



## بررسی احتمال تداوم روزهای بارش در ایران زمین

بهلول علیجانی: استاد اقليمی شناسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران  
پیمان محمودی: استادیار اقلیم شناسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، Zahedan, ایران\*

عبدالرئوف شاهوzeni: کارشناس هواشناسی همدید، مرکز تحقیقات هواشناسی کاربردی استان سیستان و بلوچستان، Zahedan, ایران

عبدالمعبد محمدی: دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشگاه سیستان و بلوچستان، Zahedan, ایران

وصول: ۱۳۹۱/۹/۲۶ پذیرش: ۱۳۹۱/۱۲/۲۲، صص ۱-۱۶

### چکیده

بارش به عنوان مهمترین عنصر اقلیمی همواره در سرزمین ایران از پیچیدگی‌های خاصی برخوردار بوده است. این پیچیدگی‌ها که بیشتر ناشی از موقعیت جغرافیایی این سرزمین پهناور بوده است باعث گردیده است که بارش از توزیع زمانی و مکانی یکنواختی برخوردار نباشد. هدفی که این تحقیق در پی دست یافتن به آن است تعیین تداوم‌های دو، سه و چهار روزه بارش در ایران زمین و تعیین ساختار احتمالی آن با استفاده از تعیین بهترین مرتبه زنجیره مارکوف و برآزش آن بر داده‌های بارش در این سرزمین پهناور است. برای دستیابی به این هدف، داده‌های مربوط به بارش روزانه ۴۴ ایستگاه هواشناسی سینوپتیک برای یک دوره ۲۵ ساله (۱۹۸۱-۲۰۰۵) از سازمان هواشناسی کشور اخذ گردید. سپس با استفاده از مدل‌های مرتبه یک، دو و سه زنجیره مارکوف، پارامترهای تداوم بین بارش‌های دو روزه، سه روزه و چهار روزه محاسبه گردید. نتایجی که از این تحقیق حاصل آمد عبارتند از اینکه در دوره سرد سال: بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های دو روزه، سه روزه و چهار روزه با میانگین ۳۵، ۵۴ و ۲۳ بار تکرار مربوط به ایستگاه بندر انزلی و کمترین آنها مربوط به جنوب شرق ایران است. بهترین مدل آماری هم از میان سه مدل استفاده شده جهت بررسی تداوم بارش‌های ایران زمین در دوره سرد سال مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته است. برای دوره گرم سال نیز بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های دو روزه، سه روزه و چهار روزه به ترتیب با میانگین ۱۸، ۱۸ و ۸ بار تکرار متعلق به ایستگاه بندر انزلی و کمترین این تداوم‌ها با میانگین متعلق به قسمت اعظمی از نواحی مرکزی و جنوبی ایران است. در نهایت مدل مناسب جهت تحلیل تداوم روزهای بارش در ایران در دوره گرم سال، مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته است. با این تفاوت که این مدل تنها برای نواحی شمال و شمال غربی ایران مناسب است و روزهای بارش نواحی جنوبی و مرکزی ایران ویژگی مارکوفی ندارند.

واژه‌های کلیدی: ایران، تداوم بارش، زنجیره مارکوف، ضریب تداوم

### مقدمه

بارش به عنوان مهمترین عنصر اقلیمی همواره در سرزمین ایران از پیچیدگی‌های خاصی برخوردار بوده است. این پیچیدگی‌ها که بیشتر ناشی از موقعیت جغرافیایی این سرزمین پهناور بوده است باعث گردیده است که بارش از توزیع زمانی و مکانی یکنواختی برخوردار نباشد.

بارش‌های روزانه تل آویو، ویژگی‌های زنجیره مارکوف مرتبه یک دو حالت را دارد یعنی بین و قوع بارش امروز با شرایط حاکم بر دیروز یک وابستگی وجود دارد. هر چند بعد از کار گابریل و نیومن، مدل‌های پیچیده تری جهت برآش توزیع‌های آماری بر داده‌های هواشناسی پیشنهاد گردیده است؛ اما استفاده از این مدل هنوز جایگاه خاصی را در مطالعات اقلیم شناسی و هواشناسی دارا است. به طوریکه تودورو ویچ و ول هیسر (۱۹۷۵) از این مدل جهت بررسی بارش‌های ۲۷ روزه وهاپکینز و رابیلارد (۱۹۶۴) نیز بارش‌های روزانه استان پری کانادا را با این مدل مورد بررسی قرار داده اند. ویکتور و ساستری هم در سال ۱۹۷۹ ویژگی‌های احتمالاتی بارش‌های روزانه انسنتیوی تحقیقات کشاورزی هندوستان را با استفاده از این مدل در یک بازه زمانی ۳۰ ساله برای ماههای ژوئن تا سپتامبر مورد مطالعه قرار داده اند. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که بارش‌های روزانه این ایستگاه در چهار ماه مورد مطالعه در سطح احتمالاتی یک درصد با زنجیره مارکوف مرتبه اول ویرای دو ماه ژوئن و سپتامبر در سطح احتمالاتی پنج درصد با زنجیره مارکوف مرتبه دوم بهترین برآش را نشان می‌دهند. سینگ و کریپلانی (۱۹۸۴) نیز نشان دادند که زنجیره مارکوف مرتبه دوم در طول مونسون تابستانه نواحی نیمه خشک هندوستان بهترین برآش را بر داده‌های بارش روزانه این قسمت از سرزمین هندوستان دارد. لذا از این مدل جهت بررسی و تحلیل ویژگی‌های احتمالاتی بارش این ناحیه استفاده نموده اند. سابرامانیام و سانجیرا (۱۹۸۹) دو محقق دیگر هندوستانی هستند که وقوع موسم‌های تر و خشک جنوب آندرایردادش را با

موقعیت جغرافیایی ایران دارای دو ویژگی بارز است: نخستین ویژگی کوهستانی بودن آن است که اثرات چشمگیری بر سیمای طبیعی آن بر جای گذاشته و دوم قرار گیری آن در کمربند خشک جهانی است که در پیدایش خصوصیات بیابانی و نیمه بیابانی کشور نقش به سزائی داشته است. علاوه بر این دو خصیصه، نبایستی قرار گیری ایران بین سیری در شمال، هندوستان در شرق و شبه جزیره عربستان در جنوب غرب و تاثیراتی که این سرزمین‌ها بر روی اقلیم ایران می‌گذارند فراموش نمود (بابائی فینی، ۱۳۸۲).

