

مطالعه توزیع زمانی - مکانی احتمال وقوع یخندهان در استان زنجان

سیدحسین میرموسوی: استادیار اقلیم شناسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران*
مصطفی حسین‌بابایی: کارشناس ارشد اقلیم شناسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

چکیده

یخندهان یکی از پدیده‌های اقلیمی است که هر سال اتفاق می‌افتد و باعث بروز خسارات فراوانی در بخش‌های اقتصادی از جمله کشاورزی، فعالیت‌های صنعتی، حمل و نقل و خطرات جاده‌ای می‌شود. بنابراین، شناخت و مطالعه دقیق این پدیده به منظور مقابله با خسارات احتمالی آن لازم و ضروری به نظر می‌رسد. این مطالعه با هدف بررسی توزیع زمانی و مکانی وقوع یخندهان در ایستگاه‌های منتخب منطقه مورد مطالعه شامل ایستگاه‌های سینوپتیک زنجان، خرمدره، خدابنده و ایستگاه‌های کلیماتولوژی باروت آقاجی، فیله خاصه و خیرآباد در طی دوره آماری موجود بر اساس داده‌های دمای حداقل روزانه انجام گرفته است. در این مطالعه با استفاده از روش‌های توزیع نرمال، لوگ نرمال و توزیع احتمال تجمعی یکنواخت به تحلیل زمانی و مکانی احتمال وقوع شاخص‌های یخندهان (تاریخ آغاز، تاریخ خاتمه، طول فصل رشد، طول فصل یخندهان و فراوانی وقوع یخندهان) پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد به طور متوسط اولین یخندهان‌های منطقه در فصل پاییز بین ۷ مهر تا ۲۴ آبان رخ می‌دهد و میانگین تاریخ خاتمه یخندهان‌ها از ۲۰ فروردین تا ۳۰ اردیبهشت است و بیشترین میانگین تعداد روزهای وقوع یخندهان در ایستگاه خیرآباد و کمترین میانگین در ایستگاه فیله خاصه زنجان وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: یخندهان، تاریخ آغاز، تاریخ خاتمه، توزیع احتمال

یخندهان یکی از پدیده‌های مهم اقلیمی است که عبارت از تغییر دما به صفر و یا کمتر از آن است. این پدیده بسیاری از فعالیت‌ها را به طور مستقیم یا غیرمستقیم تحت تأثیر قرار می‌دهد اما بیشترین اثرات آن در سه بخش انرژی، حمل و نقل و کشاورزی است. اثرات یخندهان در بخش کشاورزی بیشتر از سایر بخش‌های (حجازی زاده و ناصرزاده، ۱۳۸۴: ۱۳۹).

در مورد یخندهان پژوهش‌های مختلفی در جهان و ایران صورت گرفته که از مهمترین آنها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

انسان و گیاهان می‌توانند در محدوده‌ی حرارتی معین رشد نمایند و تحمل پذیری آنها در مقابل دمای‌های بالا و پایین محدود است. کاهش دما از آستانه‌های حداقل گیاهان و وقوع یخندهان در جاده‌ها همه ساله خسارت‌های گسترده‌ای را به اقتصاد کشور وارد می‌کند. شناخت توزیع زمانی و مکانی و احتمال وقوع یخندهان‌ها یکی از بنیادی ترین تحقیقات اقلیم است که می‌تواند برنامه‌ریزان را به منظور کاهش خسارت‌های سرما و یخندهان راهنمایی و کمک نماید (کمالی، ۱۳۸۱: ۱۵۱).

وایلن و لبوتیلر^۳ (۱۹۸۹) در مطالعه‌ای تحت عنوان خصوصیات آماری متغیرهای تاریخ یخ‌بندان و طول فصل رشد، با استفاده از درجه حرارت حداقل روزانه ایستگاه‌های لیک سیتی و رگینا ایرپورت، به پیش‌بینی تاریخ و قوع یخ‌بندان پرداخته‌اند. برای این منظور از روش‌های آماری توزیع گوسی، پواسون، ضربی چولگی، کشیدگی، رگرسیون، همبستگی، انواع گشتاورها و نیز از آزمون خی دو جهت نیکویی برازش اعداد مربوط به تاریخ و قوع اولین و آخرین یخ‌بندان و طول فصل رشد استفاده کرده‌اند.

واتکینز^۴ (۱۹۹۱) با استفاده از مدل رگرسیون خطی پی‌برد که طول مدت فصل یخ‌بندان در حدود دو روز برای هر دهه کاهش یافته است که این کاهش را می‌توان با افزایش درجه حرارت توجیه نمود. وی به منظور پی‌بردن به تغییرات دراز مدت فصل یخ‌بندان با تحلیل دماهای روزانه، شروع و خاتمه یخ‌بندان‌ها را در انگلستان مرکزی مورد مطالعه قرار داد.

اریکسون و لیندکویست^۵ (۲۰۰۲) به بررسی علل لغزندگی سطح جاده‌های سوئد به هنگام بارندگی و ریزش برف پرداختند. آنها با بررسی سال‌های ۹۹-۱۹۹۸ تعیین نمودند که این نوع لغزندگی عموماً از ماه نوامبر تا ماه مارس اتفاق می‌افتد. ماه اکتبر به جهت اینکه سطح جاده هنوز گرمای ماههای قبل را دارد و به دمای صفر درجه نرسیده و ماه آوریل به دلیل فراوانی تابش و رودی انرژی خورشیدی از شدت لغزندگی کمتری برخوردارند.

وایلن^۱ (۱۹۸۸) بر اساس تحلیل‌های احتمالی، ویژگی‌های یخ‌بندانها، تاریخ آغاز و خاتمه آنها، سردترین دما و خطر وقوع دوره‌های سرد را در فلوریدای مرکزی بررسی و توزیع احتمالی آن را پیش‌بینی کرده است. تحلیل رگرسیون سری‌های متوسط دمای حداقل روزانه و واریانس‌های سالانه آنها نشان داده است که با افزایش واریانس، احتمال وقوع یخ‌بندان نیز افزایش می‌یابد. از این نظر خطر وقوع یخ‌بندان در یک مکان با عواملی نظیر تعداد یخ‌بندان‌های سالانه، شدت متوسط آنها، میانگین و واریانس تاریخ‌های وقوع، قابل شناسایی است.

ساکلینگ^۲ (۱۹۸۸)، با استفاده از شاخص انحراف آب و هوا به مطالعه نوسانات تاریخ و قوع آخرین یخ‌بندان‌های بهاره و اولین یخ‌بندان‌های پاییزه و طول مدت فصل رشد در جنوب شرقی ایالات متحده پرداخته است. وی با مقایسه آمار ثبت شده در ایستگاه‌های منطقه مورد مطالعه نتیجه می‌گیرد که شاخص انحراف آب و هوا برای تبیین نرمال یا غیر نرمال بودن داده‌های اقلیمی در مقایسه با میانگین بلند مدت منطقه مناسب تشخیص داده می‌شود. نتیجه‌ی این تحقیقات نشان داد که یک دوره نسبتاً نرمال در اوخر دهه ۱۹۵۰ تا اوایل دهه ۱۹۷۰ در تاریخ و قوع آخرین یخ‌بندان‌های بهاره و اولین یخ‌بندان‌های پاییزه و طول مدت فصل رشد حاکم بوده است، اما در دهه ۱۹۸۰ ناهنجاری مشاهده شده که قبل^۳ در دهه ۱۹۴۰ نیز قابل رویت بوده است و مقادیر به دست آمده از میانگین بلند مدت منطقه رقم بالاتری را نشان می‌دهند.

۳-Waylen, P. R. and Leboutillier, D.W

۴-Watkins, S.C

۵-Eriksson And Lindquist

1 -Waylon

2 - Suckling, P. W

مجرد قره باغ (۱۳۷۶) در مطالعه خود در زمینه اصول و روش‌های تحلیل و پیش‌بینی کمی یخ‌بندان در منطقه آذربایجان، ویژگی آنها را بر مبنای شانزده شاخص معتبر و معکوس بین سری‌های زمانی آغاز و خاتمه یخ‌بندان تحلیل نموده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد هر قدر آغاز یخ‌بندان در منطقه زودتر از میانگین کل آغازها رخ دهد، خاتمه آن نیز در بهار دیرتر از میانگین کل پایان‌ها رخ خواهد داد. این مطالعه کاهش طول دوره بدون یخ‌بندان در محدوده زمانی بین سال‌های ۱۹۷۰ و ۱۹۹۰ در منطقه مورد مطالعه را نیز نشان داده است.

