Mechanics of Advanced and Smart Materials Journal 4(1) (2024) 40 - 63



Natural Frequency analysis of Multi-directional Functionally Graded Rectangular Plates on elastic Foundation using Threedimensional Elasticity Theory

Mahdi Adineh a*

^a Department of Mechanical Engineering, University of Gonabad, Gonabad, 9691957678, Iran





Citation: Adineh M. Natural Frequency analysis of Multi-directional Functionally Graded Rectangular Plates on elastic Foundation using Three-dimensional Elasticity Theory. Mechanics of Advanced and Smart Materials. 2024;4(1):40-63.

oi <u>https://10.61186/masm.4.1.40</u>

KEYWORDS

Natural frequency, Functionally graded plate, Three-dimensional elasticity.

ABSTRACT

In the present study, the natural frequencies of rectangular plates made of multi-directional functionally graded materials on an elastic substrate was investigated for the first time. The mechanical properties of the material in the examined plate can be changed in all three coordinate directions according to a power law function. Equations of motion are written according to the three-dimensional theory of elasticity and then discretized using the method of Generalized Differential Quadratics. By comparing the results of several examples in the published articles, the validity of the method and the solution was examined, indicating the high accuracy of the method used. The influence of a change in direction on the mechanical properties is examined using several examples and the results are examined. In addition, the effects of plate thickness, plate dimension ratio and the effects of elastic foundation parameters for different boundary conditions were investigated and presented in the form of diagrams. The results show that the direction of change in material properties can have a significant effect on the natural frequency of the plate.

Extended Abstract

1. Introduction

n recent years, the investigation of the mechanical behaviors of functionally graded rectangular plates, including their free vibrations, has garnered significant attention from researchers [1-18]. A review of the literature reveals that the vibrations of plates made from multi-directional functionally graded materials have received less attention [19,20]. Tahouneh and Naei [21] studied the free vibrations of two-directional functionally graded plates on an elastic foundation with two opposite simply supported edges using three-dimensional elasticity theory. Khorshidi et al. [22] studied the effect of a thermal environment on the free vibrations of functionally graded rectangular plates on an elastic foundation using one of the plate theories. Adineh and Kadkhodayan [23] investigated the bending and dynamic response of skew plates made from multi-directional functionally graded materials on an elastic foundation. Yin et al. [24] performed free vibrations and buckling of in-plane functionally graded plates using higher-order shear deformation theory and the Isogeometric method. Thai et al. [19] investigated the three-dimensional bending and free vibrations of multi-directional functionally





41 Mahdi Adineh

graded rectangular plates in a thermal environment using the Isogeometric method. Xiang et al. [25] conducted a three-dimensional solution for the free vibrations and buckling of rectangular plates with gradual variations of material properties in two in-plane directions.

By reviewing published articles, it can be observed that there have been few studies on the natural frequencies of multi-directional functionally graded rectangular plates using three-dimensional elasticity theory. The existing studies have limitations such as limited boundary conditions type, limited material distribution, and neglecting the effects of an elastic foundation [19, 21, 24, 25]. As the thickness of the plate increases, the errors in plate theories also increase [26]. Therefore, the use of three-dimensional elasticity theory for plates is crucial. Additionally, in many structural applications involving beams [27] and plates [21], considering an elastic foundation is effective in bringing analyses closer to reality. In this study, for the first time, the natural frequencies of such plates were investigated using a generalized three-dimensional differential quadrature method. This solution method allows for the consideration of material variations in all coordinate directions and the independent definition of support conditions for each edge. Comparing the obtained results with those in published articles shows good agreement. The influence of various parameters such as material distribution indices, thickness, and length-to-width ratio on free vibrations has been examined. Since this study utilized three-dimensional elasticity theory, the results obtained can serve as a suitable reference for validating future work.

1. 2. Problem definition

Consider a functionally graded rectangular plate on an elastic foundation, similar to that shown in Figure 1. The parameters a, b, and h, which are used in this article to represent the dimensions of the plate, are also specified in the figure.



Figure 1. Multi-Directional Functionally Graded Rectangular Plate on an Elastic Foundation

2. Material Distribution

In this research, the material properties can vary in all three coordinate directions. The plate is composed of two phases. The functionally graded material distribution follows the rule of linear mixture according to the following equation:

$$P = (P_1 - P_2)V_1 + P_2$$
(1)

In the above equation, P represents each of the material properties, such as the modulus of elasticity, and V_1 and V_2 are the volume fractions of each of the phases forming the plate, with the following relationship between them:

$$V_1 + V_2 = 1 \quad , \quad V_1 = \left(\frac{x}{a}\right)^{n_x} \left(\frac{y}{b}\right)^{n_y} \left(\frac{z}{b}\right)^{n_z} \tag{2}$$

 n_x , n_y , and n_z are called the material distribution indices of the material distribution function.

3. Equations and Boundary Conditions

The equations of motion in Cartesian coordinates based on three-dimensional elasticity theory are as follows:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad \qquad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \qquad \qquad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$
(3)

The stress components in the above equations are related to the corresponding strain components as follows:

Mechanics of Advanced and Smart Materials Journal 4(1) (2024) 40 - 63

Natural Frequency analysis of Multi-directional Functionally Graded Rectangular Plates on elastic Foundation using ... 42

$$\sigma_{\chi} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_{\chi} + \nu \left(\varepsilon_{y} + \varepsilon_{z}\right) \right]$$
(4)

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z) \right]$$
(5)

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Big[(1-\nu)\varepsilon_z + \nu \big(\varepsilon_x + \varepsilon_y\big) \Big]$$
(6)

$$\tau_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xy}, \\ \tau_{xz} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xz}, \\ \tau_{yz} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{yz}$$
(7)

The strain components also relate to the deformations as follows:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z}, \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$
(8)

By combining equations 3 to 8, the equations of motion based on the strain components can be derived. The boundary conditions used are defined as follows:

SSSS
$$\begin{cases} x = 0, a \to v = w = \sigma_x = 0 \\ y = 0, b \to u = w = \sigma_y = 0 \end{cases}$$
 CCCC
$$\begin{cases} x = 0, a \\ y = 0, b \end{cases} \rightarrow u = 0, v = 0, w = 0 \end{cases}$$
(9)
SCSC
$$\begin{cases} S: x = 0, a \to v = w = \sigma_x = 0 \\ C: y = 0, b \to u = v = w = 0 \end{cases}$$
 CFCF
$$\begin{cases} C: x = 0, a \to u = v = w = 0 \\ F: y = 0, b \to \sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{cases}$$

Additionally, boundary conditions on the top and bottom surfaces of the plate are introduced as follows:

$$\sigma_z = 0, \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ at } z = h \tag{10}$$

$$\sigma_z = k_w w - k_{sx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_{sy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ at } z = 0$$
(11)

In equation 11, the parameters of the elastic foundation are according to the following relationships:

$$k_{w} = \frac{K_{w}D_{c}}{a^{4}}, k_{sx} = \frac{K_{sx}D_{c}}{a^{2}}, k_{sy} = \frac{K_{sy}D_{c}}{b^{2}}, D_{c} = \frac{E_{c}h^{3}}{\left(12(1-\nu_{c}^{2})\right)}$$
(12)

In the above equation, K_{sx} , K_{sy} , and K_w are constant values that determine the stiffness of the elastic foundation. E_c and v_c are the modulus of elasticity and Poisson's ratio of one of the phases forming the functionally graded material.

4. Differential Quadrature Method

In this paper, the differential quadrature method is used to discretize the equations.

5. Calculation of Natural Frequencies

To obtain the natural frequencies, the nodal points related to the motion equations (d) and the nodal points where the boundary conditions are determined (b) are separated. As a result, the stiffness matrix is also divided into four separate parts. Using the calculated matrices and solving the eigenvalue problem, the natural frequencies are obtained.

6. Validation

To validate the results, the natural frequencies of several similar plates have been compared with the results from references [28], [29], [30], [17], [31], [32], [33], [21], [24], [25] and [19], revealing a good agreement.

7. Numerical Results

A rectangular plate with functionally graded materials that can vary in all three coordinate directions has been investigated. The constituent materials of the plate are Si3N4 and SUS304.

The influence of a material property variations, plate thickness, plate dimension ratio and elastic foundation parameters on the first natural frequency for different boundary conditions were investigated and the results presented in similar figures to those shown below.

