



## دینامیک حرکت نانوذره مغناطیسی در یک مویرگ مستقیم

زهرا کشاورز و عرفان کدیور

گروه فیزیک دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

پست الکترونیکی: erfana.kadivar@sutech.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۱۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۲/۲۹)

### چکیده

در این مطالعه، مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی در مویرگ مستقیم را در حضور آهنربای استوانه‌ای مورد بررسی قرار می‌دهیم. با استفاده از معادله حرکت ذره در حضور نیروهای مغناطیسی و شناوری، مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی در یک مویرگ مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج عددی نشان می‌دهد که احتمال به دام افتادن نانوذره مغناطیسی در مویرگ تابعی قوی از شدت میدان مغناطیسی، شعاع ذره، مغناطش ذره و قطر مویرگ می‌باشد. در این مطالعه مسیر حرکت ذره در داخل مویرگ برای مقادیر متفاوت اندازه ذره، مغناطش آهنربا، مغناطش اشباع ذره، قطر مویرگ و شکستگی ذره با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شعاع ذره، مغناطش آهنربا، مغناطش اشباع ذره و همچنین با کاهش شعاع رگ، احتمال به دام افتادن ذره شناور در کانال افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: مویرگ، آهنربای استوانه‌ای، نانو ذره مغناطیسی، مسیر حرکت ذره، پذیرفتاری مغناطیسی

### ۱. مقدمه

ذرات یا سلول‌های زیستی را حمل و جابه‌جا کند [۲]. جنس بدنه کانال ریز سیال از شیشه، سیلیکون و یا آلستومر ساخته می‌شود. عواملی همچون شکستگی و کشش سطحی نقش مهمی در ریز سیالات ایفا می‌کنند [۳ و ۴]. از بارزترین مشخصه‌های ریزسیالات اندازه کوچک و مقدار کم مایعات در میکروکانال است که قابلیت جدیدی در کنترل غلظت مولکول‌ها ارائه می‌دهد [۵].

مطالعات زیادی بر روی مسیر حرکت و جداسازی ذرات مغناطیسی انجام شده است. در سال ۱۹۷۷، مولدی و همکاران روشی را ارائه دادند که امروزه به عنوان MACS<sup>۲</sup> (جداسازی سلول‌های فعال مغناطیسی) شناخته می‌شود. در این روش، از

ریزسیال شناسی طراحی و مطالعه ابزاری است که قابلیت کنترل دقیق سیال را در ابعاد میکرومتر دارد. ابزارهای ریزسیال شناسی، میکروکانال‌هایی دارند که اندازه‌ای در حد میلی‌متر و میکرومتر دارند. ریزسیال‌ها به طور گسترده در علوم زیستی، مهندسی، فیزیک، شیمی و ... به کار برده می‌شوند. ابزار ریزسیال از پمپ‌ها و تراشه‌های مینیاتوری تشکیل می‌شوند. این پمپ‌ها می‌توانند مایعات را با سرعت‌هایی در بازه چند میلی‌متر بر ثانیه به داخل کانال هدایت کنند [۱]. درون این میکروکانال‌ها یک یا چند نوع مایع حرکت می‌کنند و امکان مخلوط شدن، واکنش شیمیایی و فیزیکی مایعات نیز وجود دارد. سیال زمینه می‌تواند

۱. Magnetic Active Cell Sorting

نانوذرات پاک کردند [۱۵]. در این مطالعه آنها ابتدا پیکربندی هندسی کانال ریزسیالی را با استفاده از نرم افزار کامسول بهینه کردند و سپس از سیستم بهینه شده برای جداسازی تجربی نانوذرات اکسید آهن استفاده کردند [۱۵]. در سال ۲۰۱۸ چو و همکاران، فناوری‌های پیشرفته ریزسیالی را برای جداسازی CTCsها<sup>۲</sup> (سلول‌های تومور در گردش) بررسی کردند و در مورد مزایا و معایب آنها بحث کردند [۱۶]. فرلانیو همکاران مدلی برای بررسی مسیر حرکت نانو ذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت برای کانال ریزسیال مستطیلی ارائه کردند [۱۷]. در این مطالعه، مسیر حرکت نانو ذرات پارامغناطیس شناور در یک کانال تخت مستقیم در حضور آرایه‌ای از آهنرباهای مستطیلی شکل مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج عددی می‌دهد که مسیر حرکت نانوذره و احتمال به دام افتادن نانوذره مغناطیسی توسط میدان مغناطیسی، وابسته به تعداد آهنرباهای به کار رفته در اطراف کانال دارد [۱۷]. در سال ۲۰۱۹ زائو به جداسازی ذرات مغناطیسی برحسب نفوذپذیری و اندازه‌های مختلف پرداختند. در این مطالعه عددی، از یک میدان مغناطیسی ناهمگن برای جداسازی نانوذرات مغناطیسی استفاده شده است. ذرات مغناطیسی برمبنای علامت پذیرفتاری مغناطیسی و اندازه شان جداسازی می‌شوند [۱۸].

در سال ۲۰۲۰ چو و همکاران تأثیر آرایه‌ای از آهنربای سخت و نرم را بر روی جداسازی مهره‌های مغناطیسی در یک ریزسیال مستقیم مورد بررسی قرار دادند [۱۹]. آنان با استفاده از نرم افزار کامسول، نتایج آزمایشگاهی را شبیه سازی کردند. نتایج نشان می‌دهد که آرایه دوبعدی آهنرباهای نرم توزیع شده برای جداسازی مهره‌های مغناطیسی مؤثرتر از آرایه آهنربای سخت است. پاستورا و همکاران به مطالعه عددی برای جداسازی مهره مغناطیسی توسط یک آهنربای دائمی پرداختند [۲۰]. در این مطالعه سه حالت متفاوت برهم‌کنش مهره‌های مغناطیسی با سیال زمینه و میدان مغناطیسی به طور عددی و با استفاده از روش لاگرانژ مورد بررسی قرار گرفته است. وانگ و همکاران

