

مطالعه و مقایسه ماکزیمم فشار اعمالی در مفصل غضروفی رادیواسکافوئید با توجه به دو روش المان محدود (FEM) و مدل صلب- فنریت (RBSM)

آرین جوانمردیان^{۱*}، محمد حق پناهی^۲

^۱ دانشجوی کارشناس ارشد، بیومکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، ^۲ عضو هیات علمی، بیومکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

* نویسنده پاسخگو: تهران- شهرآرا- خ شهید منصوری- کوچه ۲۱- پلاک ۴،

E-mail: Aryan_javanmardian@yahoo.com

چکیده

مقدمه: مطالعه سینتیک مچ نقش به خصوصی در گسترش آسیب‌شناسی دارد و محققین در جستجوی یافتن درمان‌های جدید، کاهش درد و برگرداندن عملکرد مناسب مچ می‌باشند. هدف: هدف از این مقاله، بررسی و مقایسه ماکزیمم فشار اعمالی در طول سطوح تماسی مفصل غضروفی رادیواسکافوئید توسط دو روش المان محدود و مدل صلب- فنریت محاسباتی می‌باشد. مواد و روش‌ها: در مدل صلب- فنریت محاسباتی، ساختار مچ از اجسام صلب که نقش استخوان، فنرهای کششی و فشاری که به ترتیب نقش لیگامان‌ها و غضروف‌ها را بازی می‌کنند، تشکیل شده است و دارای یک سری روابط ریاضیاتی است که تنش و کرنش ایجاد شده نسبت به بار اعمالی را در ناحیه مفصل رادیواسکافوئید محاسبه می‌کند. یافته‌ها: نتایجی که از این دو روش به دست می‌آید حاکی از آن است که ماکزیمم فشار اعمالی در سطح تماسی مورد نظر تقریباً یکسان می‌باشد. اما روش صلب- فنریت نسبت به روش المان محدود دارای روابط ساده‌تر و موثرتر در پیش بینی توزیع فشار تماسی در طی بارگذاری‌های متقارن و نامتقارن می‌باشد. خصوصاً بازده محاسباتی روش صلب- فنریت برای بررسی توزیع فشار مفاصل در کاربردهای ارتوپدیک قابل توجه می‌باشد.

کلید واژه: فشار تماسی، مفصل رادیواسکافوئید، مدل صلب فنریت، مدل مفصلی

تاریخ دریافت: ۸۹/۲/۸

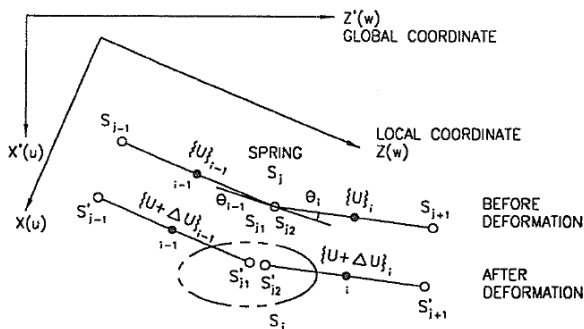
تاریخ پذیرش: ۸۹/۲/۳۰

مقدمه

هدف از این مقاله، بررسی و مقایسه توزیع نیرویی در مفصل رادیواسکافوئید با توجه به دو روش المان محدود و صلب- فنریت محاسباتی می‌باشد. در این تحقیق از اطلاعات مربوط به مقالات المان محدود برای داده‌های مورد نیاز برای روش صلب- فنریت محاسباتی استفاده شده است و سپس نتایج این تحقیقات با هم مقایسه می‌شوند. نتایجی که از این دو روش به دست می‌آید، حاکی از آن است که توزیع فشار در سطح تماسی مورد نظر تقریباً یکسان می‌باشد. اما روش صلب- فنریت محاسباتی نسبت به روش المان محدود دارای روابط ساده‌تر و موثرتر در پیش بینی توزیع فشار تماسی در طی بارگذاری‌های متقارن و نامتقارن می‌باشد. خصوصاً بازده محاسباتی روش صلب- فنریت محاسباتی برای بررسی توزیع فشار مفاصل در کاربردهای ارتوپدیک قابل توجه می‌باشد.

