

## نمودار فاز دینامیکی مدل سو-شریف-هوگر

جلیل ناجی<sup>\*۱</sup> و روح ا... جعفری<sup>۲،۳</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشگاه ایلام، ایلام

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان

۳. پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

پست الکترونیکی: j.naji@ilam.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۲/۳۱)

### چکیده

در این مقاله هدف بررسی نمودار فاز دینامیکی مدل سو-شریف-هوگر با استفاده از مفهوم گذار فاز کوانتومی دینامیکی در حضور دگرگونی شیبدار است. به این منظور یکی از پارامترهای مدل را به صورت خطی وابسته به زمان در نظر می‌گیریم. نشان خواهیم داد در صورتی که پارامتر وابسته به زمان هامیلتونی به گونه‌ای تغییر کند که از هر دو نقطه بحرانی سامانه عبور کند، وجود یا عدم وجود گذار فاز کوانتومی دینامیکی به ضریب تغییر خطی زمان (سرعت جاروب) و پارامتر مستقل از زمان هامیلتونی بستگی خواهد داشت. به عبارت دیگر برای داشتن گذار فاز کوانتومی دینامیکی، سرعت جاروب باید از یک مقدار بحرانی، که تابعی از پارامتر مستقل از زمان هامیلتونی است، کوچک‌تر باشد. همچنین در صورتی که دگرگونی شیبدار فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند، گذار فاز کوانتومی دینامیکی همیشه در سامانه رخ خواهد داد.

واژه‌های کلیدی: گذار فاز کوانتومی دینامیکی، مدل سو-شریف-هوگر

### ۱. مقدمه

پارامغناطیس به فرومغناطیس، پذیرفتاری مغناطیسی (مشتق مغناطش) در نقطه گذار فاز غیر تحلیلی است. دلیل جذابیت مطالعه نظریه گذار فاز تعادلی این است که با وجود خوش رفتار بودن هامیلتونی میکروسکوپی، کمیت‌های ترمودینامیکی رفتار غیر تحلیلی از خود نشان می‌دهند [۱]. با وجود این که نظریه گذار فاز تعادلی، به ویژه برای سامانه‌های کلاسیکی مورد مطالعه وسیعی قرار گرفته است، اما رفتار سامانه‌های بس‌ذره‌ای کوانتومی در حالت غیر تعادلی هنوز به طور کامل شناخته شده نیست. به تازگی مطالعه ویژگی‌های

گذار فاز یکی از مهم‌ترین پدیده‌هایی است که در سامانه‌های بس‌ذره‌ای رخ می‌دهد. در طی گذار فاز، کمیت‌های ترمودینامیکی که مشتقات انرژی آزاد هستند دچار تغییرات غیر تحلیلی (ناپيو سنگی) می‌شوند. به عنوان مثال در اثر تغییر دما، گذار از فاز مایع به فاز گاز رخ می‌دهد و در طی این تحول چگالی سامانه به صورت ناگهانی تغییر می‌کند به نحوی که دانستن چگالی انرژی در یک فاز برای پیش‌بینی رفتار آن در فاز دیگر کافی نیست. همچنین در گذار فاز

مشخص کننده کمیت‌های مختلفی از جمله میزان جفت شدگی برهمکنش‌ها و میدان‌های خارجی مؤثر بر سامانه باشد. به منظور ایجاد دگرگونی کوانتومی ناگهانی در سامانه باید مقدار یک یا چند پارامتر در هامیلتونی به صورت آنی تغییر کند. فرض کنید در سامانه کوانتومی با هامیلتونی  $H(\gamma_1)$  که در زمان  $t=0$  با مقدار اولیه  $\gamma = \gamma_1$  و ویژه حالت اولیه  $|\Psi_0(\gamma_1)\rangle$  توصیف می‌شود، مقدار  $\gamma$  به طور ناگهانی در زمان  $t=0$  از مقدار  $\gamma_1$  به  $\gamma_2$  تغییر کند. در اثر این تغییر سریع، سامانه تحت تأثیر هامیلتونی تغییر یافته  $H(\gamma_2)$  دچار تحول زمانی یکانی می‌شود. به عبارت دیگر در زمان  $t=0$  حالت اولیه  $|\Psi_0(\gamma_1)\rangle$  دیگر ویژه حالت  $H(\gamma_2)$  نیست و به صورت زیر با زمان متحول می‌شود:

$$|\psi_0(t)\rangle = e^{-iH(\gamma_2)t} |\psi_0(\gamma_1)\rangle, \quad (1)$$

برای بررسی سامانه‌های دور از تعادل از کمیتی به نام پژواک لاشمیت [۱۴-۳۸] استفاده می‌شود که در فیزیک سامانه‌های بس‌ذره‌ای کاربرد بسیاری دارد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(\gamma_1, \gamma_2, t) = \left| \langle \psi_0(\gamma_1) | \psi_0(t) \rangle \right|^2 = \left| \langle \psi_0(\gamma_1) | e^{-iH(\gamma_2)t} | \psi_0(\gamma_1) \rangle \right|^2, \quad (2)$$