یکی از ویژگی‌های بارشی این سرزمین پهناور که کمتر بدان توجه شده است، گوناگونی در تداوم روزهای بارش آن است. در اینجا منظور از تداوم، خودهمبستگی مشت بین روزهای بارش است. جهت بررسی این تداوم و تحلیل ویژگی‌های زمانی و مکانی آن از مدل زنجیره مارکوف استفاده شده است. مدل زنجیره مارکوف یک تکنیک ریاضی جهت تحلیل پدیده‌های تصادفی است که تداومی از مشاهدات را در طول زمان نشان می‌دهد (طالشی، ۱۳۸۴). در واقع در روش زنجیره مارکوف یک سری از مشاهدات و تغییر هر کدام از مشاهدات از حالت به حالت دیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد (علیزاده، ۱۳۸۳). استفاده از این مدل به دلیل توانمندی‌هایی که در محاسبه دوره‌های خشک و تر و همچنین ساده کردن حل بسیاری از مسایل مربوط به فرایندهای وابسته دارد بسیار مورد توجه محققین مختلف در رشته‌های گوناگون قرار گرفته است. گابریل و نیومن (۱۹۶۲) جزء اولین کسانی بودند که این مدل را جهت بررسی ویژگی‌های وقوع بارش‌های روزانه مورد استفاده قرار دادند. آنها بر اساس این مدل نشان دادند که وقوع

اقالیم مختلف ایران، ویژگی‌های بارشی این ایستگاه‌ها را با استفاده از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول مطالعه نتیجه گرفت که این مدل توانایی بیان ویژگی‌های احتمالاتی بارش در اقالیم مختلف ایران را دارد. قادر مرزی محقق دیگری است که در سال ۱۳۸۰، تحلیل و پیش‌بینی نوسانات آب و هوای در استان کردستان را با استفاده از مدل زنجیره مارکوف دستمایه تحقیق خود قرار داده بود. مدلی که ایشان برای بررسی این نوسانات انتخاب نموده بود مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته برای بارش و مدل مرتبه اول سه حالته برای دما بود. علیجانی و همکارانش (۱۳۸۴) هم جهت تحلیل و پیش‌بینی بارش‌های منطقه لارستان، مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته را به عنوان مدل مناسب جهت تحلیل بارش این منطقه تشخیص داده و نتیجه گرفتند در مناطقی همچون لارستان که ناهمگنی بارش در آن شدید است، این مدل از دقت کافی جهت پیش‌بینی دوره‌های تر و خشک برخوردار است. حجازی زاده و شیرخانی (۱۳۸۴) نیز خشکسالی‌ها و دوره‌های کوتاه مدت خشک و تر استان خراسان را با استفاده از این مدل بررسی کرده اند. از دیگر کارهای انجام شده با استفاده از این مدل در ایران می‌توان به کارهای آشگر طوسی و علیزاده (۱۳۸۲)، یوسفی و همکارانش (۱۳۸۶)، فولادمند (۱۳۸۵) و دل آرا (۱۳۸۷) اشاره نمود.

از آنجا که سیستم‌های سینوپتیک مؤثر بر بارندگی ممکن است به مدت چند روزی روی هر منطقه دوام داشته باشد. لذا تعیین احتمال رویدادهای مانند یک روز تر به دنبال یک روز تر دیگر، یک روز خشک به دنبال یک روز خشک، یک روز خشک به دنبال یک روز تر و یا بر عکس مفید خواهد بود. با مروری که

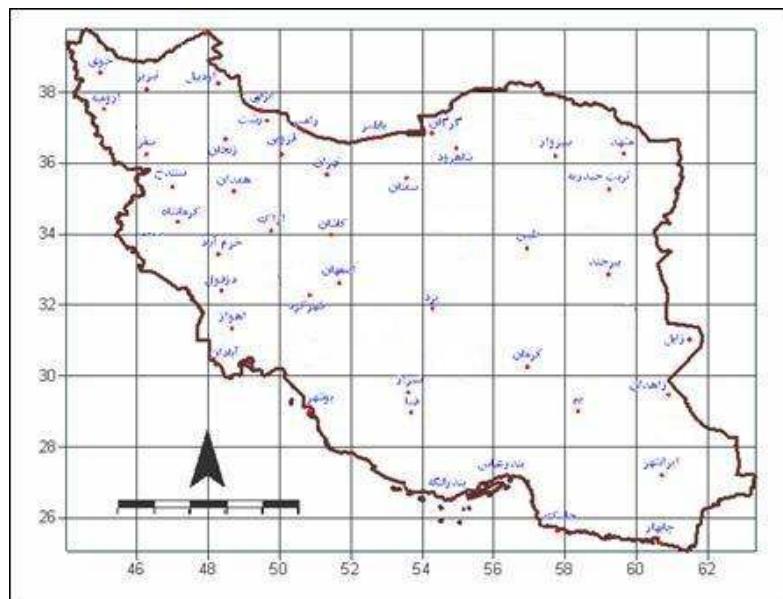
هدف رسیدن به یک تقویم زراعی مناسب جهت کشت دیم با استفاده از مدل ذکر شده مورد تحقیق قرار دادند. آنها برای رسیدن به این هدف از آمار هفتگی بارش یک دوره ۳۰ ساله در طی ماههای ژوئن تا سپتامبر بهره گرفتند. آستانه مورد نظر این محققین جهت مشخص نمودن هفته‌های تر و خشک ۲۰ میلیمتر در هفته بود چون آنها معتقد بودند که این میزان بارش می‌تواند کلیه نیازهای آبی گیاهان منطقه مورد مطالعه را در طی یک هفته تامین کند. مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول مدلی بود که برای بررسی ویژگی‌های بارشی این منطقه از طرف این محققین انتخاب شده بود. از دیگر مطالعاتی که در گوشه و کنار جهان با استفاده از این مدل جهت شناخت ویژگی‌های بارشی یک منطقه استفاده شده است می‌توان به کارهای محققینی همچون: چین (۱۹۷۷)، جونز و تورنتن (۱۹۹۳)، استاین مان (۲۰۰۳)، مون و همکاران (۱۹۹۴)، مارتین وايد و گومش (۱۹۹۹)، لو و همکاران (۱۹۹۹) و پنالبا و لیانو (۲۰۰۶) اشاره نمود. در ایران نیز استفاده از مدل زنجیره مارکوف جهت تجزیه و تحلیل ویژگی‌های بارشی یک منطقه، با کارهایشی (۱۳۴۵) آغاز شد. ایشان جهت تجزیه و تحلیل بارش‌های روزانه تهران، آستانه ۰/۲ میلی متر را جهت تشخیص روزهای خشک و تر انتخاب و سپس با استفاده از این مدل، دیگر ویژگی‌های احتمالاتی آن را بررسی نمود. مشکانی (۱۳۶۳) نیز در سال ۱۳۶۲ احتمال تواتر روزهای خشک و تر بابلسر را با استفاده از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته اما از دیدگاه بیز تجربی بررسی نمود. همچنین جعفری بهی (۱۳۷۸) با انتخاب پنج ایستگاه هواشناسی بوشهر، شیراز، اصفهان، کرج و بندر انزلی به عنوان نمایندگان

### داده‌ها و روش تحقیق

برای بررسی تداوم روزهای بارش در ایران زمین و دستیابی به یک الگوی بارشی مناسب در این زمینه، داده‌های مربوط به بارش روزانه ۴۴ ایستگاه هواشناسی سینوپتیک برای یک دوره ۲۵ ساله (۲۰۰۵-۱۹۸۱) از سازمان هواشناسی کشور اخذ گردید. از دلایل انتخاب این دوره و این تعداد ایستگاه می‌توان به معیارهایی همچون داشتن حداقل ۲۵ سال طول دوره آماری مناسب، نداشتن نقص آماری بیش از ۲۰ درصد از کل داده‌های هر ایستگاه و تراکم و پراکندگی مناسب ایستگاه‌ها در سطح کشور اشاره نمود. توزیع و پراکنش ایستگاه‌های مورد مطالعه در سطح کشور در شکل ۱ آورده شده است.

