Archive of SID.ir

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۲، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۴۰۱

DOI: 10.47176/ijpr.22.2.01331

بررسی همبستگی آماری ترازهای انرژی با پاریتهٔ منفی در هستهٔ ^{170}Tm

توحید خاتونی[1*] و هادی صبری[2]

۱. گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی پیام نور تهران، تهران

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

پست الکترونیکی: h-sabri@tabrizu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۷/۲۳ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۴۰۱/۴/۱)

چکیده

در این مقاله، رفتار آماری ترازهای انرژی با پاریتهٔ منفی برای هستهٔ ^{170}Tm با استفاده از آمار نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی در قالب نظریهٔ ماتریس-های تصادفی، مطالعه شده است. به‌روزترین اطلاعات تجربی موجود برای ترازهای انرژی در محدودهٔ $E \leq 3000$ keV، به صورت دنباله‌های مختلف طبقه‌بندی شده و مورد تحلیل قرار گرفته است. از تابع توزیع بری – روبنیک و روش تخمین برازش حداقل مربعات، برای تعیین پارامتر تابع توزیع استفاده شد. نتایج حاصل، انطباق رفتار آماری ترازهای انتخابی با تابع توزیع ویگنری و لذا همبستگی آماری بین ترازهای انرژی با پاریتهٔ منفی را نشان می‌دهد. همچنین، دنباله‌های حاصل از ترازهای انرژی با مقدار اسپین فرد، بیشترین میزان همبستگی را نشان داده و ترازهای انرژی $^{-2}$ کمترین میزان همبستگی و رفتار شبه پواسونی را حاصل کردند. همچنین مطالعهٔ وابستگی رفتار آماری ترازهای دارای پاریتهٔ منفی به انرژی، افزایش همبستگی آماری در بازهٔ انرژی $1300 < E < 2100$ (keV) را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی، همبستگی آماری، واپیچش، پاریتهٔ منفی

۱. مقدمه

در دههٔ ۱۹۷۰ آشوب[1] یکی از کلمات پرکاربرد در بین فیزیکدانان بود. در آن زمان آشوب بین ریاضی‌دانان و فیزیک-دان‌های علم نجوم شناخته شده بود و واگرایی نمایی از مسیر سامانه آشوب با دینامیک هامیلتونی قابل شبیه‌سازی بود. بسیاری از سامانه‌های هامیلتونی، به ویژه مواردی با درجات آزادی محدود، قابل تحلیل بودند. در مقابل، با افزایش درجات آزادی و حرکت های تجمعی، پیچیدگی هامیلتونی‌های سامانه افزایش یافته و لذا، حل دقیق ممکن نبود. نظریهٔ ماتریس‌های

۱. Chaos

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

تصادفی در چهارچوب فیزیک هسته‌ای نیز توسط ویگنر و دایسون برای حل این مشکل و پیش بینی توزیع ویژه مقادیر هر هامیلتونی پیچیده توسعه یافت [۱ و ۲]. اطلاعات جمع‌آوری شده در دههٔ ۱۹۶۰ و تجزیه و تحلیل آنها در دههٔ ۱۹۸۰ شواهدی را نشان می‌دهد که طیف هسته‌ای از پیش‌بینی‌های نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی پیروی می‌کند. هسته‌ها سامانه‌های بس‌ذره‌ای هستند که از خود آشوب نشان می‌دهند و نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی در سامانه‌های بس‌ذره‌ای فرمیونی برای بررسی وقوع آشوب در این سامانه‌ها کاربرد دارند. مطالعهٔ برهمکنش بس‌ذره‌ای از ذرات در سامانه‌های فرمیونی مانند هسته‌های سنگین، نسبتاً پیچیده است. چندین رویکرد نظری برای توصیف هامیلتونی که اساس خاصیت‌های آماری از سطوح گسسته هستند اعمال می‌شود. برای اندازه‌گیری کمی درجهٔ آشفتگی (آشوب) در نیروهای بس‌ذره‌ای ، توزیع آماری نزدیک‌ترین فاصله بین ترازی ، در قالب نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی معرفی شد [۳].