در واقع پژواک لاشمیت میزان همپوشانی بین حالت اولیه با حالت تحول یافته زمانی خودش است. هر چه مقدار پژواک لاشمیت بزرگ‌تر باشد به این معنی است که سیستم به حالت اولیه خود نزدیک‌تر شده است و اگر مقدار آن صفر باشد. همپوشانی حالت اولیه با حالت تحول یافته زمانی صفر خواهد بود. انرژی آزاد دینامیکی تابعی از پژواک لاشمیت است که به

صورت  $g(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} -\frac{1}{N} \ln L(\gamma_1, \gamma_2, t)$  تعریف می‌شود که

در آن  $N$  تعداد ذرات سامانه است. گذار فازهای کوانتومی دینامیکی بر مبنای رفتار غیرتحلیلی تابع انرژی آزاد دینامیکی مشخص می‌شود. نتایج تحلیلی اولیه به دست آمده برای گذار فاز دینامیکی در مدل آیزینگ یک بعدی با میدان

غیرتعادلی سامانه‌های کوانتومی مورد توجه بسیاری واقع شده است [۱۳-۲]. از موضوعات به‌روز در این حوزه می‌توان به شناخت و درک رفتار سامانه‌های دور از حالت تعادل اشاره کرد. روش‌های ایجاد سامانه‌های غیرتعادلی معمولاً به سه روش دگرگونی ناگهانی<sup>۱</sup> (تغییر ناگهانی در یکی از پارامترهای هامیلتونی در یک زمان مشخص)، دگرگونی خطی<sup>۲</sup> یا دگرگونی شیب‌دار (تغییر یکی از پارامترهای هامیلتونی به صورت خطی با زمان) و نوسانی واداشته<sup>۳</sup> (یکی از پارامترهای هامیلتونی تابعی دوره‌ای از زمان باشد) انجام می‌شود [۲]. در تحقیقات اخیر، ایده گذار فاز کوانتومی دینامیکی مطرح شده است که از تشابه بین تابع پارش کانونی سامانه تعادلی و تابع پارش مرزی کوانتومی گرفته شده است [۶]. همان‌طور که گذار فاز‌های معمول از طریق واگرایی در انرژی آزاد سامانه مشخص می‌شوند، گذار فاز دینامیکی نیز از طریق واگرایی در انرژی آزاد دینامیکی سامانه مشخص می‌شود که در آن زمان نقش پارامتر کنترل را دارد. در این مقاله هدف بررسی نمودار فاز دینامیکی مدل سو-شریفر-هوگر [۱۴] با استفاده از مفهوم گذار فاز کوانتومی دینامیکی است [۶ و ۱۴-۳۸]. در این مقاله فرض می‌کنیم یکی از پارامترهای هامیلتونی به صورت خطی با زمان تغییر می‌کند. با حل معادله شرودینگر وابسته به زمان نشان خواهیم داد در صورتی که پارامتر وابسته به زمان هامیلتونی از هر دو نقطه بحرانی سامانه عبور کند نمودار فاز سامانه به دو ناحیه دارای گذار فاز کوانتومی دینامیکی و بدون گذار فاز کوانتومی دینامیکی تقسیم می‌شود. همچنین اگر پارامتر وابسته به زمان هامیلتونی به گونه‌ای تغییر کند که فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند سامانه همیشه دارای گذار فاز کوانتومی دینامیکی خواهد داشت. در بخش بعد به معرفی مفهوم گذار فاز کوانتومی دینامیکی خواهیم پرداخت.

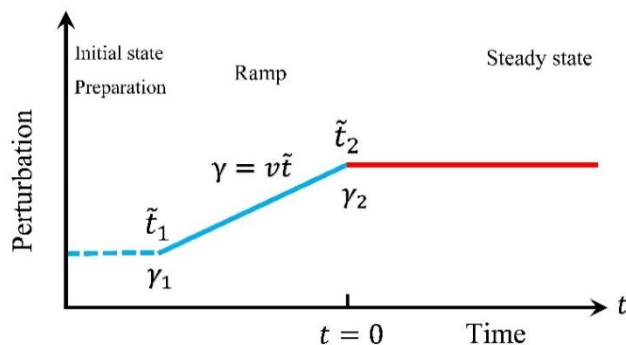
## ۲. دگرگونی کوانتومی و پژواک لاشمیت

یک سامانه کوانتومی بسته را در نظر بگیرید که هامیلتونی آن  $H(\gamma)$  به پارامتر  $\gamma$  بستگی دارد. پارامتر  $\gamma$  می‌تواند

۱. Sudden quench

۲. Ramped quench

۳. Periodically driven (Floquet)



شکل ۱. طرحواره‌ای از دگرگونی شیب‌دار (دگرگونی خطی)

$$H(t) = \sum_{m=1}^N \gamma(\tilde{t}) c_{\nu m-1}^\dagger c_{\nu m} + \lambda c_{\nu m}^\dagger c_{\nu m+1} + H.C, \quad (3)$$