بر منابع خارجی و داخلی صورت گرفت و به برخی از آنها نیز در بالا اشاره شد مشخص گردید تمام مطالعاتی که بخصوص در ایران با استفاده از مدل زنجیره مارکوف انجام شده است اکثراً متکی بر مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالت و در موارد نادری مدل چند حالته آن بوده است. هرچند زنجیره‌های مارکوف مرتبه اول بیانگر خوبی از وقوع بارندگی روزانه هستند، اما روشن نیست که این مدل ساده برای نشان دادن ساختار همبستگی کافی باشد. یعنی امکان دارد زنجیره‌های مارکوف مرتب بالاتر، برآزش بهتری بر داده‌های سری زمانی داشته باشند.

هدفی که این تحقیق در پی دست یافتن به آن است تعیین تداوم‌های دو، سه و چهار روزه بارش در ایران زمین و تعیین ساختار احتمالی آن با استفاده از تعیین بهترین مرتبه زنجیره مارکوف و برآزش آن بر داده‌های بارش در این سرزمین پهناور است.



شکل ۱ - نقشه موقعیت و پراکنش ایستگاه‌های مورد مطالعه

مارکوف، زنجیره مارکوف مرتبه اول است که به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$P_r\{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r\{X_{t+1}|X_t\} \quad (1)$$

در این رابطه،  $P_r$  احتمال شرطی و بیان کننده این مفهوم است که نتیجه هر فرایند در زمان  $t+1$  تنها به شرایط در زمان  $t$  بستگی دارد یعنی پیش‌بینی شرایط فردا، منحصرأً به وسیله داده‌های امروز صورت می‌گیرد و داده‌های دیروز در آن اطلاعات اضافه‌ای فراهم نمی‌کنند. بسط همین خاصیت مارکوفی که در رابطه (1) بیان شد در زنجیره‌های مارکوف مرتبه دوم و سوم به صورت زیر است:

$$P_r = \{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r\{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}\} \quad (2)$$

$$P_r = \{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r\{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, X_{t-2}\} \quad (3)$$

با این تفاصیل، نخستین گام جهت استفاده از مدل زنجیره مارکوف فراهم نمودن ماتریس شمارش فراوانی انتقالات جهت محاسبه ماتریس احتمالات انتقال است. استخراج فراوانی انتقال‌ها با استفاده از برنامه‌ای که در محیط نرم افزاری Matlab تهیه گردیده بود برای تداوم‌های ۲، ۳ و ۴ روزه استخراج گردیدند. سپس برای هر ایستگاه و برای هر کدام از دوره‌های سرد و گرم، ماتریس شمارش فراوانی انتقالات برای مرتبه‌های اول، دوم و سوم زنجیره مارکوف فراهم آمد که در زیر نمونه‌ای از این ماتریس‌ها برای دوره سرد ایستگاه سنتنچ مشاهده می‌شود (جداول ۱، ۲ و ۳).

**جدول ۱-۱** ماتریس شمارش فراوانی انتقالات زنجیره مارکوف مرتبه اول دوره سرد ایستگاه سنتنچ

	۰	۱	جمع حاشیه‌ای
۰	۲۵۴۳	۶۴۲	۳۱۸۵
۱	۶۳۷	۷۰۹	۱۳۴۶
	۳۱۸۰	۱۳۵۱	۴۵۳۱

جهت بررسی تداوم روزهای بارش در ایران زمین از مدل زنجیره مارکوف بهره گرفته شده است. مدل زنجیره مارکوف یک تکنیک ریاضی جهت مدل سازی پدیده‌های تصادفی است که توالی از مشاهدات را در طول زمان نشان می‌دهد. برای شروع این کار ابتدا داده‌های بارش روزانه کل ایستگاه‌ها به دو دوره سرد (اکتبر تا مارس) و گرم (آوریل تا سپتامبر) تقسیم شدند.

تعیین آستانه برای مشخص نمودن روزهای بارانی از غیر بارانی مرحله دوم کار را تشکیل می‌داد. در مورد تعیین این آستانه بین آب و هواشناسان اختلاف نظر زیادی وجود دارد به طوریکه آنها معیارهای گوناگونی را برای این منظور پیشنهاد داده اند؛ معیارهای مختلفی همچون  $0/01$ ،  $0/1$ ،  $0/2$ ،  $0/15$ ،  $0/25$ ،  $0/3$  (دومروسان و راتاتونگ، ۱۹۹۳). همچنین سازمان هواشناسی جهانی نیز روز بارانی را با حداقل ۱ میلی متر بارش در ۲۴ ساعت تعریف کرده است (ذوقفاری، ۱۳۷۹). علیجانی (۱۳۷۴) و رسولی (۱۳۶۹) هم روزی را بارانی محسوب می‌کنند که بیش از یک میلیمتر بارندگی داشته باشد. در این تحقیق نیز با عنایت به شرایط محیطی ایران و کم بودن تعداد روزهای بارش در بعضی از ایستگاه‌ها در طول سال، رقم  $0/1$  میلی متر بارش در روز به عنوان آستانه روز بارانی تعیین گردید.

بعد از مشخص نمودن آستانه تری، روزهای به دو دسته روزهای خشک با آستانه بارندگی کمتر از  $0/1$  میلی متر ( $X_t = 0$ ) و روزهای تر با آستانه بارندگی بیش از  $0/1$  میلی متر ( $X_t = 1$ ) تقسیم گردیدند.

اکنون داده‌ها جهت برآش زنجیره مارکوف بر آنها آماده می‌باشند. معمولی ترین شکل مدل زنجیره

معادلات بالا برای ایستگاه سنتدج در دوره سرد سال محاسبه گردیده است که نتایج آن برای زنجیره مارکوف مرتبه اول در جدول ۴، برای مرتبه دوم در جدول ۵ و برای مرتبه سوم در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۴- ماتریس احتمالات انتقال زنجیره مارکوف

مرتبه اول دوره سرد ایستگاه سنتدج

	۰	۱	
۰	۰/۷۹	۰/۲۱	۱
۱	۰/۴۷	۰/۵۳	۱

جدول ۵- ماتریس احتمالات انتقال زنجیره مارکوف

مرتبه دوم دوره سرد ایستگاه سنتدج

$X_{t-1}$	$X_t$	۰	۱	
۰	۰	۰/۸۱	۰/۱۹	۱
۰	۱	۰/۳۷	۰/۶۳	۱
۱	۰	۰/۷۴	۰/۲۶	۱
۱	۱	۰/۵۶	۰/۴۴	۱

جدول ۶- ماتریس احتمالات انتقال زنجیره مارکوف

مرتبه سوم دوره سرد ایستگاه سنتدج

$X_{t-2}$	$X_{t-1}$	$X_t$	۰	۱	
۰	۰	۰	۰/۸۱	۰/۱۹	۱
۰	۰	۱	۰/۳۶	۰/۶۴	۱
۰	۱	۰	۰/۷۶	۰/۲۴	۱
۰	۱	۱	۰/۵۷	۰/۴۳	۱
۱	۰	۰	۰/۷۶	۰/۲۴	۱
۱	۰	۱	۰/۴۱	۰/۵۹	۱
۱	۱	۰	۰/۷۵	۰/۲۵	۱
۱	۱	۱	۰/۵۴	۰/۴۶	۱