مطالعات متعددی پیرامون همبستگی آماری ترازهای انرژی مختلف سامانه‌های هسته‌ای صورت گرفته است [۴-۱۴]. در این مطالعه برای اولین بار، افت و خیزآماری ترازهایی با پاریتهٔ منفی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به ایجاد پاریته‌های منفی ناشی از اندرکنش های ذرات بیرون لایهٔ بسته، برای دسترسی به اطلاعات مناسب و کافی، بر روی هسته‌های تغییر شکل یافته متمرکز می‌شویم. انتخاب هستهٔ ^{170}Tm به دلیل وجود اطلاعات تجربی قابل توجه در مرکز داده‌های هسته‌ای آمریکا [۱۵] و همچنین قرار گرفتن در ناحیهٔ بینابینی لایه‌های بستهٔ پروتونی است که اطلاعات لازم برای بررسی انتقال تکانه-های بزرگ توسط نوکلئون‌های بیرون لایهٔ بسته را ممکن می-سازد. همچنین با توجه به پیکربندی مدل لایه‌ای این هسته، آخرین تراز نوترونی، تراز $f_{5/2}$ است که وجود گاف زیر لایه‌ای تغییر شکل یافته در چنین ترازی و در نتیجه اثر آن بر رفتار آماری، دلیل دیگر برای انتخاب هستهٔ ^{170}Tm است. در این مطالعه برای رهایی از فرضیات هر مدل در محاسبهٔ ویژه مقادیر انرژی و بررسی رفتار آماری هستهٔ تغییر شکل یافته انتخابی بدون هیچ تأثیر ناشی از دیدگاه نظری، از اطلاعات تجربی استفاده کردیم. همچنین برای بررسی موقعیت آماری دنباله‌های انتخابی، از تابع توزیع بری – روبنیک[۱] به عنوان پرکاربردترین تابع توزیع و از روش برازش حداقل مربعات استفاده کردیم تا تصحیحات ناشی از روش‌های برازش و یا توزیع‌های دیگر، نتایج را تحت تأثیر قرار ندهد. دنباله‌های مختلف با توجه به مقدار اسپین ترازهای انتخابی تهیه و بعد از فرایند واپیچش[۲] مورد تحلیل قرار گرفت. همچنین وابستگی میزان همبستگی آماری به انرژی ترازهای انتخابی نیز ارزیابی شد.

۲. نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی

مطالعهٔ خواص آماری ماتریس‌هایی با عناصر مستقل تاریخچهٔ غنی در فیزیک هسته‌ای دارد. در فیزیک هسته‌ای، سطوح انرژی هسته‌ها که مدل‌های متعدد از توضیح آن قاصر بودند، پژوهشگران را به استفاده از روش‌هایی چون ماتریس‌های تصادفی کشاند. نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی در این حوزه با کار افرادی همچون ویگنر و مهتا شروع شد [۱ و ۲]. انطباق توزیع آماری طیف انرژی یا احتمال گذارهای الکترومغناطیسی سامانه-های هسته‌ای با گروه‌های رایج این نظریه، امکان پیش‌بینی تقارن-های موجود در سامانه را فراهم می‌آورد. وابستگی همبستگی آماری ترازهای انرژی سامانه‌های هسته‌ای مختلف به پارامترهایی همچون طول عمر ترازها، پیکربندی ترازها، مقدار انرژی و .... در مطالعات مختلف ارزیابی شده است. نتایج حاصل وجود رابطهٔ مشخص بین تأثیر پارامترهای مختلف بر همبستگی آماری هسته-ها را نشان می‌دهد [۴-۹]. نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی، آنسامبل-های سه گانه و نهایتاً آمارهای مختلف مورد استفاده در این نظریه، به عنوان قوی‌ترین و موفق‌ترین دیدگاه در مطالعهٔ رفتار آماری و نوسان‌های سامانه‌ها محسوب می‌شود [۱۰]. سامانه‌های فیزیکی با رفتار آماری نامنظم که تقارن ناوردائی زمانی (تقارن دورانی) دارند با استفاده از آنسامبل گوسی متعامد[۳] توصیف می‌شوند. وجود تقارن ناوردایی زمانی در یک دنباله، به معنای پیروی رفتار

۱. Berry-Robnik distribution function

۲.Unfolding

۳. Gaussian orthogonal ensemble (GOE)

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

آماری مؤلفه‌های آن از الگوی تکرار تراز های هسته‌های کروی است که این رفتار حدی منطبق بر پیش‌بینی‌های حد همبسته،GOE، نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی خواهد بود. وجود چنین تقارنی متناظر با پیروی الگوی تکرار هر تراز با اسپین J از مدل J(J+1) است. در نقطهٔ مقابل، توزیع پواسونی برای بررسی رفتار فیزیکی سامانه‌هایی با رفتار منظم کاربرد دارند. از جمله کاربردهای این نظریه، می‌توان برای سامانه‌های بس‌ذره‌ای، آشوب کوانتومی، سامانه‌های نامنظم و مزون‌نما، کرودینامیک کوانتومی و دیگر زمینه‌ها مانند پدیده‌های موجی از نوع تشدید، مکانیک کشسان و الکترومغناطیس اشاره کرد. نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی کاربردهای گسترده‌ای در پزشکی، علوم ارتباطات، اقتصاد و....دارد [۱۳].