مواد و روش‌ها

ابتدا در این بحث، به تشریح روش صلب- فنریت محاسباتی پرداخته می‌شود. سپس به بررسی مشخصات تحلیل المان محدود کارهای پیشین (۹ و ۱۰) پرداخته می‌شود و در نهایت در قسمت نتایج از داده‌های ورودی مقالات تحلیل مچ از طریق روش المان محدود، بهره گرفته، در فرمول‌های روش صلب- فنریت قرار داده و نتایج این دو روش برای تنش اعمالی به مفصل رادیواسکافوئید مقایسه می‌شود. همان‌طور که ذکر شد در مرحله اول روش صلب- فنریت محاسباتی برای مسائل هندسه غیرخطی تشریح می‌شود. (۱۴) تغییر شکل دو میله صلب را که توسط فنر چرخشی به هم متصل شده‌اند، در نظر بگیرید (شکل ۱). فرض می‌شود که این میله‌ها تحت نیروی عملی جابه‌جا می‌شوند.



شکل ۱: المانهای خمشی در روش RBSM غیر خطی (۱۴)

موضوع سینتیک مچ، آنالیز چگونگی انتقال نیرو از طریق مچ می‌باشد. مطالعه سینتیک مچ نقش به خصوصی در گسترش آسیب‌شناسی دارد و محققین در جستجوی یافتن درمان‌های جدید، کاهش درد و برگرداندن عملکرد مناسب مچ می‌باشند. مفصل مچ بارهای قابل توجهی را در فعالیت‌های روزانه تحمل می‌کند. (۱) به خوبی قابل مشاهده است که وقتی فشار اعمالی به صورت غیرنرمال به مفصل مچ وارد می‌شود، غضروف‌ها ساییده شده و امکان پوکی استخوان وجود دارد. (۲ و ۳) در مچ دست توزیع نامناسب فشار بر روی غضروف‌ها می‌تواند به استخوان لونیته آسیب برساند. (۴) در سال ۱۹۸۹، مدل المان محدودی، برای محاسبه حرکت نسبی استخوان‌ها، توزیع نیرویی و کشش لیگامان‌ها در مچ با استفاده از تئوری صلب- فنریت ارائه شد. (۱) در سال ۱۹۹۵، همین روش با پیچیدگی‌های بیشتری از مدل پیشین مورد تحقیق قرار گرفت. (۵) در همین سال، مدل ریاضیاتی برای تشریح عارضه سندروم مچ ارائه شد. (۶) در سال ۱۹۹۸، مدل کامپیوتری دو بعدی برای توزیع نیرویی مچ در بیماری تورم آن ارائه شد. (۷) در سال ۲۰۰۲، مدل المان محدودی از مچ دست برای بررسی تورم مچ در کودکان با توجه به روش صلب- فنریت مورد تحقیق قرار گرفت. (۸) همچنین در سال ۲۰۰۳، مدل المان محدودی از اجزای مچ برای بررسی توزیع نیرویی در آن، با توجه به روش‌های المان محدود و خصوصیات الاستیک مواد مورد تحقیق قرار گرفت. (۹) در سال ۲۰۰۵، مدل المان محدودی از توزیع نیرویی در مچ دست به هنگام شکست استخوان رادیوس مورد بررسی قرار گرفت. (۱۰) در سال ۲۰۰۸، مدل المان محدودی از بیماری تورم مچ با پیچیدگی‌های بیشتر نسبت به مدل‌های گذشته، ارائه گردید. (۱۱) در همین سال، مدلی از مچ دست توسط نرم افزار تحلیلی SAP2000، برای تعیین نیروهای داخلی استخوان‌ها، لیگامان‌ها و مشارکت آن‌ها در پایداری مچ مورد تحقیق قرار گرفت. (۱۲) همچنین در همین سال، تاثیر حذف کردن لیگامان‌های عرضی مچ دست در توزیع نیرویی، توسط روش‌های المان محدود مورد بررسی قرار گرفت. (۱۳)

