



# بررسی شتاب الکترون در خلاً به وسیله تپ لیزری با قطبش شعاعی در حضور میدان ویگلر پیچشی و هدایت میدان مغناطیسی محوری

**مهدی عصری**

گروه فیزیک، دانشگاه گنبد کاووس، گنبد کاووس

پست الکترونیکی: mehdi.asri@gonbad.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۳/۲۴)

**چکیده**

در این مقاله شتاب الکترون با استفاده از تپ قطبیده شعاعی در حضور میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی محوری مطالعه شد. معادلات حاکم بر دینامیک الکترون در حضور این میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ حل شدند. تأثیر میدان مغناطیسی محوری و زاویه تزریق الکترون روی انرژی کسب شده توسط الکترون مورد بررسی قرار گرفت. مطالعات عددی انجام شده نشان داد که انرژی نهایی الکترون به اندازه میدان مغناطیسی و زاویه تزریق وابسته است. دیده شد با اعمال میدان مغناطیسی در حدود ۲/۱ کیلوتسلا و زاویه تزریق در حدود ۱۱ درجه، الکترون می‌تواند در حدود  $3/8 \text{ GeV}$  انرژی کسب کند که ۴۰٪ بیشتر از حالت تزریق با زاویه صفر درجه و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی است.

**واژه‌های کلیدی:** شتاب الکترون، تپ لیزری قطبیده شعاعی، ویگلر پیچشی، میدان مغناطیسی

پلاسمایی بر پایه تولید امواج پلاسما با دامنه بزرگ هستند و می‌توانند به گرادیان شتاب خیلی بالا برسند [۳-۶]. از مشکلات اساسی در برهمکنش لیزر-پلاسما می‌توان از ناپایداری‌ها و انتشار غیرخطی لیزر در محیط پلاسما نام برده [۵]. این مشکلات برای شتاب الکترون به وسیله لیزر در خلاً وجود ندارد. تغییرات پارامترهای لیزر مانند قطبش تپ، فاز اولیه و گستردگی باریکه جهت بهبود انرژی کسب شده توسط الکترون قبل مورد بررسی قرار گرفته است [۷-۹]. الکترون‌ها با

**۱. مقدمه**

در دو دهه اخیر پیشرفت‌های سریعی در تکنولوژی و ساخت لیزرهای رومیزی برای تولید تپ‌های پرقدرت و کوتاه لیزری با شدت‌هایی از مرتبه  $10^{21} \text{ W/cm}^2$  صورت گرفته است [۱ و ۲].

برای شتاب ذرات به وسیله این لیزرها در خلاً و پلاسما روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. شتاب دهنده‌های

انرژی اولیه چند مگا الکترون ولت درجهت انتشار تپ لیزر شتاب می‌گیرد. با برقراری شرایط تشیدید بتاترونی، الکترون انرژی از مرتبه چند GeV کسب می‌کند (تا وقتی که تشیدید بتاترونی اشیاع شود) سپس الکترون وارد فاز کاهش شتاب می‌شود. حضور میدان مغناطیسی محوری باعث می‌شود مسیر حرکت الکترون دایروی شده و نیروی  $(\vec{v} \times \vec{B})$  تقویت شود. علاوه بر آن می‌تواند باعث افزایش طول برهمنکنش الکترون و میدان لیزر باشد. بیشترین تبادل انرژی بین الکترون و لیزر در یک زاویه تزریق خاص نسبت به محور انتشار لیزر اتفاق می‌افتد. در بخش دوم معادلات مربوط به دینامیک الکترون در حضور تپ قطبیده شعاعی، ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی خارجی بررسی شده است. در بخش سوم به حل عددی و تحلیل نتایج اختصاص داده شده است. در بخش چهارم نیز بحث و نتیجه‌گیری آمده است.