که در آن  $C_m$  و  $C_m^\dagger$  عملگرهای خلق و فنا فرمیونی هستند. در حالتی که پارامتر  $\gamma$  ثابت باشد با فرض شرط مرزی بسته، این مدل حل دقیق داشته و در دو نقطه بحرانی  $\gamma = \pm \lambda$  گاف انرژی بسته می‌شود. با استفاده از تبدیلات فوریه [۱۴] و تعریف بردار دو مولفه‌ای  $\Gamma_k^\dagger = (C_k^\dagger, C_k)$  می‌توان نشان داد که مدل سو-شریفر-هوگر در فضای تکانه را می‌توان به صورت جمع هامیلتونی‌های مستقل از هم نوشت

$$H(\tilde{t}) = \sum_{k>0} \Gamma_k^\dagger H_k(\tilde{t}) \Gamma_k$$

است که با استفاده از ماتریس‌های پائولی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H_k(\tilde{t}) = (\gamma(\tilde{t}) + \lambda \cos k) \sigma^x + \lambda \sin k \sigma^y, \quad (4)$$

که ویژه مقادیر لحظه‌ای آن عبارتند از:

$$\begin{aligned} \varepsilon_+(\tilde{t}) &= \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2(\tilde{t}) + 2\gamma(\tilde{t})\lambda \cos k}, \\ \varepsilon_-(\tilde{t}) &= -\sqrt{\lambda^2 + \gamma^2(\tilde{t}) + 2\gamma(\tilde{t})\lambda \cos k} \end{aligned}, \quad (5)$$

برای به دست آوردن ویژه حالت‌ها و ویژه بردارهای هامیلتونی فوق باید معادله شرودینگر وابسته به زمان را حل کرد. برای حل معادله شرودینگر وابسته به زمان ابتدا هامیلتونی بالا را حول محور  $y$  به اندازه  $\frac{\pi}{2}$  و سپس حول محور  $z$  به اندازه  $-\frac{\pi}{4}$  دوران می‌دهیم. در این صورت هامیلتونی بالا به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$H_k(\tilde{t}) = -(\gamma(\tilde{t}) + \lambda \cos k) \sigma^z + \lambda \sin k \sigma^x, \quad (6)$$

مغناطیسی عرضی [۳۹]، در تحقیقات متعددی برای مدل‌های انتگرال پذیر [۱۴-۲۵] و انتگرال ناپذیر [۲۶-۳۸] مورد تأیید قرار گرفته و نشان داده شده است که گذار فاز کوانتومی دینامیکی هنگامی رخ می‌دهد که دگرگونی ناگهانی از نقطه بحرانی کوانتومی تعادلی عبور کند؛ یعنی مقدار اولیه و نهایی پارامتری که دچار تغییر می‌شود، در دو فاز تعادلی مختلف قرار داشته باشد. این مطالعات به سامانه‌های با ابعاد بیشتر [۲۴ و ۲۵]، پارامتر نظم توپولوژیکی دینامیکی [۲۳] و همچنین دگرگونی شیب‌دار [۴۰ و ۴۱] نیز تعمیم داده شده است. اکنون فرض کنید پارامتر  $\gamma$  به جای تغییر ناگهانی به صورت خطی با زمان تغییر کند، یعنی  $\gamma = V\tilde{t}$  که در آن  $V$  سرعت جاروب یا سرعت دگرگونی نامیده می‌شود (شکل ۱). اگر هامیلتونی در زمان اولیه  $\tilde{t}_1$  در حالت پایه خودش قرار داشته باشد و پارامتر  $\gamma$  به گونه‌ای تغییر کند که از نقطه بحرانی سامانه عبور کند، به دلیل شکسته شدن شرط گذار بی‌دررو احتمال حضور سامانه در حالت برانگیخته در زمان  $\tilde{t}_1$  وجود دارد [۴۰-۴۱]. به عبارت دیگر حالت سامانه در زمان  $\tilde{t}_2$  را می‌توان به صورت ترکیب خطی از حالت‌های پایه و برانگیخته سامانه نوشت. در نتیجه بررسی رفتار دینامیکی سامانه بعد از زمان  $\tilde{t}_2$  می‌تواند نتایج جالب توجهی به همراه داشته باشد.

### ۳. مدل سو-شریفر-هوگر

مدل سو-شریفر-هوگر به شکل زیر داده می‌شود [۱۴]:

طور که اشاره شد اگر هامیلتونی در زمان اولیه  $t_1 \rightarrow -\infty$  (یعنی پارامتر وابسته به زمان هامیلتونی در شروع دگرگونی دور از نقطه بسته شدن گاف انرژی -نقطه بحرانی سامانه- باشد) در حالت پایه خودش  $|\psi_0\rangle$  قرار داشته و پارامتر  $\gamma$  به گونه‌ای تغییر کند که از یک یا دو نقطه بحرانی سامانه عبور کند، به دلیل شکسته شدن شرط گذار بی‌دررو، حالت سامانه در نقطه  $\gamma_2$  ( $t_2$ ) ترکیب خطی از حالت‌های پایه و برانگیخته خواهد بود یعنی  $|\psi_1\rangle = v_k(t_2)|\psi_0\rangle + u_k(t_2)|\psi_1\rangle$ . حال بعد از اتمام دگرگونی شیب‌دار می‌توان نشان داد که انرژی آزاد دینامیکی بر حسب احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته  $p_k = |v_k(t)|^2$  عبارت است از [۴۰ و ۴۱]:

$$g(t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[1 + p_k(p_k - 1) \sin \varepsilon_0(k, \gamma_2) t] dk, \quad (11)$$

با بررسی عبارت بالا مشخص می‌شود که انرژی آزاد دینامیکی در زمان‌های مشخصه  $(k^*, \gamma_2)$   $t^* = (2n+1)\pi/2\varepsilon_0(k^*, \gamma_2)$  در حالتی که  $p_k^* = 1/2$  باشد غیر تحلیلی خواهد شد و گذار فاز کوانتومی دینامیکی رخ خواهد داد. به عبارت دیگر اگر مقدار احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته بر حسب  $k$  بتواند  $1/4$  شود می‌توان انتظار وقوع گذار فاز کوانتومی دینامیکی را داشت. در صورتی که  $p_k$  بر حسب تکانه، مقدار  $1/4$  را کسب نکند شاهد گذار فاز کوانتومی دینامیکی نخواهیم بود.