Mechanics of Advanced and Smart Materials Journal 4(1) (2024) 40 - 63

43 Mahdi Adineh



Figure 2. Variation of the first natural frequency of a multi-directional functionally graded rectangular plate with power-law distribution exponents (n_x , n_y , n_z) under SSSS boundary conditions on an elastic foundation against K_w . (a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, $K_{xx}=K_{yy}=100$)



Figure 3. Variation of the first natural frequency of a multi-directional functionally graded rectangular plate with power-law distribution exponents (n_x, n_y, n_z) under clamped conditions (CCCC) on an elastic foundation against an increase in thickness. The dimensions of the plate are a=b=1 m, and the elastic foundation coefficients are $K_w=K_{xx}=K_{xy}=100$.

8. Conclusion

In this research, for the first time, the free vibrations of a functionally graded rectangular plate with a multidirectional power distribution function, which can vary in all directions, were studied on an elastic foundation using three-dimensional elasticity theory and independent support conditions. The generalized differential quadrature method was employed for discretizing the equations. Various aspects such as the effect of material property variations, the influence of elastic foundation parameters, support conditions, and geometric dimensions ratios of the plate were investigated. The results indicated that material property variations (in thickness direction, in-plane, or different combinations) could have a significant impact on the natural frequency of the plate. Additionally, the manner in which material property variations affect the plate can be influenced by factors such as geometric dimension ratios and support conditions, which were reported in graphical form. Based on the results of this study, it can be inferred that in cases where the volumes of the constituent phases of the two plates are equal, the material distribution direction can create different frequencies. The results also showed that within the

Mechanics of Advanced and Smart Materials Journal 4(1) (2024) 40 - 63

Natural Frequency analysis of Multi-directional Functionally Graded Rectangular Plates on elastic Foundation using ...

studied range, increasing the elastic foundation coefficients how can effect on the natural frequencies of different plates with different material distributions. Furthermore, it was observed that increasing the length-to-width ratio of the plate could change their natural frequencies. The impact of changing the plate thickness on the natural frequency also demonstrated that increasing the thickness of the plates under investigation led to a decrease in their first natural frequency. Increasing the size of the material distribution indices in all plates resulted in a decrease in the first natural frequency due to the materials' properties approaching those of the metal phase. Additionally, studying the effect of the support type showed that changing the support conditions from free support to simply supported and then to clamped support led to an increase in the first natural frequency of the plate.

Archive of SID.ir

44

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند، دوره ۴ شماره ۱ سال ۱۴۰۳ صفحات ۴۰ تا ۶۳



مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند







مهدی آدینه ^{الف*}

^{الف} استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، مجتمع آموزش عالی گناباد، گناباد، ایران، <u>mahdi.adineh@gonabad.ac.ir</u>

چکیدہ	واژگان کلیدی
در پژوهش حاضر، فرکانس.های طبیعی ورق مستطیلی ساخته شده از مواد مدرج تابعی چند جهته روی بستر	فركانس طبيعي،
الا ستیک مورد برر سی قرار گرفته ا ست. تغییرات تدریجی خواص مکانیکی ماده در ورق مورد برر سی، در هر	ورق¬ مدرج تابعى، الاســتيســيته ســه-
سه جهت مخة صاتی امکان پذیر ا ست. روابط مربوطه بر طبق تئوری الا ستیسیته سهبعدی نگارش شده و با	بعدی.
استفاده از روش تعمیمیافته مربعات دیفرانسیلی گسسته سازی شده است. با مقایسه نتایج برای چند مثال	تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۲۵
موجود در مقالات منتشر شده، صحت سنجی روش و حل انجام شده مورد برر سی قرار گرفته که نشاندهنده	تاریخ تاریخی معراب (۱۳
دقت بالای شــیوه مورد اســتفاده اســت. در ادامه، اثر تغییرات خواص مکانیکی ماده در هر یک از جهات	تاريخ بارتخري: ۱۲۰۱/۱۱۲
مختصاتی و یا ترکیبی از جهات مختلف برای چند نمونه مورد توجه قرار گرفته و نتایج با هم مقایسه شدهاند.	تاریخ پذیرش:۱۴۰۳/۰۲/۳۰
همچنین اثر تغییرات ضخامت ورق، تغییر نسبت ابعاد ورق و نیز تأثیر پارامترهای بستر الاستیک برای چند	
شرط مرزی مختلف مطالعه شده و در قالب نمودارهایی گزارش شده است. نتایج نشان میدهد جهت تغییر	
خواص ماده نیز میتواند تأثیر قابلتوجهی بر فرکانس طبیعی ورق داشته باشد.	

۱- مقدمه

A.S.M

مجله علمی مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند

مواد مدرج تابعی^۱ در دهههای اخیر مورد توجه پژوهشگران بسیاری قرار گرفته است. این گونه مواد به دلیل مدل خاص ترکیب آن که از نقطهای به نقطه دیگر خواص مکانیکی متفاوتی دارند، از جهت بررسی، تحلیل و آشکارسازی نحوه رفتار تحت بارگذاریهای مختلف یا در شرایط کاری متفاوت مورد مطالعه قرار گرفتهاند. بررسی رفتار ارتعاشی سازههای ساخته شده از این مواد در سالیان اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۱]، از جمله، ورقهای مستطیلی ساخته شده از این مواد نیز از این حیث در مقالات متعددی مطالعه شدهاند. ول و باترا [۲] یک حل دقیق سه بعدی برای ار تعاشات ورق های مستطیلی مدرج تابعی با تکیهگاه ساده ارائه دادند. لی و همکاران [۳] ارتعاشات سهبعدی ورقهای مستطیلی مدرج تابعی را با چندجملهای چبیشف ^۲ و روش ریتز^۳ مورد مطالعه قرار دادند. ژو و لی [۴] خمش ایستایی و ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی مدرج تابعی را برای شرایط تکیه گاه ساده با استفاده از یک روش عددی بررسی کردند. حسینی هاشمی و همکاران [۵] ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول^۴ ورق حل نمودند. حسینی هاشمی و همکاران [۶] از یک رهیافت

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۹۸۹۱۵۶۱۹۰۲۵۶+ آدرس پست الكترونيك: mahdi.adineh@gonabad.ac.ir

¹ Functionally Graded Materials

²Chebyshev

³ Ritz method

⁴ First order shear deformation theory

تحلیلی دقیق برای ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی مدرج تابعی استفاده کردند. آنها [۷] همچنین از یک روش فرمبسته برای مطالعه ارتعاشات آزاد ورقهای ضخیم مستطیلی مدرج تابعی استفاده کردند. حسنی بافرانی و همکاران [۸] حل دقیقی برای ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک ارائه دادند. چاکراورتی و پرادان [۹] ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک ارائه دادند. چاکراورتی و پرادان [۹] ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک ارائه دادند. چاکراورتی و پرادان [۹] ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی را با استفاده از تئوریهای ورق مورد مطالعه قرار دادند. جین و همکاران [۱۰] ارتعاشات آزاد ورقهای مدرج تابعی در محیط حرارتی را با استفاده از یک روش حل دقیق مورد بررسی قرار دادند. آکاوچی [۱۱] از یک توری برشی مرتبه بالا برای محاسبات مربوط به ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک استفاده از توری می مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک استفاده از یک روش حل دقیق مورد بررسی قرار دادند. آکاوچی [۱۱] از یک نمود. چاکراورتی و پرادان [۱۲] از روش ریلی-ریتز برای بررسی ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک استفاده توری برشی مرتبه بالا برای محاسبات مربوط به ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک استفاده ایستفاده نمودند. زیان و همکاران [۱۳] از روش سختی پویا برای مطالعه ارتعاشات آزاد ورقهای نازک مستطیلی مدرج تابعی در الاستیک استفاده کردند. زینگ و همکاران [۱۴] حل تحلیلی فرمبستهای برای راتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی در روش مربعات دیفرانسیلی^۵ مورد مطالعه قرار گرفت. زو و زینگ [۱۶] حل مسلیلی مدرج تابعی با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول و تابعی در روش مربعات دیفرانسیلی^۵ مورد مطالعه قرار گرفت. زو و زینگ [۱۶] حل مستطیلی مدرج تابعی مدرج تابعی با استفاده از دورقهای مستطیلی مدرج تابعی در روش مربعات دیفرانسیلی^۵ مورد مطالعه قرار گرفت. زو و زینگ [۱۶] حل ستمایلی مدرج تابعی برای ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی در محیط روش مربعات دیفرانسیلی^۵ مورد مطالعه قرار گرفت. زو و زینگ [۱۶] حل مستایلی مدرج تابعی برای ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی مدرج تابعی با و تعیه گران ار استفید. از ای ای ارتمانت و و زینگ [۱۶] حلیات و زاد قرول و و زینگ و و زاد آزاد ورقها