¹ RBSM (Rigid Body Spring Model)

$$\begin{aligned} \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) &\approx \cos\theta_i - \sin\theta_i\Delta\theta_i \\ \sin(\theta_i + \Delta\theta_i) &\approx \sin\theta_i + \cos\theta_i\Delta\theta_i \end{aligned} \quad (7)$$

با توجه به معادلات (6) و (7)، نتیجه زیر حاصل میشود:

$$\delta_z = \Delta w_i - \Delta w_{i-1} + \frac{l_i}{2} \sin\theta_i \Delta\theta_i + \frac{l_{i-1}}{2} \sin\theta_{i-1} \Delta\theta_{i-1} \quad (8)$$

$$\delta_x = \Delta u_i - \Delta u_{i-1} + \frac{l_i}{2} \cos\theta_i \Delta\theta_i + \frac{l_{i-1}}{2} \cos\theta_{i-1} \Delta\theta_{i-1} \quad (9)$$

$$\delta_m = \Delta\theta_i - \Delta\theta_{i-1} \quad (10)$$

معادلات بالا به فرم ماتریسی برابر است با:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_x \\ \delta_m \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & \frac{l_{i-1}}{2} \sin\theta_{i-1} & 1 & 0 & \frac{l_i}{2} \sin\theta_i \\ 0 & -1 & \frac{l_{i-1}}{2} \cos\theta_{i-1} & 0 & 1 & \frac{l_i}{2} \cos\theta_i \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta w_{i-1} \\ \Delta u_{i-1} \\ \Delta\theta_{i-1} \\ \Delta w_i \\ \Delta u_i \\ \Delta\theta_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\{\delta\}_l = [A]\{u\}_l \quad (12)$$

در روش صلب-فنیتر معمولی ($\theta_{i-1} = \theta_i = 0$)، این جابه‌جایی نسبی برابر است با:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_x \\ \delta_m \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{l_{i-1}}{2} & 0 & 0 & \frac{l_i}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta w_{i-1} \\ \Delta u_{i-1} \\ \Delta\theta_{i-1} \\ \Delta w_i \\ \Delta u_i \\ \Delta\theta_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

در نتیجه کرنش‌های صورت گرفته در فنر S_j بدین صورت تعیین می‌شود. (شکل 2)

قبل از تغییر شکل، مرکز ثقل i در مختصات (w_i, u_i, θ_i) و بعد از تغییر شکل در مختصات $(w_i + \Delta w_i, u_i + \Delta u_i, \theta_i + \Delta\theta_i)$ قرار دارد.

قبل از تغییر شکل، تصویر بردار $\vec{S}_{j1} \vec{S}_{j2}$ در راستای محور $Z(w)$ برابر است با:

$$\left(w_i - \frac{l_i}{2} (1 - \cos\theta_i) \right) - \left(w_{i-1} + \frac{l_{i-1}}{2} (1 - \cos\theta_{i-1}) \right) \quad (1)$$

که در رابطه بالا، S_{j1} انتهای سمت راست المان صلب $i-1$ و S_{j2} انتهای سمت چپ المان صلب i میباشد. همچنین قبل از تغییر شکل، تصویر $\vec{S}_{j1} \vec{S}_{j2}$ در راستای محور $X(u)$ برابر است با:

$$\left(u_i + \frac{l_i}{2} \sin\theta_i \right) - \left(u_{i-1} - \frac{l_{i-1}}{2} \sin\theta_{i-1} \right) \quad (2)$$

بعد از تغییر شکل، تصویر $\vec{S}'_{j1} \vec{S}'_{j2}$ در راستای محور $Z(w)$ برابر است با:

$$\left\{ w_i + \Delta w_i - \frac{l_i}{2} (1 - \cos(\theta_i + \Delta\theta_i)) \right\} - \left\{ w_{i-1} + \Delta w_{i-1} + \frac{l_{i-1}}{2} (1 - \cos(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1})) \right\} \quad (3)$$

که در رابطه بالا، S'_{j1}, S'_{j2} به ترتیب مکانهای S_{j1} و S_{j2} بعد از تغییر شکل می‌باشند.