کمالی (۱۳۸۱) به منظور پیش‌بینی تحولات زمانی پارامتر دمای حداقل هوا و سرماهای زیان آور در تهران، از آمار دمای حداقل روزانه ۴۷ ساله ایستگاه هواشناسی تهران استفاده نموده و با احتمالات مختلف مورد بررسی قرار داده است. نتایج این مطالعه نشان داد که تغییرات تاریخ وقوع اولین سرماهای پاییزه و آخرین سرماهای بهاره نسبت به احتمالات مختلف خطی است و خطوط احتمالاتی برای هر آستانه حرارتی در یک صفحه احتمالات تقریباً موازی یکدیگر است و در صورت تلاقی خطوط باهم، عملاً عبور یک زمان افت دما از چند آستانه حرارتی است عزیزی و حبیبی نوختن (۱۳۸۲) به مطالعه توزیع زمانی و مکانی یخ‌بندان و لغزندگی در جاده‌های هراز و فیروزکوه با استفاده از تکنیک GIS پرداخته اند و به این نتیجه رسیده اند که در مناطق کوهستانی جاده‌های هراز و فیروزکوه با شروع دوره سرد (اکتبر)، احتمال وقوع یخ‌بندان و در مناطق ساحلی و کم ارتفاع، احتمال لغزندگی بسیار افزایش می‌یابد.

با توجه به این که ایران جزء کشورهایی است که سالانه مخاطرات اقلیمی خصوصاً یخ‌بندان زیان‌های اقتصادی زیادی به آن وارد می‌سازد این مسئله موجب توجه بیشتر پژوهشگران اقلیم و هواشناسی به آن شده است و در این زمینه تحقیقات متعددی انجام یافته است. در برخی از این مطالعات از روش‌های آماری برای بررسی این پدیده استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود: سمیعی و همکاران (۱۳۶۷) با استفاده از اطلاعات دمای حداقل روزانه ایستگاه‌های هواشناسی کشور و با کاربرد معکوس توابع توزیع مدل‌های ترکیبی، تاریخ وقوع و خاتمه یخ‌بندان‌های پاییزه و بهاره، در سطوح احتمالات انتخابی و در آستانه بحرانی دما محاسبه نموده اند.

علیزاده و همکاران (۱۳۷۳) بر اساس مطالعه داده‌های حداقل دمای روزانه ۱۵ ایستگاه هواشناسی استان خراسان و با بهره گیری از احتمال وقوع تجربی به روش کانین^۱ به تجزیه و تحلیل احتمال وقوع یخ‌بندان‌های ملایم (۰/۱۵ الی ۰/۱)، متوسط (بین ۱/۵-۳/۱) و شدید (پایین تر از ۳-درجه سانتی گراد) پرداخته و نتیجه گرفته‌اند که با احتمال ۸۰ درصد یخ‌بندان‌های ملایم ایستگاه مشهد در ۲۹ اسفند خاتمه می‌پذیرد، در حالی که این تاریخ برای یخ‌بندان‌های شدید، ۱۳ اسفند ماه است.

نوحی (۱۳۷۴) بر اساس اطلاعات حداقل دمای روزانه ایستگاه هواشناسی کرج، تاریخ‌های شروع و خاتمه دماهای بحرانی را در آستانه‌های صفر، منفی پنج و ده درجه سانتی گراد استخراج نموده است.

هکتوپاسکالی هوا در ساعت صفر، نوچی و همکاران (۱۳۸۶) در منطقه آذربایجان با کمک نقشه‌های سینوپتیک و بررسی ساعتی پارامترهای جوی از یخبندان‌های تابشی- فرارفتی، علیجانی و هژبرپور (۱۳۸۶)، در زمینه تحلیل همدید یخبندان‌های خسارت بار استان اردبیل اشاره نمود.

داده‌ها و روش‌ها

داده‌ها

در این مطالعه برای مطالعه توزیع زمانی و مکانی احتمال وقوع یخبندان از شاخص‌های: آغاز و خاتمه، فراوانی وقوع، طول فصل رشد و طول فصل یخبندان بر مبنای تاریخ ژولیوسی استفاده شده است. برای این منظور از آمار دمای حداقل روزانه ۶ ایستگاه هواشناسی با دروه آماری ۹ تا ۴۵ ساله استفاده شده است (جدول ۱).

در این مطالعه منظور از یخبندان کلیه دماهای زیر صفر درجه سانتی گراد می‌باشد و طول فصل رشد از اوایل ماه آوریل تا اواخر ماه سپتامبر و طول فصل یخبندان فاصله زمانی بین اولین و آخرین رخداد یخبندان در طول سال در نظر گرفته شده است.

جهانبخش و امام قلیزاده (۱۳۸۴) با استفاده از آمار ۲۰ ساله ایستگاه هواشناسی اورمیه به تعیین دوره‌های سرد و پیش‌بینی یخبندان برای منطقه اورمیه پرداخته اند. بر اساس یافته‌های این تحقیق معلوم شد که اولاً وقوع یخبندان در منطقه اورمیه تا حد زیادی از عامل ارتفاع تاثیر می‌پذیرد و ثانیاً، یخبندان‌های دیررس بهاره عامل ایجاد صدمات جبران ناپذیری به محصولات کشاورزی است.

نوچی و همکاران (۱۳۸۷) با استفاده از آمار ۳۹ ساله سه ایستگاه هواشناسی زنجان، قزوین و تهران نسبت به تعیین طول دوره بدون یخبندان با استفاده از تاریخ‌های آغاز و خاتمه یخبندان فرارفتی و تابشی اقدام نموده اند. نتایج این مطالعه نشان داد که سریهای زمانی تاریخ آغاز و خاتمه یخبندان‌های فرارفتی تصادفی است و از تابع توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

در برخی از مطالعات نیز از روش‌های سینوپتیکی برای بررسی این پدیده استفاده شده است که در این زمینه به مطالعات حبیبی (۱۳۷۷) در زمینه بررسی و شناسایی توده‌های هوایی که ایران را مورد تهاجم قرار می‌دهند، عزیزی (۱۳۸۳)، در نیمه غربی ایران را با استفاده از نقشه‌های سینوپتیک سطح زمین و تراز ۵۰۰

جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های هواشناسی مورد مطالعه در استان زنجان

ردیف	نام ایستگاه	نوع ایستگاه	ارتفاع (متر)	طول دوره آماری (سال)
۱	زنگان	سینوپتیک	۶۶۳	۴۵
۲	خرمدره	سینوپتیک	۱۵۷۵	۱۹
۳	خدابنده	سینوپتیک	۱۸۸۷	۱۰
۴	باروت آقاجی	کلیماتولوژی	۲۰۱۰	۹
۵	فیله خاصه	کلیماتولوژی	۱۳۶۸	۱۳

• آزمون کای اسکور

آزمون کای اسکور یا آزمون باقیماندها بر اساس رابطه زیر:

$$R.s.s = \left[\frac{\sum (QE - QO)^2}{n-m} \right]^{0.5} \quad (1)$$

در رابطه (1) $R.s.s$ مجموع مربعات باقیمانده، QE مقدار برآورد شده متغیر، n تعداد نمونه و m تعداد پارامترهای توزیع است (مهدوی، ۱۳۷۱: ۱۲۱). نتایج حاصل از این آزمون در سطح اطمینان ۹۹ درصد با استفاده از جدول مقادیر بحرانی خی دو مقایسه شده است.

• آزمون کولموگوروف - اسمیرنوف^۳

آزمون کولموگوروف - اسمیرنوف بر اساس رابطه زیر:

$$D_n = \text{Maximum} |F_e - F_o| \quad (2)$$

که در آن F_e و F_o به ترتیب فراوانی نظری نسبی تجمعی و فراوانی مشاهده شده نسبی تجمعی است (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۱: ۱۷۱). نتایج حاصل از این آزمون در سطح اطمینان ۹۹ درصد با استفاده از جدول مقادیر بحرانی D آزمون کولموگوروف - اسمیرنوف مقایسه شده است.

- استفاده از توزیع های تعیین شده:

توزیع نرمال و لوگ نرمال:

رابطه مورد استفاده برای برازش و محاسبه داده ها

در توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$x = \bar{x} + s \cdot k \quad (3)$$

در این رابطه، x مقدار مورد پیش بینی متغیر، \bar{x} میانگین مقادیر مشاهده شده متغیر، s انحراف معیار

روش ها

در این مطالعه پس از برازش اولیه و تشخیص توزیع های مناسب آماری با شاخص های مورد نظر، روش توزیع نرمال و لوگ نرمال جهت بررسی احتمال و قوع شاخص های یخندهان انتخاب گردید و روش توزیع یکنواخت صرفاً جهت مقایسه نتایج آن با روش های انتخاب شده مورد استفاده قرار گرفته است. مطابق با نظریه سازمان هواشناسی جهانی (۱۹۸۳) هیچ قاعده مشخصی برای این مسئله که یک عنصر خاص اقلیمی همواره از یک توزیع به خصوصی پیروی می کند وجود ندارد اما نظریات مختلفی ارائه شده است که مطابق با آنها متغیرهای یخندهان از توزیع نرمال پیروی می کنند. از جمله تام و شاو^۱ (۱۹۵۸) معتقدند که تاریخ های یخندهان به طور نرمال توزیع شده اند و با استفاده از میانگین و انحراف معیار به عنوان دو عامل معتبر می توان احتمال و قوع یخندهان های دیررس بهاره و زودرس پاییزه را قیل یا بعد از یک تاریخ مشخص پیش بینی کرد. محققین دیگری نیز از قبیل سمعی و همکاران (۱۳۶۷) و هاشمی (۱۳۴۸) و مجرد قره باغ (۱۳۷۶) استفاده از توزیع نرمال را برای متغیرهای یخندهان مناسب دانسته اند.

