ARFIMA که وجود حافظه بلندمدت را در سری زمانی بازده لحاظ کرده، ولی نوسانهای بازده را حول میانگین شرطی i.i.d درنظر می‌گیرد؛ (۴) مدل FIGARCH که همبستگی و وجود حافظه بلندمدت را در نوسانهای بازده حول میانگین شرطی لحاظ می‌کند. در مدلسازی بازده توسط چهار روش مذکور، پنجره غلتانی به اندازه ۲۲۰۰ مشاهده در نظر گرفته و با حرکت پنجره غلتان به جلو، در هر مرحله بهترین پارامترهای مدل بر اساس معیار BIC تعیین شده است. این فرآیند برای هر یک از چهار مدل مذکور جداگانه انجام شده است.

با حرکت پنجره غلتان به جلو و تعیین بهترین مدل‌ها، در هر مرحله بازده آینده شاخص برای دوره‌های روزانه، هفتگی، ماهانه، فصلی و شش‌ماهه پیش‌بینی شده و این عمل تا اتمام کلیه مشاهدات تکرار شده است. برای مقایسه دقت پیش‌بینی مدل‌ها از معیار میانگین توان دوم خطاها (MSE) استفاده شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که مدل نسبتا ساده ARMA، در مقایسه با سایر مدل‌ها، بهتر می‌تواند بازده یک روز بعد شاخص را پیش‌بینی کند. اما در پیش‌بینی بازده شاخص برای دوره‌های هفتگی،

ماهانه، فصلی و شش‌ماهه، مدل FIGARCH همواره پیش‌بینی‌های دقیقتری ارایه شده است.

منابع فارسی:

۱ **عرفانی، علی‌رضا**.(۱۳۸۷). بررسی حافظهٔ بلندمدت بودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران، پژوهشنامهٔ علوم انسانی و اجتماعی، سال هشتم، شمارهٔ بیست و هشتم، بهار ۸۷

۲ عرفانی، علی‌رضا.(۱۳۸۸). پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با مدل ARFIMA، تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، دورهٔ ۸۶.

۳ کشاورز حداد، صمدی، باقر.(۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH، تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، دورهٔ ۸۶.

4 *Baillie*, R. T., Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* , 3-30.

5 Barkoulas, J. T., & Baum, C. F. (253-259). Long Term Dependence in Stock Returns. *Economics Letters* , 1996.

6 Beran, J. (1995). Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter for Invertible Short and Long Memory ARIMA Models. *Journal of Royal Statistical Society Series B* , 659-672.

7 BERG, L. (1998). Short and long-run dependence in Swedish stock returns. *Applied Financial Economics* .

8 Bhardwaj, G., & Swanson, N. R. (2004). An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series. *Journal of Econometrics* , 539-578 .

9 Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* , 307-327.

10 Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. (1996). Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics* , 151-184.

11 Breidt, F., Crato, N., & De Lima, P. (1998). The detection and estimation of long memory in stochastic volatility. *Journal of Econometrics* , 325-348.

12 Crato, N., & de Lima, P. J. (1994). Long-range dependence in the conditional variance of stock returns. *Economics Letters* , 281-285.

13 Crato, N., & Ray, B. (1996). Model selection and forecasting for long-range dependent processes. *Journal of Forecasting* , 107–125.

14 Dickey, D., & Fuller, W. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* , 427-431.

15 Ding, Z., Granger, C., & Engle, R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* , 107-131.

16 Elliot, G., Rothenberg, T., & Stock, J. (1996). Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root. *Econometrica* , 813-836.

17 Engle, R., & Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric Review* , 1-50.

18 Geweke, J., & Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis* , 221-238.

19 Granger, C. (1980). Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *Journal of Econometrics* , 227-238.

20 Granger, C. W., & Joyeux, R. (1980). An introduction to long-memory time series and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis* , 15-39.

21 Grau-Carles, P. (2000). Empirical evidence of long-range correlations in stock returns . *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 396-404 .

22 Greene, M., & Fielitz, B. (1977). Long term dependence in common stock returns. *Journal of Financial Economics* , 339-349.

23 Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis.* New Jersey: Princeton University Press.

24 Hang Chan, N., & Palma, W. (2005). Estimation of Long-Memory Time Series Models: a Survey of Different Likelihood-Based Methods. *Advances in Econometrics* , 89-121.

25 Harvey, A. (1993). Long memory in stochastic volatility. *Working Paper, London School of Economics.*

26 Kwiatkowski, D., Phillips, P., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics* , 159-178.

27 Lo, A. (1991). Long term memory in stock market prices. *Econometrica* , 1279-1313.

28 Man, K. S. (2003). Long memory time series and short term forecasts. *International Journal of Forecasting* , 477-491 .

29 Mandelbrot, B. B., & Wallis, J. R. (1969). Robustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence. *Water Resources Research* , 967-988.

30 Mandelbrot, B. B. (1971). When can price be arbitraged efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models. *Review of Economics and Statistics* , 225-236.

31 McLeod, A. I., & Hipel, K. W. (1978). Preservation of the Rescaled Adjusted Range. A Reassessment of the Hurst Phenomenon. *Water Resources Research* , 491-518.

32 Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach. *Econometrica* , 347-370.

33 Olan, T. H. (2002). Long memory in stock returns: some international evidence. *Applied Financial Economics* , 725-729.

34 Phillips, P., & Perron, P. (1988). Testing for Unit Roots in Time Series Regression. *Biometrika* , 335-346.

35 Poon, S.-H., & Granger, C. W. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature* , 478–539.

36 Sowell, F. (1992). Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. *Journal of Econometrics* , 165-188.

37 TSAY, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series.* New Jersey: John Wiley & Sons.

38 Vilasuso, J. (2002). Forecasting exchange rate volatility . *Economics Letters* , 59-64 .

39 Wright, J. H. (1999). Long Memory in Emerging Market Stock Returns. *FRB International Finance Discussion Paper No. 650* .

40 Yajima, Y. (1985). On estimation of long-memory time series models. *Australian & New Zealand Journal of Statistics* , 303-320.