## ۲. معادلات حاکم بر دینامیک الکترون

میدان‌های الکتریکی یک تپ لیزری تخت با قطبش شعاعی که در جهت  $\hat{z}$  منتشر می‌شود به صورت زیر قابل بیان است [۱۱]:

$$E_x = E_0 (x w_0) / (w(z)) \exp[i(kz - \omega t - 2\phi(z) + (k_0(x' + y')/2R(z)))], \quad (1)$$

$$E_y = E_0 (y w_0) / (w(z)) \exp[i(kz - \omega t - 2\phi(z) + (k_0(x' + y')/2R(z)))], \quad (2)$$

که در آن  $w(z) = w_0(1 + (z/z_R)^2)^{1/2}$  اندازه لکه،  $R(z) = z(z_R^2 + (x'^2 + y'^2)/4k_0^2)^{1/2}$  شعاع جهه موج،  $k_0 w_0 = k$  طول ریلی،  $\tau$  طول زمانی تپ و  $\omega_0 = \omega_0/c$  است. مکان اولیه مرکز تپ و  $c$  سرعت نور در خلا است.

مؤلفه طولی میدان الکتریکی را نیز با استفاده از رابطه  $E_z = (i/k)(\partial E_x / \partial x + \partial E_y / \partial y)$  به دست آورديم

استفاده از تپ با قطبش شعاعی در خلا می‌تواند به انرژی-هایی از مرتبه GeV برسند. تپ قطبیده شعاعی (به دلیل خصوصیت تمکن منحصر بهفرد با یک جزء طولی قوی و اندازه لکه کوچک) برتری‌های نسبت به تپ‌های با قطبش خطی و دایروی برای شتاب الکترون و پروتون در خلا دارد [۱۰].

گوپتا و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی محوری روی انرژی کسب شده توسط الکترون از تپ لیزری قطبیده شعاعی را بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که یک الکترون با انرژی اولیه  $1/1 \text{ MeV}$  در حضور میدان مغناطیسی MG ۱ به وسیله تپ قطبیده شعاعی (با شدت  $10^{19} \text{ W/cm}^2$ ) می‌تواند به انرژی نهایی در حدود  $1/5 \text{ GeV}$  برسد [۱۱].

قترا و کانت در سال ۲۰۱۶ توانستند با استفاده از تپ لیزری قطبیده شعاعی با چیرپ دوره‌ای<sup>۱</sup> الکترونی با انرژی چندین  $\text{GeV}$  تولید کنند [۱۲].

شتاب الکترون به وسیله تپ لیزری با قطبش شعاعی، در یک کanal یونی [۱۳]، در طی یونش یک گاز [۱۴] و در حضور میدان ویگلر [۱۵] بررسی شد.

شتاب بسته الکترونی در یک لیزر الکترون آزاد معکوس با ویگلر پیچشی و هدایت میدان مغناطیسی توسط میرزانژاد و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. میدان ویگلر باعث می‌شود الکترون در راستای عرضی نوسان کند که به موجب آن یک جزء از میدان الکتریکی تپ لیزری در جهت حرکت الکترون‌ها قرار می‌گیرد. آنها گردایان شتابی در حدود  $0.2 \text{ GeV/m}$  را گزارش کردند [۱۶].

در این مقاله شتاب الکترون توسط تپ قطبیده شعاعی در حضور میدان ویگلر پیچشی مورد نظر بوده است که تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی محوری و زاویه تزریق الکترون روی بهبود انرژی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک الکترون در برهمنکنش با تپ قطبیده شعاعی یک نیرو به دلیل میدان الکتریکی طولی لیزر احساس می‌کند و میدان مغناطیسی لیزر نیز باعث تقویت نیروی  $(\vec{v} \times \vec{B})$  می‌شود، در نتیجه الکترون با