بعد از تغییر شکل، تصویر $\vec{S}'_{j1} \vec{S}'_{j2}$ در راستای محور $X(u)$ برابر است با:

$$\left\{ u_i + \Delta u_i + \frac{l_i}{2} \sin(\theta_i + \Delta\theta_i) \right\} - \left\{ u_{i-1} + \Delta u_{i-1} - \frac{l_{i-1}}{2} \sin(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}) \right\} \quad (4)$$

δ_z, δ_x ، مولفه‌های جابه‌جایی نسبی در راستای دو محور $X(u)$ و $Z(w)$ می‌باشند.

$$\delta_z = \Delta w_i - \Delta w_{i-1} - \frac{l_i}{2} \{ \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) - \cos\theta_i \} - \frac{l_{i-1}}{2} \{ \cos(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}) - \cos\theta_{i-1} \} \quad (5)$$

$$\delta_x = \Delta u_i - \Delta u_{i-1} + \frac{l_i}{2} \{ \sin(\theta_i + \Delta\theta_i) - \sin\theta_i \} + \frac{l_{i-1}}{2} \{ \sin(\theta_{i-1} + \Delta\theta_{i-1}) - \sin\theta_{i-1} \} \quad (6)$$

با توجه به بسط تیلور خواهیم داشت:

در مرحله دوم به بررسی تحلیل تنش اعمالی به مفصل رادیواسکافوئید توسط روش المان محدود در سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۵ پرداخته می‌شود.

در سال ۲۰۰۳، مدلی از مچ دست ارائه شد که بر پایه عکس‌های CT میباشد و ۹۲ عکس به فاصله 1mm از استخوان‌های آن گرفته شده است. (۹) استخوان‌های موجود در عکس شامل تمامی استخوان‌های متاکارپ، مچ و انتهای دیستال رادیوس و اولنار می‌باشد. همچنین در این مدل از المان مثلثی سه گرهی برای سطح هر استخوان، المان مثلثی ۶ گرهی برای استخوان‌های نزدیک مفاصل و المان هرمی ۱۵ گرهی برای لایه غضروفی مفصل که مابین استخوان‌ها می‌باشد، استفاده شده است. در این مدل، لیگامان‌ها توسط المان فنری کششی و غیرخطی با سختی $40 - 350 \frac{N}{mm}$ مدل می‌شوند. المان غضروفی

دارای $E = 10Mpa$ و $\nu = 0.45$ و المان‌های استخوانی دارای $E = 10Gpa$ و $\nu = 0.3$ می‌باشد. در این آنالیز مقدار نیروی 15N بار فشاری به استخوان اسکافوئید اعمال می‌شود و تمامی استخوان‌های مچ اجازه حرکت در جهت بار اعمالی را دارا هستند اما استخوان‌های رادیوس و اولنار کاملاً ثابت می‌باشند. شایان ذکر است که تمامی المان‌های صلب دارای خاصیت الاستیک خطی می‌باشند.