از مرور مقالات می توان تشخیص داد که ارتعاشات ورق های ساخته شده از مواد مدرج تابعی چند جهته کمتر مورد بررسی قرار گرفتهاند. این موضوع با توجه به اینکه بسیاری از کاربردهای ورقهای مدرج تابعی به گونهای است که عملاً نیاز به توزیع تغییرات ماده در دو یا سه جهت میباشد [۱۹, ۲۰] حایز اهمیت است. پژوهشهای انجام شده درزمینهی ارتعاشات ورقهای مستطیلی ساخته شده از مواد مدرج تابعی چندجهته عمدتاً مربوط به سالیان اخیر است. طاحونه و نائی [۲۱] ارتعاشات آزاد ورقهای مدرج تابعی دو جهته روی بستر الاستیک با دو تکیه گاه ساده در دو سمت روبروی هم را با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی مورد بررسی قرار دادند. به دلیل روش حل نیمه تحلیلی مورد استفاده در این پژوهش، تغییرات خواص مواد فقط در راستای ضخامت به همراه یکی از جهات درونصفحهای مطالعه شد و امکان تغییرات خواص مواد در دو راستای درونصفحهای یا در هر سه جهت مختصاتی فراهم نبود. همچنین محدودیتی در شرایط تکیه گاهی ورق وجود داشت که دو لبه روبروی هم می ایست از نوع تکیه گاه ساده می بودند. خورشیدی و همکاران [۲۲] تاثیر محیط حرارتی روی ارتعاشات آزاد ورق های مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک را با استفاده از یکی از تئوریهای ورق مطالعه کردند. آدینه و کدخدایان [۲۳] خمش و پاسخ ديناميكي ورق متوازىالاضلاع ساخته شده از مواد مدرج تابعي چندجهته روى بستر الاستيك تحت بار ناگهاني را مورد مطالعه قرار دادند. در آن پژوهش، حل مسئله مقدار وپژه و محاسبه فرکانسهای طبیعی ورق مورد توجه قرار نگرفت. ین و همکاران [۲۴] ارتعاشات آزاد و کمانش ورق های مدرج تابعی درون صفحهای را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاً و تحلیل ایزوژئومتریک^۷ انجام دادند. تای و همکاران [۱۹] خمش و ارتعاشات آزاد سهبعدی ورقهای مستطیلی مدرج تابعی چند جهته در محیط حرارتی را با استفاده از روش ایزوژئومتریک بررسی کردند. شیانگ و همکاران [۲۵] حل سهبعدی ارتعاشات آزاد و کمانش ورقهای مستطیلی با تغییرات تدریجی خواص ماده در دو جهت درون صفحهای را انجام دادند.

با بررسی مقالات منتشر شده می توان گفت تاکنون کارهای کمی در زمینه مطالعه فرکانسهای طبیعی ورقهای مستطیلی مدرج تابعی چند جهته با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی انجام شده است. همچنین کارهای انجام شده نیز به دلایلی مانند روش حل مورد استفاده، دارای محدودیتهایی از جمله شرایط خاص و محدود تکیه گاهی و شرایط محدود توزیع ماده [17] و در نظر نگرفتن تأثیرات بستر الاستیک [19, ۲۴, ۲۵] بودهاند. در شرایط واقعی و کاربردی، هر کدام از لبهها ممکن است شرایط مرزی مناور می مردزی مناور و محدود تکیه گاهی و شرایط محدود توزیع ماده مانند روش حل مورد استفاده، دارای محدودیتهایی از جمله شرایط خاص و محدود تکیه گاهی و شرایط محدود توزیع ماده [17] و در نظر نگرفتن تأثیرات بستر الاستیک [19, ۲۴, ۲۵] بودهاند. در شرایط واقعی و کاربردی، هر کدام از لبهها ممکن است شرایط مرزی متفاوتی داشته باشند که امکان اعمال مستقل آنها، شبیه سازی رفتار ورقها را به شرایط واقعی وزیه کارهای ورقها مورد برای مورد برایی مورد برایی مورد برای مورد برای مورد به آزاد که در مقالات معمولا به عنوان شرایط مختلف تکیه گاهی و روقها مورد برایی ورقا ما واقعی و مورد برایی شرایط مورد برای مورد برای مواقعی و کاربردی، هر کدام از لبه ها ممکن است شرایط مرزی متفاوتی داشته باشند که امکان اعمال مستقل آنها، شبیه سازی رفتار ورقها را به شرایط واقعی ورقها مورد بررسی

- ⁵ Differential quadrature method
- ⁶ higher-order shear deformation theory

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

⁷ Isogeometric analysis

 $V_1 + V_2 = 1$

44 مهدى آدينه

قرار می گیرند و نمونههای متعددی از آنها در شرایط کاربردی مانند تکیه گاههای موجود در پلها مشاهده میشود در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته است. تعدادی از کارهای منتشر شده نیز بر اساس تئوریهای ورق [۲۲, ۲۴] انجام شدهاند. ورقها سازههایی هستند که یکی از ابعاد آنها در مقابل دو بعد دیگر کوچک در نظر گرفته می شود و با توجه به این خاصیت، تئوریهای مختلفی برای تحلیل رفتار مکانیکی ورقها معرفی شده است، اما با افزایش ضخامت ورق، خطای تئوریهای ورق افزایش مییابد [۲۶]. ازاینرو استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی در مورد ورقها از اهمیت برخوردار است. همچنین در بسیاری از کاربردهای سازهها از جمله تیرها [۲۷] و ورقها [۲۱]، با توجه به فیزیک مساله، در نظر گرفتن بستر الاستیک، در نزدیک کردن تحلیلها به واقعیت موثر است. در این پژوهش برای اولین بار فرکانس طبیعی چنین ورقهایی با استفاده از روش تعمیمیافته مربعات دیفرانسیلی سهبعدی و در نظر گرفتن مشتقات در هر سه جهت مختصاتی مطالعه شده است. این روش حل، امکان میدهد که تغییرات ماده را بتوان در تمام جهات مختصاتی در نظر گرفته و شرایط تکیهگاهی هر کدام از لبهها را به طور مستقل تعریف نمود. مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج موجود در مقالات منتشر شده، تطابق خوبی را نشان میدهد. تاثیر پارامترهای مختلفی مانند توانهای توزیع ماده، ضخامت و نسبت طول به عرض ورق بر ارتعاشات آزاد بررسی شده است. با توجه به اینکه در این مقاله از تئوری الاستیسیته سهبعدی استفاده شده، نتایج به دست آمده میتواند به عنوان مرجع مناسبی برای صحت سنجی کارهای آینده نیز مورد استفاده قرار گیرد.

۲- تشريح مساله

یک ورق مستطیلی مدرج تابعی روی بستر الاستیک مشابه آنچه در شکل ۱ نشان داده شده است را در نظر بگیرید. مبدا مختصات در شکل مشخص شده است. پارامترهای b a و h که در این مقاله برای نشان دادن ابعاد ورق استفاده شده، در شکل مشخص شده است.



شكل ۱ ورق مستطيلي مدرج تابعي چندجهته روى بستر الاستيک

1-1- توزيع ماده

همان گونه که در مقدمه اشاره شد، در این پژوهش، تغییرات تدریجی ماده میتواند در هر سه جهت مختصاتی وجود داشته باشد. در تحقیق حاضر، ورق از دو فاز تشکیل می شود که طبق روابطی، خواص ماده در نقاط مختلف ورق، به طور تدریجی بین خواص این دو فاز تغییر می کند. توزیع ماده مدرج تابعی از قانون ترکیب خطی مطابق رابطه زیر تبعیت می کند.