به طور کلی روش های آماری مورد استفاده در این مطالعه به شرح ذیل است:

برازش اولیه توزیع هایی آماری جهت انتخاب بهترین روش برای مطالعه نحوه توزیع داده ها
آزمون نیکویی برآزش برای تشخیص کارا بودن
روش های انتخابی از طریق آزمون های ذیل:

11- A. N. kolmogorov

12- N. V. smirnov

1-Thom, H. C. S, R. H. Shaw

است به ترتیب زیر است: (بازرگان لاری، ۱۳۸۲: ۱۵۶).

$$E(x) = \frac{a+b}{2} \quad (7)$$

$$V(x) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (8)$$

اگر مقادیر d, c طوری باشند که $a < c < d < b$: (۹)

$$p(c \leq x \leq d) = \int_c^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} |x|_c^d = \frac{d-c}{b-a}$$

از رابطه فوق برای محاسبه احتمال پیشامدهای مربوط به x استفاده می‌شود (جمشیدی، ۱۳۷۶: ۴۸).

۴. تهیه نقشه‌های پهن‌بندی در محیط Arc/view با استفاده از مدل میان‌یابی spline

یافته‌های تحقیق

بررسی میانگین دمای ماهانه در تمام ایستگاه‌ها نشان می‌دهد بیشترین مقدار دما مربوط به ماه‌های آگوست و جولای و کمترین آن مربوط به ماه‌های زانویه و دسامبر است. همچنین ایستگاه خیرآباد و باروت آفچی کمترین و ایستگاه فیله خاصه بیشترین دمای متوسط ماهانه را در بین سایر ایستگاه‌ها دارد (جدول ۲).

مقادیر مشاهده شده متغیر و k ضریبی است که بر حسب توزیع‌های مختلف متفاوت است. رابطه مورد استفاده برای محاسبه ضریب k در توزیع نرمال به شرح زیر است:

$$k = z \quad (4)$$

$$W = \left[\ln\left(\frac{1}{p^2}\right) \right]^{0.5}$$

$$Z = \frac{2.515517 + 0.802853W + 0.010328W^2}{1 + 1.432788W + 0.189269W^2 + 0.001308W^3}$$

برای محاسبه احتمال وقوع ($0 < p < .5$) داده‌ها (p) از رابطه ویبول استفاده شده است. رابطه ویبول به صورت زیر است:

$$p = \frac{m}{n+1} \quad (5)$$

در رابطه 5 ، p احتمال وقوع (احتمال برابری یا تجاوز) و m شماره ردیف و n تعداد داده‌ها است (علیزاده، ۱۳۸۰: ۵۸۷).

- توزیع یکنواخت در توزیع یکنواخت رابطه تابع چگالی احتمال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{بهترین} \end{cases} \quad (6)$$

$$a < x < b$$

در غیر این صورت امید ریاضی و پراش متغیر تصادفی x که روی (a, b) دارای توزیع یکنواخت

جدول ۲- میانگین دمای ماهانه ایستگاههای مورد مطالعه در استان زنجان

ماه ایستگاه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	جولای	اگوست	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
فیله خاصه	-۰/۶	۱/۶	۷/۷	۱۳/۲	۱۷/۲	۲۲/۴	۲۵/۴	۲۶/۴	۲۱/۵	۱۵/۳	۷	۱/۹
خیرآباد	-۳/۳	-۲/۱	۳	۹/۵	۱۳/۸	۱۸/۶	۲۱/۴	۲۲	۱۶/۹	۱۱/۲	۴/۴	۰/۴
خدابنده	-۲/۶	-۱	۴	۱۰/۳	۱۵/۱	۲۰/۳	۲۳/۶	۲۴/۶	۱۹/۵	۱۳/۴	۵/۹	۱
باروت آقچی	-۳/۸	-۳/۱	۲/۱	۸/۵	۱۳/۴	۱۸/۹	۲۱/۳	۲۲/۶	۱۸/۱	۱۲/۱	۴/۱	-۰/۲
خرمدره	-۰/۹	۰/۵	۵/۱	۱۱/۷	۱۶	۲۰/۸	۲۳/۶	۲۳/۵	۱۹/۴	۱۳/۶	۷/۲	۱/۸
زنجان	-۲/۵	-۰/۷	۴/۵	۱۰/۵	۱۵/۱	۱۹/۹	۲۳/۱	۲۳/۳	۱۸/۹	۱۳	۶/۴	۰/۸

حاصل از این آزمونها، بهترین توزیع برای روز آغاز (یخبدان های زودرس پاییزه) و خاتمه (یخبدان های دیررس بهاره)، فصل یخبدان و فراوانی وقوع یخبدان توزیع نرمال است و برای طول فصل رشد روش مناسب، توزیع لوگ نرمال تشخیص داده شد (جدول ۳).

پس از برآش اولیه توزیع ها و انتخاب توزیع های مناسب به منظور تشخیص کارا بودن توزیع های انتخابی با سه آزمون کای اسکور یا آزمون باقیمانده، آزمون کلموگروف - اسمیرنوف و آزمون ضربی همبستگی (بین ارتفاع و شاخص های یخبدان) نسبت به آزمون نیکویی برآش اقدام گردید. بر اساس نتایج

جدول ۳- آزمون های تشخیص برای انتخاب بهترین توزیع احتمالاتی

ضریب همبستگی(بین ارتفاع و شاخص های یخبدان)		کلموگروف- اسمیرنوف				کای اسکور				آزمون	
یکنواخت	لوگ نرمال	نرمال	یکنواخت	لوگ نرمال	نرمال	یکنواخت	لوگ نرمال	نرمال	توزیع	روز آغاز	
۰/۹۹۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹۵	۰/۰۶۲۵	۰/۰۰۹۶	۰/۰۰۳۶	۰/۱۰۵۷	۰/۰۳۰۸	۰/۰۲۹۶			
۰/۹۹۸	۰/۹۹۵	۰/۹۹۷	۰/۰۶۸۷	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۴۶	۰/۰۹۷۶	۰/۰۳۲۳	۰/۰۲۷۱		روز خاتمه	
۰/۰۷۵	۰/۹۹۰	۰/۰۶۳	۰/۰۸۲۷	۰/۰۱۵۹	۰/۱۲۲۸	۰/۲۵۵۷	۰/۰۳۷۱	۰/۰۳۶۹۸		فصل رشد	
۰/۹۷۵	۰/۹۹۰	۰/۹۹۵	۰/۰۹۰۶	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۹۵	۰/۰۹۴۲	۰/۰۴۲۶	۰/۰۳۱۵		فصل یخبدان	
۰/۹۷۷	۰/۹۹۲	۰/۹۹۵	۰/۰۲۷۵	۰/۰۱۵۶	۰/۰۰۹۸	۰/۰۶۰۵	۰/۰۴۲۲	۰/۰۳۳۶		فراوانی وقوع	

گردید (جدول شماره ۴ و ۵). توزیع جغرافیایی مقادیر محاسبه شده در دوره های بازگشت ۲ سال نیز به منظور نمایش بهتر نتایج حاصل به صورت نقشه هایی بر حسب روز ژولیوسی تهیه گردید (نقشه های ۵-۱).

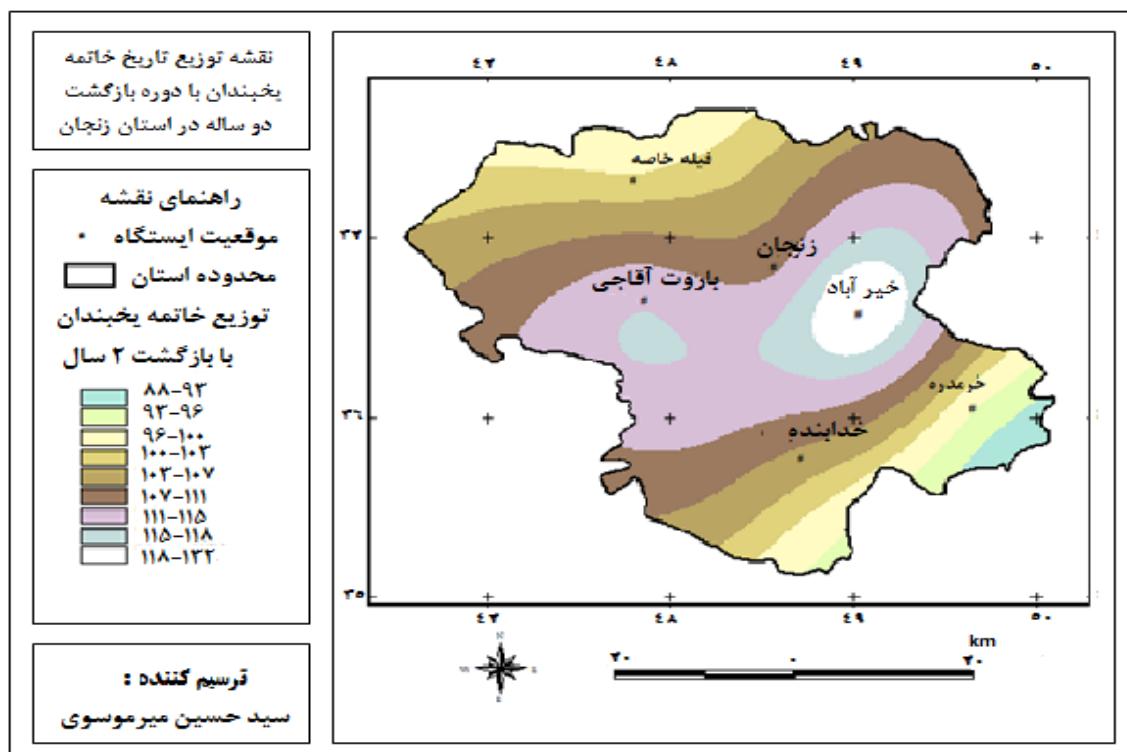
بر اساس نتایج حاصل از آزمون روش ها، شاخص های مورد مطالعه برای وقوع یخبدان در دوره های بازگشت، ۱/۰۱، ۱/۰۵، ۱/۲۵، ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۲۰ با استفاده از توزیع نرمال و لوگ نرمال محاسبه

