

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۱، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۴۰۰

دینامیک حرکت نانوذره مغناطیسی در یک مویرگ مستقیم

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

گروه فیزیک دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

پست الكترونيكي: erfan.kadivar@sutech.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۱۳ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۲/۲۹ /۱۴۰۰)

چکیدہ

در این مطالعه، مسیر حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی در مویرگ مستقیم را در حضور آهنربای استوانه ای مورد بررسی قرار میدهیم. با استفاده از معادلهٔ حرکت ذره در حضور نیروهای مغناطیسی و شناوری، مسیر حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی در یک مویرگ مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج عددی نشان میدهد که احتمال به دام افتادن نانوذرهٔ مغناطیسی در مویرگ تابعی قوی از شدت میدان مغناطیسی، شعاع ذره، مغناطش ذره و قطر مویرگ می باشد. در این مطالعه مسیر حرکت ذره در داخل مویرگ برای مقادیر متفاوت اندازهٔ ذره، مغناطیسی، شعاع ذره، مغناطش آه وشکسانی ذره با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش شعاع ذره، مغناطش آهنربا، مغناطش الشباع ذره، مغناطش اشباع ذره با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش شعاع ذره، مغناطش آ

واژههای کلیدی: مویرگ، آهنربای استوانهای، نانو ذرهٔ مغناطیسی، مسیر حرکت ذره، پذیرفتاری مغناطیسی

۱. مقدمه

ریزسیال شناسی طراحی و مطالعهٔ ابزاری است که قابلیت کنترل دقیق سیال را در ابعاد میکرومتر دارد. ابزارهای ریزسیال شناسی، میکروکانال هایی دارند که اندازهای در حد میلی متر و میکرومتر دارند. ریزسیالها به طور گسترده در علوم زیستی، مهندسی، فیزیک، شیمی و ... به کار برده می شوند. ابزار ریزسیال از پمپها و تراشههای مینیاتوری تشکیل می شوند. این پمپها می توانند مایعات را با سرعتهایی در بازهٔ چند میلی متر بر ثانیه به داخل کانال هدایت کنند [۱]. درون این میکروکانالها یک یا چند نوع مایع حرکت می کنند و امکان مخلوط شدن، واکنش شیمیایی و فیزیکی مایعات نیز وجود دارد. سیال زمینه می تواند

ذرات یا سلول های زیستی را حمل و جابه جا کند [۲]. جنس بدنه کانال ریز سیال از شیشه، سیلیکون و یا آلاستومر ساخته می شود. عواملی همچون وشکسانی و کشش سطحی نقش مهمی در ریز سیالات ایفا می کنند [۳ و ۴]. از بارزترین مشخصه های ریزسیالات اندازهٔ کوچک و مقدار کم مایعات در میکروکانال است که قابلیت جدیدی در کنترل غلظت مولکول ها ارائه می دهد[۵].

مطالعات زیادی بر روی مسیرحرکت و جداسازی ذرات مغناطیسی انجام شده است. در سال ۱۹۷۷، مولدی و همکاران روشی را ارائه دادند که امروزه به عنوان ^۲MACS (جداسازی سلولهای فعال مغناطیسی) شناخته میشود. در این روش، از

1. Magnetic Active Cell Sorting

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴

خواص مغناطیسی و فلورسنت ریزذرات مغناطیسی، برای جداسازی مغناطیسی سلول گلبول قرمز (RBC)^۱ و سلولهای لنفاوی استفاده میشود [۶–۸]. در سال ۱۹۹۸ تیل، روش مرتب سازی سلول با اعمال گرادیان مغناطیسی قوی را به عنوان روش معناطیسی براساس علامت پذیرفتاری مغناطیسی تحت تأثیر نیروی مغناطیسی ناشی از گرادیان میدان مغناطیسی قوی، نیروی مغناطیسی ناشی از گرادیان میدان مغناطیسی قوی، مرتب سازی و هدایت میشوند. نیکول پام دینامیک حرکت نانو نرات بیومغناطیسی را در کانال های مختلف ریزسیال به صورت حرکت نانوذره بیومغناطیسی تابعی قوی از شکل هندسی کانال است [۱۰]. فرلانی و همکاران مسیر حرکت نانوذرات مغناطیسی را با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت در حضور میدان مغناطیسی خارجی بررسی کردند [۱].

کیم و همکاران از جداکننده های گرادیان میدان مغناطیسی برای از بین بردن گلبول های قرمز آلوده به مالاریا از خون بيماران مبتلا به مالارياي شديد استفاده كردند [١٢]. در اين مطالعه، گلبول های قرمز حاوی مالاریا را به عنوان ذرات معلق پارامغناطیسی در یک سیال نیوتونی در نظر گرفتند. با حل عددی معادلات دیفرانسیل، مسیر حرکت سلول های آلوده را بررسی کردند. نتایج آنها نشان می دهـد کـه میـدان مغناطیسی می تواند تا ۹۹٪ سلولهای آلوده را در میدان خود نگه دارد و آنها را بهدام اندازد. روش های متعدد جداسازی نانوذرات مغناطیسی و غیر مغناطیسی با تکیـه بـر کاربردهـای پزشـکی و صنعتی این نوع جداسازی در ساخت جداسازکنندهٔ زیستی توسط یلوفه و همکاران مورد مطالعه قرارگرفته است [۱۳]. زائوو همکاران از آهنرباهای دائمی راست گوش برای انحراف ذرات مغناطیسی با یذیرفتاری مغناطیسی ثابت، استفاده کردند. آنها نشان دادند که تأثیر آهنربای راست گوش روی انحراف ذرات از آهنربای نیم دایره و مثلثی بیشتر است [۱۴].