در ادامه با استفاده از ماتریس‌های احتمالات انتقال که قبلًا برای هر کدام از ایستگاه‌ها به طور جداگانه محاسبه گردیده بودند، آزمون‌های استقلال، ایستایی و همگنی مکانی ایستگاه‌ها نیز مورد محاسبه قرار گرفت (جهت آشنایی با این آزمون‌ها به منبع علیجانی و

جدول ۲- ماتریس شمارش فراوانی انتقالات زنجیره

مارکوف مرتبه دوم دوره سرد ایستگاه سنتدج

$X_{t-1}$	$X_t$	۰	۱	جمع حاشیه‌ای
۰	۰	۲۰۴۲	۴۶۷	۲۵۰۹
۰	۱	۱۴۲	۳۹۸	۶۴۰
۱	۰	۴۸۰	۱۶۳	۶۴۳
۱	۱	۳۹۷	۳۱۱	۷۰۸
		۳۱۶۱	۱۳۳۹	۴۵۰۰

جدول ۳- ماتریس شمارش فراوانی انتقالات زنجیره

مارکوف مرتبه سوم دوره سرد ایستگاه سنتدج

$X_{t-2}$	$X_{t-1}$	$X_t$	۰	۱	جمع حاشیه‌ای
۰	۰	۰	۱۶۶۱	۳۷۱	۲۰۳۲
۰	۰	۱	۱۷۸	۳۰۸	۴۸۶
۰	۱	۰	۱۸۳	۵۵	۲۳۸
۰	۱	۱	۲۲۵	۱۶۹	۳۹۴
۱	۰	۰	۳۶۳	۱۱۳	۴۷۹
۱	۰	۱	۶۳	۸۹	۱۵۲
۱	۱	۰	۲۹۶	۹۷	۳۹۳
۱	۱	۱	۱۶۸	۱۴۲	۳۱۰
		۳۱۳۷	۱۳۴۴	۴۴۸۱	

در مرحله بعد، ماتریس احتمال انتقال ایستگاه‌ها با استفاده از معادلات ۴، ۵ و ۶ برای هر کدام از مراتب یک، دو و سه زنجیره مارکوف محاسبه گردیدند.

$$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{i+}} = \frac{n_{ij}}{n_{i0} + n_{i1}} \quad (4)$$

$$P_{hij} = \frac{n_{hij}}{n_{hi+}} = \frac{n_{hij}}{n_{hi0} + n_{hi1}} \quad (5)$$

$$P_{ghij} = \frac{n_{ghij}}{n_{ghi+}} = \frac{n_{ghij}}{n_{ghi0} + n_{ghi1}} \quad (6)$$

برای مثال معادله (۵) نشان دهنده این است که اگر سری زمانی در زمان  $t-1$  در حالت  $h$  و در زمان  $t$  در حالت  $i$  بوده باشد احتمال اینکه مقدار آتسی سری زمانی  $j = X_{t+1}$  باشد برابر با  $P_{hij}$  خواهد بود. برآورده نمونه این احتمالات انتقال با استفاده از

گردیدند. جمع تعداد ماتریس‌های بدست آمده در این مرحله ۲۶۴ ماتریس بودند که ۱۳۲ مورد آن متعلق به ماتریس‌های فراوانی انتقالات و ۱۳۲ مورد دیگر متعلق به ماتریس احتمالات انتقال بوده است.

استخراج فراوانی تداوم‌های دو، سه و چهار روزه بارش نیز با استفاده از ماتریس‌های فراوانی انتقالات صورت گرفت به طوریکه برای هر ۴۴ ایستگاه این تداوم‌ها استخراج گردیدند. بعد از استخراج تداوم‌های مختلف، سؤالی که در اینجا مطرح می‌شد این بود که آیا توالی حالت‌های مختلف وقوع بارش‌های روزانه از لحظه آماری به یکدیگر وابسته هستند یا نه مستقل از یکدیگر هستند؟ برای جواب به این سؤال از آزمون خی دو بهره گرفته شد. بنابراین برای تمام ایستگاه‌ها و برای تمام تداوم‌ها این آزمون نیز اجرا و نتایج آنها ثبت شد.

بعد از روشن شدن تکلیف ایستایی و همگنی و وابستگی یا استقلال توالی حالت‌های مختلف وقوع روزهای بارش، در مرحله بعد از ضریب تداوم زنجیره مارکوف، که بیانگر میزان خود همبستگی روزهای بارش به یکدیگر است استفاده گردید. نتایج مثبت حاصل از این ضریب بدان معناست که احتمال اینکه یک روز بارانی، روز بارانی دیگری را دنبال نماید بیشتر از آن است که یک روز غیر بارانی را دنبال نماید.

حال اگر سری زمانی مورد مطالعه خاصیت خود همبستگی نداشته باشد یعنی  $r_1 = P_{11} - P_{01} = 0$  باشد در این صورت سری زمانی مورد مطالعه از قوانین حاکم بر احتمال شرطی خارج و سری زمانی،

همکاران، ۱۳۸۹ و مون و همکاران، ۱۹۹۴ مراجعه شوا). در نهایت پارامتر تداوم را که نشان دهنده میزان خود همبستگی روزهای بارش با یکدیگر می‌باشد با استفاده از معادلات ۷، ۸ و ۹ برای مراتب اول، دوم و سوم زنجیره مارکوف محاسبه گردیدند:

$$r_1 = P_{11} - P_{01} \quad (7)$$

$$r_2 = P_{111} - P_{011} \quad (8)$$

$$r_3 = P_{1111} - P_{0111} \quad (9)$$

در نهایت در محیط نرم افزاری Minitab و با استفاده از آزمون  $\chi^2$  معنی دار بودن پارامتر تداوم برای هر کدام از ایستگاه‌ها در سطح احتمالاتی  $\alpha = 0.05$  و با درجه آزادی  $(r-1)(c-1) df = (r-1)(c-1)$  آزمون شد که هر نشان دهنده تعداد ردیف‌ها و  $c$  تعداد ستون‌های هر یک از ماتریس‌های احتمالات انتقال می‌باشدند.

مطلوب و تعاریف کامل تر و جامع تر در مورد زنجیره مارکوف در منابع (پاشا، ۱۳۸۵) و کتز (۱۹۸۳) قابل دسترس خواهد بود.