جدول ۴- شاخص‌های وقوع یخنده‌ها در دوره‌های بازگشت مختلف با استفاده از توزیع نرمال

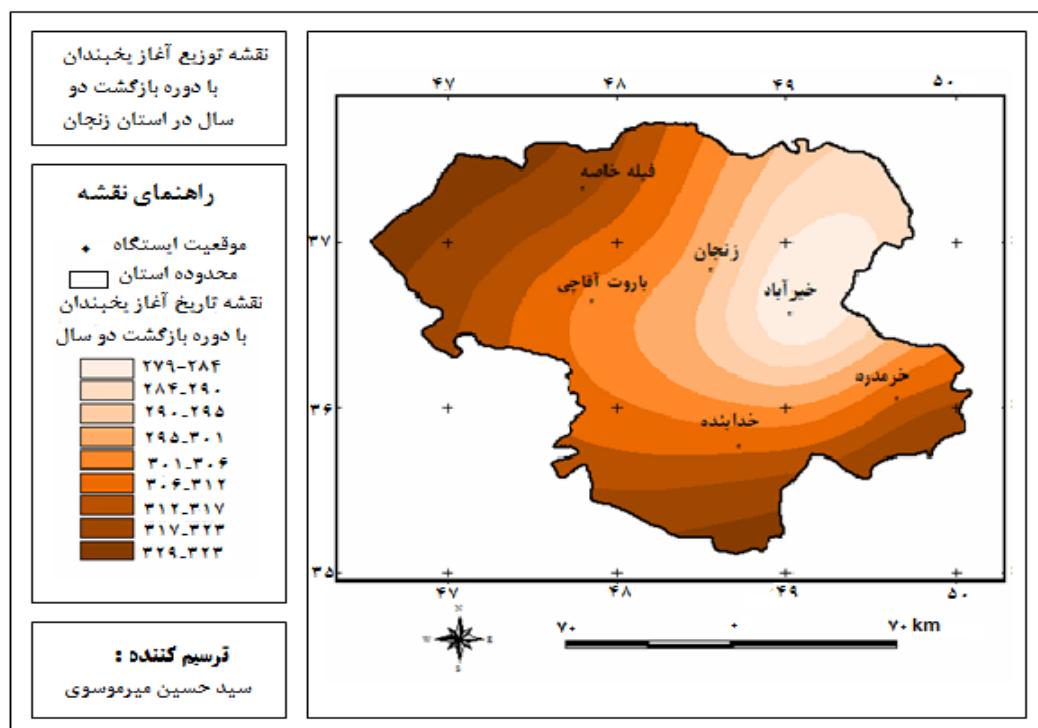
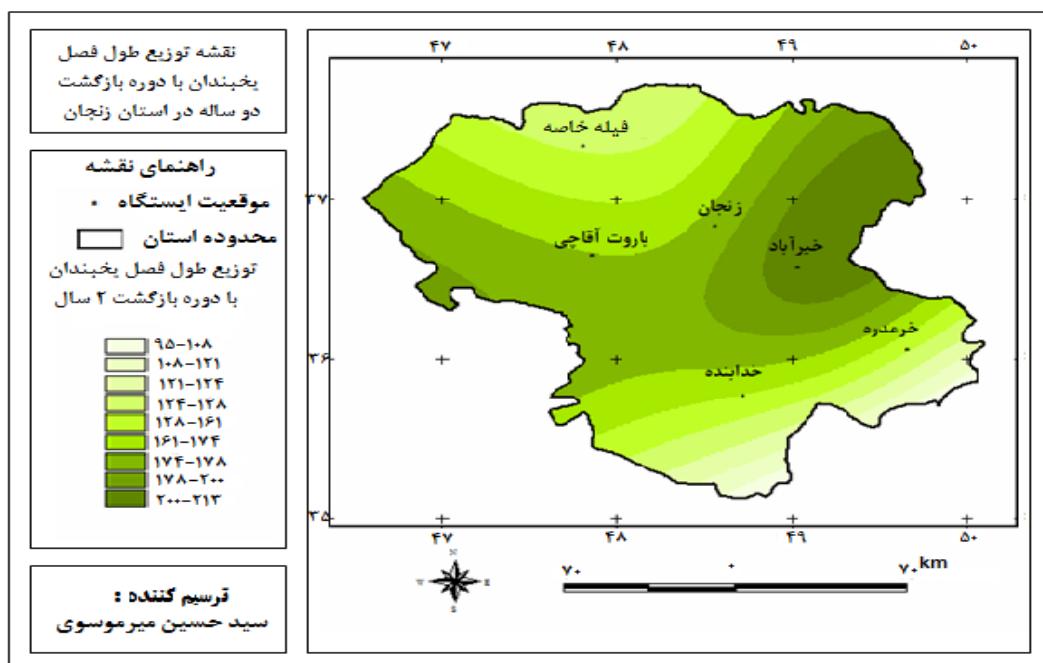
۲۰	۱۰	۵	۲	۱/۲۵	۱/۰۵	۱/۰۱	دوره بازگشت (سال)	شاخص
۵	۱۰	۲۰	۵۰	۸۰	۹۵	۹۹	احتمال (%)	
۳۱۸	۳۱۳	۳۰۸	۲۹۶	۲۸۵	۲۷۵	۲۶۶	زنگان	آغاز
	۳۳۶	۳۳۱	۳۲۵	۳۱۲	۳۰۰	۲۸۸	خرمادره	
	۳۳۰	۳۲۸	۳۲۵	۳۱۹	۳۱۳	۳۰۷	فیله	
	۳۲۴	۳۲۱	۳۱۷	۳۱۱	۳۰۴	۲۹۷	خدابنده	
	۲۹۰	۲۸۸	۲۸۵	۲۷۹	۲۷۳	۲۶۸	خیرآباد	
	۳۲۷	۳۲۲	۳۱۶	۳۰۵	۲۹۴	۲۸۴	باروت	
۱۳۵	۱۲۰	۱۲۳	۱۱۱	۱۰۰	۸۸	۷۹	زنگان	خاتمه
	۱۱۴	۱۱۰	۱۰۶	۹۷	۸۹	۸۰	خرمادره	
	۱۳۴	۱۲۶	۱۱۷	۱۰۱	۸۴	۶۸	فیله	
	۱۲۵	۱۲۰	۱۱۶	۱۰۶	۹۶	۸۷	خدابنده	
	۱۴۸	۱۴۲	۱۳۵	۱۲۲	۱۰۸	۹۵	خیرآباد	
	۱۴۰	۱۳۵	۱۲۸	۱۱۵	۱۰۲	۹۰	باروت	
۲۱۱	۲۰۴	۱۹۶	۱۸۱	۱۶۶	۱۵۲	۱۳۹	زنگان	طول فصل یخنده
	۱۷۹	۱۷۳	۱۶۵	۱۵۰	۱۳۵	۱۲۱	خرمادره	
	۱۸۲	۱۷۴	۱۶۵	۱۴۷	۱۲۹	۱۱۲	فیله	
	۱۸۹	۱۸۲	۱۷۵	۱۶۱	۱۴۶	۱۳۲	خدابنده	
	۲۳۱	۲۲۶	۲۲۰	۲۰۸	۱۹۶	۱۸۴	خیرآباد	
	۲۱۲	۲۰۴	۱۹۴	۱۷۵	۱۵۶	۱۳۸	باروت	
۱۴۳	۱۲۸	۱۲۲	۱۲۱	۱۰۹	۹۹	۸۹	زنگان	فرآونی یخنده
	۱۱۷	۱۱۴	۱۰۹	۱۰۱	۹۳	۸۵	خرمادره	
	۱۱۵	۱۱۱	۱۰۶	۹۷	۸۷	۷۸	فیله	
	۱۲۲	۱۲۲	۱۲۱	۱۲۰	۱۱۹	۱۱۹	خدابنده	
	۱۶۰	۱۵۷	۱۵۳	۱۴۶	۱۳۸	۱۳۱	خیرآباد	
	۱۵۶	۱۵۱	۱۴۵	۱۳۴	۱۲۳	۱۱۳	باروت	