همچنین پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی این سامانه که مشخص کننده توپولوژیک بودن یا عادی بودن گذار فاز کوانتومی دینامیکی است به صورت زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$N_w = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \phi_k^G}{\partial k} dk, \quad (12)$$

که  $\phi_k^G$  فاز هندسی است و با رابطه زیر داده می‌شود [۴۰-۴۱]:

$$\phi_k^G = \tan^{-1} \left[ \frac{-p_k \sin(\varepsilon_0(k, \gamma_2) t)}{(1-p_k) + p_k \cos(\varepsilon_0(k, \gamma_2) t)} \right] + 2p_k \varepsilon_0(k, \gamma_2) t, \quad (13)$$

لازم به ذکر است پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی مقادیر صحیح داشته و ناپیوستگی‌ها در آن هماهنگ با زمان‌هایی است

معادله شرودینگر وابسته به زمان هامیلتونی بالا را می‌توان به صورت دو معادله دیفرانسیلی جفت شده زیر نوشت:

$$i \frac{d}{dt} u_k(\tilde{t}) = -(\gamma(\tilde{t}) + \lambda \cos k) u_k(\tilde{t}) + (\lambda \sin k) v_k(\tilde{t}), \quad (7)$$

$$i \frac{d}{dt} v_k(\tilde{t}) = (\gamma(\tilde{t}) + \lambda \cos k) v_k(\tilde{t}) + (\lambda \sin k) u_k(\tilde{t}), \quad (8)$$

که در آن  $|u_k(\tilde{t})|^2, |v_k(\tilde{t})|^2, |u_k|^2 + |v_k|^2 = 1$  به ترتیب احتمال گذار به حالت برانگیخته و احتمال حضور در حالت پایه است. با تعریف  $\tau = \lambda \sin k (V\tilde{t} + \lambda \cos k) / V$  به عنوان مقیاس زمانی جدید، معادلات دیفرانسیل بالا به صورت زیر تغییر می‌کنند:

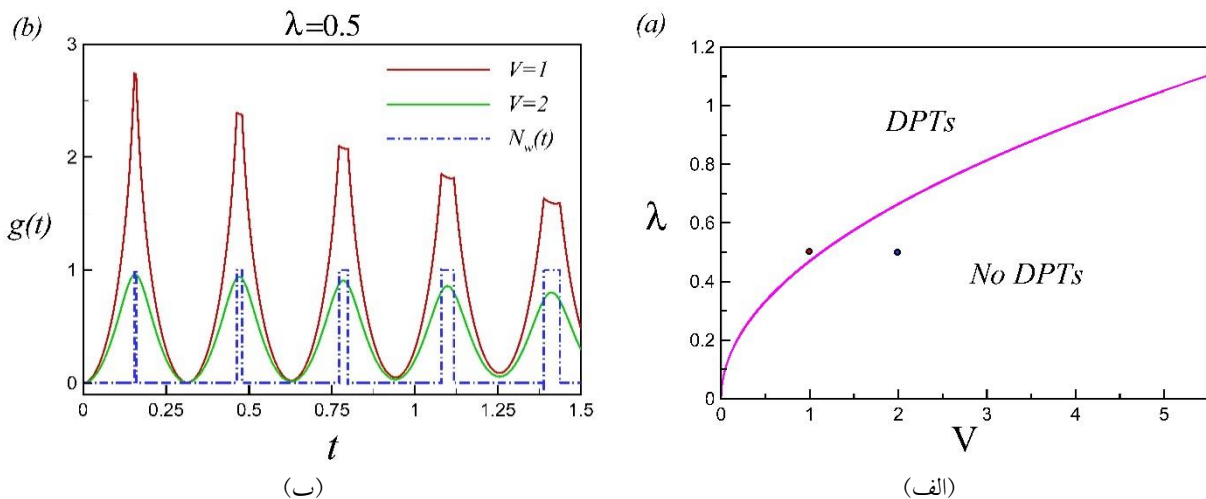
$$i \frac{d}{d\tau} u_k(\tau) = -\frac{V\tau}{\lambda^2 \sin^2 k} u_k(\tau) + v_k(\tau), \quad (9)$$

$$i \frac{d}{d\tau} v_k(\tau) = u_k(\tau) + \frac{V\tau}{\lambda^2 \sin^2 k} v_k(\tau), \quad (10)$$