۳. مطالعهٔ رفتار آماری سامانه‌های هسته‌ای

مطالعهٔ رفتار آماری سامانه‌های مختلف فیزیکی از ابتدای دههٔ ۱۹۸۰ میلادی به عنوان یکی از مفاهیم مهم و اساسی برای طبقه‌بندی این سامانه‌ها و البته بررسی تأثیر عوامل مختلف روی تقارن‌های پنهان هر سامانه مورد توجه قرار گرفته است. این مطالعات از نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی برای توصیف رفتار عمومی ویژه مقادیر هامیلتونی سامانه‌های هسته‌ای، بسته به تقارن‌های سامانه، شروع شد. اما در حال حاضر در شاخه‌های دیگر علم فیزیک همانند حالت جامد و فیزیک نظری و همچنین زمینه‌های متعدد در علم شیمی، فناوری اطلاعات و اقتصاد بسیار توسعه یافته است [۵ و ۱۶]. نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی و آمارهای مختلف آن از جمله تابع توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی، آمار $\Delta_3(L)$ دایسون – مهتا و .... بر پایهٔ مقایسهٔ افت و خیزهای آماری دنباله‌های مورد مطالعه با پیش‌بینی‌های این نظریه، سامانه‌های مختلف را در قالب نظم یا بی نظمی طبقه‌بندی می‌کند. از طرفی با توجه به کم بودن نسبی تعداد ترازهای با تقارن‌های مشابه یعنی اسپین و پاریته یکسان در هسته‌های منفرد، گروه‌های مختلف مجبور به در نظر گرفتن مجموعه‌ای از هسته‌ها با ویژگی‌های مشترک از جمله محدوده-های جرمی خاص، تقارن‌های دینامیکی و... شده‌اند [۱۶–۱۹].

آمار توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی به عنوان پرکاربردترین آمار برای مطالعهٔ سامانه‌های فیزیکی شناخته می‌شود. شرط لازم و کافی برای استفاده از این مدل آماری وجود دنباله‌هایی با میانگین واحد است. در فیزیک هسته‌ای، انرژی ترازها مبنای ورودی ما هستند. اگر اختلاف انرژی دو تراز متوالی را به دست بیاوریم، کمیت نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی به دست می‌آید.

$$S_i = E_{i+1} - E_i \,, \qquad (۱)$$

نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی فقط ویژگی‌های افت و خیزی را بررسی می‌کند، لذا دادهٔ ورودی را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم.

$$S_i = (S_i)_{Universality} + (S_i)_{Fluctuation} \,, \qquad (۲)$$

فرایندی که دادهٔ ورودی را به قسمت افت و خیزی تبدیل می‌کند، واپیچش طیف‌ها نام دارد. به عبارت دیگر طیف واقعی به گونه‌ای اصلاح می‌شود که فاصلهٔ متوسط ترازها ثابت بماند. برای انجام فرایند واپیچش باید ترازهایی با تقارن‌های یکسان را انتخاب کنیم، یعنی ترازهایی با عدد کوانتومی و پاریتهٔ یکسان را انتخاب کنیم [۲۰] . به منظور واپیچش کردن داده‌ها، کمیت زیر را تعریف می‌کنیم:

$$D = \frac{\sum S_i}{N} \,, \qquad (۳)$$

که D میانگین فضای بین لایه‌های انرژی است. حال اگر هر کدام از S_i ها را بر D تقسیم کنیم، کمیت بدون بعد که دنباله‌ها را بر پایهٔ آن بررسی می‌کنیم به دست می‌آید.

$$s = \frac{S_i}{D} \,, \qquad (۴)$$

لازم به ذکر است که s فاصلهٔ نسبی بین ترازها است. چون S_i و D از جنس انرژی هستند، پس کمیت بالا بدون بعد بوده و معرف قسمت‌های افت و خیزی است. اگر s ها را در بازه‌های کوچک‌تر تقسیم‌بندی کرده و احتمال حضور در هر بازه را بیابیم، تابع توزیع احتمال p(s) حاصل می‌شود. مقایسهٔ این تابع توزیع با دو حد همبسته و غیر همبسته، موقعیت آماری دنباله مورد نظر را تعیین می‌کند. سامانه‌های هسته‌ای با طیف انرژی همبسته از توزیع آنسامبل گوسی اورتوگونال

$$P(s) = \frac{\pi s}{۲} exp(\frac{\pi s^۲}{۴}) \,, \qquad (۵)$$

پیروی می‌کنند که برای مطالعه سامانه‌های نامنظم استفاده

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

می‌شود. از طرف دیگر سامانه‌های منظم با توزیع پواسونی توصیف می‌شوند [۱۱].

$$P(s)=e^{-s}, \qquad (۶)$$

رفتار بینابین دو حد منظم و غیرمنظم برای دستهٔ زیادی از سامانه‌های هسته‌ای حاصل می‌شود. در این شرایط، مقایسهٔ تابع توزیع احتمال دنباله با منحنی دو حد پواسونی و ویگنری، نتیجه‌ای به همراه ندارد. برای حل این مشکل، توابع توزیع فاصلهٔ بین‌ترازی پیشنهاد شده است. این توابع توزیع بر پایهٔ ایده و تئوری خاص چنان پیشنهاد و طراحی شده‌اند که با تغییر پارامتر، امکان پوشش هر دو حد مورد نظر فراهم آید. در هر یک از این توابع، میزان پارامتر به دست آمده با استفاده از روش‌های مختلف، رفتار همبسته یا غیر همبسته سامانه‌های هسته‌ای را نشان می‌دهد. یکی از پرکاربردترین این توابع در مطالعات رفتار آماری سامانه‌های هسته‌ای، تابع توزیع بری–روبنیک