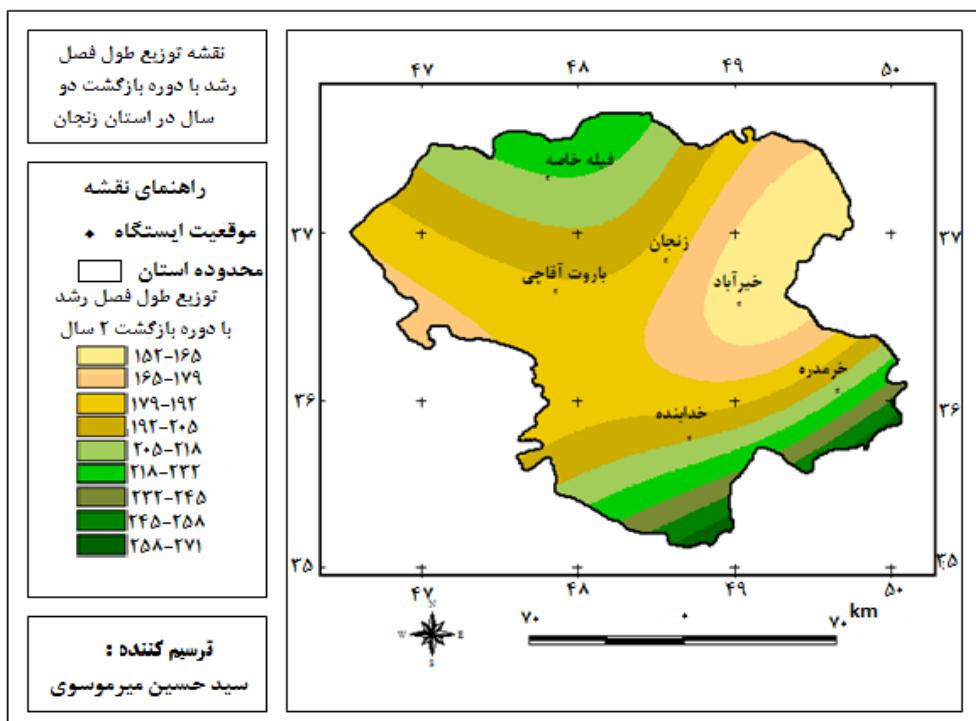
جدول ۵- شاخص‌های وقوع یخبندان ایستگاه‌ها در دوره‌های بازگشت مختلف با استفاده از توزیع لوگ نرمال

شاخص	دوره بازگشت (سال)	۱/۰۱	۱/۰۵	۱/۲۵	۲	۵	۱۰	۲۰
	احتمال (%)	۹۹	۹۵	۸۰	۵۰	۲۰	۱۰	۵
زنجان	۱۴۷	۱۵۶	۱۶۸	۱۸۲	۱۹۸	۲۰۵	۲۱۲	۲۱۲
خرمده	۱۷۳	۱۸۴	۱۹۸	۲۱۴	۲۲۱	۲۴۱	۲۸۵	۲۳۲
فیله	۱۶۱	۱۷۱	۱۸۵	۲۰۰	۲۱۶	۲۲۵	۲۳۲	۲۲۲
خدابنده	۱۶۱	۱۷۱	۱۸۵	۲۰۰	۲۱۶	۲۲۵	۲۲۲	۲۲۲
خیرآباد	۱۲۵	۱۳۳	۱۴۳	۱۵۵	۱۶۷	۱۷۴	۱۸۰	۲۲۵
باروت	۱۴۲	۱۵۴	۱۶۹	۱۸۶	۲۰۵	۲۱۶	۲۱۶	۲۲۵

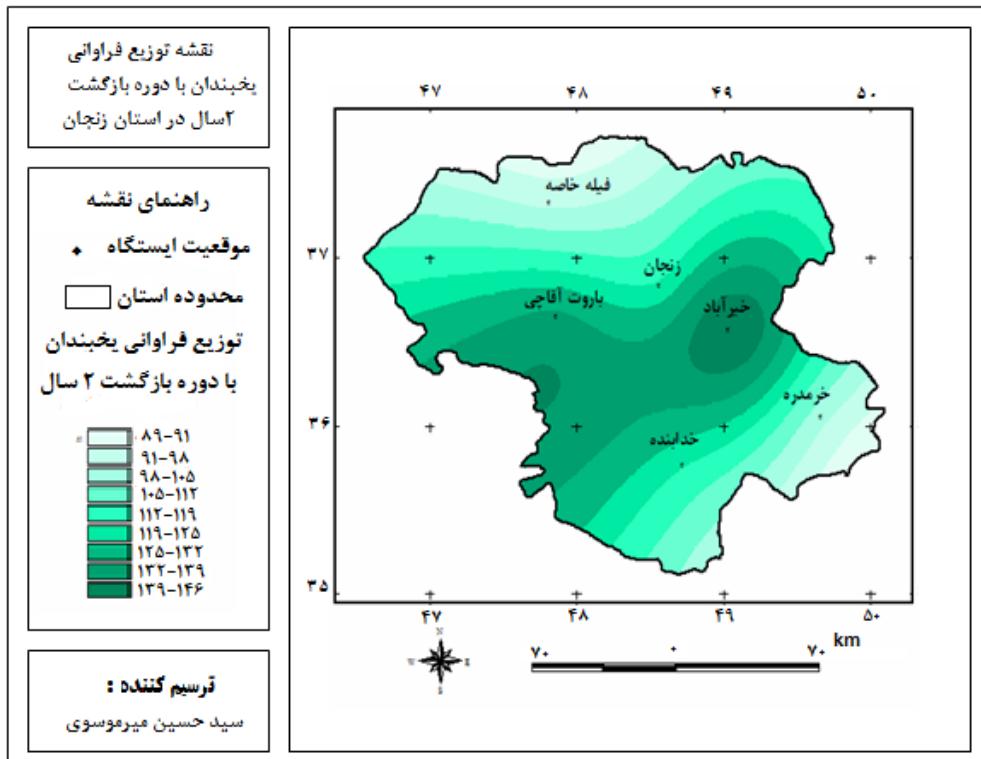


شکل ۱- نقشه توزیع تاریخ خاتمه یخبندان با دوره بازگشت دو ساله در استان زنجان

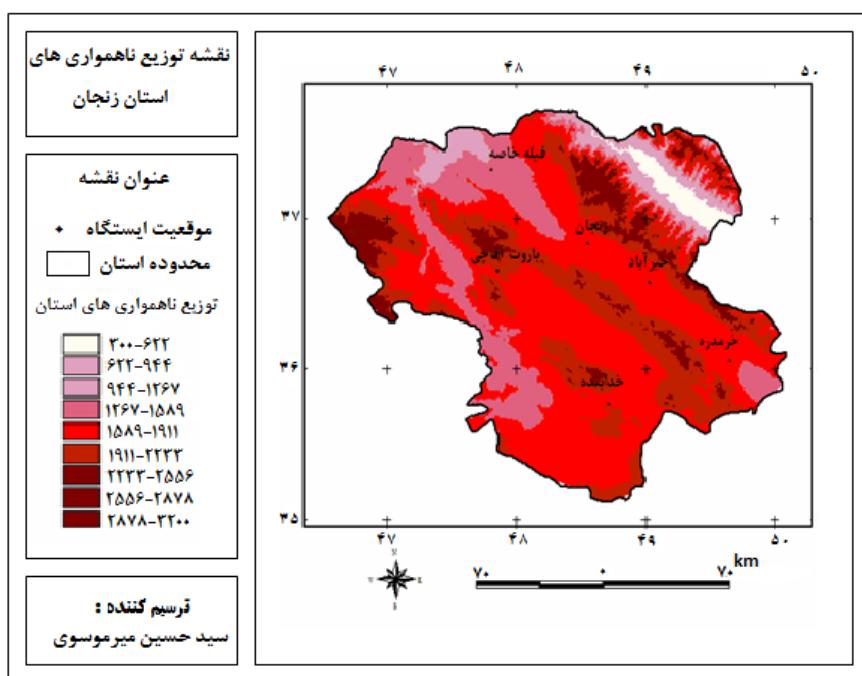




شکل ۴- نقشه توزیع یخیندان در طول فصل رشد گیاهان با دوره بازگشت دو ساله در استان زنجان



شکل ۵- نقشه توزیع فراوانی وقوع یخیندان با دوره بازگشت دو ساله در استان زنجان



شکل ۶- نقشه ناهمواری‌های استان زنجان و موقعیت ایستگاه‌های مورد مطالعه

آبان ماه در هر ۲ سال یکبار است. دامنه تفاوت این دو منطقه ۳۴ روز است که می‌تواند از نظر کشاورزی فاصله توجه باشد.