کاردوسو و همکاران آزمایشی را طراحی و انجام دادنـد کـه نانوذرات مغناطیسی معلق در یـک سـیال زمینـه تـا بـا بـازدهی ۹۹/۷٪ از سیال زمینه جداسازی شده و سیال زمینـه را از وجـود

1. Red Blood Cell

کردند و سیس از سیستم بهینه شده برای جداسازی تجربی نانوذرات اکسید آهن استفاده کردند[۱۵]. در سال ۲۰۱۸ چـو و همکاران، فناوری های پیشرفته ریز سیالی را برای جداسازی CTCsها (سلول های تومور در گردش) بررسی کردند و درمورد مزايا و معايب آنها بحث كردند[۱۶]. فرلانيـو همكـاران مدلی برای بررسی مسیر حرکت نانو ذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت برای کانال ریزسیال مستطیلی ارائـه کردند[۱۷]. در این مطالعه، مسیر حرکت نانو ذرات پارامغناطیس شـناور در یـک کانـال تخـت مسـتقیم در حضـور آرایهای از آهنرباهای مستطیلی شکل مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج عددی می دهد که مسیر حرکت نانوذره و احتمال به دام افتادن نانوذرهٔ مغناطیسی توسط میدان مغناطیسی، وابسته به تعداد آهنرباهای به کار رفته در اطراف کانال دارد [۱۷]. در سال ۲۰۱۹ زائر به جداسازی ذرات مغناطیسی برحسب نفوذیذیری و اندازه های مختلف پرداختند. در این مطالعهٔ عددی، از یک میدان مغناطیسی ناهمگن برای جداسازی نانوذرات مغناطیسی استفاده شده است. ذرات مغناطیسی برمبنای علامت پذیرفتاری مغناطیسی و اندازه شان جداسازی می شوند [۱۸].

نانوذرات پاک کردند [۱۵]. در این مطالعه آنها ابتـدا پیکربنـدی

هندسی کانال ریزسیالی را با استفاده از نرم افزار کامسول بهینه

در سال ۲۰۲۰ چو و همکاران تأثیر آرایه ای از آهنربای سخت و نرم را بر روی جداسازی مهرهای مغناطیسی در یک ریزسیال مستقیم مورد بررسی قرار دادند [۱۹]. آنان با استفاده از نرم افزار کامسول، نتایج آزمایشگاهی را شبیه سازی کردند. نتایج نشان می دهد که آرایهٔ دوبعدی آهنرباهای نرم توزیع شده برای جداسازی مهرههای مغناطیسی مؤثرتر از آرایهٔ آهنربای سخت است. پاستورا و همکاران به مطالعهٔ عددی برای جداسازی مهرهٔ معناطیسی توسط یک آهنربای دائمی پرداختند[۲۰]. در این مطالعه سه حالت متفاوت برهم کنش مهرههای مغناطیسی با سیال زمینه و میدان مغناطیسی به طورعددی و با استفاده از روش لاگرانژ مورد بررسی قرار گرفته است. وانگ و همکاران

۲. Circulating Tumor Cells



شکل ۱. دید بالا (برش سطح مقطع) کانال و آهنربای مورد مطالعه. محور کانال در امتداد محور z و محور آهنربا در امتداد محور y است. مغناظش آهنربا در امتداد محور x در نظر گرفته شده است. d فاصلهٔ محور آهنربا تا محور مویرگ است.

دربارهٔ کاربردهای جداکننده های مغناطیسی در مقیاس صنعتی و بیوتکنولوژی بحث کردنـد. در ایـن مطالعـه، بهـرهٔ هـر یـک از روش های جداسازی معمول در تفکیک نانوذرات مغناطیسی در مقیاس صنعتی مورد بررسی قرار گرفته است [11].

اکثر مطالعات قبلی بر روی حرکت نانوذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت صورت گرفته شده است [۹–۱۸]. هدف از این تحقیق بررسی مسیر حرکت نانوذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی در حضور آهنربای استوانهای شکل است. در این مطالعه، ابتدا نیروهای وارد بر یک نانوذره مغناطیسی شناور در یک مویرگ محاسبه شده است. به منظور بررسی دقیق رفتار نانوذرهٔ مغناطیسی در مویرگ، از وشکسانی وابسته به قطر مویرگ در این کار استفاده خواهد شد. با حل عددی معادلهٔ مسیر حرکت، وابستگی مسیر حرکت ذره و احتمال به دام افتادن نانوذره مغناطیسی توسط میدان مغناطیسی برحسب کمیتهای فیزیکی مسئله بررسی میشود.

۲. مدل فیزیکی و معادلات حاکم

در ایـن مطالعـه، چگـونگی مسیرحرکت نـانوذرات مغناطیسی دریک میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای اسـتوانه ای طویـل مورد بررسی قرار می گیرد. یک رگ استوانه ای شـکل بـه شـعاع R_v را که محور رگ در امتداد محور z قرار دارد، در نظر بگیرید. در فاصـلهٔ d از محـور کانـال، در بیـرون کانـال، یـک آهنربـای استوانه ای طویل به شـعاع R_{mag} قـرار دارد (شـکل ۱ را ببینیـد).

شکل ۱ برشی از سطح مقطع هندسهٔ کانال مورد مطالعه را نشان میدهد. کانال مورد مطالعه در صفحهٔ (x,z) قرار گرفته است. همان طور که در شکل نشان داده شده است، محور کانال در امتداد z و محور آهنربا در امتداد y می باشد. فاصلهٔ محور آهنربا تا محور مویرگ d در نظر گرفته شده است.