$$P(s)=[q+\frac{1}{2}\pi(1-q)s]e^{-qs-\frac{1}{4}\pi(1-q)s^2}, \qquad (۷)$$

است. این تابع توزیع با در نظرگرفتن تابع دافعهٔ بین‌ترازی برای سامانه‌های مرکب از متوسط توابع متناظر با بازه‌های منظم و غیرمنظم و سهم‌های وزنی ناشی از فضای فاز کسری، حاصل می‌شود. در این تابع توزیع به ازای $q=0$ حد گوسی (همبسته) و به ازای $q=1$ حد پواسونی(غیر همبسته) توصیف می‌شود [۲۱]. برای تعیین این کمیت q ، که معیار رفتار آماری سامانهٔ مورد مطالعه است، از روش‌های برازش مختلف مثل برازش حداقل مربعات، تخمین حداکثر شانس[۱] و ... استفاده می‌شود. روش‌های مبتنی بر تکنیک‌های معادلاتی به‌دلیل اثر بخش بودن در نتیجهٔ نهایی و تغییر موقعیت آماری دنباله، برای سامانه‌هایی با تعداد دادهٔ زیاد نتیجه می‌دهد. در این مطالعه برای رهایی از چنین مشکلاتی، مقدار کمیت تابع توزیع بری – روبنیک را با روش برازش حداقل مربعات در دنباله‌های مختلف به دست می‌آوریم.

۴. ترازهای انرژی با پاریتهٔ منفی

ترازهای انرژی هسته‌ای توسط اعداد کوانتومی که تقارن هامیلتونی هسته‌ای را منعکس می‌کنند مشخص می‌شود. اسپین کل (J) تقارن چرخشی را منعکس می‌کند. پاریته (π) ناوردایی تحت بازتاب آینه‌ای را منعکس می‌کند و ایزواسپین (T) تقارن پروتون– نوترون را منعکس می‌کند. علّت بررسی ترازهایی با پاریتهٔ منفی، بررسی تأثیر میزان تغییر شکل و تأثیر انتقال تکانه از طریق ترازهای متناسب با L های فرد روی هسته است. با بررسی پیکربندی مدل لایه‌ای، هسته‌های دارای آخرین نوترون (یا پروتون) در ترازهایی با تکانهٔ مداری فرد مثل $f_{5/2}$ ۲ یا، $h_{9/2}$ ۱ در ناحیهٔ بینابینی لایه‌های بسته و محدودهٔ هسته‌های تغییر شکل یافته قرار می‌گیرند. اثر تغییر شکل هسته‌ای بر روی رفتار آماری ترازهای انرژی با استفاده از اطلاعات تجربی توسط ال – سید بررسی شده است [۱۴]. نتیجهٔ این مطالعه بر روی ۳۱ هسته در ناحیهٔ خاک‌های نادر، یک وابستگی غیر بدیهی بین رفتار آماری هسته‌ها و میزان تغییر شکل چهار قطبی را نشان داده و معرف کاهش قابل توجه همبستگی در هسته‌های به شدت تغییر شکل یافته در ترازهایی با پاریتهٔ مثبت است. برای انجام مطالعهٔ آماری قابل قبول، حداقل تعداد ۲۵ تراز با اسپین پاریتهٔ مشابه مورد نیاز است. این شرط برای پاریته‌های مثبت در ۳ هستهٔ ^{26}Al، ^{56}Fe و ^{130}Sn، تأمین می‌شود و البته برای حل این مشکل، هسته‌های مختلف در محدوده‌های جرمی معین با هم به صورت گروهی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به مطالعهٔ ترازهایی با پاریتهٔ منفی برای اولین بار در قالب این مطالعه، تمام هسته‌های شناخته شده بررسی شد و تنها هستهٔ ^{170}Tm این شرایط را از نظر اطلاعات تجربی مورد نیاز تأمین کرد. نتایج حاصل از ارزیابی هستهٔ انتخابی به صورت منفرد و مستقل از اثرات سایر هسته‌ها در ادامه ارائه می‌شود.

۵. نتایج

هدف از این مقاله بررسی همبستگی آماری ترازهای انرژی با پاریتهٔ منفی در هستهٔ ^{170}Tm با استفاده از تابع توزیع بری – روبنیک بر اساس آمار توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی است. برای این منظور از آخرین اطلاعات تجربی موجود،

۱. Maximum likelihood estimation

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

جدول ۱. تعداد ترازهای انرژی بر حسب کمترین و بیشترین مقدار انرژی را نشان می‌دهد.

تراز	تعداد	E_{min} (keV)	E_{max} (keV)
1^-	۵۵	۰	۲۹۹۵
2^-	۴۶	۳۸	۲۸۱۳
3^-	۴۹	۱۱۴	۲۹۹۵
$4^- \ -2^-$	۶۱	۳۸	۲۸۱۳
$3^- - 1^-$	۸۱	۰	۲۸۱۳
$7^- - 4^-$	۲۹	۱۸۳	۲۳۶۴
$6^- - 4^- - 2^-$	۶۴	۳۸	۲۸۱۳
$7^- - 5^- - 3^- - 1^-$	۸۸	۰	۲۹۹۵

جدول ۲. مقادیر q، معرف کمیت مجهول تابع توزیع بری- روبنیک، N تعداد ترازهای انرژی مورد مطالعه با پاریتهٔ منفی در هر دنباله است.