نقشه توزیع احتمال طول فصل یخ‌بندان و طول
فصل رشد عکس هم‌دیگر هستند. به طوری که در
نقشه احتمال طول فصل یخ‌بندان مشاهده می‌شود، یک
هسته مشخص افزایش طول فصل یخ‌بندان در اطراف
ایستگاه خیرآباد تقریباً برابر با ۲۰۰ روز با احتمال ۵۰
درصد در هر ۲ سال یکبار وجود دارد و به طرف
مناطق پست شمالی، طول فصل یخ‌بندان کمتر شده و
در اطراف ایستگاه‌های فیله خاصه، خرمدره و خدابنده
به ۱۵۰ روز و کمتر از آن نیز کاهش می‌یابد. بنابراین،
دامنه احتمال وقوع طول فصل یخ‌بندان در قسمت‌های
مرکزی و اطراف منطقه مورد مطالعه به ۵۰ روز
می‌رسد. در حالی که در نقشه توزیع احتمال طول
فصل رشد یک هسته مشخص کاهش طول فصل رشد
در اطراف ایستگاه خیرآباد با احتمال وقوع تقریباً ۱۷۰
روز در هر ۲ سال یکبار نشان می‌دهد و در اطراف

بررسی نقشه های ۶-۱ نشان می دهد که توزیع جغرافیایی مقادیر محاسبه شده، کم و بیش از وضعیت توپوگرافی منطقه تبعیت می کند. نقشه توزیع احتمالی روز خاتمه (یخنдан بهاره) همانند روز آغاز (یخنдан پاییزه) است با این تفاوت که منطقه مرتفع مرکزی به جای هسته کاهش با افزایش تاریخ روز خاتمه یخندان مواجه است. در این منطقه بطور متوسط هر ۲ سال یکبار احتمال دارد که یخندان دیررس بهاره در روز ۷ اردیبهشت اتفاق افتد. اما به طرف مناطق اطراف احتمال تاریخ وقوع یخندان به روزهای کمتری می رسد تا اینکه به روز ۱۰ فروردین و کمتر از آن نیز تقلیل می یابد.

مطابق با نقشه وز آغاز یخنیدان یک هسته کاوش تاریخ وقوع در اطراف ایستگاه خیرآباد مشاهده می شود و به طور متوسط هر ۲ سال یکبار احتمال دارد که در روزهای ۲۴ و ۲۶ مهر ماه یخنیدان زودرس پاییزه اتفاق افتد. در حالی که احتمال تاریخ وقوع یخنیدان در اطراف استگاه فله خاصه برای روز ۲۶

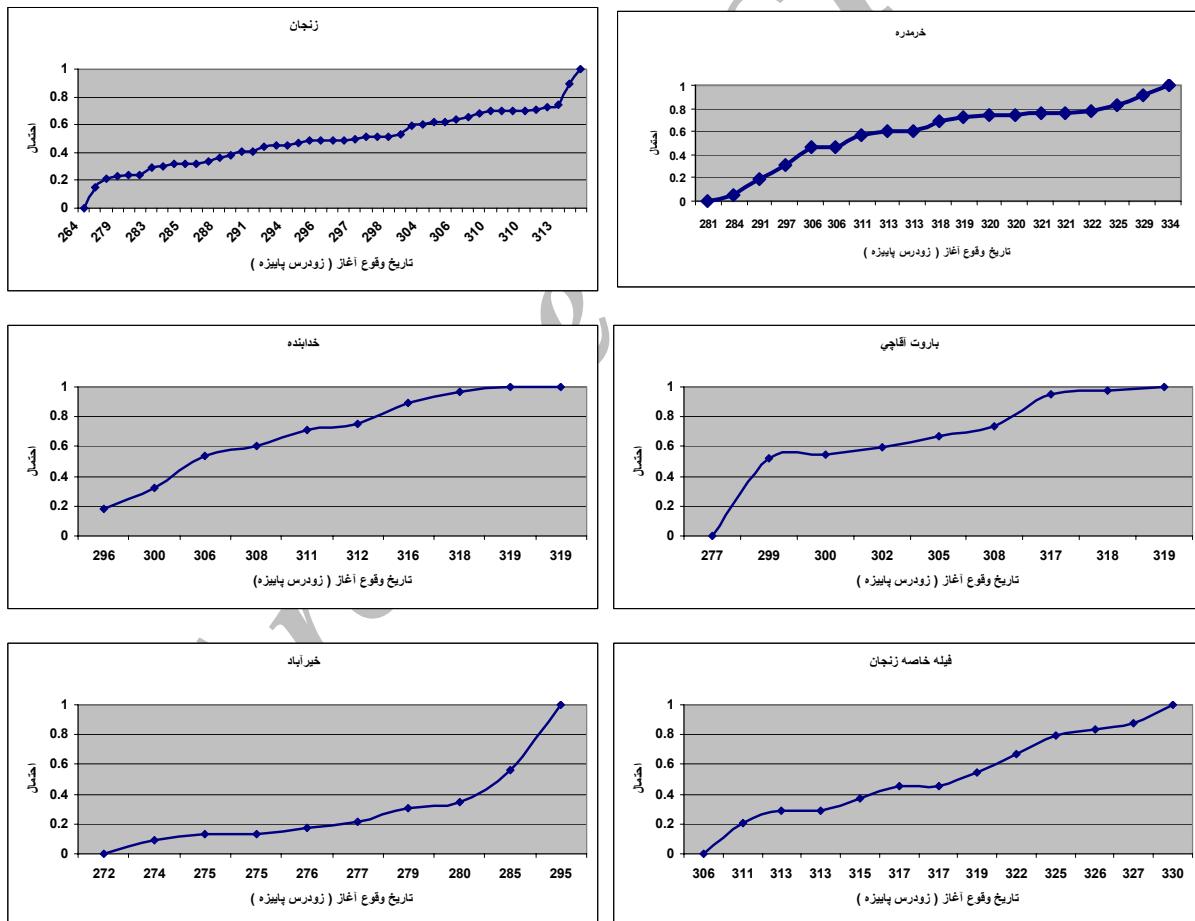
روزهای یخیندان با دوره بازگشت ۲ سال، ۱۰۲ روز است و دامنه اختلاف تقریباً به ۲۸ روز در منطقه مورد مطالعه می‌رسد.

پیش‌بینی تاریخ‌های آغاز و خاتمه یخیندان با استفاده از توزیع یکنواخت

برای مطالعه بیشتر شاخص‌های یخیندان و ایجاد زمینه برای مقایسه نتایج حاصل از روش‌ها با استفاده از توزیع یکنواخت، اقدام به تعیین احتمال وقوع و همچنین احتمال توزیع تجمعی تاریخ‌های آغاز و خاتمه یخیندان گردیده است (شکل‌های ۷-۸).

ایستگاه فیله خاصه این رقم به ۲۱۶ روز و بیشتر و ایستگاه خرمدره و خدابنده به ۲۱۴ روز افزایش می‌یابد. بدین ترتیب اختلاف احتمال وقوع طول فصل رشد در هر دو سال یکبار در مناطق مرکزی و اطراف منطقه مورد مطالعه تقریباً به ۵۶ روز می‌رسد.

بررسی نقشه توزیع احتمالی فراوانی وقوع یخیندان نشان دهنده دو هسته مشخص افزایش فراوانی وقوع یخیندان در اطراف ایستگاه‌های باروت آقاچی و خیرآباد (با احتمال وقوع ۱۳۰ روز و بیشتر) است. این ایستگاه‌ها بیشترین ارتفاع را در منطقه دارند. در حالی که در مناطق پست اطراف احتمال وقوع تعداد