از دیدگاه مکانیک کلاسیک مسیر حرکت نانو ذرهٔ مغناطیسی در یک مویرگ و در حد عدد رینولدز کوچک تر از یک، تحت تأثیر عوامل متعددی از جمله نیروی مغناطیسی، نیروی شناوری، نیروی پسرزنی سیال، نیروی گرانش و نیروی ناشی از برهم کنش ذره و سلول خونی قرار می گیرد. با توجه به جرم بسیار کوچک نانوذرات مغناطیسی در مقایسه با جرم سیال زمینه، می توان از دو نیروی گرانش و شناوری در مقایسه با نیروهای دیگر صرفنظر کرد. اثر برهم کنش بین ذره با سلول خونی را نیز از طریق استفاده از وشکسانی مؤثر سیال خون درنظر خواهیم گرفت. ضمنا با توجه به تعادل ترمودینامیکی سیستم و جریان استوکس داخل مویرگ (عدد رینولدز بسیار پایین)، از نیروهای ایجاد شده ناشی از اثرات گردابی و افت و خیز سیال (نیروی نوفه) صرفنظر می کنیم. بنابراین معادلهٔ حرکت نانو ذرهٔ مغناطیسی با رابطهٔ زیر توصیف می شود:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_m + \vec{F}_f , \qquad (1)$$

که m_p جرم نانوذره، \vec{v}_p سرعت نانو ذره، \vec{F}_m نیروی مغناطیسی و \vec{F}_p نیروی پس زنی سیال است. نیروی مغناطیسی و ارد شده بر ذره با استفاده از روش گشتاور دو قطبی مؤثر محاسبه می شود. در معادلهٔ (۱)، از حرکت براونی ذرات صرف نظر شده

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

است. مطالعات تحلیلی گبر و همکاران نشان می دهد که، فقط در شرایط $K \ge FR_p < K$ (*F* نیروی کل وارد بر ذره، *k* ثابت بولتزمن، R شعاع ذره و *T* دما است)، سهم ناشی از حرکت براونی را باید در محاسبات در نظر گرفت[۲۲]. گبر و همکاران نشان دادند که برای نانوذرات Fe_rO_r غوطه ور در آب، شعاع نشان دادند که برای نانوذرات Fe_rO_r است. بهعبارت دیگر برای شعاع های بزرگ تر از این مقدار بحرانی، سهم ناشی از حرکت شعاع های کوچک تر از این مقدار بحرانی، سهم ناشی از جریان نشعاع های کوچک تر از این مقدار بحرانی، سهم ناشی از جریان نیخش را نیز باید در نظر گرفت. در این مطالعه، شعاع های انتخاب شده بزرگ تر از مقدار بحرانی می باشد. بنابراین از

به منظور محاسبهٔ نیروی مغناطیسی، ذرهٔ مغناطش شـده را بـا دو قطبی نقطـهای معـادل بـا گشـتاور دوقطبی $\vec{m}_p^{e\!f\!f}$ تعـویض میکنیم [۲۳ و ۲۴]. بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابـر است با:

$$\vec{F}_m = \mu_f(\vec{m}_p^{eff}.\vec{\nabla})\vec{H}_{ext}, \qquad (\Upsilon)$$

قربیه سیال زمینه \mathcal{H}_{f} گشتاور دوقطبی ذرات، \mathcal{H}_{f} تراوایی مغناطیسی سیال زمینه و \vec{H}_{p} گشتاور دوقطبی ذرات مغناطیسی خارجی در مرکز ذره است. نیروی پسزنی سیال با رابطهٔ زیر توصیف می شود: $\vec{F}_{f} = - \rho \pi \eta R_{p}(\vec{v}_{p} - \vec{v}_{f}),$ (۳)

که η وشکسانی سیال، $ec{v}_f$ سرعت میانگین سیال زمینه و R_p شعاع ذره است.

برای محاسبهٔ گشتاور دوقطبی نقطه ای معادل، ابتـدا مسئلهٔ مقدار مرزی مگنتواستاتیک بـرای یـک ذرهٔ کـروی غوطـه ور در سیال با مغناطش \overline{M}_p موازی با میدان مغناطیس اعمال شـده را حل می کنیم. سپس گشتاور دوقطبی مؤثر را به گونه ای محاسبه می کنیم که میدان مغناطیسی تولیـد شـده توسط ایـن گشـتاور دوقطبی نقطه ای در نواحی خارج ذره با میدان تولید شده توسط خود ذره یکسان است. فرض کنید که یـک کـرهٔ مغناطیسی با مغناطش qM در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار گرفته است. از معادلهٔ لاپلاس برای پتانسیل مغناطیسی در داخـل و خـارج یک ذرهٔ کروی شکل به شعاع R_p و اعمال دو شـرط مـرزی ۱–

پیوستگی پتانسـیل مغناطیسـی و ۲- پیوسـتگی مولفـهٔ عمـودی میدان مغناطیسی در مرز دو محیط، پتانسیل مغناطیسی به دسـت میآید [۲۴]:

$$\begin{split} f_{in}\left(r,\theta\right) &= \\ -\left[\frac{\kappa\mu_{f}H_{ext}}{\mu_{e}+\kappa\mu_{f}} - \frac{\mu_{*}M_{p}}{\mu_{e}+\kappa\mu_{f}}\right]r\cos\left(\theta\right) \qquad (r < R_{p}), \end{split} \tag{(f)}$$

$$\begin{split} f_{out}\left(\mathbf{r},\mathbf{q}\right) &= -\mathbf{H}_{ext}\mathbf{r}\cos\left(\mathbf{q}\right) + \\ \left[\frac{\left(\mathbf{m}_{\star}-\mathbf{m}_{f}\right)\mathbf{R}_{p}^{\mathsf{T}}\mathbf{H}_{ext}}{\mathbf{m}_{\star}+\mathsf{T}\mathbf{m}_{f}} + \frac{\mathbf{m}_{\star}\mathbf{R}_{p}^{\mathsf{T}}\mathbf{M}_{p}}{\mathbf{m}_{\star}+\mathsf{T}\mathbf{m}_{f}}\right]\frac{\cos\left(\mathbf{q}\right)}{\mathbf{r}^{\mathsf{T}}} \quad (\mathbf{r}^{3}\mathbf{R}_{p}), \end{split} \tag{(\Delta)}$$