در هر نقطه از رابطه زیر محاسبه می شود. V_1

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۴۸ مطالعه فرکانسهای طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته روی بستر الاستیک با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی

")

$$V_1 = \left(\frac{x}{a}\right)^{n_x} \left(\frac{y}{b}\right)^{n_y} \left(\frac{z}{h}\right)^{n_z} \tag{7}$$

و n_z و n_z را توانهای تابع توزیع ماده مینامیم. با توجه به روابط ۱ و ۲ رابطه زیر برای هر خاصیت ماده تشکیل دهنده n_x ورق در هر کدام از نقاط آن به دست میآید.

$$P = (P_1 - P_2)V_1 + P_2 \tag{(f)}$$

۲-۲- معادلات و شرایط مرزی

معادلات حرکت در مختصات کارتزین و بر اساس تئوری الاستیسیته سهبعدی عبارت است از:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{\Delta}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$
(7)

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$
(Y)

مؤلفههای تنش در روابط بالا به شکل زیر با مؤلفههای کرنش مرتبط میشوند.

$$\sigma_{\chi} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_{\chi} + \nu(\varepsilon_{y} + \varepsilon_{z}) \right]$$
(A)

$$\sigma_y = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z) \right] \tag{9}$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_z + \nu (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right]$$
(1.)

$$\tau_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xy}, \tau_{xz} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{xz}, \tau_{yz} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{yz}$$
(11)

مؤلفههای کرنش نیز مطابق روابط زیر با تغییر شکلها رابطه دارند.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$
(17)

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$
(17)

با ترکیب روابط ۵ تا ۱۳، معادلات حرکت بر اساس مؤلفههای تغییر شکل مطابق روابط زیر حاصل می شود.

$$\begin{pmatrix}
\frac{\partial E}{\partial x}(1+\nu)(1-2\nu) - E\left(\frac{\partial \nu}{\partial x}(1-2\nu) - 2\frac{\partial \nu}{\partial x}(1+\nu)\right)\\
(1+\nu)^2(1-2\nu)^2
\end{pmatrix} \left[(1-\nu)\frac{\partial u}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right] \\
+ \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[-\frac{\partial \nu}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} + (1-\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial \nu}{\partial x}\left(\frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\
+ \nu\left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)\right] + \frac{1}{2}\frac{\frac{\partial E}{\partial y}(1+\nu) - E\frac{\partial \nu}{\partial y}}{(1+\nu)^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial x}\right) \\
+ \frac{1}{2}\frac{E}{(1+\nu)}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial x\partial y}\right) + \frac{1}{2}\frac{\frac{\partial E}{\partial z}(1+\nu) - E\frac{\partial \nu}{\partial z}}{(1+\nu)^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\
+ \frac{1}{2}\frac{E}{(1+\nu)}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
(16)

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۴۹

$$\begin{split} \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial E}{\partial x} (1+v) - E}{(1+v)^2} \frac{\partial v}{(\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{1}{2} \frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \\ &+ \left(\frac{\frac{\partial E}{\partial y} (1+v)(1-2v) - E\left(\frac{\partial v}{\partial y}(1-2v) - 2\frac{\partial v}{\partial y}(1+v)\right)}{(1+v)^2(1-2v)^2} \right) \left[(1-v)\frac{\partial v}{\partial y} \right] \\ &+ v \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \left[-\frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + (1-v)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\ &+ v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) \right] + \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial E}{\partial z} (1+v) - E}{(1+v)^2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial E}{\partial x} (1+v) - E}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\frac{E}{(1+v)} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\frac{E}{(1+v)(1-2v)} - E \left(\frac{\partial v}{\partial z} \left(1-2v \right) - 2 \frac{\partial v}{\partial z} \left(1+v \right) \right) }{(1+v)^2 (1-2v)^2} \right) \left[(1-v) \frac{\partial w}{\partial z} + v \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \left[-\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} + (1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) \right] = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ &+ \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \left[-\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} + (1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) \right] = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] = \rho \frac{\partial u}{\partial t^2} \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] \\ &+ \frac{\partial u}{\partial t} \left[\frac{\partial u}{\partial$$

SSSS
$$\begin{cases} x = 0, a \to v = w = \sigma_x = 0\\ y = 0, b \to u = w = \sigma_y = 0 \end{cases}$$
 (17)

CCCC
$$\begin{cases} x = 0, a \\ y = 0, b \end{cases} \to u = 0, v = 0, w = 0$$
(1A)

SCSC
$$\begin{cases} S: x = 0, a \to v = w = \sigma_x = 0\\ C: y = 0, b \to u = v = w = 0 \end{cases}$$
 (19)

CFCF
$$\begin{cases} C: x = 0, a \to u = v = w = 0\\ F: y = 0, b \to \sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{cases}$$
(7.)

همچنین شرایط مرزی در سطوح بالا و پایین ورق مطابق روابط زیر معرفی می گردد.

$$\sigma_z = 0, \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ at } z = h \tag{(1)}$$

$$\sigma_z = k_w w - k_{sx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_{sy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ at } z = 0$$
(11)

$$k_{w} = \frac{K_{w}D_{c}}{a^{4}}, k_{sx} = \frac{K_{sx}D_{c}}{a^{2}}, k_{sy} = \frac{K_{sy}D_{c}}{b^{2}}, D_{c} = \frac{E_{c}h^{3}}{\left(12(1-v_{c}^{2})\right)}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^$$

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۲-۳- روش مربع سازی مشتق

در این مقاله، از روش مربع سازی مشتق برای گسسته سازی معادلات تشریح شده در بخش قبلی استفاده می شود. اگر تعداد نقاط گرهی N عدد برای گسسته سازی دامنه پارامتر 1 مورد استفاده قرار گیرد، مشتق مرتبه m تابع نسبت به پارامتر 1 طبق رابطه زیر با مقادیر تابع در تمام نقاط گرهی آن دامنه مرتبط می شود.

$$\frac{d^m f(x)}{dl^m} \bigg|_{n=n_i} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(m)} f(l_j), \quad i = 1, 2, ..., N$$
(74)
$$\dot{\sigma}_{ij}^{(m)} C_{ij}^{(m)} C$$

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{\prod_{j=1, j\neq i}^{N} (l_i - l_j)}{(l_i - l_k) \prod_{j=1, j\neq k}^{N} (l_k - l_j)}, \qquad i, j, k = 1, 2, ..., N$$

$$C_{ii}^{(1)} = -\sum_{j=1, j\neq i}^{N} C_{ij}^{(1)}, \qquad i = 1, 2, ..., N$$
(Ya)

$$C_{ij}^{(m)} = m \left[C_{ii}^{(m-1)} C_{ij}^{(1)} - \frac{C_{ij}^{(m-1)}}{l_i - l_k} \right], \qquad i, k = 1, 2, ..., N$$

$$C_{ii}^{(m)} = -\sum_{j=1, j \neq i}^{N} C_{ij}^{(m)}, \qquad i = 1, 2, ..., N$$
(79)

برای تعیین چگونگی توزیع نقاط دامنه از چندجملهای چبیشف طبق رابطه ۲۷ استفاده می گردد.

$$l_i = 0.5L\left(1 - \frac{\cos(i-1) \times \pi}{N-1}\right) \tag{(YY)}$$

در رابطه بالا، L طول دامنه است. با گسسته سازی معادلات ۱۴ تا ۲۳، یک ماتریس K از ضرایب جملات مربوط بهسختی ورق و یک ماتریس M از ضرایب جملات مربوط به چگالی به دست میآید.

۲-۴- محاسبه فرکانسهای طبیعی

به جهت به دست آوردن فرکانسهای طبیعی، نقاط گرهی مربوط به معادلات حرکت (b) و نقاط گرهی که در آنها شرایط مرزی تعیین میشود (b) از هم تقسیم شده و میتوان نوشت:

$$\begin{bmatrix} [K_{db}][K_{dd}] \\ \{d\} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_{db}][M_{dd}] \end{bmatrix} \begin{cases} \{b\} \\ \{d\} \end{cases} = \{0\}$$

$$(\Upsilon A)$$

$$K_{bd}]\{d\} + [K_{bb}]\{b\} = \{0\}$$
(Y9)

$$K_{nf} = [K_{dd}] - [K_{db}][K_{bb}]^{-1}[K_{bd}]$$
(^(*))

$$M_{nf} = [M_{dd}] - [M_{db}][K_{bb}]^{-1}[K_{bd}]$$
(71)

$$[K_{nf}] - \omega^2 [M_{nf}] \{d\} = \{0\}$$
(TT)

با استفاده از ماتریسهای محاسبه شده در روابط ۳۰ و ۳۱ و حل مسئله مقدار ویژه رابطه ۳۲، فرکانسهای طبیعی به دست میآید.