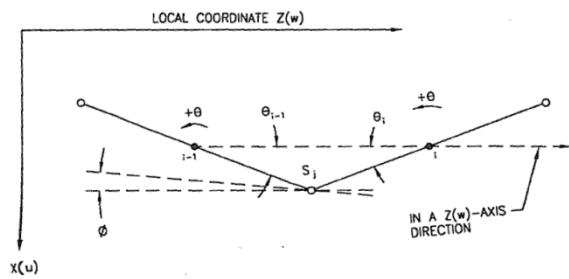
در سال ۲۰۰۵، مدلی از مچ دست ارائه شد که بر پایه عکس‌های CT میباشد و ۱۴۴ عکس به فاصله 0.5mm از اندام آن گرفته شده است. (۱۰) بافت‌های مچ دست توسط نرم افزار MSC PATRAN مرز بندی شده و توسط یک سری مش‌های حجمی که از المان‌های ۸ گرهی هشت وجهی به وجود آمده، مش‌بندی شده است. تعداد المان‌های این مدل برابر ۸۹۸۰ می‌باشد. استخوان‌ها در این مدل از دو قسمت کرتیکال و شبکه‌ای (داخلی) تشکیل شده که قسمت شبکه‌ای آن از سه لایه مجزا با مدول یانگ‌های متفاوت تعریف می‌شود. قسمت کرتیکال دارای $E = 13.8Gpa$ و قسمت شبکه‌ای دارای سه لایه با مدول یانگ‌های $E = 1400Mpa, 690Mpa, 345Mpa$ می‌باشد. ضریب پواسون برای استخوان‌ها در تمامی این لایه‌ها برابر با 0.3 است. غضروف‌ها دارای $E = 10Mpa, \nu = 0.45$ و همچنین لیگامان‌ها به صورت فنر خطی با سختی $40 - 350 \frac{N}{mm}$ در نظر گرفته شده‌اند. لیگامان‌های در نظر گرفته شده در این مدل عبارتند از رادیواسکافوئید، رادیولونیت، اسکافولونیت و

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \gamma \\ \Delta k \end{Bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [A] \begin{Bmatrix} \Delta w_{i-1} \\ \Delta u_{i-1} \\ \Delta \theta_{i-1} \\ \Delta w_i \\ \Delta u_i \\ \Delta \theta_i \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{l} [R][A]\{u\}_i = [B]\{u\}_i \quad (15)$$

که در معادله بالا:

$$l = \frac{l_{i-1} + l_i}{2}, \varphi = \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2} \quad (16)$$



شکل ۲: جابه‌جایی نسبی فنر s_i در مختصات محلی (۱۴)

در نتیجه تنش ایجاد شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_n \\ \Delta \tau \\ \Delta \sigma_b \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \gamma \\ \Delta k \end{Bmatrix} = [D][B] \begin{Bmatrix} \Delta w_{i-1} \\ \Delta u_{i-1} \\ \Delta \theta_{i-1} \\ \Delta w_i \\ \Delta u_i \\ \Delta \theta_i \end{Bmatrix} \quad (17)$$

در معادله بالا، $[D]$ ماتریس خصوصیات مواد می‌باشد که برای حالت الاستیک و تنش محوری اعمالی (تحقیقات پیشین تحلیل شده توسط المان محدود (۹ و ۱۰)، به غضروف رادیواسکافوئید بار محوری وارد می‌کنند) از رابطه زیر به دست می‌آید (۱۴):

$$[D]_{11} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)h} \quad (18)$$

گرفته شده برابر با $350 \frac{N}{mm}$ در نظر گرفته شده است. (۱۰)
بنابراین جابه‌جایی δ در راستای محور $Z(w)$ مساوی است با:

$$50 = 350\delta \Rightarrow \delta = 0.14 \quad (23)$$

سپس با استفاده از معادله (۱۴) و با توجه به این‌که $\varphi = 0$ می‌باشد، کرنش در راستای $Z(w)$ به دست می‌آید:

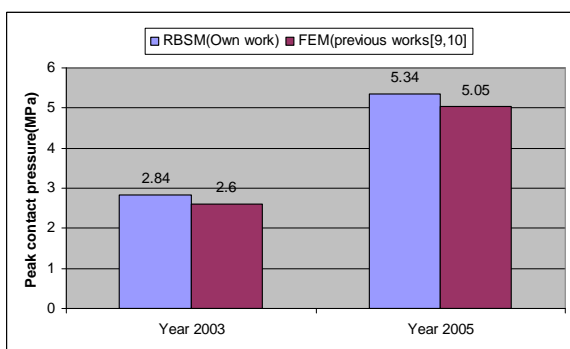
$$\Delta \varepsilon = \frac{-\delta}{l} \quad (24)$$

$$\Delta \gamma = \Delta k = 0$$

در نتیجه تنش حاصله از معادله (۱۷) به ازای طول واحد جسم صلب به دست می‌آید. شایان ذکر است که $E = 10Mpa$ و $\nu = 0.45$

$$\Delta \sigma_n = \frac{-\delta}{l} EA = \frac{0.55 \times 10}{1.45 \times 0.1} (0.14) = 5.34Mpa \quad (25)$$