که (r, θ) در شکل ۱ نشان داده شده است. با اعمال عملیات گرادیان بر روی روابط (۴) و (۵) ($\overline{\nabla} = \overline{\Pi}$)، شدت میدان مغناطیسی در داخل و خارج ذرهٔ مغناطیسی محاسبه میشود. پتانسیل مغناطیسی ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی با اندازهٔ گشتاور دوقطبی m_p^{eff} برابر است با:

$$f_{\text{eff}}(\mathbf{r}, \theta) = m_{p}^{\text{eff}} \frac{\cos(\theta)}{\epsilon_{\pi r}}, \qquad (\beta)$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۶) و (۵)، اندازهٔ گشتاور دوقطبی مؤثر به دست میآید:

$$m_{p}^{eff} = \epsilon \pi \left[\frac{\left(\mu_{\circ} - \mu_{f}\right) R_{p}^{\mathsf{r}} H_{ext}}{\mu_{\circ} + \mathsf{r} \mu_{f}} + \frac{\mu_{\circ} R_{p}^{\mathsf{r}} M_{p}}{\mu_{\circ} + \mathsf{r} \mu_{f}} \right], \tag{V}$$

اگر مغناطش ذره کمتر از مغناطش اشباع باشد، مغناطش آن با استفاده از رابطهٔ $\vec{H}_{in} = \chi_p \vec{H}_{in}$ محاسبه می شود که \vec{H}_{in} میدان مغناطیسی داخل نانوذرهٔ کروی و ۱- $\chi_p = \frac{\mu_p}{\mu_o}$ است. بنابراین شدت میدان مغناطیسی داخل ذره، مغناطش ذره به ترتیب برابر است با:

$$\vec{H}_{in} = \frac{r(\chi_f + i)}{\left[\left(\chi_p - \chi_f\right) + r(\chi_f + i)\right]} \vec{H}_{ext}, \qquad (A)$$

$$\vec{\mathbf{M}}_{p} = \frac{\mathbf{r}\mathbf{c}_{p}(\mathbf{c}_{f}+\mathbf{i})}{\left[\left(\mathbf{c}_{p}-\mathbf{c}_{f}\right)+\mathbf{r}\left(\mathbf{c}_{f}+\mathbf{i}\right)\right]}\vec{\mathbf{H}}_{ext},$$
(9)

با جایگذاری مقادیر (۸) و (۹)، در معادلهٔ (۷) گشتاور دوقطبی مؤثر به دست می آید:

$$\vec{m}_{p}^{eff} = V_{p} \frac{\mathfrak{r}(\chi_{p} - \chi_{f})}{\left[\left(\chi_{p} - \chi_{f}\right) + \mathfrak{r}(\chi_{f} + 1)\right]} \vec{H}_{ext}, \qquad (1 \circ)$$

که Vp حجم نانوذرهٔ مغناطیسی است. با جایگذاری گشتاور دوقطبی مؤثر از رابطـهٔ (۱۰) در رابطـهٔ (۲)، نیـروی مغناطیسـی وارد بر نانوذره به دست میآید:

دینامیک حرکت نانوذره مغناطیسی در یک مویرگ مستقیم

 $(\Lambda \Lambda)$

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴

$$F_{fx} = -\beta \pi \eta R_p v_x,$$

$$\vec{F}_{m} = \mu_{f} V_{p} \frac{r(\chi_{p} - \chi_{f})}{\left[\left(\chi_{p} - \chi_{f}\right) + r(\chi_{f} + j)\right]} (\vec{H}_{ext}.\vec{\nabla}) \vec{H}_{ext}, \qquad (11)$$

 $F_{fz} = -\hat{\gamma}\pi\eta R_{p} \left\{ v_{z} - \bar{v}v_{f} \left[v - \left(\frac{\left(x^{\gamma} + y^{\gamma} \right)^{j_{\gamma}}}{R_{v}} \right)^{\gamma} \right] \right\}, \qquad (14)$

برای محاسبهٔ نیروی پس زنی سیال (۱۸) و (۱۹)، لازم است که در مورد و شکسانی خون اطلاعات لازم را داشته باشیم. خون محیطی است که شامل ذرات معلق گلبول های قرمز و سفید و همچنین پلاکت در مایع پلاسما میباشد. پلاسمای خون یک مایع تراکم ناپذیر با و شکسانی ^۲m/s/m است. درصد گلبول های قرمز در کل حجم خون را هماتوکریت می گویند که در حالت نرمال این عدد حدود ۴۵ درصد است. ویژگیهای شارشی (رئولوژی) جریان خون وابسته به عوامل متعددی از جمله و شکسانی خون، عدد هماتوکریت، قطر مویرگ، سرعت سیال و ... است. برای پلاکت خون (۲۶]:

$$\eta = \left(\frac{D}{D-1/1}\right)^{\gamma} \left[1 + \left(\eta_{\circ/\gamma_{\Delta}} - 1\right)\frac{\circ/\Delta\Delta^{\varepsilon} - 1}{\circ/\gamma_{\Delta}^{\varepsilon} - 1}\left(\frac{D}{D-1/1}\right)^{\gamma}\right] \eta_{plasma}, (\gamma \circ)$$

$$\begin{split} \eta_{\circ/r_{0}} = (\exp(-\circ/\circ\Lambda D) + \pi/r - r/r + \exp(-\circ/\circP))^{\circ/9} ((71)), (71)) \\ \varepsilon = \frac{1}{1+D^{17} \times 10^{-11}} + \frac{1}{1+D^{17} \times 10^{-11}} ((77)), (77)) \\ \varepsilon = \frac{1}{1+D^{17} \times 10^{-11}} + \frac{1}{1+D^{17} \times 10^{-11}} ((77)) \\ \varepsilon = 7R_{v} \\ \varepsilon = 7R_{v} \\ D = TR_{v} \\ \varepsilon = 7R_{v} \\ C = 100 \\ C =$$

ا(Xp - Xf) + (Xf + 1)] با توجه به تقارن مسئله نسبت به محور γ، میدان مغناطیسی تولید شده توسط یک آهنربای استوانه ای بسیار طویل به صورت زیر توصیف می شود:

 $\vec{H}_{ext}(x,z) = H_{ext,i}(x,z)\hat{i} + H_{ext,k}(x,z)\hat{k},$ (17) در دستگاه مختصات دکارتی، میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای استونه ای طویل با مغناطش \vec{M}_s و شعاع R_{mag} برابر است با [۲۳]