دسته‌بندی	N	q
1^-	۵۵	۰/۴۷
2^-	۴۶	۰/۶۲
3^-	۴۹	۰/۵۰
$4^- - 2^-$	۶۱	۰/۵۴
$3^- - 1^-$	۸۱	۰/۴۷
$7^- - 4^-$	۲۹	۰/۵۸
$6^- - 4^- - 2^-$	۶۴	۰/۵۵
$7^- - 5^- - 3^- - 1^-$	۸۸	۰/۴۶

ترازهای انرژی با پاریته‌های منفی را انتخاب و دنباله‌های مورد نظرمان را تشکیل می‌دهیم. سپس با استفاده از فرایند واپیچش، دنباله‌های مورد نظر ساخته شده و مقدار کمیت تابع توزیع بری – روبنیک با استفاده از برازش حداقل مربعات حاصل می‌شود.

در جدول ۱ اطلاعات تجربی [۱۵] مورد استفاده برای ترازهای انتخابی با پاریتهٔ منفی ارائه شده است. بازه‌های انتخابی با توجه به تعداد تراز موجود و تمرکز بر روی محدودهٔ انرژی پایین (عدم بحث حول تشدیدها) در محدودهٔ $E \leq ۳۰۰۰$ keV انتخاب شده‌اند.

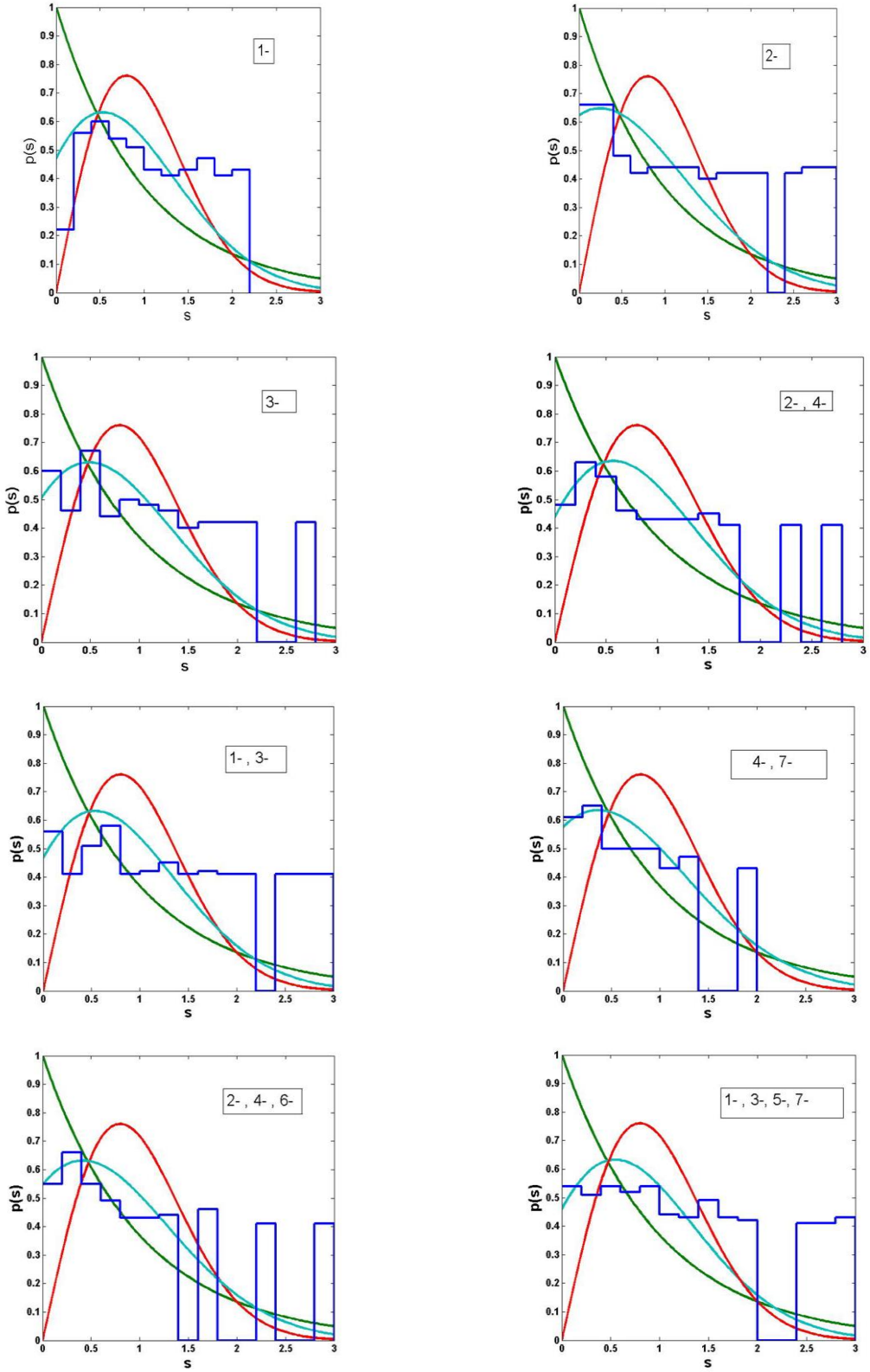
در جدول ۲، مقدار پارامتر تابع توزیع بری – روبنیک q، برای هر دنباله با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات در قالب برنامه متلب[۱]، نمایش داده شده است.