<sup>۱</sup>. Periodic chirp

معادلات حاکم بر انرژی و اندازه حرکت الکترون در میدان‌های الکترومغناطیسی تپ لیزری با حضور میدان مغناطیسی خارجی و میدان ویگلر به صورت زیر است:

$$\frac{dP_x}{dt} = -E_{xp} + \frac{P_z}{\gamma} (B_{yw} + B_{yp}) - \frac{P_y}{\gamma} (B_{zp} + B_{\circ z}), \quad (10)$$

$$\frac{dP_y}{dt} = -E_{yp} + \frac{P_z}{\gamma} (B_{xw} + B_{xp}) + \frac{P_x}{\gamma} (B_{zp} + B_{\circ z}), \quad (11)$$

$$\frac{dP_z}{dt} = -E_{zp} - \frac{P_x}{\gamma} (B_{yw} + B_{yp}) - \frac{P_y}{\gamma} (B_{xp} + B_{xw}), \quad (12)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\left( \frac{P_x}{\gamma} E_x + \frac{P_y}{\gamma} E_y + \frac{P_z}{\gamma} E_z \right), \quad (13)$$

که  $\gamma = (1 + P_x^r + P_y^r + P_z^r)^{1/2}$  است. همچنین سه معادله نیز برای مسیر حرکت الکترون داریم:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = -P_x, \quad (14)$$

$$\frac{d\tilde{y}}{dt} = -P_y, \quad (15)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = -P_z, \quad (16)$$

ذکر این نکته ضروری است که در معادلات بالا از پارامترهای بی بعد زیر استفاده کردیم:

$$, B_i \rightarrow \frac{eB_i}{mc\omega_0}, \quad E_i \rightarrow \frac{eE_i}{mc\omega_0}, \quad \frac{P_i}{m_oc} \rightarrow \tilde{P}_i, \quad (17)$$

$$\tilde{t} = \omega_0 t, \quad \tilde{x} = kx, \quad \tilde{y} = ky, \quad \tilde{z} = kz$$

حال معادلات جفت شده (10) تا (16) را به طور همزمان، توسط روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم حل می‌کنیم که نتایج آن در بخش بعدی آمده است.

### ۳. حل عددی و تحلیل نتایج

در این بخش نتایج عددی شتاب الکترون تحت تأثیر میدان‌های لیزر، میدان ویگلر و میدان مغناطیسی خارجی آورده شده است. پارامترهای لیزر شامل  $a_0 = 50$  (که از رابطه  $a_0 = 0.85 \times 10^{-4} (\mu m) \sqrt{(I_0 w/cm^2)}$  برای شدت  $I_0 = 3/46 \times 10^{21} \text{ و طول موج } \lambda_0 = 1 \mu m$  به دست آمده است)،  $k_w = 300$  پهنهای باریکه در نقطه کانون و  $\tau = 100$  طول تپ لیزری (متناظر با  $50 fs$ ) است. یک الکترون با  $\gamma_{in} = 2$

$$E_z = E_0 w_0 / (k_w w(z)^r) [(-(x^r + y^r) / (w(z)^r)) \\ \sin(kz - \omega t - 2\phi(z) + (k_w(x^r + y^r)) / 2R(z)) + \\ z(x^r + y^r) / (Z_R w(z)^r) \cos(kz - \omega t - 2\phi(z) + \\ (k_w(x^r + y^r)) / 2R(z))] \exp[-(t - (z - z_L) / c)^r / \tau^r - (x^r + y^r) / (w(z)^r)], \quad (3)$$

اجزای میدان مغناطیسی تپ لیزری نیز با استفاده از معادله ماکسول  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$  به دست می‌آیند.

$$B_y = E_0 (w_0 (x^r + y^r)^{1/2}) / (w(z)^r) \\ \sin(\tan^{(-1)}(y/x)) \\ \cos(kz - \omega t - 2\phi(z) + (k_w(x^r + y^r)) / 2R(z)), \\ \exp\left[-\frac{(t - (z - z_L) / c)^r}{\tau^r} - \frac{r^r}{r_0 f^r}\right],$$

$$B_y = E_0 (w_0 (x^r + y^r)^{1/2}) / (w(z)^r) \\ \cos(\tan^{(-1)}(y/x)) \\ \cos(kz - \omega t - 2\phi(z) + (k_w(x^r + y^r)) / 2R(z)), \\ \exp\left[-\frac{(t - (z - z_L) / c)^r}{\tau^r} - \frac{r^r}{r_0 f^r}\right],$$

$$B_z = 0, \quad (6)$$

میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی نیز به شکل زیر است:

$$\vec{B}_w = B_0 w \{ \cos(K_w z) \hat{x} - \sin(K_w z) \hat{y} \}, \quad (7)$$

که  $B_0 w$  دامنه میدان مغناطیسی ویگلر و  $K_w$  عدد موج ویگلر است.