با جایگذاری میـدان مغناطیسـی (۱۳) و گرادیـان آن در معادلـهٔ (۱۱)، دو مولفهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر نانو ذرات مغناطیسـی برابر است با:

$$F_{mx} = -\mu_{f} V_{p} \frac{r(\chi_{p} - \chi_{f})M_{s}^{Y}}{I(\chi_{p} - \chi_{f}) + r(\chi_{f} + 1)} R_{mag}^{Y} \frac{(x+d)}{r[(x+d)^{Y} + z^{Y}]^{r}}, (1Y)$$

$$F_{mz} = -m_f V_p \frac{r(c_p - c_f) M_s^{\gamma}}{\left[\left(c_p - c_f\right) + r\left(c_f + 1\right)\right]} R_{mag}^{\gamma} \frac{z}{r\left[\left(x + d\right)^{\gamma} + z^{\gamma}\right]^{\gamma}}, (1\Delta)$$

در حد ۲= χ_f ، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به صورت زیـر بازنویسی میشود:

$$\vec{F}_{m} = -\mu_{*}V_{p}\frac{\gamma(\chi_{p}-\chi_{f})M_{s}^{Y}}{\left(\chi_{p}-\chi_{f}\right)+\gamma}R_{mag}^{*}\frac{\left(x+d\right)\hat{i}+z\hat{k}}{\gamma\left[\left(x+d\right)^{Y}+z^{Y}\right]^{\gamma}}, \quad (19)$$

برای محاسبهٔ نیروی پس زنی سیال، به سرعت سیال زمینه در کانال استوانه ای نیاز داریم. برای یک جریان آرام در حد اعداد رینولدز کوچک و در یک کانال استوانه ای طویل به شعاع *R*، سرعت سیال زمینه در امتداد محور z قرار گرفته و از رابطهٔ جریان پوازی^۱ پیروی میکند [۲۵]

$$\vec{v}_{f} = \gamma \overline{v}_{f} \left[\gamma - \left(\frac{(x^{\gamma} + y^{\gamma})^{\gamma}}{R_{v}} \right)^{\gamma} \right] \hat{k}, \qquad (1V)$$

که \overline{v}_f میانگین محوری سرعت سیال است. با جایگذاری معادلهٔ (۱۷) در معادلهٔ (۳)، مولفه های نیروی پس زنی سیال در جهت x و z به ترتیب برابر است با:

1. Poiseuille

۲. Fahraeus-Lindqvist effect

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴

$$C = \frac{\mu_{o}R_{p}^{\ \gamma}(\chi_{p} - \chi_{f})M_{s}^{\gamma}R_{mag}^{\ \gamma}}{\varsigma\eta R_{v}\overline{v}_{f}d^{\ \gamma}(\left(\chi_{p} - \chi_{f}\right) + \gamma)}, \qquad (\gamma\gamma)$$

$$\beta = \frac{R_v}{d}, \qquad (m_{\ell})$$

برای حل معادلات (۳۱) و (۳۲) ابتدا باید به این نکته توجه کنیم که در سیستمهای ریزسیال همانند مویرگ، سرعت شارش خون در یک کانال با قطر ۳۳ ۵۷ از مرتبهٔ ۱۵ ۳۳ ۱۵ است، در این حد، عدد رینولدز از یک خیلی کوچکتر است. برای نانوذراتی همانند اکسید آهن با چگالی جرم kg/m^{n} ۰۰۵ و شعاعی از مرتبهٔ ۳۳ ۲۵۰، نیروی گرانش از مرتبهٔ ۷۵^{-۱} ۱۰ است که در مقایسه با کمیتهای دیگر قابل صرفنظر کردن است. بنابراین در عدد رینولدز بسیار کوچک تر از یک، می توان از جرم نانوذره صرفنظر کرد. بنابراین با استفاده از تقریب ۱. m و $1=\beta$ ، معادلات (۳۱) و (۳۲) به شکل زیر بازنویسی می شوند:

$$\overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{x}} = \frac{d\overline{\mathbf{x}}}{d\overline{\mathbf{t}}} = -\mathbf{C}\frac{\mathbf{v}}{\left(\mathbf{v} + \overline{\mathbf{z}}^{\mathsf{T}}\right)^{\mathsf{T}}},\tag{Ta}$$

$$\overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{Z}} = \frac{d\overline{\mathbf{Z}}}{d\overline{\mathbf{t}}} = \left(\mathbf{1} - \overline{\mathbf{x}}^{\mathsf{Y}}\right),\tag{Y9}$$

با تقسيم معادلة (٣٣) بر معادلة (٣۴)، خواهيم داشت:

$$\frac{d\overline{x}}{d\overline{z}} = -\frac{C}{\left(1 + \overline{z}^{\gamma}\right)^{r} \left(1 - \overline{x}^{\gamma}\right)},\tag{(YV)}$$

معادلهٔ دیفرانسیل (۳۷) بیانگر معادله دیفرانسیل مسیر حرکت نانوذره در صفحهٔ x,z است. با انتگرال گیری از معادله دیفرانسیل (۳۷)، معادله مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی به دست می آید: $\overline{x}^{-} - \overline{x} + \operatorname{rg}(\overline{x}_{d}, \overline{z}_{d}, \overline{z}) = \circ,$ (۳۸)

$$g(\overline{x}_{d}, \overline{z}_{d}, \overline{z}) = \left(\overline{x}_{d} - \frac{\overline{x}_{d}}{r}\right), \qquad (rq)$$
$$-C \begin{bmatrix} \frac{r}{\lambda} [\tan^{-1}(\overline{z}) - \tan^{-1}(\overline{z}_{d})] \\ + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\overline{z}(r\overline{z}^{r} + \Delta)}{(1 + \overline{z}^{r})^{r}} - \frac{\overline{z}_{d}(r\overline{z}_{d} + \Delta)}{(1 + \overline{z}_{d}^{r})^{r}} \right) \end{bmatrix}.$$