معادلات جفت شده بالا، معادلات معروف گذار لاندائو-زینر است که حل دقیق دارند [۴۲ و ۴۳]. جواب معادلات بالا در حالت حدی  $t_1 \rightarrow -\infty, t_2 \rightarrow \infty$  (یعنی پارامتر وابسته به زمان هامیلتونی قبل از شروع دگرگونی و بعد از اتمام دگرگونی از نقاط بسته شدن گاف انرژی دور باشد) که به معنی عبور پارامتر  $\gamma$  از هر دو نقطه بحرانی  $\gamma_c = \pm \lambda$  است، به صورت  $|v_k|^2 = e^{-\pi \lambda^2 \sin^2 k / V}$  است. در صورتی که  $t_1 \rightarrow -\infty$  ولی  $t_2$  مقدار محدودی داشته باشد می‌توان پارامتر  $\gamma$  را به گونه‌ای تنظیم کرد که فقط از یک نقطه بحرانی  $\gamma_c = -\lambda$  عبور کند. در بخش بعد به نحوه محاسبه انرژی آزاد دینامیکی، پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی و شرایط ایجاد گذار فاز کوانتومی دینامیکی برای مدل‌های دو بانده دگرگونی شیب‌دار خواهیم پرداخت.

#### ۴. انرژی آزادی دینامیکی و پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی

سامانه دو حالته‌ای را در نظر بگیرید که حالت پایه و برانگیخته آن در  $(t_1 \rightarrow -\infty)$  به ترتیب با  $|\psi_1\rangle$  و  $|\psi_0\rangle$  و با ویژه مقادیر متناظر  $\varepsilon_0(k, \gamma_1)$  و  $\varepsilon_1(k, \gamma_1)$  نمایش داده شود. همان



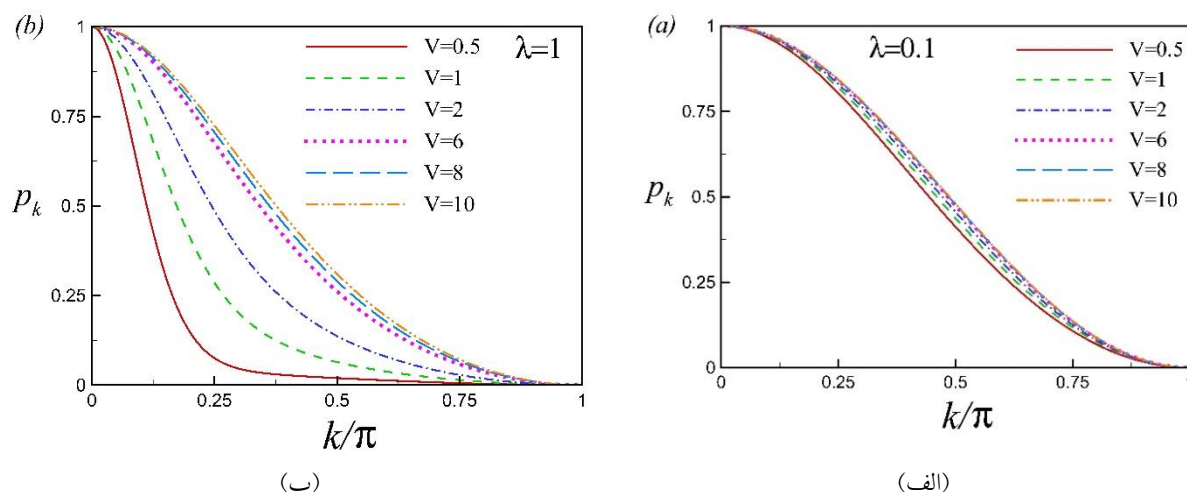
شکل ۲. الف) نمودار فاز دینامیکی مدل سو-شریفز-هوگر برای حالتی که دگرگونی خطی از هر دو نقطه بحرانی عبور می‌کند و (ب) انرژی آزاد دینامیکی و پارامتر نظم دینامیکی در دو نقطه متفاوت از نمودار فاز (نقاط توپر مشخص شده در نمودار فاز) با حضور گذار فاز دینامیکی و بدون حضور گذار فاز دینامیکی.

پس از اتمام دگرگونی با  $t$  نمایش داده می‌شود و مبدأ زمانی بعد از اتمام دگرگونی  $t=0$  در نظر گرفته شده است و هدف بررسی دینامیک سامانه بعد از اتمام دگرگونی است. با توجه به مباحث بخش قبل، گذار فاز کوانتومی دینامیکی زمانی رخ می‌دهد که  $p_k$  بتواند مقدار  $\frac{1}{4}$  را کسب کند. با توجه به این که بزرگ‌ترین مقدار  $p_k=1$  در  $k=0, \pi$  (محل بسته شدن گاف انرژی) اتفاق می‌افتد در نتیجه برای مشاهده گذار فاز کوانتومی دینامیکی باید کمترین مقدار  $p_k$  کوچک‌تر یا مساوی  $\frac{1}{4}$  باشد. کمترین مقدار  $p_k$  در  $k^* = \pi/2$  اتفاق می‌افتد. در نتیجه شرط مشاهده گذار فاز کوانتومی دینامیکی این است که  $\frac{1}{4} \leq e^{-\pi\lambda^2/V}$ . این شرط زمانی برقرار است که  $V \leq V_c = \pi\lambda^2/\ln 2$  که به این معنی است که سرعت جاروب از یک سرعت بحرانی که وابسته به پارامتر مستقل از زمان هامیلتونی  $\lambda$  است، کوچک‌تر باشد. در حالتی که سرعت جاروب بزرگ‌تر از سرعت بحرانی باشد گذار فاز کوانتومی دینامیکی در سامانه مشاهده نخواهد شد. نمودار فاز دینامیکی مدل سو-شریفز-هوگر در شکل ۲ الف رسم شده است که در

که گذار فاز کوانتومی دینامیکی رخ می‌دهد [۲۳].