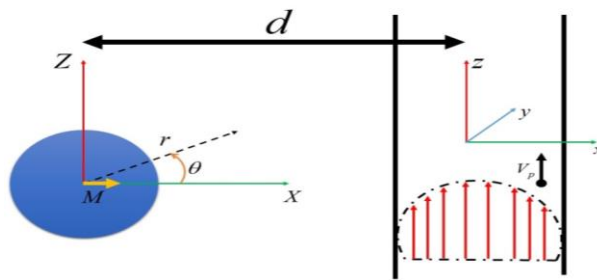
خواص مغناطیسی و فلورسنت ریزذرات مغناطیسی، برای جداسازی مغناطیسی سلول گلبول قرمز (RBC)<sup>۱</sup> و سلول‌های لنفوی استفاده می‌شود [۶-۸]. در سال ۱۹۹۸ تیل، روش مرتب سازی سلول با اعمال گرادیان مغناطیسی قوی را به عنوان روش جداسازی سلول تجزیه و تحلیل کرد [۹]. در این روش ذرات مغناطیسی براساس علامت پذیرفتاری مغناطیسی تحت تأثیر نیروی مغناطیسی ناشی از گرادیان میدان مغناطیسی قوی، مرتب‌سازی و هدایت می‌شوند. نیکول پام دینامیک حرکت نانو ذرات بیومغناطیسی را در کانال‌های مختلف ریزسیال به صورت تجربی بررسی کردند. نتایج تجربی آنها نشان می‌دهد که مسیر حرکت نانوذره بیومغناطیسی تابعی قوی از شکل هندسی کانال است [۱۰]. فرلانیو و همکاران مسیر حرکت نانوذرات مغناطیسی را با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت در حضور میدان مغناطیسی خارجی بررسی کردند [۱۱].

کیم و همکاران از جداکننده‌های گرادیان میدان مغناطیسی برای از بین بردن گلبول‌های قرمز آلوده به مالاریا از خون بیماران مبتلا به مالاریای شدید استفاده کردند [۱۲]. در این مطالعه، گلبول‌های قرمز حاوی مالاریا را به عنوان ذرات معلق پارامغناطیسی در یک سیال نیوتونی در نظر گرفتند. با حل عددی معادلات دیفرانسیل، مسیر حرکت سلول‌های آلوده را بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی می‌تواند تا ۹۹٪ سلول‌های آلوده را در میدان خود نگه دارد و آنها را به دام اندازد. روش‌های متعدد جداسازی نانوذرات مغناطیسی و غیر مغناطیسی با تکیه بر کاربردهای پزشکی و صنعتی این نوع جداسازی در ساخت جداسازکننده زیستی توسط پلوفه و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۳]. زائو و همکاران از آهنرباهای دائمی راست گوش برای انحراف ذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت، استفاده کردند. آنها نشان دادند که تأثیر آهنربای راست گوش روی انحراف ذرات از آهنربای نیم دایره و مثلثی بیشتر است [۱۴].

کاردوسو و همکاران آزمایشی را طراحی و انجام دادند که نانوذرات مغناطیسی معلق در یک سیال زمینه تا با بازدهی ۹۹/۷٪ از سیال زمینه جداسازی شده و سیال زمینه را از وجود

۲. Circulating Tumor Cells

۱. Red Blood Cell



شکل ۱. دید بالا (برش سطح مقطع) کانال و آهنربای مورد مطالعه. محور کانال در امتداد محور z و محور آهنربا در امتداد محور y است. مغناطش آهنربا در امتداد محور x در نظر گرفته شده است. d فاصله محور آهنربا تا محور مویرگ است.

شکل ۱ برشی از سطح مقطع هندسه کانال مورد مطالعه را نشان می‌دهد. کانال مورد مطالعه در صفحه (x,z) قرار گرفته است. همان طور که در شکل نشان داده شده است، محور کانال در امتداد z و محور آهنربا در امتداد y می‌باشد. فاصله محور آهنربا تا محور مویرگ d در نظر گرفته شده است.

از دیدگاه مکانیک کلاسیک مسیر حرکت نانو ذره مغناطیسی در یک مویرگ و در حد عدد رینولدز کوچک تر از یک، تحت تأثیر عوامل متعددی از جمله نیروی مغناطیسی، نیروی شناوری، نیروی پس‌زنی سیال، نیروی گرانش و نیروی ناشی از برهم‌کنش ذره و سلول خونی قرار می‌گیرد. با توجه به جرم بسیار کوچک نانو ذرات مغناطیسی در مقایسه با جرم سیال زمینه، می‌توان از دو نیروی گرانش و شناوری در مقایسه با نیروهای دیگر صرف نظر کرد. اثر برهم‌کنش بین ذره با سلول خونی را نیز از طریق استفاده از وشکسانی مؤثر سیال خون در نظر خواهیم گرفت. ضمناً با توجه به تعادل ترمودینامیکی سیستم و جریان استوکس داخل مویرگ (عدد رینولدز بسیار پایین)، از نیروهای ایجاد شده ناشی از اثرات گردابی و افت خیز سیال (نیروی نوفه) صرف نظر می‌کنیم. بنابراین معادله حرکت نانو ذره مغناطیسی با رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_m + \vec{F}_f, \quad (1)$$

که  $m_p$  جرم نانو ذره،  $\vec{v}_p$  سرعت نانو ذره،  $\vec{F}_m$  نیروی مغناطیسی و  $\vec{F}_f$  نیروی پس‌زنی سیال است. نیروی مغناطیسی وارد شده بر ذره با استفاده از روش گشتاور دو قطبی مؤثر محاسبه می‌شود. در معادله (۱)، از حرکت براونی ذرات صرف نظر شده

در باره کاربردهای جداکننده های مغناطیسی در مقیاس صنعتی و بیوتکنولوژی بحث کردند. در این مطالعه، بهره هر یک از روش های جداسازی معمول در تفکیک نانو ذرات مغناطیسی در مقیاس صنعتی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۱].

اکثر مطالعات قبلی بر روی حرکت نانو ذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت صورت گرفته شده است [۹-۱۸]. هدف از این تحقیق بررسی مسیر حرکت نانو ذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی در حضور آهنربای استوانه‌ای شکل است. در این مطالعه، ابتدا نیروهای وارد بر یک نانو ذره مغناطیسی شناور در یک مویرگ محاسبه شده است. به منظور بررسی دقیق رفتار نانو ذره مغناطیسی در مویرگ، از وشکسانی وابسته به قطر مویرگ در این کار استفاده خواهد شد. با حل عددی معادله مسیر حرکت، وابستگی مسیر حرکت ذره و احتمال به دام افتادن نانو ذره مغناطیسی توسط میدان مغناطیسی برحسب کمیت‌های فیزیکی مسئله بررسی می‌شود.