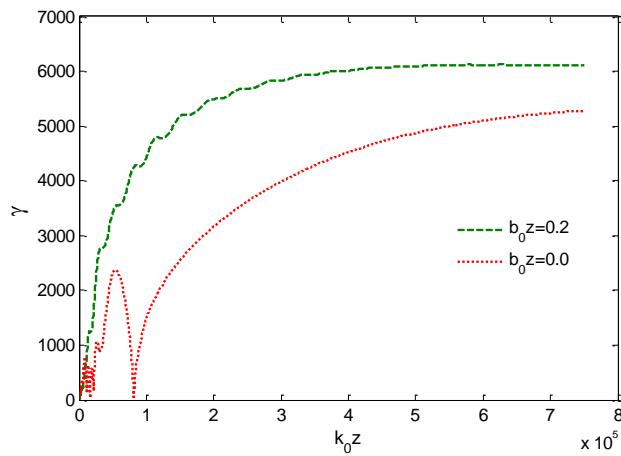
با استفاده از معادله لورنتس، نیروی وارد بر الکترون در برهمکنش با میدان الکترومغناطیسی تپ لیزری و میدان مغناطیسی ویگلر را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = -e \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{B} \right), \quad (8)$$

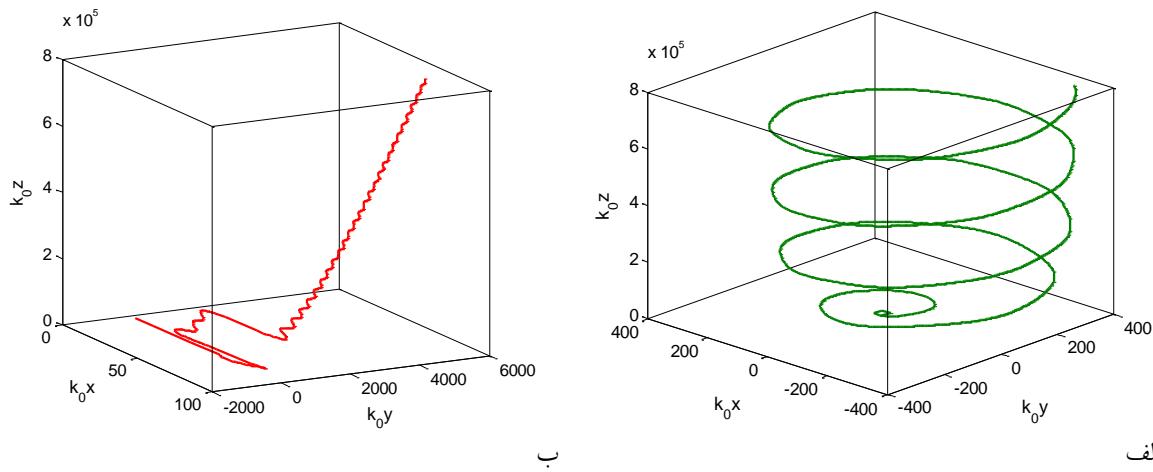
اعمال میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند الکترون را حول محور لیزر محبوس سازد و درنتیجه مدت زمان بیشتری با تپ لیزر برهمکنش کند. واضح است اگر مدت برهمکنش افزایش یابد، الکترون می‌تواند انرژی بیشتری کسب کند، لذا در اینجا از میدان مغناطیسی خارجی به صورت

$$B_z = B_0 z \hat{z}, \quad (9)$$

استفاده کردیم که در آن  $B_z$  بیشترین دامنه میدان مغناطیسی محوری است.



شکل ۱. تغییرات انرژی الکترون بر حسب  $k_0 z$  برای حالتهای حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی.