### ۵. دگرگونی خطی برای حالتی که از هر دو نقطه بحرانی عبور کند

فرض می‌کنیم که مدل سو-شریفز-هوگر در زمان  $\tilde{t}_1$  در حالت پایه خودش باشد و مقدار پارامتر  $\lambda$  را بین صفر و ۵ در نظر می‌گیریم یعنی  $\lambda \in (0, 5)$ . در این حالت نقاط بحرانی مدل بین ۵ و -۵ خواهد بود یعنی  $\langle \gamma_c \rangle = \pm 5$ . اگر فرض کنیم مقدار اولیه و نهایی  $\gamma$  به ترتیب برابر  $\gamma_1 = \gamma(\tilde{t}_1) = -10$  و  $\gamma_2 = \gamma(\tilde{t}_2) = 10$  باشند، چون مقدار اولیه و نهایی  $\gamma$  خیلی بزرگ‌تر از مقادیر بحرانی  $\langle \gamma_c \rangle \in (5, -5)$  است در نتیجه دگرگونی خطی از هر دو نقطه بحرانی سامانه عبور خواهد کرد و می‌توان با تقریب خوبی فرض کرد  $\tilde{t}_1 \rightarrow -\infty$  و  $\tilde{t}_2 \rightarrow \infty$ . در نتیجه می‌توان از حل مسئله گذار لاندائو-زینر استفاده کرد و احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته را به صورت گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته را به صورت  $p_k = e^{(-\pi\lambda^2 \sin^2 k/V)}$  نوشت. در اینجا ذکر این نکته مهم است که با توجه به شکل ۱، پارامتر زمان در حالت دگرگونی با  $\tilde{t}$  و



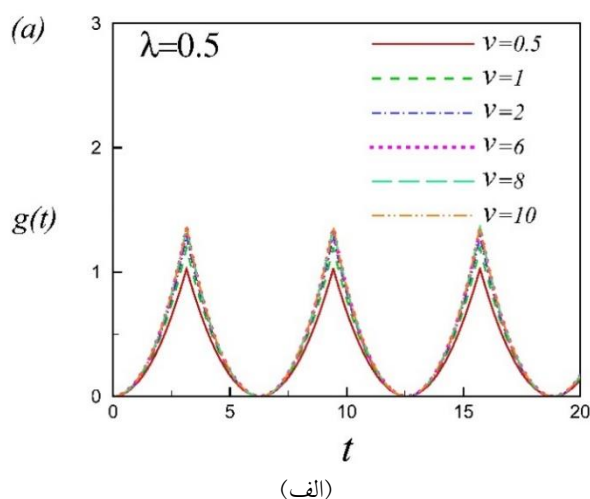
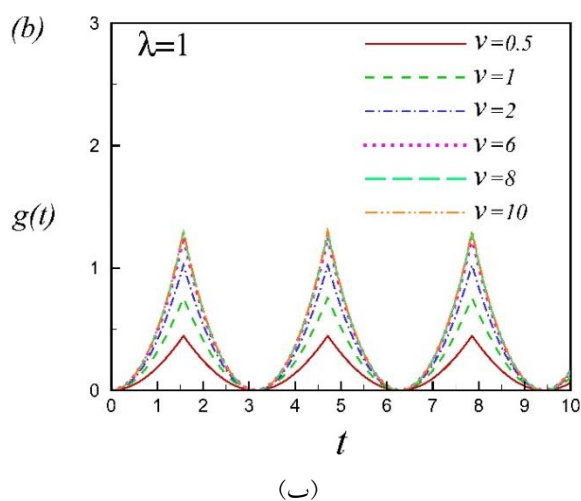
شکل ۳. احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته برای حالتی که دگرگونی خطی فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند.

که بیشترین مقدار  $P_k$  در  $k=0, \pi$  اتفاق می افتد  $p_k^* = \frac{1}{2}$  در دو مقدار متفاوت تکانه  $k_1^*, k_2^*$  رخ می دهد. در نتیجه گذار فاز دینامیکی در دو مقیاس زمانی متفاوت  $t_1^* = (2n+1)\pi / 2\varepsilon_0(k_1^*, \gamma_2)$  و  $t_2^* = (2n+1)\pi / 2\varepsilon_0(k_2^*, \gamma_2)$  اتفاق می افتد که در شکل ۲. ب به صورت دو قله نوک تیز در کنار هم دیده می شوند.