## ۲. مدل فیزیکی و معادلات حاکم

در این مطالعه، چگونگی مسیر حرکت نانو ذرات مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای استوانه‌ای طویل مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک رگ استوانه‌ای شکل به شعاع  $R_0$  را که محور رگ در امتداد محور z قرار دارد، در نظر بگیرید. در فاصله d از محور کانال، در بیرون کانال، یک آهنربای استوانه‌ای طویل به شعاع  $R_{mag}$  قرار دارد (شکل ۱ را ببینید).

پیوستگی پتانسیل مغناطیسی و ۲- پیوستگی مولفه عمودی میدان مغناطیسی در مرز دو محیط، پتانسیل مغناطیسی به دست می‌آید [۲۴]:

$$f_{in}(r, \theta) = -\left[\frac{\mu_0 M_p}{\mu_0 + 2\mu_f} - \frac{\mu_0 M_p}{\mu_0 + 2\mu_f}\right] r \cos(\theta) \quad (r < R_p), \quad (4)$$

$$f_{out}(r, \theta) = -H_{ext} r \cos(\theta) + \left[\frac{(m_p - m_f) R_p H_{ext}}{m_p + 2m_f} + \frac{m_p R_p M_p}{m_p + 2m_f}\right] \frac{\cos(\theta)}{r^2} \quad (r > R_p), \quad (5)$$

که  $(r, \theta)$  در شکل ۱ نشان داده شده است. با اعمال عملیات گرادینان بر روی روابط (۴) و (۵) ( $\vec{H} = -\nabla\phi$ )، شدت میدان مغناطیسی در داخل و خارج ذره مغناطیسی محاسبه می‌شود. پتانسیل مغناطیسی ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی با اندازه گشتاور دوقطبی  $m_p^{eff}$  برابر است با:

$$f_{eff}(r, \theta) = m_p^{eff} \frac{\cos(\theta)}{4\pi r^2}, \quad (6)$$

با مقایسه رابطه (۶) و (۵)، اندازه گشتاور دوقطبی مؤثر به دست می‌آید:

$$m_p^{eff} = 4\pi \left[ \frac{(\mu_0 - \mu_f) R_p H_{ext}}{\mu_0 + 2\mu_f} + \frac{\mu_0 R_p M_p}{\mu_0 + 2\mu_f} \right], \quad (7)$$

اگر مغناطش ذره کمتر از مغناطش اشباع باشد، مغناطش آن با استفاده از رابطه  $\vec{M}_p = \chi_p \vec{H}_{in}$  محاسبه می‌شود که  $\vec{H}_{in}$  میدان مغناطیسی داخل نانوذرۀ کروی و  $\chi_p = \frac{\mu_p}{\mu_0} - 1$  است. بنابراین شدت میدان مغناطیسی داخل ذره، مغناطش ذره به ترتیب برابر است با:

$$\vec{H}_{in} = \frac{\chi_f(\chi_f + 1)}{[(\chi_p - \chi_f) + \chi_f(\chi_f + 1)]} \vec{H}_{ext}, \quad (8)$$

$$\vec{M}_p = \frac{\chi_p(c_f + 1)}{[(c_p - c_f) + \chi_f(c_f + 1)]} \vec{H}_{ext}, \quad (9)$$

با جایگذاری مقادیر (۸) و (۹)، در معادله (۷) گشتاور دوقطبی مؤثر به دست می‌آید:

$$\vec{m}_p^{eff} = V_p \frac{\chi_p(\chi_p - \chi_f)}{[(\chi_p - \chi_f) + \chi_f(\chi_f + 1)]} \vec{H}_{ext}, \quad (10)$$

که  $V_p$  حجم نانوذرۀ مغناطیسی است. با جایگذاری گشتاور دوقطبی مؤثر از رابطه (۱۰) در رابطه (۲)، نیروی مغناطیسی وارد بر نانوذرۀ به دست می‌آید:

است. مطالعات تحلیلی گبر و همکاران نشان می‌دهد که، فقط در شرایط  $FR_p \leq kT$  ( $F$  نیروی کل وارد بر ذره،  $k$  ثابت بولتزمن،  $R_p$  شعاع ذره و  $T$  دما است)، سهم ناشی از حرکت براونی را باید در محاسبات در نظر گرفت [۲۲]. گبر و همکاران نشان دادند که برای نانوذرات  $Fe_3O_4$  غوطه ور در آب، شعاع بحرانی نانوذرۀ حدود  $R_{p,c} = 40 \text{ nm}$  است. به عبارت دیگر برای شعاع‌های بزرگ‌تر از این مقدار بحرانی، سهم ناشی از حرکت براونی قابل صرف نظر کردن است. از طرف دیگر، برای شعاع‌های کوچک‌تر از این مقدار بحرانی، سهم ناشی از جریان پخش را نیز باید در نظر گرفت. در این مطالعه، شعاع‌های انتخاب شده بزرگ‌تر از مقدار بحرانی می‌باشد. بنابراین از حرکت براونی نانوذرۀ صرف نظر شده است.

به منظور محاسبه نیروی مغناطیسی، ذره مغناطش شده را با دوقطبی نقطه‌ای معادل با گشتاور دوقطبی  $\vec{m}_p^{eff}$  تعویض می‌کنیم [۲۳ و ۲۴]. بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابر است با:

$$\vec{F}_m = \mu_f (\vec{m}_p^{eff} \cdot \nabla) \vec{H}_{ext}, \quad (2)$$

$\vec{m}_p^{eff}$  گشتاور دوقطبی ذرات،  $\mu_f$  تراوایی مغناطیسی سیال زمینه و  $\vec{H}_{ext}$  شدت میدان مغناطیسی خارجی در مرکز ذره است. نیروی پس‌زنی سیال با رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$\vec{F}_f = -6\pi\eta R_p (\vec{v}_p - \vec{v}_f), \quad (3)$$

که  $\eta$  و شکسانی سیال،  $\vec{v}_f$  سرعت میانگین سیال زمینه و  $R_p$  شعاع ذره است.