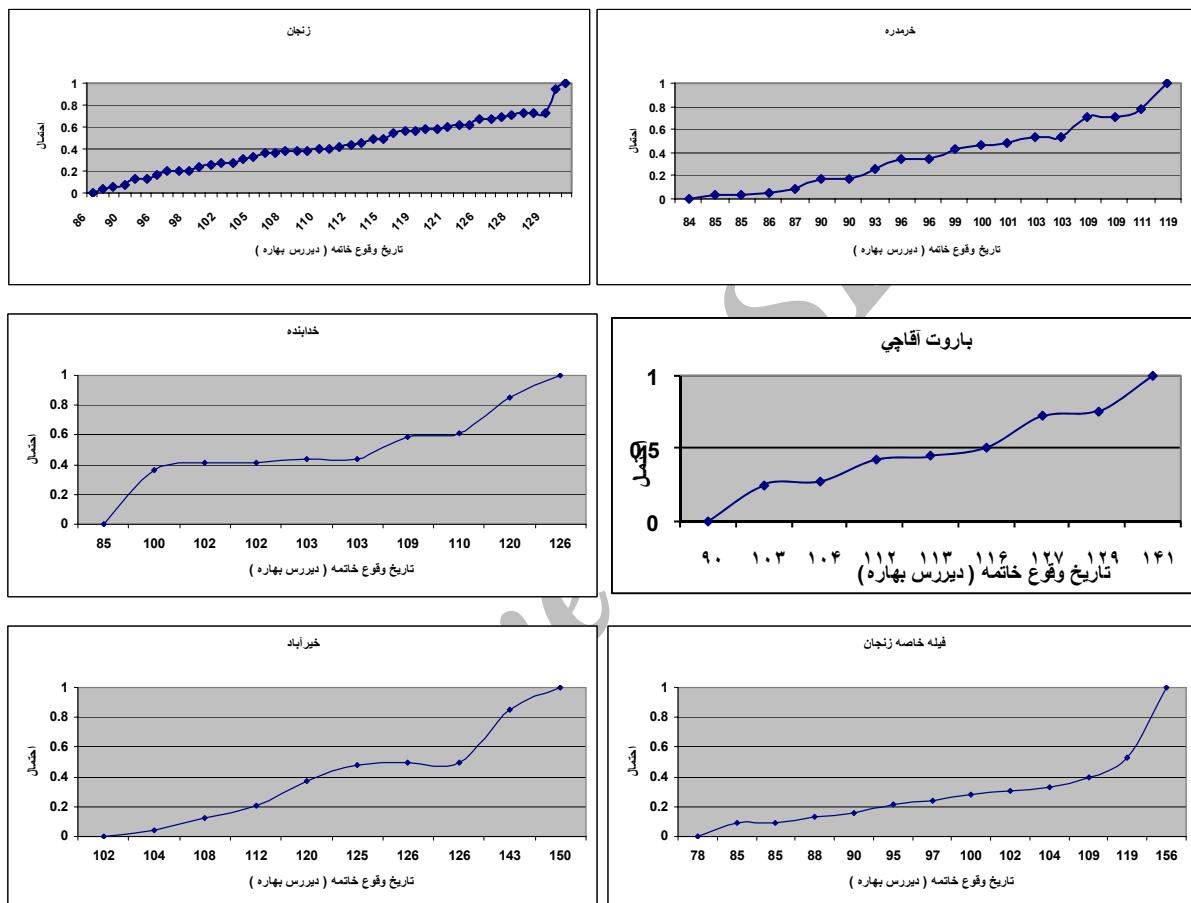
شکل ۷- نمودار احتمال تجمعی توزیع آغاز یکنواخت تاریخ یخیندان در ایستگاه‌های منطقه مورد مطالعه

خیرآباد در روز هفتم مهرماه با احتمال ده درصد به سمت آخرین روز مهرماه نزدیک به حداقل می‌رسد در حالی که این اتفاق در ایستگاه خرمدره در روز

بررسی نتایج حاصل از محاسبه تاریخ آغاز وقوع یخیندان به روش احتمال تجمعی توزیع یکنواخت نشان می‌دهد احتمال وقوع یخیندان در ایستگاه

به طرف بیستم آبانماه به بعد به حداقل می‌رسد و ایستگاه‌های فیله خاصه و خرمدره از هفته اول آذرماه به بعد به عنوان ایستگاه‌هایی با احتمال وقوع دیرتر یخ‌بندان شناسایی شدند (شکل ۷).

هیجدهم مهرماه با احتمال ده درصد و تا دهم آذرماه از چنین احتمالی برخوردار است. در بین ایستگاه‌های مورد مطالعه زنجان، خدابنده و باروت آقاجی از شرایط همگونی برخوردارند و احتمال وقوع یخ‌بندان پاییزه از هفته اول مهرماه با احتمال ده درصد و کمتر



شکل ۸- نمودار احتمال تجمعی توزیع یکنواخت تاریخ خاتمه یخ‌بندان در ایستگاه‌های منطقه مورد مطالعه

خدابنده حتی تا بیستم اردیبهشت ماه نیز از احتمال وقوع یخ‌بندان برخوردار هستند. در بین ایستگاه‌های مورد مطالعه سه ایستگاه باروت آقاجی، خیرآباد و فیله خاصه از نظر زمان خاتمه یخ‌بندان تقریباً از شرایط همگونی را دارند و تا اواخر اردیبهشت ماه نیز در معرض خطر وقوع یخ‌بندان هستند.

بررسی نتایج حاصل از احتمال تجمعی توزیع یکنواخت تاریخ خاتمه وقوع یخ‌بندان در استان زنجان نیز نشان می‌دهد در ایستگاه خرمدره تا بیست و پنجم فروردین ماه احتمال وقوع یخ‌بندان وجود دارد و این ایستگاه نسبت به سایر ایستگاه‌ها از احتمال خطر یخ‌بندان کمتری برای کشاورزی و سایر فعالیت‌ها برخوردار است در حالی که ایستگاه‌های زنجان و

**جدول ۶- احتمال وقوع تاریخ آغاز و خاتمه یخبندان با استفاده از توزیع یکنواخت در سه ایستگاه
نمونه زنجان، خرمدره، فیله خاصه**

()	()
۲۸۴	۹۴/۳۴
۳۱۹	۲۸/۳
۳۲۳	۱۶/۹۸
۳۱۸	۳۰/۱۹
۳۲۰	۲۶/۴۲
۳۲۲	۲۲/۶۴
۲۸۱	۱۰۰
۳۱۳	۳۹/۶۲
۲۹۱	۸۱/۱۳
۳۰۶	۵۲/۸۳
۳۱۱	۴۳/۴
۳۲۴	.
۳۰۶	۵۲/۸۳
۳۱۳	۳۹/۶۲
۳۲۱	۲۴/۰۳
۳۲۱	۲۴/۰۳
۳۲۰	۲۶/۴۲
۳۲۹	۹/۶۳
۲۹۷	۷۹/۸۱
۱۱۱	۲۲/۸۶
۱۰۱	۵۱/۴۳
۹۰	۸۲/۸۶
۹۳	۷۴/۲۹
۸۵	۹۷/۱۴
۱۰۹	۲۸/۵۷
۸۶	۹۴/۲۹
۹۶	۶۰/۷۱
۹۰	۸۲/۸۶
۹۶	۶۰/۷۱
۱۰۳	۴۵/۷۱
۸۵	۹۷/۱۴
۱۰۰	۵۶/۲۹
۸۷	۹۱/۴۳
۸۴	۱۰۰
۱۰۳	۴۵/۷۱
۱۱۹	.
۱۰۹	۲۸/۵۷
۹۹	۵۷/۱۴

()	()
۲۹۱	۵۹/۰۹
۲۸۰	۶۸/۱۸
۳۰۴	۳۹/۳۹
۲۸۰	۷۵/۷۶
۲۹۹	۴۶/۹۷
۳۲۳	۱۰/۶۱
۲۸۸	۶۳/۶۴
۳۱۰	۳۰/۳
۳۰۳	۴۰/۹۱
۲۹۷	۵۰
۲۸۳	۷۱/۲۱
۳۰۵	۳۷/۸۸
۳۰۹	۳۱/۸۲
۲۸۵	۶۸/۱۸
۲۷۸	۷۸/۷۹
۲۹۳	۵۶/۰۶
۲۹۶	۵۱/۰۲
۳۱۷	۳۴/۸۵
۳۱۰	۳۰/۳
۲۹۶	۵۱/۰۲
۳۱۰	۳۰/۳
۲۹۸	۴۸/۴۸
۳۳۰	.
۲۹۴	۵۴/۰۵
۲۹۶	۵۱/۰۲
۲۹۸	۴۸/۴۸
۳۳۰	.
۲۹۴	۵۴/۰۵
۲۹۶	۵۱/۰۲
۲۹۸	۴۸/۴۸
۳۰۵	۳۷/۸۸
۲۶۴	۱۰۰
۲۸۹	۶۲/۱۲
۳۱۲	۲۷/۲۷
۲۷۴	۸۴/۸۵
۲۸۰	۷۵/۷۶
۲۸۵	۶۸/۱۸
۲۷۹	۷۷/۷۷
۲۹۱	۵۹/۰۹
۳۱۱	۲۸/۷۹
۲۸۶	۶۶/۶۷
۳۱۰	۳۰/۳
۳۱۳	۲۵/۷۶
۲۹۴	۵۴/۰۵
۲۹۶	۵۱/۰۲
۳۰۶	۴۳/۳۶
۲۹۸	۴۸/۴۸
۲۹۵	۵۳/۰۳
۲۸۶	۷۷/۸۸

()	()
۳۲۲	۳۳/۳۳
۳۱۷	۵۴/۱۷
۳۱۱	۷۹/۱۷
۳۱۵	۶۶/۵
۳۱۷	۵۴/۱۷
۳۱۳	۷۰/۸۳
۳۳۰	.
۳۰۶	۱۰۰
۳۱۳	۷۰/۸۳
۳۲۵	۲۰/۸۳
۳۲۶	۱۶/۶۷
۳۱۹	۴۵/۸۳
۳۲۷	۱۲/۰
۱۰۶	.
۸۵	۹۱/۰۳
۹۵	۷۸/۲۱
۸۸	۸۷/۱۸
۹۷	۷۵/۶۴
۱۰۴	۶۶/۶۷
۸۵	۹۱/۰۳
۱۰۰	۷۱/۷۹
۱۰۲	۶۹/۲۳
۷۸	۱۰۰
۹۰	۸۴/۶۲
۱۱۹	۴۷/۴۴
۱۰۹	۶۰/۲۶

نتایج تحقیق

به طور کلی، نتایج اصلی این مطالعه نشان می‌دهد که:

در حالی که به طرف مناطق پست شمالی، طول فصل یخ‌بندان کمتر شده و در اطراف ایستگاه‌های فیله خاصه، خرمدره و خدابنده به ۱۵۰ روز و کمتر از آن نیز کاهش می‌یابد.