۲-۵- صحت سنجی

برای صحت سنجی نتایج، ابتدا نتایج ۸ فرکانس طبیعی اول یک ورق مربعی ساخته شده از ماده مدرج تابعی با نتایج مراجع

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

⁸ Chebyshev polynomial

مهدی آدینه ۵۱

[۲۸]، [۲۹] و [۳۰] مقایسه می شود. یک ورق مربعی را در نظر بگیرید که مواد سازنده آن در ضخامت ورق به طور تدریجی و مطابق رابطه زیر تغییر می کنند.

(۳۳)

Archive of SID.ir

$$P(z) = (P_U - P_L) \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^P + P_L$$

که در آن P یک خاصیت ماده مانند مدول الاستیسیته میباشد و P_U و P_L اشاره به مقادیر آن خاصیت ماده در بالاترین و پایین ترین سطح ورق (z=-h/2 و z=h/2 ادرند. p توان رابطه توزیع ماده و در این مثال برابر ۲ میباشد. در این مثال، سطح پایین ورق از ماده SUS304 و سطح بالایی آن از ماده Si₃N₄ تشکیل شده است که خواص مکانیکی آن مطابق جدول ۱ مقداردهی شده است.

جدول ۱ خواص مکانیکی مواد SUS304 و Si₃N₄ در دمای ۳۰۰ کلوین

ρ	ν	Ε	
737.	•/74	344 / 14 / 14 / 14 m	Si ₃ N ₄
٨١۶۶	۰/٣١٧٨	Y · Y/YXYY×) · ⁹	SUS304

ابعاد ورق عبارتند از a=b=0.2 m و a/b=10 و هر چهار گوشه آن شرایط تکیهگاهی لبه گیردار دارد. فرکانس طبیعی بیبعد مورد استفاده از رابطه زیر محاسبه میشود.

$$\omega = \frac{\omega b^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{I_0}{D_0}} \tag{(7f)}$$

SUS304 که در آن $I_0 = h\rho$ و $I_0 = h\rho$. همچنین ρ ، E و v در این روابط دارای مقادیر مربوط به ماده SUS304 که در آن $I_0 = h\rho$ و $I_0 = h\rho$ در دمای مرجع یعنی ۳۰۰ کلوین میباشد. جدول ۲ نشاندهنده همگرایی خوب و تطابق مناسب با نتایج منتشرشده در مراجع مورد اشاره است.

 ω_8 ω_7 ω_6 ω_5 ω_4 ω_3 ω_2 ω_1 مرجع 18/0014 10/407. 13/7787 17/0111 11/11.54 ٧/٨٩٠٢ ٧/٨٩٠٢ 4/1.91 یانگ و شن [۲۸] کیم [۲۹] 10/9471 10/9471 ۱۳/۲۰۸۹ 17/1.8. 11/5198 ٧/9898 ٧/٩۶٩۶ 4/1180 10/3977 10/3977 17/0977 11/1717 ٧/٩٣٨٩ ٧/٩٣٨٩ 17/7776 4/1901 لی و همکاران [۳۰] 10/4004 10/4004 17/141. ۱۳/۸۵۰۵ 11/7825 ٨/١١١٩ ٨/١١١٩ 4/148. **YXYXY** 10/4899 10/4899 17/1.17 17/9728 11/0771 ٧/٨۶۴٨ ٧/٨۶۴٨ 4/1777 ٩×٩×٩ 10/4270 10/4270 17/1114 17/9287 ۱۱/۰۱۵۰ ٧/٨۵۴۶ ٧/٨۵۴۶ 4/1107 11×11×11 10/4797 10/4397 17/1.7. 17/9789 11/•1•٨ ٧/٨۵١٠ ٧/٨۵١٠ 4/1177 17×17×17

جدول ۲ بررسی همگرایی و تطابق فرکانسهای طبیعی ورق مربعی مدرج تابعی، a/h=10 و a/h=10 با شرایط تکیهگاهی CCCC

در جدول ۳، مساله قبلی با جایگزینی شرایط SSSS در لبهها بهجای CCCC مورد توجه قرار گرفته و با نتایج مرجع [۱۷] مقایسه شده است.

جدول ۳ بررسی همگرایی و تطابق فرکانسهای طبیعی ورق مربعی مدرج تابعی، a=b=0.2 m و a/b=10 با شرایط تکیهگاهی SSSS

ω_8	ω_7	ω_6	ω_5	ω_4	ω_3	ω_2	ω_1	مرجع
۸ ۰ /۷۳۱۸	۵ • ۲۷۲ • ۱	۸/۸۰۴۰	۸/۱۰۳۳	۸/۱۰۳۳	۵/۷۳۱۶	۵/۷۳۱۶	۲/۴۰۰۳	کانگ [۱۷]
1•/4921	1 • /4931	٨/٧۶۵٧	۸/۱۰۳۵	۸/۱۰۳۵	۵/۶۹۹۸	۵/۶۹۹۸	7/47	Y×Y×Y
۱ • / ۲۶۸۵	۱ • / ۲۶۸۵	۸/۸۰۵۶	۸/۱۰۳۳	۸/۱۰۳۳	۵/۷۳۴۰	۵/۵۷۴۰	۲/۳۹۹۶	٩×٩×٩
۱ • / ۲۲۷ •	1 • / 474 •	٨/٨٠١۴	۸/۱۰۳۳	۸/۱۰۳۳	۵/۷۳۰۵	۵/۷۳۰۵	८/2990	11×11×11
1./7797	1 • / ٧٢٩٧	٨/٨٠١۴	۸/۱۰۳۳	۸/۱۰۳۳	۵/۷۳۰۶	۵/۷۳۰۶	८/2990	17×17×17

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۵۲ مطالعه فرکانسهای طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته روی بستر الاستیک با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی

در ادامه به صحت سنجی نتایج برای یک ورق مربعی ایزوتروپیک روی بستر الاستیک می پردازیم. مشخصات ماده $ho_c = 3800 \frac{
m kg}{
m m^3}$ و سرط مرزی (Alumina,Al₂O₃) درق (در است. از: $ho_c = 3800 \times 10^9 \frac{
m N}{
m m^2}$ و شرط مرزی فونداسیون مطابق رابطه زیر است.

$$\sigma_z = K_w - K_g \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$
(۳۵)
ضرایب بی بعد بستر الاستیک مطابق رابطه زیر است:

$$k_g = K_g b^2 / D_c, k_w = K_w b^4 / D_c$$
 (۳۶)
که در آنها (۲۰ ماریج مراجع (۳۱)، فرکانس های طبیعی ورق مورد اشاره با نتایج مراجع (۳۱)، (۳۲).

که در آنها $D_c = E_c h^3 / 12 (1 - v_c^2)$ است. در جدول ۴، فرکانسهای طبیعی ورق مورد اشاره با نتایج مراجع [۳۱]، [۳۳]. [۳۳] و [۲۱] مقایسه شده است.