### ۶. دگرگونی خطی برای حالتی که از یک نقطه بحرانی عبور کند

در این قسمت به ارائه نتایج حل عددی معادله شرودینگر وابسته به زمان، برای حالتی که دگرگونی فقط از یک نقطه بحرانی عبور می کند، می پردازیم. همانند حالت قبل فرض می کنیم که سامانه در زمان  $\tilde{t}_1$  در حالت پایه و  $\gamma_1 = \gamma(\tilde{t}_1) = -10$  باشد. برای این که دگرگونی خطی فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند (حتی برای مقادیر بسیار کوچک  $\lambda$ ) نقطه نهایی دگرگونی را  $\gamma_2 = \gamma(\tilde{t}_2) = 0$  در نظر می گیریم که به معنی  $\tilde{t}_2 = 0$  است. اگر مقادیر  $\lambda$  خیلی کوچک تر از  $-10 = \gamma_1$  باشد می توان با تقریب خوبی فرض کرد  $\tilde{t}_1 \rightarrow -\infty$ . در شکل های ۳. الف و ۳. ب احتمال برانگیختگی  $P_k$ ، برای حالتی که دگرگونی فقط از نقطه

آن منحنی سهموی، که دو ناحیه دارای گذار فاز کوانتومی دینامیکی و عدم وجود گذار فاز کوانتومی دینامیکی را از هم جدا می کند، همان مقدار بحرانی سرعت جاروب  $V_c = \pi\lambda^2 / \ln 2$  است. در شکل ۲. ب انرژی آزاد دینامیکی و پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی برای  $\lambda = 0.5$  و دو مقدار مختلف سرعت جاروب  $V=1, V=2$  (نقاط توپر مشخص شده در نمودار فاز) رسم شده است. همان طور که مشخص است زمانی که سرعت جاروب از سرعت بحرانی کوچک تر باشد سامانه گذار فاز کوانتومی دینامیکی دارد که با قله های نوک تیز در انرژی آزاد دینامیکی شناسایی می شود. اگر سرعت جاروب بزرگ تر از سرعت بحرانی باشد انرژی آزاد دینامیکی رفتاری نرم و پیوسته بر حسب زمان به نمایش می گذارد که به معنی عدم وجود گذار فاز کوانتومی دینامیکی است. همچنین پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی برای حالتی که گذار فاز کوانتومی دینامیکی رخ می دهد رسم شده است. همان طور که مشخص است مقدار پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی صفر و یک است که ناپیوستگی های آن منطبق بر زمان گذار فاز کوانتومی دینامیکی است. غیر صفر بودن پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی نشان از گذار فاز کوانتومی دینامیکی از نوع توپولوژیک است. پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی برای حالتی که گذار فاز کوانتومی دینامیکی رخ نمی دهد صفر است. لازم به ذکر است به دلیل این



شکل ۴. انرژی آزاد دینامیکی برای حالتی که دگرگونی خطی فقط از یک نقطه بحرانی عبور می‌کند؛ برای سرعت جاروب‌های متفاوت (الف) برای  $\lambda=0.5$  و (ب) برای  $\lambda=1$ .

گاف انرژی  $k=0$  دور است، بنابراین احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته صفر خواهد بود. در نتیجه شرط گذار فاز دینامیکی در حالتی که دگرگونی فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند همیشه برقرار بوده و همیشه شاهد گذار فاز کوانتومی دینامیکی در سامانه خواهیم بود. شکل ۳ نشان می‌دهد که محاسبات عددی توافق بسیار خوبی با فیزیک مورد انتظار مسئله دارد. در شکل‌های ۴ الف و ۴ ب انرژی آزاد دینامیکی به ترتیب برای دو مقدار  $\lambda=0.1$  و  $\lambda=1$  برای سرعت‌های مختلف جاروب برای دگرگونی از  $\gamma_1=10$  به  $\gamma_2=0$  رسم شده است. همان طور که انتظار می‌رود گذار فاز کوانتومی دینامیکی برای مقادیر کوچک و بزرگ سرعت جاروب همیشه اتفاق می‌افتد. لازم به ذکر است که در این حالت نیز گذار فاز دینامیکی از نوع توپولوژیک بوده و پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی مقادیر صحیح داشته و به شکل تابع پله‌ای است که در زمان‌های گذار فاز دینامیکی یک واحد به مقدار پارامتر نظم توپولوژیک دینامیکی افزوده می‌شود.

#### ۷. نتیجه‌گیری

نمودار دینامیکی مدل سو-شریفر-هوگر را برای دگرگونی شیب‌دار با استفاده از مفهوم گذار فاز کوانتومی دینامیکی مورد

بحرانی  $\gamma_c = -\lambda$  در  $k=0$  عبور می‌کند، بر حسب تکانه  $k$  به ترتیب برای مقادیر  $\lambda=0.1$  و  $\lambda=1$  برای سرعت‌های مختلف جاروب رسم شده است. همان طور که مشخص است زمانی که دگرگونی خطی فقط از یک نقطه بحرانی عبور می‌کند بیشترین و کمترین مقدار احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته به ترتیب برابر ۱ و صفر است. در نتیجه شرط ایجاد گذار فاز دینامیکی یعنی  $p_k^* = \frac{1}{p}$  همیشه در این حالت ایجاد خواهد شد. بنابراین می‌توان گفت که وقتی دگرگونی خطی فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند در سامانه گذار فاز کوانتومی دینامیکی مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که این مطلب از طریق گذار بی‌دررو نیز قابل توجیه است. با توجه به این که دگرگونی فقط از نقطه بحرانی  $\gamma_c = -\lambda$  در  $k=0$  عبور می‌کند و گاف انرژی در این نقطه بسته می‌شود، بنابراین با توجه به قضیه بی‌دررو انتظار داریم احتمال گذار از حالت پایه به حالت برانگیخته بیشترین مقدار خود یعنی  $p_k=1$  را داشته باشد. همچنین چون دگرگونی فقط از یک نقطه بحرانی عبور می‌کند و از نقطه دوم بحرانی در  $\gamma_c = -\lambda$  عبور نمی‌کند در  $k=\pi$  همچنان سامانه گاف انرژی خواهد داشت. چون نقطه  $k=\pi$  به اندازه کافی از نقطه بسته شدن