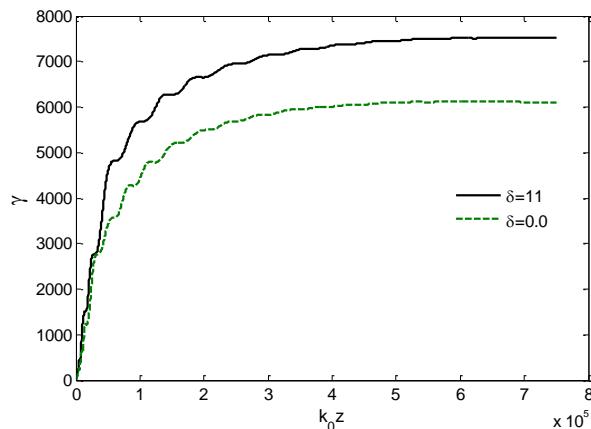
شکل ۲. مسیر حرکت الکترون برای (الف) حالت حضور و (ب) عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی.

که نتیجه آن افزایش انرژی کسب شده توسط الکترون است. در ادامه تأثیر تزریق الکترون با زاویه کوچک  $\delta$  نسبت به جهت انتشار تپ لیزرن بررسی شده است. وقتی الکترون با زاویه  $\delta$  نسبت به محور انتشار تپ لیزرن تزریق شود سرعت اولیه الکترون یک مؤلفه عرضی به صورت  $\beta_r = \beta \cdot \sin \delta$  پیدا می‌کند و مؤلفه طولی نیز  $\beta_z = \beta \cdot \cos \delta$  خواهد شد. این برخلاف حالت  $\delta = 0$  است که سرعت اولیه الکترون فقط در راستای طولی است. با این فرض معادلات (۱۰) تا (۱۶) را به طور همزمان، توسط روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم حل کردیم.

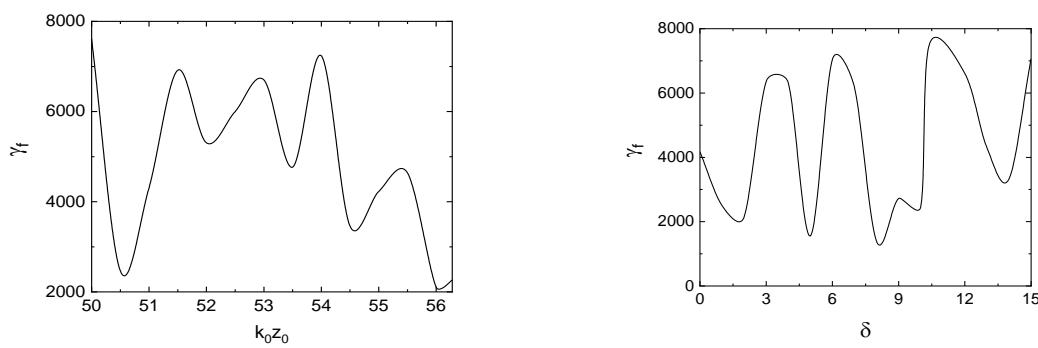
در شکل ۳ تغییرات انرژی الکترون بر حسب  $k_0 z$  برای  $\delta = 5^\circ$  و  $\delta = 11^\circ$  ترسیم شده است. دیده می‌شود در حالتی که

همراستا با تپ لیزرن به داخل ویگلر تزریق می‌شود. مکان اولیه الکترون  $(100, 0, 0)$  و مکان اولیه مرکز تپ  $(0, 100, 0)$  است. ابتدا به تأثیر حضور میدان مغناطیسی خارجی پرداخته‌ایم. در شکل ۱ تغییرات انرژی الکترون بر حسب  $k_0 z$  برای حالتهای حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی ترسیم شده است. این شکل تأثیر مثبت حضور میدان مغناطیسی خارجی روی افزایش انرژی الکترون را به خوبی نشان می‌دهد.

در شکل ۲. الف و ب نمای سه بعدی مسیر حرکت الکترون برای حالت حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی نشان داده شده است. واضح است حضور میدان مغناطیسی باعث هدایت الکترون و حرکت آن در نزدیک ناحیه پرشدت تپ لیزرن و همچنین افزایش طول برهمکنش می‌شود



شکل ۳. تغییرات انرژی الکترون بر حسب  $k_0 z$  برای زوایای تزریق  $\delta=0$  و  $\delta=11$ .