برای محاسبه گشتاور دوقطبی نقطه‌ای معادل، ابتدا مسئله مقدار مرزی مگنتواستاتیک برای یک ذره کروی غوطه ور در سیال با مغناطش  $\vec{M}_p$  موازی با میدان مغناطیس اعمال شده را حل می‌کنیم. سپس گشتاور دوقطبی مؤثر را به گونه‌ای محاسبه می‌کنیم که میدان مغناطیسی تولید شده توسط این گشتاور دوقطبی نقطه‌ای در نواحی خارج ذره با میدان تولید شده توسط خود ذره یکسان است. فرض کنید که یک کره مغناطیسی با مغناطش  $M_p$  در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار گرفته است. از معادله لاپلاس برای پتانسیل مغناطیسی در داخل و خارج یک ذره کروی شکل به شعاع  $R_p$  و اعمال دو شرط مرزی ۱-

$$F_{fx} = -\epsilon\pi\eta R_p v_x, \quad (18)$$

$$F_{fz} = -\epsilon\pi\eta R_p \left\{ v_z - \overline{v_f} \left[ 1 - \left( \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{R_v} \right)^2 \right] \right\}, \quad (19)$$

برای محاسبه نیروی پس زنی سیال (۱۸) و (۱۹)، لازم است که در مورد وشکسانی خون اطلاعات لازم را داشته باشیم. محیطی است که شامل ذرات معلق گلبول های قرمز و سفید و همچنین پلاکت در مایع پلاسما می باشد. پلاسمای خون یک مایع تراکم ناپذیر با وشکسانی  $\eta_{plasma} = 0.03 \text{ Ns/m}^2$  است. درصد گلبول های قرمز در کل حجم خون را هماتوکریت می گویند که در حالت نرمال این عدد حدود ۴۵ درصد است. ویژگی های شارشی (رئولوژی) جریان خون وابسته به عوامل متعددی از جمله وشکسانی خون، عدد هماتوکریت، قطر مویرگ، سرعت سیال و ... است. برای پلاکت خون ۰.۴۵، وشکسانی مؤثر خون از رابطه زیر پیروی می کند [۲۶]:

$$\eta = \left( \frac{D}{D-1/1} \right)^2 \left[ 1 + (\eta_{0/45} - 1) \frac{0.55^e - 1}{0.45^e - 1} \left( \frac{D}{D-1/1} \right)^2 \right] \eta_{plasma}, \quad (20)$$

که

$$\eta_{0/45} = (6 \exp(-0.085D) + 3/2 - 2/44 \exp(-0.06D))^{0.645}, \quad (21)$$

$$e = (0.8 + \exp(-0.075D)) \left( \frac{1}{1 + D^{12} \times 10^{-11}} - 1 \right) + \frac{1}{1 + D^{12} \times 10^{-11}}, \quad (22)$$

و  $D = 2R_v$  قطر مویرگ است. رفتار ریاضی تابع (۲۰) بیانگر این نکته است که برای مویرگ های با قطر کمتر از ۱۰۰ میکرومتر، با کاهش شعاع مویرگ، وشکسانی خون افزایش می یابد. مطالعات انجام شده نشان می دهد که هماتوکریت خون، زمانی که خون از یک رگ بزرگ به یک رگ کوچک شارش می کند، کاهش می یابد. به این پدیده، اثر فاهریوس می گویند [۲۷]. رفتار ریاضی معادله (۲۰) نشان می دهد که  $\eta$  با کاهش شعاع رگ، کاهش می یابد و کمینه مقداری بین عدد  $10 \mu\text{m}$  تا  $100 \mu\text{m}$  دارد [۲۸]. به این پدیده فیزیکی به اثر فاهریوس-لیندکوئیست<sup>۲</sup> می گویند که در واقع ناشی از حرکت سلول های خونی به سمت محور مرکزی رگ می باشد که منجر به کاهش وشکسانی خون با کاهش قطر رگ کوچک می شود [۲۹].

$$\vec{F}_m = \mu_f V_p \frac{r(\chi_p - \chi_f)}{[(\chi_p - \chi_f) + r(\chi_f + 1)]} (\vec{H}_{ext} \cdot \vec{V}) \vec{H}_{ext}, \quad (11)$$

با توجه به تقارن مسئله نسبت به محور  $y$ ، میدان مغناطیسی تولید شده توسط یک آهنربای استوانه ای بسیار طولی به صورت زیر توصیف می شود:

$$\vec{H}_{ext}(x, z) = H_{ext,i}(x, z) \hat{i} + H_{ext,k}(x, z) \hat{k}, \quad (12)$$

در دستگاه مختصات دکارتی، میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای استوانه ای طولی با مغناطش  $\vec{M}_s$  و شعاع  $R_{mag}$  برابر است با [۲۳]

$$\vec{H}_{ext}(x, z) = \frac{M_s R_{mag}^2}{2} \frac{(x^2 - z^2)}{(x^2 + z^2)^2} \hat{i} + \frac{M_s R_{mag}^2}{2} \frac{2xz}{(x^2 + z^2)^2} \hat{k}, \quad (13)$$

با جایگذاری میدان مغناطیسی (۱۳) و گرادیان آن در معادله (۱۱)، دو مولفه نیروی مغناطیسی وارد بر نانو ذرات مغناطیسی برابر است با:

$$F_{mx} = -\mu_f V_p \frac{r(\chi_p - \chi_f) M_s^2}{[(\chi_p - \chi_f) + r(\chi_f + 1)]} R_{mag}^2 \frac{(x+d)}{2[(x+d)^2 + z^2]^2}, \quad (14)$$

$$F_{mz} = -m_f V_p \frac{r(c_p - c_f) M_s^2}{[(c_p - c_f) + r(c_f + 1)]} R_{mag}^2 \frac{z}{2[(x+d)^2 + z^2]^2}, \quad (15)$$