- بررسی توزیع احتمالی فراوانی و قوع یخ‌بندان نشان می‌دهد که دو هسته مشخص افزایش فراوانی و قوع یخ‌بندان در اطراف ایستگاه‌های باروت آقاچی و خیرآباد با احتمال وقوع ۱۳۰ روز و بیشتر وجود دارد که بیشترین ارتفاع را در بین سایر ایستگاه‌های منطقه دارند. در حالی که در مناطق پست اطراف احتمال وقوع تعداد روزهای یخ‌بندان ۱۰۲ روز است و دامنه اختلاف تقریباً به ۲۸ روز در منطقه مورد مطالعه می‌رسد.

منابع

آذر، عادل و مؤمنی، منصور، (۱۳۸۱)، "آمار و کاربرد آن در مدیریت"، انتشارات سمت، جلد دوم.

بازرگان لاری، عبدالرضا، (۱۳۸۲)، "آمار کاربردی". انتشارات دانشگاه شیراز.

جمشیدی، خدیجه، (۱۳۷۶)، "آمار و کاربرد آن در مدیریت"، انتشارات دانشگاه پیام نور، قسمت اول. «جهان‌بخش، سعید و معصومه امام قلیراده، (۱۳۸۴)، بررسی و پیش‌بینی یخ‌بندان برای منطقه اورمیه»، خلاصه مقالات کنفرانس بین‌المللی مخاطرات زمین، دانشگاه تبریز.

حجازی زاده، زهرا، ناصر زاده، حسین (۱۳۸۴)، "محاسبه و تجزیه و تحلیل ساعتهای تداوم یخ‌بندان با استفاده از برنامه نویسی به زبان دلفی"،

- بر اساس نتایج حاصل از برآش اولیه و آزمون نیکویی برآش، بهترین توزیع برای روز آغاز و خاتمه یخ‌بندان، فصل یخ‌بندان و فراوانی و قوع یخ‌بندان توزیع نرمال و برای طول فصل رشد توزیع لوگ نرمال است.

- نتایج حاصل از بررسی تاریخ آغاز و خاتمه یخ‌بندان از نظر احتمال وقوع به روش نرمال نشان می‌دهد که ایستگاه‌های مرکزی استان نظیر خیرآباد و باروت آقاچی در ارتباط با خاتمه یخ‌بندان از شرایط ویژه‌ای برخوردارند. به طوری که احتمال وقوع یخ‌بندان دیررس بهاره در اوخر اردیبهشت ماه نیز وجود دارد. از مرکز به طرف حاشیه‌های استان احتمال تاریخ وقوع یخ‌بندان دیررس بهاره به روزهای کمتری می‌رسد تا اینکه به روز ۱۰ فروردین و کمتر از آن نیز تقلیل می‌یابد.

- مطابق با نقشه روز آغاز یک هسته کاهش تاریخ وقوع یخ‌بندان در اطراف ایستگاه خیرآباد مشاهده می‌شود و به طور متوسط هر ۲ سال یکبار احتمال دارد که در روزهای ۲۲ و ۲۴ مهر ماه یخ‌بندان زودرس پاییزه اتفاق افتد. در حالی که احتمال تاریخ وقوع یخ‌بندان در اطراف ایستگاه فیله خاصه برابر با روز ۲۶ آبان ماه در هر ۲ سال یکبار است. دامنه تفاوت این دو منطقه ۳۴ روز است که می‌تواند از نظر کشاورزی قابل توجه باشد.

- نتایج حاصل از محاسبات توزیع های احتمال نشان دهنده یک هسته مشخص افزایش طول فصل یخ‌بندان در اطراف ایستگاه خیرآباد (۲۰۰ روز) است.

کمالی، غلامعلی و حبیبی نوختندا، مجید (۱۳۸۴) : "بررسی توزیع مکانی و زمانی یخیندان در ایران و نقش آن در حمل و نقل جاده‌ای" : پژوهشنامه حمل و نقل، سال دوم، شماره ۲، (۱۲۵-۱۲۷).

کمالی، غلامعلی، (۱۳۸۱)، "سماهای زیان بخش به کشاورزی ایران در قالب معیارهای احتمالاتی، مطالعه موردی، تهران" : فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، شماره ۶۴-۶۳، زمستان ۸۰ و بهار ۱۴۹-۱۶۵.

مجرد قره باغ، فیروز، (۱۳۷۶)، "تحلیل و پیش‌بینی یخیندان در آذربایجان" ، رساله دکتری دانشگاه تربیت مدرس.

مهدوی، محمد، (۱۳۷۱)، "هیدرولوژی کاربردی" ، انتشارات دانشگاه تهران، جلد دوم.

نوحی، کیوان، صحرائیان، فاطمه، پدرام، مژده و صداقت کردار، عبدالله، (۱۳۸۷)، تعیین طول دوره بدون یخیندان با استفاده از تاریخهای آغاز و خاتمه یخیندان فرارفتی و تابشی در نواحی زنجان، قزوین و تهران، علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی / سال دوازدهم / شماره چهل و ششم (ب)، (۴۶۰-۴۴۹).

نوحی، کیوان و پدرام، مژده و صحرائیان، فاطمه و کمالی، غلامعلی، (۱۳۸۶)، "بررسی و تحلیل تاریخ آغاز و خاتمه یخیندان‌های تابشی - فرارفتی و فرارفتی در استان‌های آذربایجان شرقی و غربی" : فصلنامه علمی پژوهشی وزارت جهاد کشاورزی، جلد ۲۰، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۶، (۱۹۷-۲۱۱).

فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، شماره ۷۶، (۱۵۰-۱۳۹).

خلجی، مهدی، (۱۳۸۰)، "پیش‌بینی سرمای دیررس بهاره و زودرس پاییزه برای تعدادی از گیاهان زراعی و باغی در استان چهارمحال و بختیاری" : مجله نهال و بذر، جلد ۱۷، شماره ۲، (۱۳۹-۱۲۶). سمیعی، محمود و دیگران، (۱۳۶۷)، «تجزیه تحلیل اقلیمی اطلاعات و احتمالات تاریخ شروع و خاتمه یخیندان پاییزه و بهاره در آستانه‌های بحرانی دما و طول فصل رویش در ایران»، انتشارات سازمان هواشناسی کشور.

عزیزی، قاسم و مجید حبیبی نوختندا، (۱۳۸۴)، "مطالعه توزیع زمانی و مکانی یخیندان و لغزندهای در جاده‌های هرازوفیروزکوه" ، مجله پژوهش‌های جغرافیایی، دانشگاه تهران، شماره ۵۱، (۶۵-۵۱).

عزیزی، قاسم، (۱۳۸۳)، "ارزیابی سینوپتیکی یخیندان‌های فرآگیر بهاری در نیمه غرب ایران" : مجله مدرس علوم انسانی، شماره ۸(۱)، پیاپی ۳۲، (۹۹-۱۱۵).

علیجانی، بهلول و هژبرپور، قاسم، (۱۳۸۶)، "تحلیل همدید یخیندان‌های استان اردبیل" : جغرافیا و توسعه، شماره ۱۰، (۸۹-۱۰۶).

علیزاده، امین، (۱۳۸۰)، "اصول هیدرولوژی کاربردی" ، چاپ سیزدهم، انتشارات آستان قدس رضوی.

علیزاده، امین، موسوی، محمد، کمالی، غلامعلی، (۱۳۷۳)، "تاریخ وقوع اولین یخیندان‌های پاییزه و آخرین یخیندان‌های بهاره در خراسان" : نیوار، شماره ۲۴، (۵۶-۳۸).

- Thom, H. C. S, R. H. Shaw (1958), "Climatologically analysis of freeze data for Lawa", Monthly weather Reviews (87).
- Watkins, S. C. (1991), "The annual period of freezing temperatures in Central England 1850-1959", Inter. J. Climatology, 11(8). 889-896.
- Waylen, P. R. and Lebouillier, D. W. (1988), "Stochastic analysis of cold spells"J. Appl. Meteor, 27(1): 67-76.
- Waylon, p.r. (1988), Statistical Analysis of Freezing Temperatures in Central and Southern Florida, J. climatology, 8(6).
- WMO. (1983), Guide to climatologically practice; Geneva, Switzerland, No (100).
- هاشمی، فریدون، (۱۳۴۸)، "تجربه و تحلیل استاتیکی از سرمای تهران"؛ انتشارات دفتر تحقیقات و بررسی‌های علمی هواشناسی کشور.
- Eriksson And Lindquist, S. (2002), Regional Influence on Road Slipperiness During Winter Precipitation Events, (2nd) International Road Weather Conference, Sapporo, Japan.
- Suckling, P. W. (1988)," Fluctuations of last spring-freeze dates in the Southeastern United States, Physical Geography, 7. 239-245.