بررسی قرار دادیم. نشان دادیم که وقتی دگرگونی خطی از هر دو نقطه بحرانی سامانه عبور کند نمودار فاز دینامیکی مدل دو ناحیه خواهد داشت. ناحیه‌ای که برای سرعت های جاروب کوچک‌تر از سرعت بحرانی است، گذار فاز کوانتومی دینامیکی توپولوژیک قابل مشاهده است و اگر سرعت جاروب بزرگ‌تر از سرعت بحرانی باشد سامانه به ناحیه دوم، که فاقد گذار فاز کوانتومی دینامیکی است، وارد خواهد شد. همچنین نشان دادیم که اگر دگرگونی خطی به گونه‌ای انجام شود که فقط از یک نقطه بحرانی عبور کند گذار فاز کوانتومی دینامیکی همیشه در سامانه رخ خواهد داد.

## مراجع

1. S Sachdev, "Quantum Phase Transition" Cambridge University Press (1999).
2. A Polkovnikov, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **83** (2011) 863.
3. R Jafari and H Johannesson, *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 015701.
4. R Jafari and H Johannesson, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 224302.
5. H T Quan, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 140604.
6. M Heyl, *Rep. Prog. Phys.* **81** (2018) 054001.
7. R Jafari, *et al.*, *Phys. Rev. B* **99** (2019) 054302.
8. A Bayat, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 030601.
9. R Jafari, *J. Phys. A: Math. Theor.* **49** (2016) 185004.
10. R Jafari, *Phys. Rev. A* **82** (2010) 052317.
11. R Jafari and A Akbari, *Europhys Lett.* **111** (2015) 10007.
12. U Mishra, *et al.*, *Phys. Rev. A* **98** (2018) 052338.
13. R Jafari and A Akbari, *Phys. Rev. A* **101** (2020) 062105.
14. W P Su, J R Schrieffer, and A J Heeger, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1698.
15. P Jurcevic, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 080501.
16. N Fläschner, *et al.*, *Nat. Phys.* **14** (2017) 265.
17. S Vajna and B Dóra, *Phys. Rev. B* **91** (2015) 155127.
18. M Abdi, *Phys. Rev. B* **100** (2019) 184310.
19. N Sedlmayr, *et al.* *Phys. Rev. B* **97** (2018) 064304.
20. V Srivastav, U Bhattacharya, and A Dutta, *Phys. Rev. B* **100** (2019) 144203.
21. P Urich, *et al.*, *Phys. Rev. B* **101** (2020) 245148.
22. U Mishra, R Jafari, and A Akbari, *J. Phys. A: Math. Theor.* **53** (2020) 375301.
23. M Heyl and J C Budich, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 180304.
24. U Bhattacharya, S Bandyopadhyay, and A Dutta, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 180303.
25. J C Budich and M Heyl, *Phys. Rev. B* **93** (2016) 085416.
26. F Andraschko and J Sirker, *Phys. Rev. B* **89** (2014) 125120.
27. N Sedlmayr, M Fleischhauer, and J Sirker, *Phys. Rev. B* **97** (2018) 045147.
28. L Zhou, *et al.*, *Phys. Rev. A* **98** (2018) 022129.
29. A Khatun and S M Bhattacharjee, *Phys. Rev. Lett.* **123** (2019) 160603.
30. N Sedlmayr, *et al.*, *Phys. Rev. B* **97** (2018) 064304.
31. K Cao, *et al.*, *Phys. Rev. B* **102** (2020) 014207.
32. R Jafari, *Sci. Rep.* **9** (2019) 2871.
33. H Lang, *et al.*, *Phys. Rev. B* **98** (2018) 134310.
34. R Puebla, *Phys. Rev. B* **102** (2020) 220302.
35. S Zamani, R Jafari, and A Langari, *Phys. Rev. B* **102** (2020) 144306.
36. R Jafari and A Akbari, *Phys. Rev. A* **103** (2021) 012204.
37. M Sadrzadeh, R Jafari, and A Langari, *Phys. Rev. B* **103** (2021) 144305.
38. L Pastori, S Barbarino, and J C Budich, *Phys. Rev. Res.* **2** (2020) 033259.
39. M Heyl, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 205701.
40. S Sharma, *et al.*, *Phys. Rev. B* **93** (2016) 144306.
41. U Divakaran, S Sharma, and A Dutta, *Phys. Rev. E* **93** (2016) 052133.
42. L D Landau, "Collected Papers of LD Landau" Pergamon (1965).
43. C Zener, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Contain. Pap. Math. Phys. Character.* **137** (1932) 696