شکل ۴. انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون بر حسب زاویه اولیه  $\varphi_0 = k_0 z_0$  بر حسب تزریق  $\delta$ .

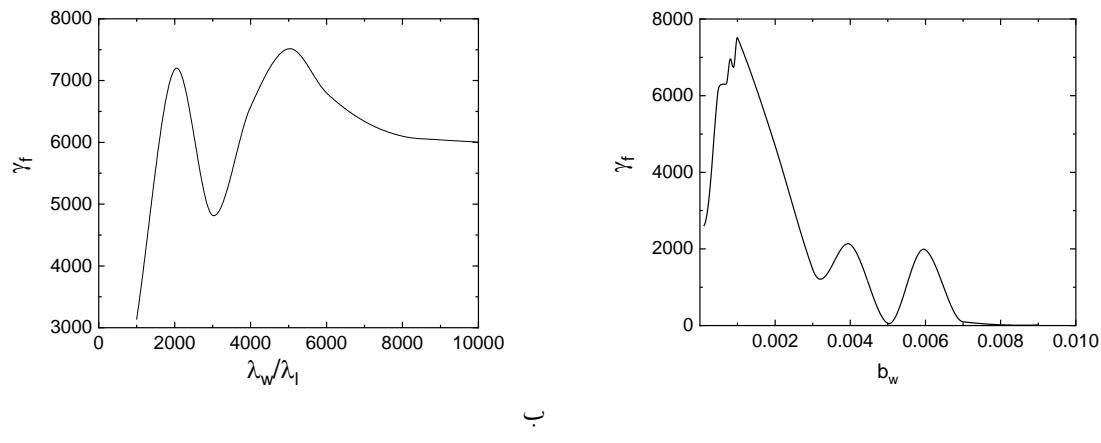
بیشترین مقدار  $\gamma_f$  در حدود  $7800 \text{ GeV}$  ( $3/4 \text{ GeV}$ ) به دست می آید. در شکل ۶. الف و ب تغییرات انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون به ترتیب بر حسب میدان مغناطیسی بی بعد شده ویگلر و طول موج بی بعد شده ویگلر نشان داده شده است. مقادیر بهینه میدان ویگلر و طول موج ویگلر نقش مهمی در حفظ تشدید بتاترونی برای مدت طولانی تر دارند. از شکل الف دیده می شود که بیشترین مقدار انرژی نهایی در  $b_w = 0/001$  اتفاق می افتد و همچنین از شکل ب واضح است مقدار بهینه  $\lambda_w = 5000$  منجر به بیشترین مقدار انرژی کسب شده توسط الکترون می شود.

شکل ۷ تغییر مکان محوری الکترون نسبت به مرکز تپ  $(z-z_1)$  را در حالت های مختلف  $\delta = 0, \delta = z, \delta = 0/2, \delta = 11$  و  $\delta = 0/2, \delta = 11$  نشان می دهد. در غیاب میدان مغناطیسی خارجی و تزریق در امتداد محور

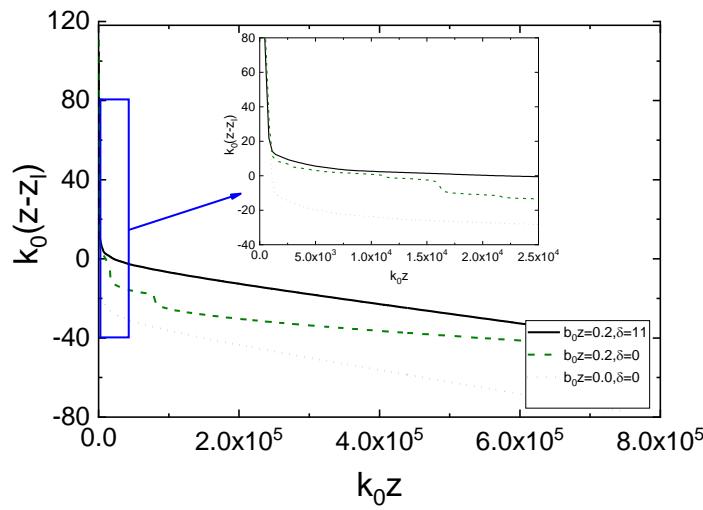
زاویه تزریق  $\delta = 11$  باشد انرژی نهایی الکترون به  $3/8 \text{ GeV}$  می رسد. این در صورتی است که در حالت  $\delta = 0$  انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون  $3 \text{ GeV}$  می شود.