$b/h=5 K_g = 10 SSSS$	تیک با شرایط تکیهگاهی	بزوتروپیک روی بستر الاس	ر کانسهای طبیعی ورق ا	جدول ۴ بررسی همگرایی و تطابق ف
-----------------------	-----------------------	-------------------------	-----------------------	--------------------------------

	ω_1		
مرجع	$k_w = 0$	$k_w = 10$	
ژو و همکاران [۳۱]	۲/۲۳۳۴	۲/۲۵۳۹	
ماتسوناگا [۳۲]	۲/۲۳۳۴	2/2029	
یاس و عراق [۳۳]	۲/۲۳۳۴۰۹	2/202926	
طاحونه و نائی [۲۱]	۲/۲۳۳۴	۲/۲۵۳۹	
٩×٩×٩	۲/۲۳۳۴	2/2029	
11×11×11	۲/۲۳۳۴	2/2029	
11×11×11	۲/۲۳۳۶	2/2029	

در مثال بعدی، ورقی با مواد مدرج تابعی تغییر کننده در راستاهای درون صفحهای مورد بررسی قرار گرفته است. مواد تشکیلدهنده ورق Si3N4 و SUS304 بوده و پارامترهای خواص آن عبارتند از:

$$E_c = 348.43 \times 10^9 \frac{N}{m^2}, v_c = 0.24 \ \rho_c = 2370 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_m = 8166 \frac{kg}{m^3} v_m = 0.3262, E_m = 201.04 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$$
(TY)

توزيع مواد در اين ورق طبق روابط زير مىباشد:

$$E = V_m E_m + V_c E_c$$

$$\nu = V_m \nu_m + V_c \nu_c$$

$$\rho = V_m \rho_m + V_c \rho_c$$
(°A)

$$V_m + V_c = 1 \tag{(49)}$$

$$V_c = \left(\frac{x}{a}\right)^{n_x} \left(\frac{y}{b}\right)^{n_y} \tag{(f.)}$$

که در آن V_m و V_c نسبتهای حجمی هستند و m اشاره به فاز فلز و c اشاره به فاز سرامیک دارد. a و b به ترتیب طول و عرض ورق و n_x و n_x و n_y توانهای تابع توزیع هستند. همچنین فرکانس بی بعد از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$D_c = E_c h^3 / 12(1 - v_c^2)$$

$$\omega = \frac{\omega a^2}{\pi^2} \sqrt{\frac{h\rho}{D_c}}$$
(f1)

در جدول ۵، فرکانس های اول برای چند ترکیب توان های تابع توزیع نشان دادهشده و با سه مرجع مقایسه شده است.

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۵۳

مرجع							
11×11×11	٩×٩×٩	γ×γ×γ	تای و همکاران [۱۹]	ین و همکاران [۲۴]	شیانگ و همکاران [۲۵]	$-n_y$	n_x
1/9974	1/99VW	१/९९४४	١/٩٩٧ ۴	١/٩٩٧ ٣	۱/٩٩VA	•	•
1/1848	1/1848	۱/۱۸۵۰	1/14•1			١	٠
۱/۰۱۹۸	۱/۰۱۹۸	١/•٢٠٧)/+ + ९९			٢	٠
1/1848	1/1848	۱/۱۸۵۰	1/14•1	1/1844	1/1801	•	١
۱/۰۱۹۸	۱/۰۱۹۸	١/•٢٠٧	+/9X1Y			١	١
•/9041	•/9۵۳9	•/9887	• /9 T • W			٢	١
۱/۰۱۹۸	۱/۰۱۹۸	١/•٢٠٧)/••٩٩	١/• ١٩٧	۱/•۲••	•	٢
•/9041	٠/٩۵٣٩	•/9088	•/9)9V			١	٢
۰/۹۲۰۵	•/97•۴	•/9778	• /٨٨٧۴			٢	٢

جدول ۵ بررسی همگرایی و تطابق فرکانسهای طبیعی ورق مدرج تابعی دوجهته با شرایط تکیهگاهی SSSS ه a=b=50h=1m

۲-۶- نتایج عددی

ورقی مستطیلی با مواد مدرج تابعی که در تمام سه راستای مختصاتی امکان تغییرات خواص آن وجود دارد، مورد بررسی قرار گرفته است. مواد تشکیل دهنده ورق Si_3N_4 و SUS304 بوده و پارامترهای خواص مطابق رابطه ۳۷ است. توزیع مواد در این ورق طبق روابط ۱ تا ۴ میباشد. ضرایب بیبعد بستر الاستیک بر اساس رابطه ۳۷ بوده و مقادیر ثابت مورد استفاده در آن، ورق طبق روابط ۱ تا ۴ میباشد. ضرایب بیبعد بستر الاستیک بر اساس رابطه ۳۷ میابق رابطه ۷۳ است. توزیع مواد در این ورق طبق روابط ۱ تا ۴ میباشد. ضرایب بیبعد بستر الاستیک بر اساس رابطه ۳۷ میابق رابطه ۳۷ است. توزیع مواد در این ورق طبق روابط ۱ تا ۴ میباشد. ضرایب بیبعد بستر الاستیک بر اساس رابطه ۳۷ بوده و مقادیر ثابت مورد استفاده در آن، ورق طبق روابط ۱ تا ۴ میباشد. ضرایب بیبعد بستر الاستیک و مستند. برای فرکانس بیبعد از رابطه wr^2 و N/m^2 میباشد. سرای فرکانس میبعد از رابطه $wax = wa\sqrt{2\rho(1+\nu)/E}$



شکل ۲ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS (a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, K_{ss}=K_{sy}=100) .*K*w روی بستر الاستیک در مقابل

در شکل ۲ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق با شرایط تکیهگاهی SSSS نسبت به تغییرات ضریب *K*_w نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود جهت تغییرات ماده، تاثیر قابل توجهی روی اندازه فرکانس طبیعی دارد. همچنین مشاهده می شود با افزایش ضریب *K*_w جایگاه هر ورق در بین سایر ورق ها تقریبا بدون تغییر می ماند، مثلا ورق مدرج تابعی سهجهته (۱،۱،۱) همیشه کمترین و ورق مدرج تابعی یک جهته در راستای ضخامت (۱،۰۰۱) همیشه بیشترین فرکانس طبیعی را داشتهاند. از آنجاکه طبق جدول ۱، ماده Si₃N4 نسبت به SUS304 مدول الاستیک بزرگتر و چگالی کمتری دارد، هرچه ماده تشکیل دهنده

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۵۴ مطالعه فرکانس های طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته روی بستر الاستیک با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی

جهته به Si₃N₄ نزدیکتر است، فرکانس بالاتری دارد. اما با مقایسه ورق با توزیع دوجهته درونصفحهای (۱،۱،۰) و دوجهته ضخامت و یک راستای درونصفحهای (۱،۰،۱) میتوان دریافت در شرایطی که حجم فازهای تشکیلدنده دو ورق نیز یکسان باشد، جهت توزیع ماده میتواند فرکانسهای متفاوتی ایجاد کند.

نتایج شکل ۲ با تغییر شرایط مرزی تکیه گاهی به CCCC در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، به طور کلی فرکانس ها افزایش یافتهاند اما ترتیب اندازه فرکانس ورق های با توزیع مختلف تقریبا مشابه شکل ۲ می باشد.



شکل ۳ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی شکل ۳ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, $K_{sx}=K_{sy}=100$).

در شکل ۴ و ۵، تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورقها به ترتیب با شرایط تکیهگاهی SSSS و CCCC، این بار با تغییر پارامتر Ksx و Ksx مورد مطالعه قرار گرفته است که الگویی مشابه تاثیر ضریب Kw دارند. در این بررسی Ksx=Ks در نظر گرفته شده است.



شکل ۴ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS (a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, K_w=100) K_{sx}=K_{sy} روی بستر الاستیک در مقابل (a=1 m, b=1 m, K_w=100) K_{sx}=K_{sy}

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۵۵



شکل ۵ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع ((n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, K_w=100) .K_{sx}=K_{sy} (CCCC روی بستر الاستیک در مقابل ((a=1 m, b=1 m, h=0.1 m, K_w=100)

در شکلهای ۶ و ۷، تاثیر نسبت طول به عرض ورق d/b به ترتیب برای شرایط تکیهگاهی SSSS و SSSS و CCCC مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکلها، ضرایب بستر الاستیک $W_w=K_{sx}=K_{sy}=100$ و ضخامت ورق m n=0.1 در نظر گرفته شده است. عرض ورق در تمام محاسبات b=0.2 m و طول آن بین m 0.2 تا m 1 تغییر می کند. همانطور که مشاهده می شود ورقهای با جهت توزیع ماده متفاوت، با افزایش طول ورق، تغییرات افزایشی متفاوتی دارند و همگی شیب یکسانی ندارند. ازاینرو مشاهده می شود که فرکانس طبیعی جایگاه ورقهای مختلف نسبت به هم جابجا می شود. تغییرات اشاره شده در بازه مورد بررسی در رابطه با شرایط تکیهگاهی SSSS نسبت به CCCC بیشتر است که ممکن است به دلیل غالب تر بودن بیشتر تاثیر تکیهگاه CCCC در سختی کلی ورق باشد. با دقت در تغییرات اندازه فرکانس طبیعی می توان مشاهده نمود در ورقهایی که توزیع دو جهت درون-مفحهای دارند یعنی (۱،۱،۱) و (۱،۱،۱)، با افزایش طول، اندازه فرکانس طبیعی نسبت به سایر ورقها بیشتر شده است.