در حد  $\chi_f = 1$ ، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\vec{F}_m = -\mu_0 V_p \frac{r(\chi_p - \chi_f) M_s^2}{(\chi_p - \chi_f) + r} R_{mag}^2 \frac{(x+d) \hat{i} + z \hat{k}}{2[(x+d)^2 + z^2]^2}, \quad (16)$$

برای محاسبه نیروی پس زنی سیال، به سرعت سیال زمینه در کانال استوانه ای نیاز داریم. برای یک جریان آرام در حد اعداد رینولدز کوچک و در یک کانال استوانه ای طولی به شعاع  $R_v$ ، سرعت سیال زمینه در امتداد محور  $z$  قرار گرفته و از رابطه جریان پوازی<sup>۱</sup> پیروی می کند [۲۵]

$$\vec{v}_f = 2\vec{v}_f \left[ 1 - \left( \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{R_v} \right)^2 \right] \hat{k}, \quad (17)$$

که میانگین محوری سرعت سیال است. با جایگذاری معادله (۱۷) در معادله (۳)، مولفه های نیروی پس زنی سیال در جهت  $x$  و  $z$  به ترتیب برابر است با:

۲. Fahraeus-Lindqvist effect

۱. Poiseuille

که با جایگذاری معادلات (۱۴)، (۱۵)، (۱۸) و (۱۹) در معادله

دوم نیوتون (۱)، معادلات حرکت نانوذره مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$C = \frac{\mu_0 R_p^3 (\chi_p - \chi_f) M_s^* R_{mag}^*}{6\eta R_v \bar{v}_f d^3 ((\chi_p - \chi_f) + \beta)} \quad (33)$$

$$\beta = \frac{R_v}{d} \quad (34)$$

برای حل معادلات (۳۱) و (۳۲) ابتدا باید به این نکته توجه کنیم که در سیستم‌های ریزسیال همانند مویرگ، سرعت شارش خون در یک کانال با قطر  $75 \mu m$  از مرتبه  $15 mm/s$  است، در این حد، عدد رینولدز از یک خیلی کوچک‌تر است. برای نانوذراتی همانند اکسید آهن با چگالی جرم  $5000 kg/m^3$  و شعاعی از مرتبه  $250 nm$ ، نیروی گرانش از مرتبه  $10^{-3} pN$  است که در مقایسه با کمیت‌های دیگر قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در عدد رینولدز بسیار کوچک‌تر از یک، می‌توان از جرم نانوذره صرف‌نظر کرد. بنابراین با استفاده از تقریب  $\bar{m} \ll 1$  و  $\beta = 1$ ، معادلات (۳۱) و (۳۲) به شکل زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\bar{v}_x = \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = -C \frac{1}{(1 + \bar{z}^2)^3} \quad (35)$$

$$\bar{v}_z = \frac{d\bar{z}}{d\bar{t}} = (1 - \bar{x}^2) \quad (36)$$

با تقسیم معادله (۳۳) بر معادله (۳۴) خواهیم داشت:

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{z}} = -\frac{C}{(1 + \bar{z}^2)^3 (1 - \bar{x}^2)} \quad (37)$$

معادله دیفرانسیل (۳۷) بیانگر معادله دیفرانسیل مسیر حرکت نانوذره در صفحه  $x, z$  است. با انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل (۳۷)، معادله مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی به دست می‌آید:

$$\bar{x}^3 - 3\bar{x} + 3g(\bar{x}_d, \bar{z}_d, \bar{z}) = 0 \quad (38)$$

که

$$g(\bar{x}_d, \bar{z}_d, \bar{z}) = \left( \bar{x}_d - \frac{\bar{x}_d^3}{3} \right) \quad (39)$$

$$-C \left[ \frac{3}{8} [\tan^{-1}(\bar{z}) - \tan^{-1}(\bar{z}_d)] + \frac{1}{8} \left( \frac{\bar{z}(3\bar{z}^2 + 5)}{(1 + \bar{z}^2)^2} - \frac{\bar{z}_d(3\bar{z}_d + 5)}{(1 + \bar{z}_d^2)^2} \right) \right]$$

و  $\bar{x}_d$  و  $\bar{z}_d$  مختصات نرمال شده اولیه نانوذره مغناطیسی در کانال مویرگ است.

$$m \frac{dv_x}{dt} = -\mu_0 V_p \frac{3(\chi_p - \chi_f) M_s^* R_{mag}^*}{(\chi_p - \chi_f) + \beta} \frac{(x+d)}{\sqrt{[(x+d)^2 + z^2]^3}} - 6\pi\eta R_p v_x \quad (23)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = -\mu_0 V_p \frac{3(\chi_p - \chi_f) M_s^* R_{mag}^*}{(\chi_p - \chi_f) + \beta} \frac{z}{\sqrt{[(x+d)^2 + z^2]^3}} - 6\pi\eta R_p \left\{ v_z - \bar{v}_f \left[ 1 - \left( \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{R_v} \right)^2 \right] \right\} \quad (24)$$

### ۳. روش عددی

قبل از حل معادله لازم است کلیه کمیت‌های فیزیکی تعریف شده در این مسئله را بدون بعد کنیم. برای بدون بعد سازی این کمیت‌ها از تعاریف زیر استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x}{R_v} \quad (25)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{d} \quad (26)$$