نتیجه به دست آمده از تحلیل المان محدود برابر با $5.05Mpa$ می‌باشد که درصد خطا محاسبات نسبت به روش فوق‌الذکر برابر با ۵ درصد است. در شکل (۳) و جدول (۲) خلاصه نتایج و درصد خطا ماکزیمم تنش اعمال شده به غضروف رادیواسکافوئید با توجه به روش‌های المان محدود (۹ و ۱۰) و روش صلب- فنریت محاسباتی به کار رفته در این مقاله توسط نویسندگان، مقایسه شده است.



شکل ۳: ماکزیمم تنش اعمال شده به غضروف رادیواسکافوئید با توجه به دو روش المان محدود و RBSM

اسکافوتریکترال. به این مدل نیروی $50N$ به غضروف رادیوکارپال اعمال میشود و تمامی استخوان‌ها فقط میتوانند در جهت نیرو حرکت داشته باشند و استخوان‌های رادیوس و اولنا کاملاً ثابت می‌باشند. این مدل توسط نرم افزار ABAQUS تحلیل شده است.

یافته‌ها

در این قسمت از داده‌های ورودی مقالات تحلیل مچ از طریق روش المان محدود، بهره گرفته، در فرمول‌های روش صلب- فنریت قرار داده و نتایج این دو روش برای تنش اعمالی به مفصل رادیواسکافوئید مقایسه می‌شود. با استفاده از روش صلب- فنریت محاسباتی که در بالا تشریح شد، دو میله صلب به عنوان استخوان‌های رادیوس و اسکافوئید و غضروف بین آن‌ها نیز به مانند فنری فشاری است. (۱۴) با توجه به تحقیق سال ۲۰۰۳، نیروی ۱۵ نیوتن به صورت محوری و سختی غضروف یا فنر در نظر گرفته شده برابر با $200 \frac{N}{mm}$ در نظر گرفته شده است. (۹)
بنابراین جابه‌جایی δ در راستای محور $Z(w)$ مساوی است با:

$$15 = 200 \times \delta \Rightarrow \delta = 7.5 \times 10^{-2} \quad (20)$$

سپس با استفاده از معادله (۱۴) و با توجه به این‌که $\varphi = 0$ می‌باشد، کرنش در راستای $Z(w)$ به دست می‌آید:

$$\Delta \varepsilon = \frac{-\delta}{l} \quad (21)$$

$$\Delta \gamma = \Delta k = 0$$

در نتیجه تنش حاصله از معادله (۱۷) به ازای طول واحد جسم صلب به دست می‌آید. شایان ذکر است که $E = 10Mpa$ و $\nu = 0.45$

$$\Delta \sigma_n = \frac{-\delta}{l} EA = \frac{0.55 \times 10}{1.45 \times 0.1} (0.075) = 2.84 \quad (22)$$

نتیجه به دست آمده از تحلیل المان محدود برابر با $2.6Mpa$ می‌باشد که درصد خطا محاسبات نسبت به روش فوق‌الذکر برابر با ۹ درصد است.

هم‌چنین با توجه به تحقیق سال ۲۰۰۵، نیروی ۵۰ نیوتن به صورت محوری و سختی غضروف یا فنر در نظر

روش‌های عددی نیز قابل مقایسه است. روش صلب- فنریت محاسباتی نسبت به روش المان محدود دارای روابط ساده‌تر و موثرتر در پیش‌بینی توزیع فشار تماسی در طی بارگذاری‌های متقارن و نامتقارن می‌باشد. خصوصاً بازده محاسباتی روش صلب- فنریت محاسباتی برای بررسی توزیع فشار مفاصل در کاربردهای ارتوپدیک قابل توجه می‌باشد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله از دانشگاه علم و صنعت ایران برای ارائه امکانات مناسب، کمال تشکر و سپاسگزاری را دارند.