#### - یافته‌های تحقیق

نظر به پهناوری سرزمین ایران و با توجه به مکانیسم‌های مختلف بارشی آن، شاهد گوناگونی‌های فراوانی در ویژگی‌های بارشی این سرزمین پهناور هستیم. تداوم روزهای بارش به عنوان یکی از این ویژگی‌های بارشی، با استفاده از مدل زنجیره مارکوف برای تمام ایران مورد بررسی قرار گرفته است. برای این مطالعه، ابتدا ماتریس‌های فراوانی انتقالات و ماتریس‌های احتمالات انتقال برای هر ۴۴ ایستگاه مورد مطالعه برای یک دوره زمانی ۲۵ ساله (۱۹۸۱-۲۰۰۵) به تفکیک دوره‌های سرد و گرم تنظیم

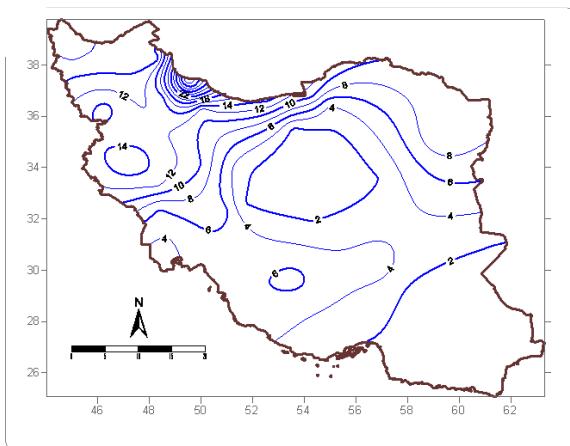
روزه با ۵۴ بار تکرار در سال در جنوب غرب دریای خزر و کمترین آن با ۳ بار تکرار در جوب شرق ایران و ایستگاه چابهار مشاهده شده است (شکل ۲). ضریب تداوم نیز بیشترین مقدار را برای جنوب غرب دریای خزر و کمترین آن را برای ایران مرکزی به خصوص دو ایستگاه اصفهان و سمنان نشان می‌دهد (جدول ۷). آزمون  $\chi^2$  نیز در سطح احتمالاتی  $\alpha = 0.05$  با رد فرضیه صفر، تداوم بارش‌های دو روزه را تایید می‌کند.

تداوم بارش‌های سه روزه نیز نشان می‌دهد که بیشترین فراوانی همچون تداوم‌های دو روزه متعلق به شمال ایران و به خصوص جنوب غربی دریای خزر با ۳۵ بار تکرار و کمترین آن با یک بار تکرار متعلق به ایستگاه‌های جنوب شرق ایران است (شکل ۳). اما خود همبستگی بین این بارش‌ها که به وسیله ضریب تداوم بیان می‌گردد حاکی از منفی بودن آن برای کل ایران است. پس تداوم بارش‌های سه روزه ایران خاصیت خودهمبستگی نداشته و از قوانین حاکم بر احتمال شرطی که نتیجه وابسته بودن روزهای بارش به یکدیگر می‌باشدند خارج و این سری زمانی از دسته‌های بینوم مستقل (تصادفی) خواهد بود و از قوانین داده‌های گسسته پیروی خواهد نمود (جدول ۷).

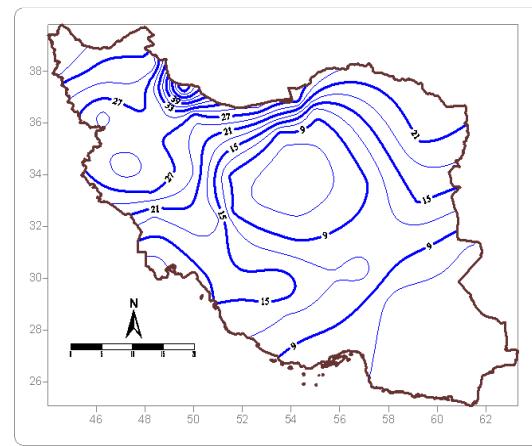
زنگیره ای از دسته‌های بینوم مستقل ( $N=1$ ) خواهد بود. توزیع بینوم ( $N=1$ ) می‌تواند به عنوان یک زنگیره مارکوف مرتبه صفر دو حالته نیز مورد بررسی قرار گیرد. همین قانون برای خودهمبستگی‌های منفی حاصل از سه معادله مورد اشاره معتبر و جاری است. با این تفاصیل اکنون به تفکیک دوره‌های سرد و گرم، توالی روزهای بارش مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.

### تداوم روزهای بارش در دوره سرد سال

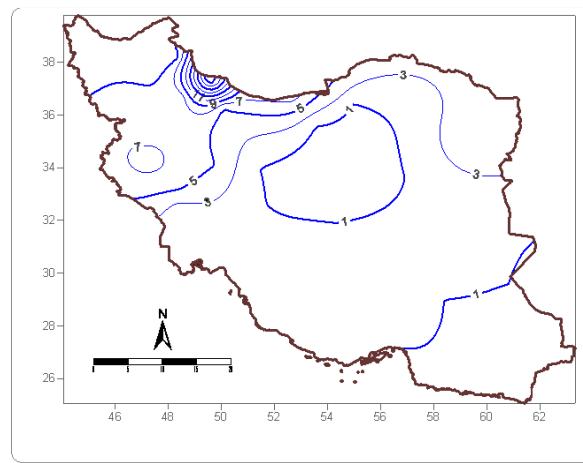
در دوره سرد سال به دنبال پسروی رودباد جنب حاره ای به طرف جنوب، بادهای غربی به ایران وارد می‌شوند. این پیشروی از اوایل فصل پائیز آغاز و تا شروع فصل زمستان ادامه خواهد داشت به طوریکه در این فصل از سال بر تمامی ایران مستقر خواهد بود. این بادها به همراه موج‌های کوتاه و بلند خود و سیکلون‌ها و آنتی سیکلون‌های سطح زمین مهمترین عامل آب و هوایی ایران در این دوره از سال به حساب می‌آیند که نتیجه آن را در ناپایدار کردن هوا و ایجاد بارش بر روی ایران می‌توان دید (علیجانی، ۱۳۸۱). لذا در این دوره هم بیشترین مقدار بارش و هم بیشترین تداوم در روزهای بارش را شاهد هستیم. بررسی تداوم بارش‌های دو روزه در ایران نشان می‌دهد که بیشترین فراوانی تداوم در بارش‌های دو



شکل ۳- توزیع فضائی فراوانی بارش‌های سه روزه دوره سرد ایران



شکل ۲- توزیع فضائی فراوانی بارش‌های دو روزه دوره سرد ایران



شکل ۴- توزیع فضائی فراوانی بارش‌های چهار روزه دوره سرد ایران

و این سری زمانی نیز جز سری‌های زمانی بیننوم مستقل (تصادفی) خواهد بود. جدول ۷ ضریب تداوم هر یک از ایستگاه‌ها را برای تداوم‌های دو، سه و چهار روزه نشان می‌دهد. همچنین تداوم‌هایی که منفی یا صفر و نزدیک صفر بوده اند با رنگ زرد و تداوم‌هایی که به وسیله آزمون<sup>۲</sup> مورد تایید قرار نگرفته اند با رنگ قرمز نشان داده شده اند.