در شکل ۴ انرژی نهایی الکترون بر حسب زاویه تزریق اولیه نشان داده شده است. واضح است انرژی نهایی به شدت به زاویه تزریق وابسته است و در  $\delta = 11$  بیشترین مقدار انرژی نهایی حاصل می شود.

فاز اولیه الکترون نسبت به تپ لیزری، پارامتر مهمی در ساز و کار شتاب است. فاز مناسب نقش بسیار مهمی در تبادل انرژی بین لیزر و الکترون دارد. فاز اولیه الکترون به سادگی با حاصلضرب مکان اولیه در عدد موج لیزر  $z_0 = k_0 z_0 = \varphi_0$  به دست می آید. در شکل ۵ تغییرات انرژی نهایی الکترون بر حسب فاز اولیه نشان داده شده است. مشاهده می شود که مقادیر  $\gamma_f$  به ازای  $k_0 z_0 = 5^\circ$  اولیه الکترون بسیار حساس هستند و به ازای  $k_0 z_0 = 5^\circ$

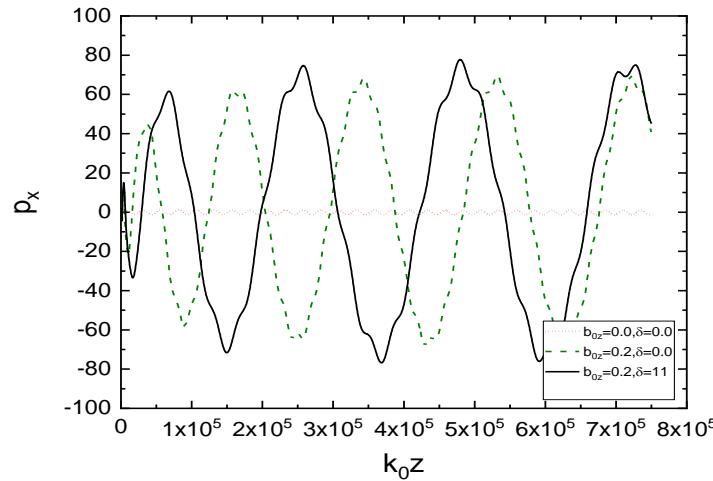


شکل ۶. تغییرات انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون بر حسب (الف) میدان مغناطیسی بی بعد شده ویگلر و (ب) طول موج بی بعد شده ویگلر.



شکل ۷. تغییر مکان محوری الکترون نسبت به مرکز تپ  $k_0(z-z_l)$  بر حسب  $b_0 z$  برای حالت های  $b_0 z = 0, \delta = 0$  و  $b_0 z = 0.2, \delta = 0$  و  $b_0 z = 0.2, \delta = 11$

$$b_0 z = 0.2, \delta = 11$$



شکل ۸. تغییرات اندازه حرکت عرضی بی بعد شده بر حسب  $k_0 z$  برای حالت های  $b_0 z = 0, \delta = 0$  و  $b_0 z = 0.2, \delta = 0$  و  $b_0 z = 0.2, \delta = 11$