با جایگذاری معادلات (۱۴)، (۱۵)، (۱۸) و (۱۹) در معادلـهٔ دوم نیوتون (۱)، معادلات حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی به صـورت زیر نوشته میشود:

$$m\frac{dv_{x}}{dt} = -\mu_{s}V_{p}\frac{r(\chi_{p}-\chi_{f})M_{s}^{\gamma}}{(\chi_{p}-\chi_{f})+r}R_{mag}^{\ast}\frac{(x+d)}{r[(x+d)^{\gamma}+z^{\gamma}]^{r}}$$
(YT)

 $- \Im \pi \eta R_p v_x$,

$$\begin{split} & m \frac{dv_{z}}{dt} = \\ & -\mu_{*}V_{p} \frac{r(\chi_{p} - \chi_{f})M_{s}^{Y}}{\left(\chi_{p} - \chi_{f}\right) + r} R_{mag}^{*} \frac{z}{r\left[\left(x+d\right)^{Y} + z^{Y}\right]^{r}} \quad (YF) \\ & -\mathfrak{s}\pi\eta R_{p} \left\{ v_{z} - r\overline{v_{f}} \left[1 - \left(\frac{\left(x^{Y} + y^{Y}\right)^{1/Y}}{R_{v}}\right)^{Y}\right] \right\}, \end{split}$$

۳. روش عددی

قبل از حل معادله لازم است کلیهٔ کمیت هـای فیزیکـی تعریـف شده در این مسئله را بدون بعد کنیم. برای بدون بعد سازی این کمیتها از تعاریف زیر استفاده می کنیم:

$$\overline{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{R}_{\mathrm{v}}},\tag{YD}$$

$$\overline{z} = \frac{z}{d},$$
(Y9)

$$\overline{t} = \frac{\mathrm{Y} t \overline{\mathrm{V}}_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}},\tag{YV}$$

$$\overline{v}_{x} = v_{x} \frac{d}{v \overline{v}_{f} R_{v}}, \qquad (\gamma \lambda)$$

$$\overline{v}_{z} = \frac{v_{z}}{\overline{v}\overline{v}_{f}},$$
(Y9)

$$\bar{m} = \frac{{}^{\mathsf{r}} \bar{\nabla}_{\mathrm{f}} \rho_{\mathrm{p}} R_{\mathrm{p}}^{\,\mathsf{i}}}{{}^{\mathsf{A}} d\eta}, \qquad (\mathfrak{r} \circ)$$

$$\overline{m}\frac{d\overline{v}_{x}}{d\overline{t}} = -C\frac{\beta\overline{x}+\nu}{\left[\left(\beta\overline{x}+\nu\right)^{\gamma}+\overline{z}^{\gamma}\right]^{\gamma}} - \overline{v}_{x}, \qquad (\Upsilon \nu)$$

$$\overline{m}\frac{d\overline{v}_{z}}{d\overline{t}} = -C\beta \frac{\overline{z}}{\left[\left(\beta\overline{x}+\iota\right)^{v} + \overline{z}^{v}\right]^{v}} - [\overline{v}_{z} - (\iota - \overline{x}^{v})], \qquad (\texttt{TT})$$

Archive of SID.ir

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

که

که

8.4

دینامیک حرکت نانوذره مغناطیسی در یک مویرگ مستقی



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) مسیر حرکت ذره در داخل مویرگ برای مقدار متفاوت شعاع نـانو ذرهٔ فرومغنـاطیس و (ب) مسـیر حرکت نانو ذره برای پیدا کردن مقدار بحرانی شعاع ذرهٔ بهدام افتاده در بازهٔ شعاعی ۲۰۰ نانومتر تا ۲۵۰ نانومتر.

> برخلاف مطالعات قبلی که پذیرفتاری مغناطیسی را ثابت در نظر گرفته اند، در ایـن مطالعـه پـذیرفتاری مغناطیسـی را تـابعی از میـدان مغناطیسی در نظر گرفته ایم. بنابراین ابتدا لازم است بـرای هـر میـدان مغناطیسی داده شده، پذیرفتاری مغناطیسی را به دست آوریـم. سـپس برای هر مقدار داده شـده \overline{z} معادلـهٔ (۳۷) را بـه روش عـددی حـل میکنیم. بهازای هر مقدار داده شده \overline{z} ، معادلـهٔ (۳۷) سـه جـواب دارد که فقط یکی از این جوابها، قابل قبول و فیزیکی است.

۴. نتايج

در این مطالعه چگونگی مسیر حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی در حضور آهنربای کروی شکل با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی قوی مورد بررسی قرار می گیرد. عوامل متعددی از جمله شعاع نانوذره، مغناطش نانوذرهٔ مغناطیسی، مغناطش آهنربا، شعاع کانال سیال، و سرعت سیال در نحوهٔ به دام افتادن نانوذرهٔ مغناطیسی و مسیر حرکت آن در مویرگ نقش ایفا می کند. در این بخش، نقش هر یک از این کمیت ها را در مسیر حرکت نانوذره به صورت جداگانه بررسی می کنیم.

شکل ۲ ابتدا مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت اندازهٔ ذره را نشان می دهد. نتایج عددی نشان میدهد که با افزایش شعاع ذره، احتمال به دام افتادن ذره افزایش میابد. همان طور که در شکل ۲. ب نشان داده شده است، برای شعاع های بزرگتر از ۲۵۰ نانومتر، نانوذرهٔ مغناطیسی توسط

میدان مغناطیسی به دام می افتد. علت فیزیکی این امر ناشی از این واقعیت است که نیروی مغناطیسی وارد بر نانوذره با توان سوم شعاع ذره متناسب است. بنابراین با افزایش شعاع نانوذره، سهم نیروی مغناطیسی نیز افزایش یافته که این امر باعث به دام افتادن ذره در شعاعهای بزرگتر می شود.