تمام بارش‌های چهار روزه ایران نسبت به دیگر تداوم‌های مطالعه شده دارای فراوانی بسیار کمتری است. به طوریکه قسمت اعظم ایران به استثنای نواحی شمالی، فراوانی کمتر از ۳ بار تکرار در سال را دارد هستند (شکل ۴). اما ضریب تداوم بارش‌های چهار روزه حاکی از عدم خود همبستگی تداوم‌های چهار روزه در تمام ایران به جز نواحی شمالی است. پس با این اوصاف به جز نواحی شمالی ایران، تداوم بارش‌های چهار روزه خاصیت خود همبستگی نداشته

جدول ۷- ضرایب تداوم بارش‌های دو، سه و چهار روزه دوره سرد ایران به همراه نتایج آزمون<sup>۲</sup>

ایستگاه	دوره سرد				ایستگاه	دوره سرد			
	دو روزه	سه روزه	چهار روزه	دو روزه		سه روزه	چهار روزه	دو روزه	سه روزه
سقز	۰/۳۴	-۰/۱۲	۰	بندر انزلی	۰/۴	-۰/۰۵	۰/۰۵		
سنندج	۰/۳۲	-۰/۱۹	۰/۰۳	اردبیل	۰/۲۹	-۰/۰۹	-۰/۰۴		
اصفهان	۰/۲۲	-۰/۱۶	۰/۱۲	اراک	۰/۳۲	-۰/۱۹	۰/۰۵		
خوی	۰/۳۷	-۰/۰۷	۰/۰۷	قزوین	۰/۲۳	-۰/۰۹	۰/۰۱		
جاسک	۰/۳۵	-۰/۱۲	۰/۱۲	بندرعباس	۰/۳۴	-۰/۱۵	۰/۱۱		
رشت	۰/۳۸	-۰/۰۷	۰/۱۵	همدان	۰/۳۲	-۰/۱۱	۰/۰۳		
سمنان	۰/۲۲	-۰/۰۸	۰/۰۴	زابل	۰/۲۶	-۰/۰۷	۰/۰۴		
بندر لنگه	۰/۳۴	-۰/۰۹	۰/۱۷	خرم آباد	۰/۳۴	-۰/۱۹	۰/۰۵		
چابهار	۰/۲۹	۰/۰۳	۰/۲۹	کرمان	۰/۲۳	-۰/۰۷	۰/۰۹		
ایرانشهر	۰/۲۸	-۰/۰۹	۰/۲۴	تبریز	۰/۲۹	-۰/۱۱	۰/۰۳		
کاشان	۰/۲۴	-۰/۰۶	۰/۰۳	تهران	۰/۳۲	-۰/۱۱	۰/۱۴		
بزد	۰/۲۷	-۰/۱۲	۰/۱۱	ارومیه	۰/۳۲	-۰/۱۱	-۰/۰۳		
طبس	۰/۲۴	-۰/۱۵	۰/۰۵	آبادان	۰/۲۶	-۰/۰۹	۰/۰۷		
رامسر	۰/۳	-۰/۱۲	-۰/۰۳	شهرکرد	۰/۲۹	-۰/۲۲	۰/۰۱		
مشهد	۰/۳۴	-۰/۱۷	۰/۰۴	فسا	۰/۳۵	-۰/۱۳	۰/۰۳		
سبزوار	۰/۳۳	-۰/۱۴	-۰/۰۳	کرمانشاه	۰/۳۵	-۰/۱۳	۰/۰۳		
دزفول	۰/۳	-۰/۱۵	-۰/۱۵	Zahidan	۰/۲۵	-۰/۰۶	۰/۱۷		
بیرجند	۰/۳۲	-۰/۱۴	۰/۰۱	گرگان	۰/۲۵	-۰/۱۹	۰/۰۲		
پاپیلس	۰/۳۱	-۰/۱۳	۰/۱۲	زنجان	۰/۳۲	-۰/۱۳	۰		
بم	۰/۳	-۰/۱۶	-۰/۰۸	تریت حیدریه	۰/۳۶	۰/۲۴	۰/۱۲		
اهواز	۰/۲۷	-۰/۱۳	۰/۰۹	شاہرود	۰/۲۳	-۰/۰۵	۰/۱		
بوشهر	۰/۳۴	-۰/۱۱	-۰/۰۴	شیراز	۰/۳۶	-۰/۱۳	۰/۰۸		

تمدد بارش‌های دو روزه در این ایام از سال نسبت به دوره سرد بسیار کمتر است به طوریکه بیشترین تمدد با فراوانی ۱۸ بار در سال متعلق به شمال ایران است و کمترین آن با فراوانی کمتر از دو بار در سال متعلق به قسمت اعظمی از نواحی مرکزی و جنوبی ایران است (شکل ۴). ضریب تمدد برای بارش‌های دو روزه در ایران نشان می‌دهد که نواحی مرکزی و جنوبی ایران خاصیت خودهمبستگی نداشته اما برای نواحی غرب، شمال غرب، شمال و شمال شرق ایران خاصیت خودهمبستگی وجود دارد (جدول ۸).

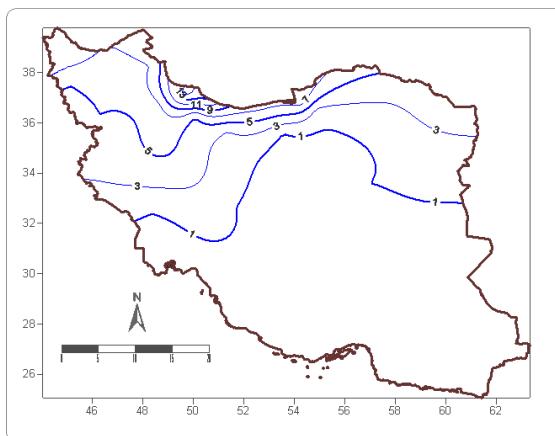
### تمدد روزهای بارش در دوره گرم سال

در دوره گرم سال به تبع استقرار رودبار جنب حاره ای بر روی ارتفاعات البرز، پوشش جنب حاره ای آذور همه جای ایران را در جنوب کوههای البرز فرا می‌گیرد و سبب تشکیل هوای پایدار بر روی ایران می‌گردد (علیجانی، ۱۳۸۱). در نتیجه در دوره گرم سال نه تنها میزان بارش بلکه تمدد در روزهای بارش نیز کاهش پیدا می‌کند. به طوریکه نواحی مرکزی و جنوبی کشور هوای صاف و خشک را در طول این ایام حکمران می‌گردد.

چهار روزه بوده اند یا فراوانی آنها به طور میانگین بیشتر از ۲ بار نبوده است. ضریب تداوم برای بارش‌های چهار روزه ایران محاسبه و هیچگونه خاصیت همبستگی در تداوم بارش‌های چهار روزه مشاهده نگردید. جدول ۸ ضریب تداوم هر یک از ایستگاه‌ها را برای تداوم‌های دو، سه و چهار روزه نشان می‌دهد. همچنان تداوم‌هایی که منفی یا صفر و نزدیک صفر بوده اند با رنگ زرد و تداوم‌هایی که به وسیله آزمون  $\chi^2$  مورد تایید قرار نگرفته اند با رنگ قرمز نشان داده شده اند.

برای تداوم بارش‌های سه روزه باقیستی گفت که بیشترین فراوانی با ۱۸ بار تکرار متعلق به ایستگاه رشت است و بخش عظیمی از کشور نیز قادر تداوم بارش‌های سه روزه می‌باشند (شکل ۶). ضریب تداوم نیز به جزء برای دو ایستگاه کرمانشاه و سبزوار نشانی از خودهمبستگی نداشته و آنهاهی هم که دارای خودهمبستگی بوده اند توسط آزمون  $\chi^2$  مورد تایید قرار نگرفته اند.