نتایج حاصل از جدول ۲ انطباق بیشتر رفتار آماری ترازهای پاریتهٔ منفی، مستقل از اسپین‌های فرد یا زوج، در هستهٔ ^{170}Tm با تابع توزیع ویگنری را نشان می‌دهد. این نتیجه به مفهوم وجود همبستگی یا همان تقارن، در چهارچوب این تراز-ها است. همچنین دنبالهٔ حاصل از تجمیع ترازهای دارای اسپین فرد، 1^-، 3^-، 5^- و 7^-، بالاترین میزان همبستگی را در بین دنباله-های مورد مطالعه نشان می‌دهد. از طرف دیگر، دنبالهٔ حاصل از ترازهای انرژی با اسپین – پاریتهٔ 2^-، رفتار شبه پواسونی نشان داده و معرف کمترین همبستگی هستند. نتایج مربوط به تابع توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین‌ترازی برای هر کدام از دنباله‌ها در مقایسه با توابع توزیع گوسی و پواسونی، در شکل ۱ نشان داده

۱. MATLAB

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir



شکل ۱. توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین ترازی (NNSD) برای ترازهای مختلف انتخابی با پاریتهٔ منفی. در تمام شکل‌ها، محور افقی کمیت s، فاصلهٔ نسبی بین ترازهای مورد مطالعه بعد از فرایند واپیچش و محور عمودی، P(s)، احتمال هر بازهٔ انتخابی را نشان می‌دهد. همچنین ستون‌های آبی رنگ، هیستوگرام داده‌های تجربی، نمودار سبز، تابع توزیع پواسونی، نموداری، تابع توزیع گوسی و نمودار قرمز رنگ، تابع توزیع بری – روبنیک را توصیف می‌کند.

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

جدول ۳. مقدار کمیت تابع توزیع بری- روبنیک برای دنباله‌های مختلف طبقه‌بندی شده بر حسب انرژی (همگی بر حسب keV). N تعداد ترازهای انرژی مورد مطالعه در هر دنباله است.

دسته‌بندی(keV)	اسپین-پاریته	N	q
	$1^-, 3^-$	۱۶	۰/۵۱
$E < 800$	$3^-, 5^-, 7^-$	۱۶	۰/۴۴
	$2^-, 4^-, 6^-$	۱۸	۰/۵۰
	$1^-, 3^-$	۱۳	۰/۴۶
$800 < E < 1300$	$3^-, 5^-, 7^-$	۱۳	۰/۴۴
	$2^-, 4^-, 6^-$	۲۰	۰/۴۵
	$1^-, 3^-$	۲۵	۰/۴۱
$1300 < E < 2100$	$3^-, 5^-, 7^-$	۱۰	۰/۳۴
	$2^-, 4^-, 6^-$	۱۵	۰/۴۸

شده است.

افزایش میزان همبستگی آماری برای آن دسته از ترازها با اسپین فرد را می‌توان بر اساس دیدگاه رقابت بین نیروها و همچنین مدل لایه‌ای ارزیابی کرد. ترازهای دارای اسپین فرد سهم کمتری از نیروی زوجیت نسبت به ترازهای دارای اسپین زوج دارند. نتایج مطالعات قبلی در منابع [۷ و ۲۰]، افزایش همبستگی آماری را بر اساس رقابت بین نیروهای جفت شدگی و اندرکنش چهار قطبی ارزیابی کرده است که، کاهش نیروی جفت شدگی همراه با افزایش رفتار همبسته و متناظر با حد گوسی، پیشنهاد می‌شود. نتایج حاصل از این مطالعه در انطباق با این پیش‌بینی است. همچنین در هستهٔ ^{170}Tm، آخرین تراز نوترونی، تراز $f_{5/2}$ است که سبب ایجاد ترازهایی با اسپین فرد شده و باعث انتقال تکانهٔ بیشتر می‌شود. این افزایش انتقال تکانه همراه با افزایش همبستگی آماری است که در تطابق با نتایج منبع [۱۴] است. این افزایش همبستگی برای ترازهایی با اسپین فرد را می‌توان بر اساس وجود گاف زیر لایه‌ای تغییر شکل یافته [۲۲] در آخرین تراز نوترونی نیز ارزیابی کرد. ما در مطالعات بعدی و با در نظر گفتن اطلاعات تجربیِ تعداد هسته‌های بیشتر، این موضوع را بررسی خواهیم کرد. همچنین سهم پتانسیل‌های مختلف عامل تغییر شکل هسته‌ها قابل بررسی در چارچوب مدل‌های مختلف مثل مدل هندسی – تجمعی بوهر – ماتلسون[۱] و یا مدل باردن – کوپر – شفر[۲] است که با توجه به هدف اصلی این مقاله مبنی بر ارزیابی رفتار آماری ترازهای دارای پاریتهٔ منفی مستقل از فرضیات هر مدل، در این مطالعه لحاظ نشده و درمطالعات بعدی بررسی خواهد شد.