جدول ۳: مقایسه نتایج دو روش المان محدود و RBSM

سال	روش صلب- فنریت محاسباتی	تحلیل المان محدود	درصد خطای نتایج حاصله
سال ۲۰۰۳	2.84MPa	2.6MPa	۹
سال ۲۰۰۵	5.34MPa	5.05MPa	۵

بحث و نتیجه‌گیری

این مقاله به مطالعه و مقایسه توزیع فشار در مفصل رادیوسکافوئید با توجه به دو روش المان محدود و صلب- فنریت محاسباتی می‌پردازد. همان‌طور که دیده می‌شود، تحلیل صلب- فنریت محاسباتی توانایی تحلیل فشار تماسی در مفاصل را با دقت بالا دارا می‌باشد و با دیگر

منابع

- Marc Garcia-Elias, Dr. Kai-Nan An, William P. Cooney, Ronald L. Linscheid, Edmund Y. S. Chao: Transverse stability of the carpus. An analytical study; Journal of Orthopaedic Research, Volume 7 Issue 5, 1989: 738 – 743.
- Day, W. H., Swanson, S. A. V. and Freeman, M. A. R: Contact pressures in the loaded human cadaver hip; J. Surg. 1975: 57B: 302-313.
- Horii, E, Garcia-Elias, M., An, K. N., Bishop, A. T., Cooney, W. P., Linscheid. R. L. and Chao. E. Y. S: Effect of force 'transmission across the carpus of procehures designed to treat Kienbijek's disease. An analytical study; J. Hand Surg. 1990: 393-400.
- Linscheid, R. L: Kienbiick's Diseases; J. Hand Surg. 1985: 10A: 1-3.
- F. Schuind, W. P. Cooney, force and transmission through the normal wrist: A theoretical two dimensional study in the posteroanterior plane, J. Biomechanics, 1995: 28:587-601,
- Daniel H. Cheever, Brian P. Kirk, A MATHEMATICAL MODEL OF THE PATHOPHYSIOLOGY OF CARPAL TUNNEL SYNDROME, Bioengineering Conference, 1995., Proceedings of the 1995 IEEE 21st Annual Northeast
- Norimasa Iwasaki, Eiichi Genda, Baltimore, Akio Minami, Kiyoshi Kaneda, Sapporo, Japan, Edmund Y.S. Chao, Baltimore: Force Transmission Through the Wrist Joint in Kienbock's Disease: A Two-Dimensional Theoretical Study; J. Hand Surg 1998: 23A: 415-424.
- Kurt Manal, Xiaopeng Lu, Force transmission through the juvenile idiopathic arthritic wrist: a novel approach using a sliding rigid body spring model, Journal of Biomechanics 2002: 35: 125–133.
- SHAWN D. CARRIGAN, ROBERT A. WHITESIDE, Development of a Three-Dimensional Finite Element Model for Carpal Load Transmission in a Static Neutral Posture, Annals of Biomedical Engineering 2003: 31: 718–725.
- Donald D. Anderson, Balachandra R. Deshpande, A THREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT MODEL OF THE RADIOCARPAL JOINT: DISTAL RADIUS FRACTURE STEP-OFF AND STRESS TRANSFER, The Iowa Orthopaedic Journal 2005: 25: 108-117.
- P. LEDOUX, D. LAMBLIN, A. WUILBAUT And F. SCHUIND: A FINITE-ELEMENT ANALYSIS OF KIENBOCK'S DISEASE; The Journal of Hand Surgery 2008: 3: 286–291.
- Sinan Seber, Hande Gokdemir, A two-dimensional wrist model for carpal instability and force transmission, Joint Dis Rel Surg 2008: 19:127-132.
- Xin Gu, Yubo Fan, Zong-Ming Li: Effects of dividing the transverse carpal ligament on the mechanical behavior of the carpal bones under axial compressive load: A finite element study; 2008: 13: 16-20.
- Shah S.j., Framatome, Modified RBSM for non-linear analysis, Transactions of the 14th international conference on structural mechanics in reactor technology 1997.