در نهایت بارش‌های با تداوم چهار روز با حداقل فراوانی ۸ بار در سال متعلق به ایستگاه‌های رشت و بندرانزلی بوده و بقیه نقاط ایران یا فاقد بارش‌های



### جدول ۸- ضرایب تداوم بارش‌های دو، سه و چهار روزه دوره گرم ایران به همراه نتایج آزمون<sup>۲</sup>

ایستگاه	دوره گرم			ایستگاه	دوره گرم		
	دو روزه	سه روزه	چهار روزه		دو روزه	سه روزه	چهار روزه
سقز	۰/۴	*	۰/۰۲	بندر انزلی	۰/۵۱	-۰/۰۳	۰/۰۲
سنندج	۰/۴	-۰/۰۱	-۰/۱۲	اردبیل	۰/۲۸	-۰/۰۳	۰/۰۱
اصفهان	۰/۲۷	۰/۰۱	-۰/۰۷	اراک	۰/۳۷	۰/۰۴	-۰/۰۴
خوی	۰/۳۵	-۰/۰۱	۰/۰۱	قزوین	۰/۳۶	-۰/۰۲	-۰/۰۳
جاسک	۰/۱۸	۰/۰۷	۰/۷	بندرعباس	۰/۱۶	۰/۲۴	۰/۱۷
رشت	۰/۳۶	-۰/۰۲	-۰/۰۳	همدان	۰/۴۱	-۰/۰۱	-۰/۱
سمنان	۰/۲۹	-۰/۰۳	۰/۰۳	زابل	۰/۲۴	-۰/۰۲	۰/۱۱
بندرلنگه	۰/۱۸	-۰/۲۵	*	خرم آباد	۰/۳۷	۰/۰۸	-۰/۰۵
چابهار	۰/۳۱	۰/۰۷	۰/۱۷	کرمان	۰/۳۴	-۰/۰۲	-۰/۰۲
ایرانشهر	۰/۱۵	-۰/۰۹	*	تبریز	۰/۳۵	-۰/۰۶	۰/۰۱
کاشان	۰/۳۳	۰/۰۱	۰/۱	تهران	۰/۳	۰/۰۲	-۰/۰۹
بزد	۰/۲۴	-۰/۲۵	۰/۲۹	ارومیه	۰/۳۵	-۰/۰۵	-۰/۰۶
طبس	۰/۳۳	-۰/۰۶	-۰/۰۵	آبادان	۰/۱۸	۰/۱	۰/۰۲
رامسر	۰/۳۴	-۰/۰۸	-۰/۰۳	شهرکرد	۰/۳۵	۰/۰۲	۰/۰۵
مشهد	۰/۳۶	۰/۰۴	۰/۰۴	فسا	۰/۳۲	۰/۱	-۰/۱۳
سبزوار	۰/۳۲	۰/۱	۰/۲۱	کرمانشاه	۰/۳۲	۰/۱	-۰/۱۳
دزفول	۰/۳۱	-۰/۱۲	-۰/۰۹	Zahedan	۰/۲۴	-۰/۰۲	۰/۲۶
بیرجند	۰/۳۵	۰/۰۲	۰/۰۶	گرگان	۰/۳	-۰/۱۱	۰/۰۵
پاپیلس	۰/۳۴	-۰/۰۷	-۰/۰۱	زنجان	۰/۳۴	*	۰/۰۶
بم	۰/۲۶	۰/۰۱	-۰/۰۷	تریت حیدریه	۰/۳۲	۰/۰۶	-۰/۱۴
اهواز	۰/۳۱	-۰/۰۹	۰/۰۱	شاہرود	۰/۲۶	-۰/۰۴	*
بوشهر	۰/۲۹	-۰/۰۸	۰/۰۴	شیراز	۰/۳۱	۰/۰۹	-۰/۰۱

ایستگاه بندر انزلی و کمترین آن با میانگین ۳ بار تکرار

در سال مربوط به جنوب شرق ایران و ایستگاه چابهار است.

• بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های ۳ روزه با میانگین ۳۵ بار تکرار در دره سرد سال مربوط به ایستگاه بندر انزلی و کمترین آن با میانگین کمتر از یک بار متعلق به ایستگاه‌های جنوب شرق ایران همچون بم، زابل، زاهدان، ایرانشهر و چابهار بوده است.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق جهت بررسی تداوم روزهای بارش در ایران زمین از مدل زنجیره مارکوف که یکی از روش‌های پیشرفته آماری مخصوصاً در زمینه تحلیل فرایندهای تصادفی به شمار می‌رود بهره گرفته شد. نتایج به دست آمده از این تحقیق در دو بخش به صورت زیر خلاصه شده است:

دوره سرد سال

• بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های دو روزه با میانگین ۵۴ بار تکرار در دوره سرد سال مربوط به

- حداکثر تداوم بارش‌های سه روزه در ایران متعلق به ایستگاه رشت با ۱۸ بار تکرار و قسمت اعظمی از ایران فاقد این نوع بارش‌های سه روزه است.
- بیشترین فراوانی بارش‌های چهار روزه در ایران با حداکثر فراوانی ۸ بار تکرار متعلق به ایستگاه‌های رشت و بندر انزلی بوده و خارج از نوار شمای ایران، دیگر نقاط آن به خصوص در ایران مرکزی و نوار جنوبی فاقد این نوع تداوم در بارش بوده است.
- در دوره گرم سال برای نواحی مرکزی و جنوبی ایران پارامتر تداوم، صفر و یا توسط آزمون<sup>2</sup> مورد تایید قرار نگرفت. بنابراین برای این نواحی وابستگی بین بارش امروز با دیروز وجود نداشته یا بسیار کم بوده است. در حالیکه برای شمال، شمال غرب و شمال شرق ایران پارامتر تداوم مثبت و وابستگی بین روزهای بارش وجود دارد.
- پارامتر تداوم برای بارش‌های سه و چهار روزه به جز برای نواحی جنوب غربی دریای خزر برای دیگر نواحی ایران وابستگی وجود ندارد.
- مدل مناسب جهت تحلیل تداوم روزهای بارش در ایران زمین در دوره گرم سال، مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته است. اما باید توجه نمود که این مدل در نواحی جنوبی و مرکزی ایران برآzs مناسی با داده‌ها نداشته و در مطالعات آینده بایستی با احتیاط و با تقسیم نمودن دوره گرم سال به دوره‌های کوچکتری همچون دوره‌های فصلی یا ماهانه استفاده شود.

- بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های چهار روزه با میانگین ۲۳ بار تکرار در دوره سرد سال مربوط به بندر انزلی و کمترین آن با میانگین ۱ بار تکرار مربوط به بخش عظیمی از ایران مرکزی و سواحل جنوبی ایران است.
- تداوم بارش‌های سه روزه ایران خاصیت خود همبستگی نداشته و از لحاظ ساختار احتمالاتی زنجیره ای از دسته‌های بینوم مستقل است.
- تداوم بارش‌های چهار روزه به جز نوار شمالی ایران خاصیت خود همبستگی نداشته و این زنجیره نیز جزء سری‌های بینوم مستقل است.
- از آنجاییکه در دوره سرد سال احتمال وقوع روز بارانی مشروط به اینکه روز قبلش نیز بارانی باشد ( $P_{11}$ ) از احتمال وقوع یک روز بارانی مشروط بر اینکه روز قبلش خشک باشد ( $P_{01}$ ) به مراتب بیشتر است (پارامتر تداوم همواره مثبت است) بنابراین وابستگی شدیدی بین وقوع بارندگی در یک روز به روز قبلش وجود دارد.
- بهترین مدل آماری از میان سه مدل استفاده شده جهت بررسی تداوم بارش‌های ایران زمین در دوره سرد سال مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالته است.
- دوره گرم سال**
- بیشترین فراوانی تداوم بارش‌های دو روزه با میانگین ۱۸ بار تکرار متعلق به ایستگاه بندر انزلی و کمترین آن با میانگین فراوانی کمتر از ۲ بار در سال متعلق به قسمت اعظمی از نواحی مرکزی و جنوبی ایران است.