شکل ۳ مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت شعاع رگ و با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان را نشان می دهد. برای بررسی دقیق رفتار وابستگی مسیر حرکت به شعاع مویرگ، شعاع متفاوت کانال را در نظر گرفته و بقیه کمیت های مسئله از جمله مغناطش اشباع ذره، مغناطش آهنربا، شعاع ذره، وشکسانی پلاسما و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفته ایم. نتایج عددی نشان می دهد که نانوذرات با شعاع ۵۰۰ میکرومتر و شناور در کانال هایی با شعاع کوچک تر از ۴۰ میکرومتر، این ذرات فرومغناطیس در میدان مغناطیسی به دام می افتد. نتایج نشان می دهد که با کاهش شعاع رگ، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. علت فیزیکی ناشی از این واقعیت است که با کاهش شعاع مویرگ، وشکسانی سیال خون افزایش یافته است.

مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر مختلف مغناطش آهنربا با پذیرفتاری وابسته به میدان در شکل ۴ نمایش داده شده است. برای بررسی تأثیر انادازهٔ مغناطش آهنربا بر مسیر حرکت ذره، مغناطش آهنربا را متغیر در نظر گرفته و بقیهٔ

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر حرکت نانو ذرهٔ فرومغناطیس شکل۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مسیر حرکت با شعاع ثابت nm ۲۰۰ برای پنج مقدار متفاوت شعاع مویرگ.

Free particle

1

سیال زمینه، و شعاع مویرگ.

0





نانوذره با شعاع ثابت nm ۲۰۰ به مقادیر مختلف مغناطش آهنربا.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مسیر حرکت ذره به شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر حرکت نانو ذرهٔ مغناطش اشباع نانو ذرهٔ مغناطیسی برای مقادیر ثابت شـعاع ذره، سـرعت مغناطیسی برای سرعتهای متفاوت سیال زمینه.

کمیت های تعریف شده در مسئله همانند شعاع رگ، شعاع ذره، مغناطش اشباع ذره، وشکسانی پلاسما و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفته ایم. نتایج عددی نشان میدهد که با افزایش شدت مغناطش آهنربا، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. علت فیزیکی این امر ناشی از این واقعیت است که با نیروی جاذبهٔ مغناطیسی وارد بر ذرہ بےا تےوان دوم مغنےاظش آہنربے متناسب است. بنابراین با افزایش قدرت مغناطش آهنربا، نیروی جاذبهٔ وارد بر نانوذره افزایش یافته که این امر باعث به دام افتادن ذره توسط آهنربا در مقادیر مغناطش بالا می شود.

 $\frac{-1}{Z}$

شکل ۵ مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت مغناطش اشباع ذره و با پذیرفتاری وابسته به میدان نشان می دهد. برای بررسی اثر مغناظش اشباع ذره بر مسیر حرکت نانوذرات مغناطیسی شناور در رگ، مغناطش اشباع ذره را متغیر و وشکسانی پلاسما، شعاع ذره، مغناطش آهنربا، شـعاع رگ و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفتیم. نتایج عـددی نشـان مىدهد كه با افزايش شدت مغناطش اشباع ذره، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد.

شکل ۶ توصيف کنندهٔ مسير حرکت ذره را در داخل کانال



شــکل ۷. (رنگــی در نســخه الکترونیکــی) شــعاع بحرانــی نــانوذرهٔ فرومغناطیس بر حسب مغناطش آهنربا.



8.0

شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات شعاع بحرانی نانوذرهٔه فرومغناطیس با شعاع مویرگ.

حرکت ذره مغناطیسی به شعاع کانال مویرگ، تغییرات شعاع بحرانی نانوذرهٔ مغناطیسی با شعاع کانال را مورد بررسی قرار می دهیم. شکل ۸ تغییرات شعاع بحرانی نانودره مغناطیسی به شعاع مویرگ را نشان می دهد. نتایج عددی نشان می دهـد کـه با افزایش قطر مویرگ، شعاع بحرانی نانوذرهٔ مغناطیسی افزایش مییابد.

برای مقایسهٔ دینامیک حرکت نانوذرهٔ فرومغناطیس با نانوذرهٔ پارامغناطیس در میدان مغناطیسی، معادلهٔ ۳۷ برای یک نانوذره با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت (M_p = ۳H_{ext}) حل شده است. جدول ۱ مقایسهٔ بین مقادیر بحرانی به دست آمده برای نانو ذرهٔ فرومغناطیس با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی و نانوذرهٔ پارامغناطیس با پذیرفتاری ثابت را نشان می دهد. نتایج نشان می دهد که شعاع بحرانی رگ از مقدار ۵۵ نانومتر برای ذرهٔ پارامغناطیس به ۲۰ نانومتر برای ذرهٔ فرومغناطیس کاهش مییابد. مغناطیس است. همان طور که ذرهٔ فرومغناطیس برای داده شده است، مقدار بحرانی برای شعاع در جدول ۱ نشان داده شده است، مقدار بحرانی برای شعاع ذره در هر دو حالت یکی است.

نتیجه گیری
 با استفاده از قانون دوم نیوتون و بدون بعد کردن کمیت های

برای مقادیر متفاوت سرعت سیال و با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی است. به منظور بررسی تأثیر سرعت سیال زمینه بر مسیر حرکت ذره و نحوهٔ به دام افتادن ذره مغناطیسی در میدان مغناطیسی مفروض، وشکسانی پلاسما، شعاع ذره، مغناطش آهنربا، شعاع رگ و مغناطش اشباع ذره را ثابت در نظر گرفته و مسیر حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی را برای شش مقدار متفاوت سرعت سیال زمینه بررسی می کنیم. نتایج عددی نشان می دهد که با کاهش شدت سرعت سیال، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. مقدار بحرانی سرعت میانگین سیال برای

برمبنای نتایج عددی به دست آمده، اکنون وابستگی شعاع بحرانی نانوذره، *R*pc، به مغناطش آهنربا را بررسی میکنیم. به ازای هر مقدار مغناطش داده شده، شعاع بحرانی بین حالت ذره آزاد و ذره به دام افتاده شده را به دست می آوریم. نتایج وابستگی شعاع بحرانی ذره به مغناطش آهنربا در شکل ۷ نشان داده شده است. نتایج عددی بیان می کند که با افزایش مغناطش آهنربا، شعاع بحرانی نانوذره کاهش می یابد.