شکل ۶ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_s, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS (b=0.2 m, h=0.1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100) روی بستر الاستیک در مقابل افزایش نسبت طول به عرض ورق. (b=0.2 m, h=0.1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100)

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۵۶ مطالعه فرکانس های طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته روی بستر الاستیک با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی



شکل ۷ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_s, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (b=0.2 m, h=0.1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100) روی بستر الاستیک در مقابل افزایش نسبت طول به عرض ورق. (CCC روی بستر الاستیک در مقابل افزایش نسبت طول به عرض ورق.

در شکلهای ۸ و ۹، تاثیر تغییر ضخامت ورق به ترتیب برای شرایط تکیهگاهی SSSS و SSSS و CCCC مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکلها، ضرایب بستر الاستیک $K_{sx}=K_{sy}=100$ و طول و عرض ورق m 1=b=1 در نظر گرفته شده است. با افزایش ضخامت، اندازه اولین فرکانس طبیعی در تمام ورقها کاهش یافته و جایگاه ورقها نسبت به هم تغییرات بسیار اندکی دارد. افزایش ضخامت سبب افزایش جرم ورق میشود که میتواند موجب کاهش فرکانس طبیعی گردد. افزایش ضخامت همچنین میتواند بخصوص از آن لحاظ که قیود تکیهگاهی بر ضخامت وارد میشود، موجب افزایش سختی نیز بشود که اثر افزایشی روی فرکانس طبیعی دارد. با توجه به نحوه تغییر فرکانس طبیعی تمام ورقها با افزایش ضخامت، میتوان گفت ظاهرا تاثیر افزایش



SSSS شکل ۸ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS شکل ۸ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS شکل ۸ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی SSSS

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۵۷



شکل ۹ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_s, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (a=b=1 m, Kw=Kss=Ksy =100) روی بستر الاستیک در مقابل افزایش ضخامت. (a=b=1 m, Kw=Kss=Ksy =100)

در شکلهای ۱۰ و ۱۱ تاثیر افزایش توان تابع توزیع ماده برای ورقها به ترتیب برای شرایط تکیهگاهی SSSS و CCCC و SSSS و SSSS و $K_w = K_{sx} = K_{sy} = 100$ در نظر گرفته نشان داده شده است. در این شکلها، ضرایب بستر الاستیک $K_w = K_{sx} = K_{sy} = 100$ و m = n = c در نظر گرفته شده است. همانطور که مشاهده میشود با افزایش اندازه n تفاوت بین ورقها کاهش می یابد. این موضوع می تواند به این مطلب شده است. همانطور که مشاهده میشود با افزایش اندازه n تفاوت بین ورقها کاهش می یابد. این موضوع می تواند به این مطلب شده است. همانطور که مشاهده میشود با افزایش اندازه n تفاوت بین ورقها کاهش می یابد. این موضوع می تواند به این مطلب شده است. همانطور که مشاهده میشود با افزایش اندازه n تفاوت بین ورقها کاهش می یابد. این موضوع می تواند به این مطلب مرتبط باشد که با افزایش اندازه توانهای تابع توزیع ماده، نقاط بیشتری از ورق از لحاظ خواص مکانیکی به یکی از فازهای تشکیل دهنده (SUS304) شبیه می شوند و رفتار ورق بیشتر شبیه به رفتار ورق ساخته شده از آن فاز می گردد. از آنجاکه SUS304 تشبت به فاز دیگر تشکیل دهنده (SUS304) شبیه می شوند و رفتار ورق بیشتر شبیه به رفتار ورق ساخته شده از آن فاز می گردد. از آنجاکه SUS304 نسبت به فاز دیگر تشکیل دهنده ورق، مدول الاستیک کوچکتر و چگالی بیشتری دارد، فرکانس طبیعی با افزایش n در تمام ورقها کاهش می یابد.



شکل ۱۰ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (a=b=10h=1 m, K_w=K_{sx}=K_{sy} =100) روی بستر الاستیک نسبت به افزایش اندازه توان تابع توزیع. (SSSS روی بستر الاستیک نسبت به افزایش اندازه توان تابع توزیع.

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

۵۸ مطالعه فرکانسهای طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته روی بستر الاستیک با استفاده از تئوری الاستیسیته سهبعدی



شکل ۱۱ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_x, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (a=b=10h=1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100) روی بستر الاستیک نسبت به افزایش اندازه توان تابع توزیع. (CCCC روی بستر الاستیک

در شکل ۱۲ اثر نوع تکیهگاه بر اندازه اولین فرکانس طبیعی ورق مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی، ضرایب بستر الاستیک 100 Kw=Ksx=K و ابعاد ورق a=b=10 و h=1 m در نظر گرفته شده است. همانطور که انتظار میرفت بیشترین فرکانس طبیعی مربوط به شرایط با بیشترین سختی ایجاد شده (CCCC) است و نیز نکته قابل توجه قرارگیری نمودار SCSC در بین دو منحنی SSSS و SSSS و CCCC میباشد. همچنین مشاهده میشود جایگاه ورقهای مختلف، در بازه مورد بررسی، با تغییر شرایط تکیهگاهی تغییر اندکی داشته و بیشترین جابجایی مربوط به شرایط تکیهگاهی CFCF نسبت به سایر شرایط مرزی است.



شکل ۱۲ تغییرات اولین فرکانس طبیعی ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته با توانهای تابع توزیع (n_s, n_y, n_z) با شرایط تکیهگاهی (a=b=10h=1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100) متفاوت روی بستر الاستیک. (a=b=10h=1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100)

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۵۹



شکل ۱۳ شکل چهار مود اول در جهت z برای ورق مدرج تابعی یکجهته و سهجهته با شرایط تکیهگاهی SSSS روی بستر الاستیک. (a=b=10h=1 m, K_w=K_{ss}=K_{sy} =100)

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱



شکل ۱۴ شکل چهار مود اول در جهت z برای ورق مدرج تابعی یکجهته و سهجهته با شرایط تکیه گاهی CCCC روی بستر الاستیک. (a=b=10h=1 m, Kw=Ksx=Ksy =100)

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۶۱

۷-۲- نتیجه گیری

در این پژوهش، برای اولین بار ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی مدرج تابعی چندجهته که میتواند در تمام جهات تغییر خواص داشته باشد، روى بستر الاستيك و با استفاده از تئورى الاستيسته سهبعدى و شرايط تكيه گاهى مستقل مورد مطالعه قرار گرفت. یک تابع توزیع توانی برای مشخص نمودن نحوه توزیع خواص مکانیکی در نقاط مختلف ورق استفاده شد. از روش تعمیمیافته مربعات دیفرانسیلی برای گسستهسازی معادلات استفاده شد. تمام خواص مکانیکی مرتبط با ارتعاشات آزاد ورق از جمله ضریب یواسون در تحقیق حاضر با امکان تغییر در هر سه راستای مختصاتی در نظر گرفته شدند. نتایج به دست آمده به جهت اعتبار سنجی با نتایج موجود در مقالات از جمله برای ورقهای مدرج تابعی یکجهته، ورقهای روی بستر الاستیک و ورقهای با تغییرات درونصفحهای خواص مکانیکی مقایسه گردید که تطابق خوبی را نشان داد. موارد مختلفی مانند اثر جهت تغییرات ماده، تاثیر پارامترهای بستر الاستیک، شرایط تکیهگاهی و نسبتهای ابعاد هندسی ورق بررسی شد. نتایج نشان داد که جهت تغییرات ماده (در جهت ضخامت، درون صفحهای یا ترکیبات مختلفی از آنها) میتواند تاثیر قابل توجهی در فرکانس طبیعی ورق داشته باشد. همچنین چگونگی تاثیر جهات تغییر ماده میتواند تحت تاثیر مواردی مانند نسبتهای هندسی ابعاد ورق و یا شرایط تکیهگاهی قرار گیرد که در قالب نمودارهایی، چگونگی این تاثیرات گزارش گردید. با توجه به نتایج این تحقیق می توان دریافت در شرایطی که حجم فازهای تشکیلدنده دو ورق نیز یکسان باشد، جهت توزیع ماده می تواند فرکانس های متفاوتی ایجاد کند. نتایج همچنین نشان داد در بازه مورد بررسی، با افزایش ضرایب بستر الاستیک، ترتیب اندازه فرکانس طبیعی ورق های مختلف با جهات مختلف توزيع ماده تغيير اندكى داشت. همچنين مشاهده شد، افزايش نسبت طول به عرض ورق مىتواند علاوه بر تغيير اندازه فركانس طبيعي ورقها ترتيب اندازه فركانس ورقها را نسبت به هم تغيير دهد. تاثير تغيير ضخامت ورق بر فركانس طبيعي نيز نشان داد که افزایش ضخامت ورق.های مورد بررسی سبب کاهش اولین فرکانس طبیعی ورق.ها شد. افزایش اندازه توان.های توزیع ماده در همه ورقها سبب كاهش اولين فركانس طبيعي شد كه بدليل نزديك شدن خواص مواد به فاز فلز بود. همچنين مطالعه تاثير نوع تکیهگاه نشان داد با تغییر قیود تکیهگاهی به ترتیب از تکیهگاه آزاد به تکیهگاه ساده و سپس تکیهگاه گیردار، اولین فرکانس طبيعي ورق افزايش مي يابد.