۶. وابستگی رفتار آماری به انرژی

برای بررسی چگونگی همبستگی رفتار آماری در قسمت‌های مختلف طیف انرژی، طبقه‌بندی جدیدی را بر حسب انرژی ترازها در نظر گرفتیم. به دلیل کم بودن تعداد ترازهایی با اسپین – پاریته مشابه، چند تراز با اسپین متفاوت در قالب یک دنباله بررسی شد. همچنین محدوده‌های انرژی انتخابی چنان تعیین شد تا تعداد حداقل ترازهای مورد نظر جهت ارزیابی رفتار آماری تأمین شود.

دنباله‌های حاصل و همچنین مقدار کمیت تابع توزیع بری – روبنیک ، معیار همبستگی آماری، در جدول ۳ نمایش داده شده است.

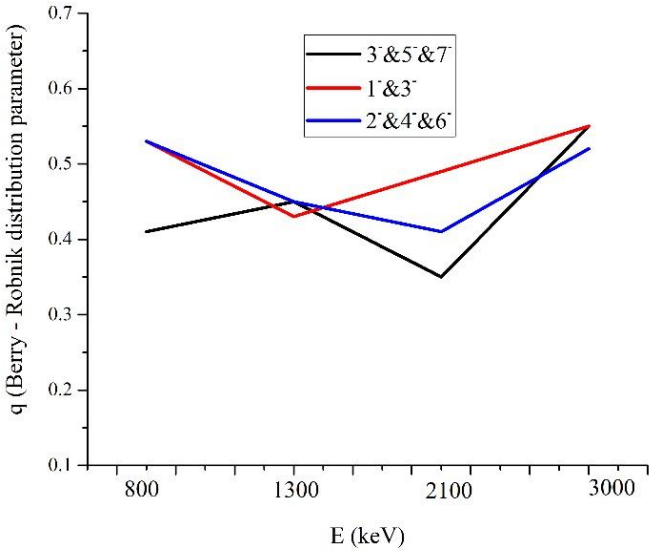
نتایج حاصل مشابه با جدول ۲، وجود همبستگی آماری بین ترازهای انرژی را نشان می‌دهد. نتایج این تحلیل بر اساس میزان کاهش یا افزایش همبستگی با تغییر مقدار پارامتر تابع

۱. Bohr-Mottelson geometric collective model

۲. Bardeen- Cooper- Schrieffer model

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir



شکل ۲. رفتار آماری دنباله‌های مختلف حاصل از ترازهای انتخابی با پاریتهٔ منفی در محدوده‌های مختلف انرژی. تغییرات مقدار کمیت q ، پارامتر تابع توزیع بری – روبنیک ، در امتداد محور عمودی و همچنین محور افقی مقادیر انرژی بازه‌های انتخابی را بر حسب keV نمایش می‌دهد.

توزیع بری – روبنیک، در شکل ۲ نشان داده شده است.

در هر سه دنبالهٔ متشکل از ترازهای مختلف، بیشترین همبستگی در محدودهٔ انرژی بین ۲۱۰۰ > E > ۱۳۰۰ (بر حسب keV) حاصل می‌شود. مقایسهٔ این نتیجه با در نظر گرفتن واکنش غالب در تولید ترازهای این ناحیهٔ انرژی، $^{169}Tm(n,\gamma)^{170}Tm$ [۱۵] را می‌توان به عنوان شاهدی برای افزایش همبستگی ناشی از جذب نوترون‌های حرارتی در نظر گرفت [۲۳] که ما در مطالعات آینده، این موضوع را بررسی خواهیم کرد. همچنین می‌توان از روش بررسی چگالی ترازها [۳ و۴] مشابه با آمارهای مختلف، نظریهٔ ماتریس تصادفی برای بررسی رفتار آماری سامانه‌های هسته‌ای استفاده کرد. به دلیل عدم وجود پارامتری مشابه با کمیت q تابع توزیع بری – روبنیک جهت بررسی کمی رفتار آماری چند دنباله ترازی در مقایسه با هم، استفاده از این روش برای مطالعات هسته‌ای و آن دسته از سامانه‌های واقع در ناحیهٔ بینابینی دو حد همبسته و غیر همبسته معمول نیست. همچنین عدم وجود اطلاعات تجربی کافی برای تهیه و طبقه‌بندی دنباله‌های آماری از ترازهایی با پاریتهٔ مثبت، امکان بررسی مطالعهٔ مشابه برای چنین ترازهایی ممکن نشد.