$$b_0 z = 0.2, \delta = 11$$

پیچشی و هدایت میدان مغناطیسی محوری مورد مطالعه قرار گرفت. ضمن بررسی معادلات حاکم بر شتاب الکترون در این ساز و کار، معادلات مربوطه به صورت عددی حل شد و تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی و زاویه تزریق الکترون‌ها روی انرژی نهایی آنها مورد بررسی قرار گرفت. مقادیر بهینه میدان مغناطیسی خارجی، زاویه تزریق، فاز اولیه الکترون، دامنه و عدد موج ویکلر به دست آمد. دیده شد با اعمال میدان مغناطیسی در حدود  $2/1$  کیلوتسلا و زاویه تزریق  $11$  درجه، الکترون می‌تواند در حدود  $3/8\text{GeV}$  انرژی کسب کند که  $40\%$  بیشتر از حالت عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی و تزریق با زاویه صفر درجه (به موازات محور انتشار لیزر) است. در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق با زاویه  $11$  درجه، الکترون فاصله طولانی تری (را نسبت به دو حالت دیگر) همراه با تپ لیزری طی می‌کند، دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون رشد می‌کند (با برقرار شدن شرایط تشدید بتاترونی)، به یک بیشینه می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. افزایش انرژی الکترون ادامه می‌یابد تا وقتی که تشدید برقرار است (شکل ۳ را ببینید). افزایش اندازه حرکت عرضی به دلیل نیروی  $\vec{v} \times \vec{B}$  منجر به افزایش اندازه حرکت طولی شده و درنتیجه انرژی الکترون افزایش می‌یابد.

( $\delta = 0$ ) فاصله نسبی سریعاً کاهش می‌یابد، به عبارت دیگر برهمکنش بین الکترون و میدان لیزر کمترین مقدار است. اگر در حالت تزریق محوری، میدان مغناطیسی خارجی اعمال شود فاصله نسبی آهسته‌تر از حالت قبل کاهش می‌یابد. در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق تحت زاویه  $\delta = 11$ ، الکترون مسافت طولانی تری را همراه با تپ لیزری طی می‌کند که نتیجه آن افزایش انرژی الکترون است.

شکل ۸ اندازه حرکت عرضی بی بعد شده الکترون را بر حسب  $k_0 z$ ، برای حالت‌های مختلف گفته شده در شکل ۷ نشان می‌دهد. دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق با زاویه  $11$  درجه نسبت به دو حالت دیگر افزایش می‌یابد. این شکل نشان می‌دهد که دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون رشد می‌کند (با برقرار شدن شرایط تشدید بتاترونی)، به یک بیشینه می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. افزایش انرژی الکترون ادامه می‌یابد تا وقتی که تشدید برقرار است (شکل ۳ را ببینید). افزایش اندازه حرکت عرضی به دلیل نیروی  $\vec{v} \times \vec{B}$  منجر به افزایش اندازه حرکت طولی شده و درنتیجه انرژی الکترون افزایش می‌یابد.

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله شتاب الکترون با تپ قطبیده شعاعی، ویکلر

#### مراجع

1. M D Perry and G Mourou, *Science* **264** (1994) 917.
2. V Yanovsky, *et al.*, *Opt. Exp.* **16** (2008) 2109.
3. P X Wang, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A* **482** (2002) 581.
4. Y I Salamin, *Phys. Rev. A* **73** (2006) 043402.
5. E Esarey, C B Schroeder, and W P Leemans, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 1229.
6. T Tajima and J M Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 267.
7. H S Ghotra and N Kant, *Opt. Commun.* **365** (2016) 231.
8. L J Lu, S Z Ming, and Z Jun, *Chin. Phys. B* **21** (2012) 024101.
9. N M Jisrawi, B J Galow, and Y I Salamin, *Laser Part. Beams* **32** (2014) 671.
10. G M Lerman and U Levy, *Opt. Express* **16** (2008) 4567.
11. D N Gupta, *et al.*, *Phys. Lett. A* **368** (2007) 402.
12. H S Ghotra and N Kant, *Laser Phys. Lett.* **13** (2016) 065402.
13. M Kaur and D N Gupta, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **45** (2017) 2841.
14. K P Singh and M Kumar, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14** (2011) 030401.

- 
15. H S Ghotra and N Kant, *Phys. Plasmas* **23** (2016) 013101.
  16. S Mirzanejhad, *et al.*, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 123105.