بررسی رفتار شعاع بحرانی نانوذرهٔ مغناطیسی، *Rpc، به* شعاع مویرگ، یکی دیگر از نتایج جذاب برای درک بهتر دینامیک حرکت نانوذرات مغناطیسی در مویرگ های مستقیم است. با استفاده از نتایج به دست آمده از وابستگی مسیر

جلد ۲۱، شمارهٔ ۴

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

6 • 6

جدول ۱. مقایسه اعداد بحرانی بین ذره با پذیرفتاری ثابت (پارامغناطیس) و ذره با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان (فرومغناطیس).

متغير بحراني	پارامغناطيس	فرومغناطيس
شعاع بحراني نانوذره	۲۵ <i>• nm</i>	۲۵ <i>• nm</i>
شعاع بحرانی رگ	దిది μm	$* \circ \mu m$
مغناطش بحراني أهنربا	$Y \times 1 \circ^{-9} A/m$	$r \times 1 \circ^{-9} A/m$
سرعت بحراني سيال	NY mm/s	۹ <i>mm/s</i>

استفاده از وشکسانی وابسته به قطر مویرگ در محاسبهٔ نیروی مغناطیسی و نیروی پس زنی سیال است. نتایج عددی ما نشان می دهد که مسیر حرکت نانوذرهٔ مغناطیسی به وشکسانی، مغناطش، مغناطش اشباع و شعاع ذره ارتباط دارد. از این مدل در عرصهٔ پزشکی برای درمان سرطان از طریق انتقال هوشمند دارو به جریان خون و ناحیهٔ تومور سرطانی، میتوان استفاده کرد.

Lanceros-Méndez, Sens. Actuators B Chem. 255, (2018) 2384.

- 16. H Cho, J Kim, H Song, K Y Sohn, M Jeon, and K H Han, Analyst 143, 13 (2018) 2936.
- 17. E P Furlani, Y Sahoo, K C Ng, J C Wortman, and T E Monk, *Biomed. Microdevices* 9, 4 (2007) 451.
- B N Zhao, Journal of Electromagnetic Analysis and Applications 11, 02 (2019) 17.
- Y Zhu, B Zhang, J Gu, and S Li, J. Magn. Magn. Mater. 501 (2020) 166485.
- 20. J Gómez-Pastora, I H Karampelas, E Bringas, E P Furlani, and I Ortiz, *Sci. Rep.* **9**, 1 (2019) 1.
- 21.Z Wang, C Liu, W Wei, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics **60**, 2 (2019) 281.
- 22. R Gerber, M Takayasu, and F J Friedlaender. *IEEE Transactions on Magnetics* 19 5 (1983) 2115.
- 23. T H Boyer, Am. J. Phys. 56 (1988) 688.
- 24. T P Jones, "*Electromechanic of particles*", Cambridge University Press, Cambridge, UK, (1985).
- 25. G K Batchelor, "An Introduction in Fluid Dynamics", Cambridge University Press, Cambridge, UK (1970).
- 26. A R Pries, T W Secomb, and P Gaehtgens, *Cardiovasc. Res.* **32** (1996) 654.
- 27. R F Haynes, Am. J. Physiol. 198 (1960) 1193.
- 28. A R Pries, T W Secomb, and P. Gaehtgens. Cardiovascular research 32,4 (1996) 654.
- 29. R Chebbi, Journal Biol. Phys. 41 (2015) 313.

فیزیکی مسئله، معادلهٔ مسیر حرکت نانو ذرهٔ مغناطیسی در ریزسیال مورد مطالعه قرار گرفت. در این راستا، ابتدا با حل معادلات الکترومغناطیس، میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای استوانه ای در نواحی مختلف فضا محاسبه شده است. ویژگی و نوآوری بارز این مطالعه، بررسی حرکت نانوذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی و همچنین

- مراجع
- S E Ong, S Zhang, H Du, and Y Fu, *Front. Biosci.* 13, 7 (2008) 2757.
- L Y Yeo, H C Chang, P P Chan and J R Friend, Small 7, 1(2011)12.
- 3. G M Whitesides, Nature 442 7101 (2006) 368.
- 4. E Kadivar and A Alizadeh, *Eur. Phys. J. E* **40**, 3 (2017) 31.
- 5. M Hashimoto, P Garstecki, H A Stone, and G M Whitesides, *Soft Matter* **4** (2008) 1403.
- 6. E Kadivar, *EPL (Europhysics Letters)* **106**, 2 (2014) 24003.
- A Khan, X D, Niu, Y Li, M F Wen, D C Li, and H Yamaguchi, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 92, 11 (2020) 1584.
- R S Molday, S P S Yen, and A Rembaum, *Nature* 268, 5619 (1977) 437
- 9. A Thiel, A Scheffold, and A Radbruch, Immunotechnology **4** 2 (1998) 89.
- 10. N Pamme, Lab on a Chip 6, 1 (2006) 24.
- 11. E P Furlani and K C Ng, *Phys. Rev. E.* **73**, 6 (2006) 061919.
- 12. J Kim, M Massoudi, J F Antaki, and A Gandini, Applied Mathematics and Computation 218, 12 (2012) 6841.
- 13. B D Plouffe, S K Murthy, and L H Lewis, *Rep. Prog. Phys.* **78**, 1 (2014) 016601.
- 14. R Zhou, Q Yang, F Bai, J A Werner, H Shi, Y Ma, and C Wang, *Microfluid. Nanofluidics* **20**, 7 (2016) 110.
- 15. V F Cardoso, D Miranda, G Botelho, G Minas, and S