Authorship Contribution Statement

Dr. Mahdi Adineh Biography: Assistant Professor of Mechanical Engineering at University of Gonabad.

Contribution Statement: Contribution Statement: Conceptualization, Methodology, Investigation, Software, Visualization, Validation, Writing – original draft, Writing – review & editing

۳- مراجع

- Khorshidi K, Karimi M, Rezaeisaray M. Piezoelectric Energy Harvesting from Functionally Graded Beams Using Modified Shear Deformation Theories. Mechanics of Advanced and Smart Materials journal. 2022;1:136-54.
- [2] Vel SS, Batra R. Three-dimensional exact solution for the vibration of functionally graded rectangular plates. Journal of Sound and Vibration. 2004;272:703-30.
- [3] Li Q, Iu V, Kou K. Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material rectangular plates by Chebyshev polynomials. Proceedings of the Tenth International Conference on Enhancement and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science, Sanya, China, 2006.
- [4] Zhou F, Li S. Three-dimensional analysis for static bending and free vibration of functionally graded rectangular plate. 2010;42:325-31.

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

- [5] Hosseini-Hashemi S, Taher HRD, Akhavan H, Omidi M. Free vibration of functionally graded rectangular plates using first-order shear deformation plate theory. Applied Mathematical Modelling. 2010;34:1276-91.
- [6] Hosseini-Hashemi S, Fadaee M, Atashipour SR. A new exact analytical approach for free vibration of Reissner– Mindlin functionally graded rectangular plates. International Journal of Mechanical Sciences. 2011;53:11-22.
- [7] Hosseini-Hashemi S, Fadaee M, Atashipour SR. Study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to a new exact closed-form procedure. Composite Structures. 2011;93:722-35.
- [8] Baferani AH, Saidi A, Ehteshami H. Accurate solution for free vibration analysis of functionally graded thick rectangular plates resting on elastic foundation. Composite Structures. 2011;93:1842-53.
- [9] Chakraverty S, Pradhan K. Free vibration of exponential functionally graded rectangular plates in thermal environment with general boundary conditions. Aerospace Science and Technology. 2014;36:132-56.
- [10] Jin G, Su Z, Shi S, Ye T, Gao S. Three-dimensional exact solution for the free vibration of arbitrarily thick functionally graded rectangular plates with general boundary conditions. Composite Structures. 2014;108:565-77.
- [11] Akavci S. An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation. Composite Structures. 2014;108:667-76.
- [12] Chakraverty S, Pradhan K. Free vibration of functionally graded thin rectangular plates resting on Winkler elastic foundation with general boundary conditions using Rayleigh–Ritz method. International Journal of Applied Mechanics. 2014;6:1450043.
- [13] Kumar S, Ranjan V, Jana P. Free vibration analysis of thin functionally graded rectangular plates using the dynamic stiffness method. Composite Structures. 2018;197:39-53.
- [14] Xing Y, Wang Z, Xu T. Closed-form analytical solutions for free vibration of rectangular functionally graded thin plates in thermal environment. International Journal of Applied Mechanics. 2018;10:1850025.
- [15] Talley M, Khorshidvand AR. Free vibration analysis of functionally graded rectangular plates via differential quadrature method. Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME. 2019;20:46-70.
- [16] Xu T, Xing Y. Closed-form solutions for free vibration of rectangular FGM thin plates resting on elastic foundation. Acta Mechanica Sinica. 2016;32:1088-103.
- [17] Kang R, Xin F, Shen C, Lu TJ. 3D free vibration analysis of functionally graded plates with arbitrary boundary conditions in thermal environment. Advanced Engineering Materials. 2022;24:2100636.
- [18] Huang C, Chung W. Analytical solution for the three-dimensional vibration of a rectangular functionally graded material plate with two simply supported opposite faces. International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2023;23:2350014.
- [19] Thai S, Nguyen VX, Lieu QX. Bending and free vibration analyses of multi-directional functionally graded plates in thermal environment: A three-dimensional Isogeometric Analysis approach. Composite Structures. 2022;295:115797.
- [20] Adineh M, Kadkhodayan M. Three-dimensional thermo-elastic analysis of multi-directional functionally graded rectangular plates on elastic foundation. Acta Mechanica. 2017;228:881-99.
- [21] Tahouneh V, Naei M. A novel 2-D six-parameter power-law distribution for three-dimensional dynamic analysis of thick multi-directional functionally graded rectangular plates resting on a two-parameter elastic foundation. Meccanica. 2014;49:91-109.
- [22] Khorshidi K, Bakhsheshy A, Ghadirian H. The study of the effects of thermal environment on Free Vibration analysis of two-dimensional Functionally Graded Rectangular plates on Pasternak elastic foundation. Journal of Solid and Fluid Mechanics. 2016;6:137-47.

مکانیک مواد پیشرفته و هوشمند/ سال ۱۴۰۲/ دوره ۴/ شماره ۱

مهدی آدینه ۲۳

- [23] Adineh M, Kadkhodayan M. Three-dimensional thermo-elastic analysis and dynamic response of a multidirectional functionally graded skew plate on elastic foundation. Composites Part B: Engineering. 2017;125:227-40.
- [24] Yin S, Yu T, Bui TQ, Zheng X, Tanaka S. In-plane material inhomogeneity of functionally graded plates: A higher-order shear deformation plate isogeometric analysis. Composites Part B: Engineering. 2016;106:273-84.
- [25] Xiang T, Natarajan S, Man H, Song C, Gao W. Free vibration and mechanical buckling of plates with inplane material inhomogeneity–A three dimensional consistent approach. Composite Structures. 2014;118:634-42.
- [26] Yousefi P, Khodadadi M. Solution of out-of-Plane vibration of moderately thick rectangular nano-plate using nonlocal sinusoidal shear deformation theory. Mechanics of Advanced and Smart Materials journal. 2022;1:231-46.
- [27] Mehrabadi SJ, Nezamabadi A, Moayeedi E. Deflection analysis of composite micro-beam on elastic foundation by strain gradient theory. Mechanics of Advanced and Smart Materials journal. 2022;2:94-107.
- [28] Yang J, Shen H-S. Vibration characteristics and transient response of shear-deformable functionally graded plates in thermal environments. Journal of Sound and Vibration. 2002;255:579-602.
- [29] Kim Y-W. Temperature dependent vibration analysis of functionally graded rectangular plates. Journal of Sound and Vibration. 2005;284:531-49.
- [30] Li Q, Iu V, Kou K. Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material plates in thermal environment. Journal of Sound and Vibration. 2009;324:733-50.
- [31] Zhou D, Cheung Y, Lo S, Au F. Three-dimensional vibration analysis of rectangular thick plates on Pasternak foundation. International journal for numerical methods in engineering. 2004;59:1313-34.
- [32] Matsunaga H. Vibration and stability of thick plates on elastic foundations. Journal of engineering mechanics. 2000;126:27-34.
- [33] Yas M, Aragh BS. Free vibration analysis of continuous grading fiber reinforced plates on elastic foundation. International Journal of Engineering Science. 2010;48:1881-95.