$$\bar{t} = \frac{3\eta \bar{v}_f}{d} t \quad (27)$$

$$\bar{v}_x = v_x \frac{d}{3\eta \bar{v}_f R_p} \quad (28)$$

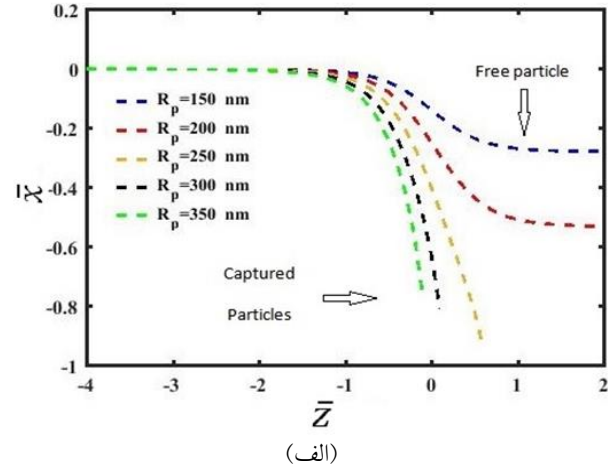
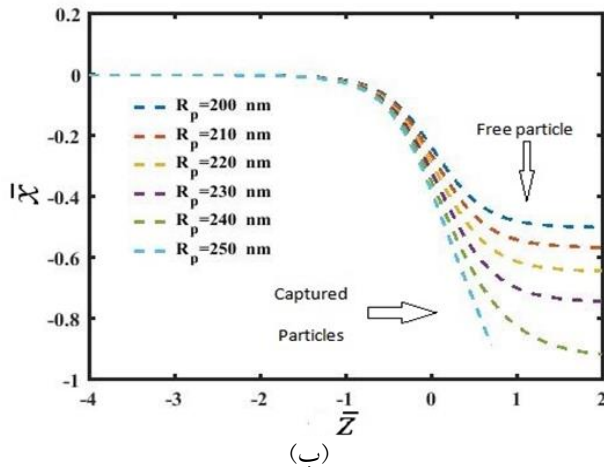
$$\bar{v}_z = \frac{v_z}{3\eta \bar{v}_f} \quad (29)$$

$$\bar{m} = \frac{3\eta \bar{v}_f \rho_p R_p^3}{9d\eta} \quad (30)$$

با استفاده از روابط (۲۲) تا (۲۷)، معادلات دیفرانسیل (۲۰) و (۲۱) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\bar{m} \frac{d\bar{v}_x}{d\bar{t}} = -C \frac{\beta \bar{x} + 1}{[(\beta \bar{x} + 1)^2 + \bar{z}^2]^3} - \bar{v}_x \quad (31)$$

$$\bar{m} \frac{d\bar{v}_z}{d\bar{t}} = -C\beta \frac{\bar{z}}{[(\beta \bar{x} + 1)^2 + \bar{z}^2]^3} - [\bar{v}_z - (1 - \bar{x}^2)] \quad (32)$$



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) مسیر حرکت ذره در داخل مویرگ برای مقدار متفاوت شعاع نانو ذره فرومغناطیس و (ب) مسیر حرکت نانو ذره برای پیدا کردن مقدار بحرانی شعاع ذره به دام افتاده در بازه شعاعی ۲۰۰ نانومتر تا ۲۵۰ نانومتر.

میدان مغناطیسی به دام می افتد. علت فیزیکی این امر ناشی از این واقعیت است که نیروی مغناطیسی وارد بر نانو ذره با توان سوم شعاع ذره متناسب است. بنابراین با افزایش شعاع نانو ذره، سهم نیروی مغناطیسی نیز افزایش یافته که این امر باعث به دام افتادن ذره در شعاع های بزرگ تر می شود.

شکل ۳ مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت شعاع رگ و با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان را نشان می دهد. برای بررسی دقیق رفتار وابستگی مسیر حرکت به شعاع مویرگ، شعاع متفاوت کانال را در نظر گرفته و بقیه کمیت های مسئله از جمله مغناطش اشباع ذره، مغناطش آهنربا، شعاع ذره، وشکسانی پلاسما و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفته ایم. نتایج عددی نشان می دهد که نانوذرات با شعاع ۲۰۰ میکرومتر و شناور در کانال هایی با شعاع کوچک تر از ۴۰ میکرومتر، این ذرات فرومغناطیس در میدان مغناطیسی به دام می افتد. نتایج نشان می دهد که با کاهش شعاع رگ، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. علت فیزیکی ناشی از این واقعیت است که با کاهش شعاع مویرگ، وشکسانی سیال خون افزایش یافته است.

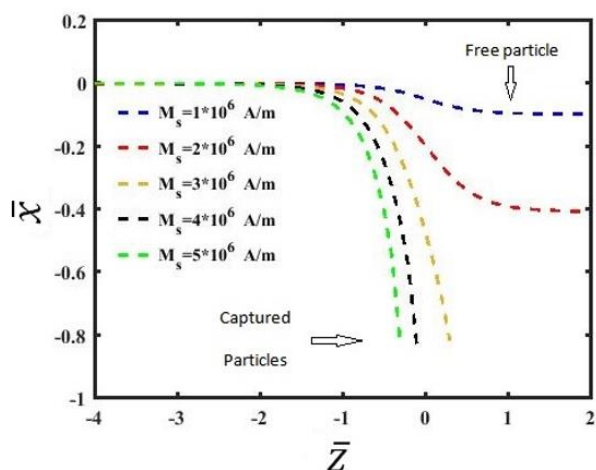
مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر مختلف مغناطش آهنربا با پذیرفتاری وابسته به میدان در شکل ۴ نمایش داده شده است. برای بررسی تأثیر اندازه مغناطش آهنربا بر مسیر حرکت ذره، مغناطش آهنربا را متغیر در نظر گرفته و بقیه

برخلاف مطالعات قبلی که پذیرفتاری مغناطیسی را ثابت در نظر گرفته اند، در این مطالعه پذیرفتاری مغناطیسی را تابعی از میدان مغناطیسی در نظر گرفته ایم. بنابراین ابتدا لازم است برای هر میدان مغناطیسی داده شده، پذیرفتاری مغناطیسی را به دست آوریم. سپس برای هر مقدار داده شده  $\bar{z}$  معادله (۳۷) را به روش عددی حل می کنیم. به ازای هر مقدار داده شده  $\bar{z}$ ، معادله (۳۷) سه جواب دارد که فقط یکی از این جواب ها، قابل قبول و فیزیکی است.