ذوالفاری، حسن (۱۳۷۹). تحلیل الگوهای زمانی و مکانی بارش‌های روزانه در غرب ایران با استفاده از روش‌های آماری و سینوپتیک. رساله دکتری اقلیم شناسی، دانشکده علوم انسانی و اجتماعی، دانشگاه تبریز.

رسولی، علی اکبر (۱۳۶۹). آنالیز بارش‌های روزانه در آذربایجان. هفتمین کنگره جغرافی دانان ایران. تهران.

طالشی، عبدالله (۱۳۸۴). مدلسازی بارش‌های سالانه ایران با استفاده از روش زنجیره مارکوف. پایان نامه کارشناسی ارشد اقلیم شناسی، دانشکده علوم انسانی و اجتماعی، دانشگاه تبریز.

علیجانی، بهلول (۱۳۷۴). منابع رطوبت بارندگی ایران. دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه تربیت معلم تهران، ۱۳۷۴.

علیجانی، بهلول (۱۳۸۱) آب و هوای ایران. دانشگاه پیام نور، تهران، ۱۳۸۱.

علیجانی، بهلول، جعفرپور، زین العابدین، قادری، حیدر (۱۳۸۴). تحلیل و پیش‌بینی منطقه لارستان با استفاده از مدل زنجیره مارکوف. فصلنامه جغرافیایی سرزمین، سال دوم، ۷.

علیجانی، بهلول، پیمان محمدی، الله بخش ریگی چاهی و پرویز خسروی (۱۳۸۹). بررسی تداوم روزهای یخ‌بندان در ایران با استفاده از زنجیره مارکوف. پژوهش‌های جغرافیای طبیعی، ۷۳.

**منابع**

آشگر طوسی، شادی، امین علیزاده و سهیلا جوانمرد (۱۳۸۲). پیش‌بینی احتمال وقوع خشکسالی در استان خراسان. فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، ۱۸ (پیاپی ۷۰): ۱۲۸-۱۹۳.

بابایی فینی، ام السلمه (۱۳۸۲). تحلیل و الگویابی مکانی و زمانی بارش در ایران. رساله دکترای اقلیم شناسی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه تربیت مدرس.

پاشا، عین ا... (۱۳۸۵). فرایندهای تصادفی. دانشگاه پیام نور، تهران.

جعفری بهی، خدادبخش (۱۳۷۸). تحلیل آماری دوره‌های تر و خشک بارندگی در چند نمونه اقلیمی ایران با استفاده از زنجیره مارکوف. پایان نامه کارشناسی ارشد هواشناسی کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تهران.

حجازی زاده، زهرا، شیرخانی، علیرضا (۱۳۸۴). تحلیل و پیش‌بینی آماری خشکسالی و دوره‌های خشک کوتاه مدت در استان خراسان. پژوهش‌های جغرافیایی، ۵۲.

دل آر، قدیر (۱۳۸۷). تحلیل و پیش‌بینی بارش در استان اردبیل با استفاده از مدل زنجیره مارکف؛ پایان نامه کارشناسی ارشد اقلیم شناسی، دانشکده جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

- علیزاده، امین (۱۳۸۳). اصول هیدرولوژی کاربردی. مشهد: انتشارات دانشگاه امام رضا (ع).
- مشکانی، محمد رضا (۱۳۶۳). بررسی احتمال تواتر روزهای خشک با بلسراز دیدگاه بیز تجربی. مجله علوم آب، ۳.
- قادرمزی، حسن (۱۳۸۰). تحلیل و پیش‌بینی نوسانات آب و هوا در استان کردستان با استفاده از مدل زنجیره مارکف. پایان نامه کارشناسی ارشد اقلیم‌شناسی، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه تربیت معلم تهران.
- فولادمند، حمید رضا (۱۳۸۵). پیش‌بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیره مارکوف در یک منطقه نیمه خشک. مجله علوم کشاورزی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، سال دوازدهم، ۱.
- هاشمی، فریدون (۱۳۴۵). تجزیه و تحلیل استاتیستیکی از بارندگی سالانه، ماهانه و روزانه تهران. تحقیقات علمی هوافضایی کل کشور، تهران.
- یوسفی، نصرالله، حجام، سهراب، ایران نژاد، پرویز (۱۳۸۶). برآورد احتمالات خشکسالی و ترسالی با استفاده از زنجیره مارکوف و توزیع نرمال (مطالعه موردی: قزوین). پژوهش‌های جغرافیایی، ۶۰.
- Chin, E., (1977). Modeling daily precipitation occurrence process with Markov chain. Water. Resour. Res. 13(6).
- Domroes, M and Ranatung, E., (1993). A Statistical approach toward a regionalization of daily rainfall in Sri Lanka. Int. J. Climatol., 43.
- Gabriel, K.R. and Neumann, J., (1962). A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv; QUART. J. ROY. MET. SOC. 88.
- Hopkins, J. W., and Robillard, P., (1964). Some statistics of daily rainfall occurrence for the Canadian Prairie Province; J. Appl. Meteorol., Vol, 3.
- Jones, P. G. and Thornton, P. K., (1993). A rainfall generator for agriculture applications in the tropics. Agric. For. Meteorol. 63.
- Katz, R. W., (1983). Probabilistic models in probability statistics and decision making in the atmospheric sciences. A. H. Naphy and R. W. Katz, west view bulletin.
- Lu, Z-Q, and Berliner, L. M., (1999). Markov switching time series models with application to a daily runoff series. Water. Resour. Res. 35.
- Martin-Vide, J. and Gomez, L., (1999). Regionalization of Peninsular Spain based on the length of dry spells. Int. J. Climatol., 19.
- Moon, S. E., Ryoo, S. B. and Kwon, J. G., (1994). A Markov chain model for daily precipitation occurrence in South Korea. Int. J. Climatol., 14.
- Penal, O. C, and Llano, M. P., (2006). Temporal variability in the length of no-rain spells in Argentina. Proceedings of 8 ICSHMO, Foz do Iguaco, Brazil, April 24-28.
- Singh, S. V. and Kripalani, R. H., (1984). Analysis and prediction of short period droughts during summer monsoon over India, Mausam, New Delhi.
- Steinemann, A., (2003). Drought indicators and triggers: A stochastic approach to evaluation. Journal of the American water resources association (JAWRA),39 (5).

- Victor, U. S. and Sastry, P. S., (1979). Dry spell probability by Markov chain model and its application to crop development stages, Mausam, New Delhi.
- Subramaniam, A. R. and Sanjeeva, R. P., (1989). Dry spell sequences in south coastal Andhra, Mausam, New Delhi.
- Todorovic. P. and Woolhieser, D. A., (1975). A stochastic model of n-day precipitation; J. Appl. Prob., 12.