۷. بحث و نتیجه‌گیری

هدف این مقاله بررسی اهمیت پاریته‌های منفی و مطالعهٔ همبستگی آماری این ترازها با استفاده از نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی است. پاریته‌های منفی که بیشتر در هسته‌هایی با تغییر شکل بزرگ دیده می‌شوند، اطلاعات بسیار زیادی پیرامون انتقال تکانه توسط نوکلئون های بیرون لایهٔ بسته به مغز سخت هسته را تأمین می‌کنند. بحث پاریتهٔ منفی جهت رسیدن به مفهوم تأثیر اندرکنش‌های موجود در ساختار و رفتار آماری اهمیت دارد. وجود همبستگی آماری بین ترازهای مشابه، به‌خصوص در شرایط مشابه با مطالعهٔ صورت گرفته در قالب این مقاله که تنها از اطلاعات تجربی یک هسته استفاده شده است، به معنای امکان استفاده از یک پتانسیل مولد مشابه در مدل تئوری انتخابی برای چنین ترازهای مشابه است. از طرف دیگر می‌توان نتایج این مطالعه در خصوص ترازهای دارای پاریتهٔ منفی را در قالب مدل‌های مختلف برای بررسی سهم اندرکنش‌های متفاوت در ایجاد یا از بین بردن همبستگی ترازها

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

استفاده کرد. در این مطالعه، ترازهای انرژی بـا پاریتـهٔ منفـی در هستهٔ ^{170}Tm در قالب آمار توزیع نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین‌تـرازی و با استفاده از تابع توزیع بری – روبنیک مطالعه شد. همچنـین روش تخمین برازش حداقل مربعات برای تعیـین پـارامتر تـابع توزیـع، مـورد اسـتفاده قـرار گرفـت. نتـایج حاصـل از تحلیـل اطلاعات تجربی دنباله‌های مختلف بر حسب روش‌هـای اشـاره شده در جداول و شکل‌های حاصل، نشانگرانطباق بیشـتر رفتـار آماری ترازها انرژی با تابع توزیع ویگنری (گوسی) اسـت. ایـن نتیجه به مفهوم وجود هم‌پوشانی یا همان تقارن در چهـارچوب این ترازها است. وابستگی هم‌پوشانی آماری به اسپین ترازهـای انتخابی بررسی شده و بالاترین هم‌پوشانی برای دنبالهٔ متشکل از ترازهایی با اسپین فـرد و پاریتـهٔ منفـی حاصـل شـد. همچنـین تحلیل وابستگی رفتار آماری به انرژی ترازهای انتخـابی، وجـود رفتار آماری همبسـته در محـدودهٔ انـرژی خـاص را کـه بیشـتر ترازهای این بازه از فرایند جذب نوترون های حرارتـی حاصـل شده‌اند نشان می‌دهد. در مطالعات بعدی و با اسـتفاده از مـدل-های نظری برای بازتولید ترازهایی با پاریتهٔ منفی، نقش جملات مختلف هـامیلتونی در افـزایش یـا کـاهش همبسـتگی آمـاری ، ارزیابی خواهد شد.

مراجع

1. C A Tracy and H Widom, "*Introduction to random matrices, Geometric and quantum aspects of integrable systems, "* Springer, Berlin, Heidelberg (1993).
2. F J Wegner, *Phys. Rev.* B **19** (1979) 783.
3. H Weidenmüller and G Mitchell, *Rev. Mod. Phys*. **81** (2009) 539.
4. T A Brody, *et al*, *Rev. Mod. Phys*. **53** (1981) 385.
5. M V Berry and M Robnik, *J. Phys.* A*: Math. Gen.* **17** (1984) 2413.
6. T Von Egidy, H Schmidt, and A Behkami, *Nucl. Phys.* A **481** (1988) 189.
7. R A Molina, *Eur. Phys. J.* A *Hadrons and Nuclei* **28** (2006) 125.
8. A J Majarshin, *et al*., *Annal. Phys.* **407** (2019) 250.
9. M L Mehta," Random Matrices", Elsevier (2004).
10. M Jafarizadeh, *et al*., *Nucl. Phys.* A **890** (2012) 29.
11. Y Liu, *Proceedings of the Mathematical Junior Seminar*, Princeton University (2000).
12. J H Winters, J Salz, and R D Gitlin, *IEEE Trans. Comm*. 42 (1994) 1740.
13. A Al Sayed, *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2009** (2009) 02.
14. A Al Sayed and A Abul Magd, *Phys. Rev.* C **74** (2006) 037301.
15. National Nuclear Data Center (Brookhaven National laboratory), chart of nuclides. (http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm
16. T Khatoni and H Sabri, *Phys. Lett.* B **823** (2021) 136780.
17. H Sabri, *et al*., *Random Matrices-Theo* .**3** (2014) 1450017.
18. P Möller, *et al*., *arXiv preprint nucl-th/9308022* (1993).
19. H Sabri, *et all*., *Eur. Phys. J. Plus* **129** (2014) 1.
20. H Sabri, *Eur. Phys. J. Plus* **129** (2014) 124.
21. A Abul Magd, *J. Phys.* A *Math. Gen.* **29** (1996) 1.
22. D Mulhall, *Phys. Rev.* C **83** (2011) 054321.
23. M Macek, J Dobes, and P Cejnar, *Phys. Rev.* C **80** (2009) 014319.

Archive of SID.ir