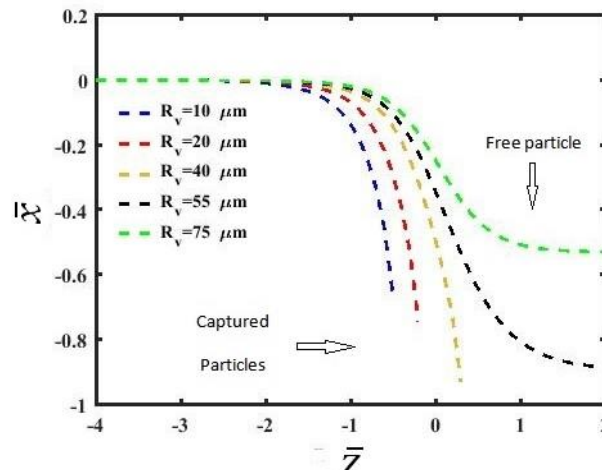
#### ۴. نتایج

در این مطالعه چگونگی مسیر حرکت نانو ذره مغناطیسی در حضور آهنربای کروی شکل با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی قوی مورد بررسی قرار می گیرد. عوامل متعددی از جمله شعاع نانو ذره، مغناطش نانو ذره مغناطیسی، مغناطش آهنربا، شعاع کانال سیال، و سرعت سیال در نحوه به دام افتادن نانو ذره مغناطیسی و مسیر حرکت آن در مویرگ نقش ایفا می کند. در این بخش، نقش هر یک از این کمیت ها را در مسیر حرکت نانو ذره به صورت جداگانه بررسی می کنیم.

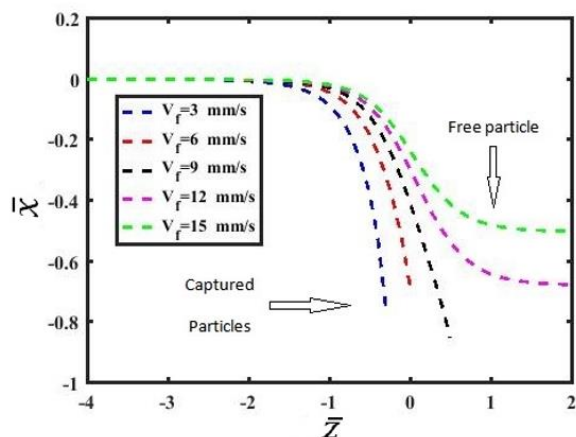
شکل ۲ ابتدا مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت اندازه ذره را نشان می دهد. نتایج عددی نشان می دهد که با افزایش شعاع ذره، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. همان طور که در شکل ۲. ب نشان داده شده است، برای شعاع های بزرگ تر از ۲۵۰ نانومتر، نانو ذره مغناطیسی توسط



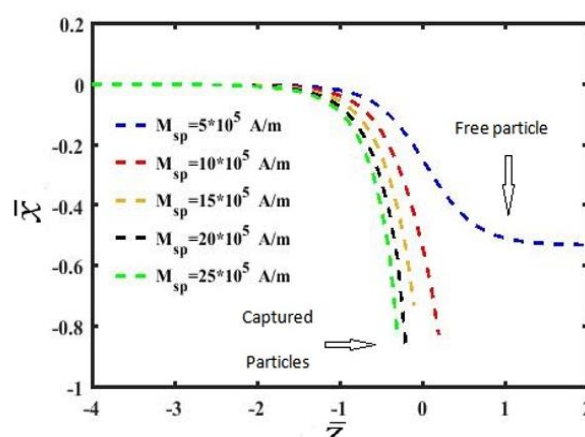
شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مسیر حرکت نانو ذره با شعاع ثابت ۲۰۰ nm به مقادیر مختلف مغناطش آهنربا.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر حرکت نانو ذره فرومغناطیس با شعاع ثابت ۲۰۰ nm برای پنج مقدار متفاوت شعاع مویرگ.



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر حرکت نانو ذره مغناطیسی برای سرعت های متفاوت سیال زمینه.



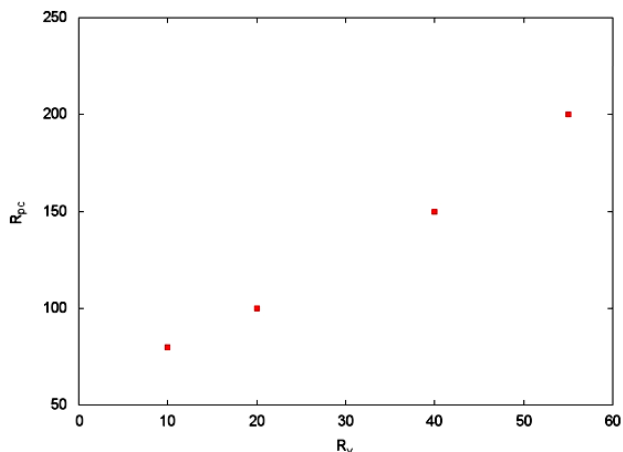
شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مسیر حرکت ذره به مغناطش اشباع نانو ذره مغناطیسی برای مقادیر ثابت شعاع ذره، سرعت سیال زمینه، و شعاع مویرگ.

شکل ۵ مسیر حرکت ذره را در داخل کانال برای مقادیر متفاوت مغناطش اشباع ذره و با پذیرفتاری وابسته به میدان نشان می دهد. برای بررسی اثر مغناطش اشباع ذره بر مسیر حرکت نانو ذرات مغناطیسی شناور در رگ، مغناطش اشباع ذره را متغیر و وشکسانی پلاسما، شعاع ذره، مغناطش آهنربا، شعاع رگ و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفتیم. نتایج عددی نشان می دهد که با افزایش شدت مغناطش اشباع ذره، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد.

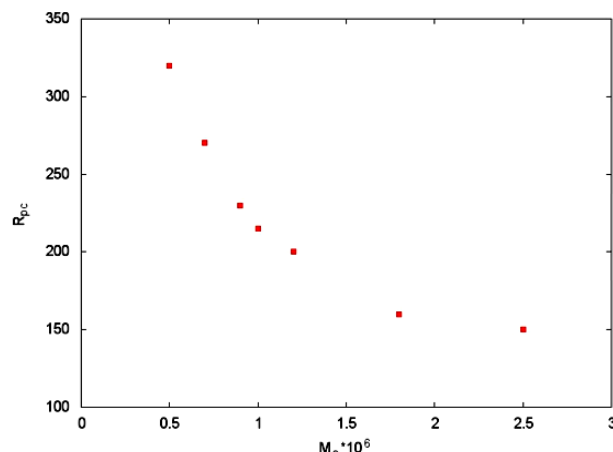
شکل ۶ توصیف کننده مسیر حرکت ذره را در داخل کانال

کمیت های تعریف شده در مسئله همانند شعاع رگ، شعاع ذره، مغناطش اشباع ذره، وشکسانی پلاسما و سرعت سیال را ثابت در نظر گرفته ایم. نتایج عددی نشان می دهد که با افزایش شدت مغناطش آهنربا، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می یابد. علت فیزیکی این امر ناشی از این واقعیت است که با نیروی جاذبه مغناطیسی وارد بر ذره با توان دوم مغناطش آهنربا متناسب است. بنابراین با افزایش قدرت مغناطش آهنربا، نیروی جاذبه وارد بر نانو ذره افزایش یافته که این امر باعث به دام افتادن ذره توسط آهنربا در مقادیر مغناطش بالا می شود.





شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات شعاع بحرانی نانوذره فرومغناطیس با شعاع مویرگ.



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) شعاع بحرانی نانوذره فرومغناطیس بر حسب مغناطش آهنربا.

حرکت ذره مغناطیسی به شعاع کانال مویرگ، تغییرات شعاع بحرانی نانوذره مغناطیسی با شعاع کانال را مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل ۸ تغییرات شعاع بحرانی نانوذره مغناطیسی به شعاع مویرگ را نشان می‌دهد. نتایج عددی نشان می‌دهد که با افزایش قطر مویرگ، شعاع بحرانی نانوذره مغناطیسی افزایش می‌یابد.

برای مقایسه دینامیک حرکت نانوذره فرومغناطیس با نانوذره پارامغناطیس در میدان مغناطیسی، معادله ۳۷ برای یک نانوذره با پذیرفتاری مغناطیسی ثابت ( $M_p = 3H_{ext}$ ) حل شده است. جدول ۱ مقایسه بین مقادیر بحرانی به دست آمده برای نانو ذره فرومغناطیس با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی و نانوذره پارامغناطیس با پذیرفتاری ثابت را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که شعاع بحرانی رگ از مقدار ۵۵ نانومتر برای ذره پارامغناطیس به ۴۰ نانومتر برای ذره فرومغناطیس کاهش می‌یابد. مغناطش بحرانی آهنربا برای ذره فرومغناطیس بزرگ‌تر از پارامغناطیس است. همان‌طور که در جدول ۱ نشان داده شده است، مقدار بحرانی برای شعاع ذره در هر دو حالت یکی است.

### ۵. نتیجه‌گیری

با استفاده از قانون دوم نیوتون و بدون بعد کردن کمیت‌های

برای مقادیر متفاوت سرعت سیال و با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی است. به منظور بررسی تأثیر سرعت سیال زمینه بر مسیر حرکت ذره و نحوه به دام افتادن ذره مغناطیسی در میدان مغناطیسی مفروض، وشکسانی پلاسما، شعاع ذره، مغناطش آهنربا، شعاع رگ و مغناطش اشباع ذره را ثابت در نظر گرفته و مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی را برای شش مقدار متفاوت سرعت سیال زمینه بررسی می‌کنیم. نتایج عددی نشان می‌دهد که با کاهش شدت سرعت سیال، احتمال به دام افتادن ذره افزایش می‌یابد. مقدار بحرانی سرعت میانگین سیال برای حالت قطره به دام افتاده و آزاد در شکل نشان داده شده است.

بر مبنای نتایج عددی به دست آمده، اکنون وابستگی شعاع بحرانی نانوذره،  $R_{pc}$ ، به مغناطش آهنربا را بررسی می‌کنیم. به ازای هر مقدار مغناطش داده شده، شعاع بحرانی بین حالت ذره آزاد و ذره به دام افتاده شده را به دست می‌آوریم. نتایج وابستگی شعاع بحرانی ذره به مغناطش آهنربا در شکل ۷ نشان داده شده است. نتایج عددی بیان می‌کند که با افزایش مغناطش آهنربا، شعاع بحرانی نانوذره کاهش می‌یابد.

بررسی رفتار شعاع بحرانی نانوذره مغناطیسی،  $R_{pc}$ ، به شعاع مویرگ، یکی دیگر از نتایج جذاب برای درک بهتر دینامیک حرکت نانوذرات مغناطیسی در مویرگ‌های مستقیم است. با استفاده از نتایج به دست آمده از وابستگی مسیر

جدول ۱. مقایسه اعداد بحرانی بین ذره با پذیرفتاری ثابت (پارامغناطیس) و ذره با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان (فرومغناطیس).

متغیر بحرانی	پارامغناطیس	فرومغناطیس
شعاع بحرانی نانوذره	۲۵۰ nm	۲۵۰ nm
شعاع بحرانی رگ	۵۵ $\mu\text{m}$	۴۰ $\mu\text{m}$
مغناطش بحرانی آهنربا	$۲ \times ۱۰^{-۶} \text{ A/m}$	$۳ \times ۱۰^{-۶} \text{ A/m}$
سرعت بحرانی سیال	۱۲ mm/s	۹ mm/s

استفاده از وشکسانی وابسته به قطر مویرگ در محاسبه نیروی مغناطیسی و نیروی پس زنی سیال است. نتایج عددی ما نشان می دهد که مسیر حرکت نانوذره مغناطیسی به وشکسانی، مغناطش، مغناطش اشباع و شعاع ذره ارتباط دارد. از این مدل در عرصه پزشکی برای درمان سرطان از طریق انتقال هوشمند دارو به جریان خون و ناحیه تومور سرطانی، می توان استفاده کرد.

فیزیکی مسئله، معادله مسیر حرکت نانو ذره مغناطیسی در ریزسیال مورد مطالعه قرار گرفت. در این راستا، ابتدا با حل معادلات الکترومغناطیس، میدان مغناطیسی ناشی از یک آهنربای استوانه ای در نواحی مختلف فضا محاسبه شده است. ویژگی و نوآوری بارز این مطالعه، بررسی حرکت نانوذرات مغناطیسی با پذیرفتاری مغناطیسی وابسته به میدان مغناطیسی و همچنین

## مراجع

- Lanceros-Méndez, *Sens. Actuators B Chem.* **255**, (2018) 2384.
16. H Cho, J Kim, H Song, K Y Sohn, M Jeon, and K H Han, *Analyst* **143**, 13 (2018) 2936.
17. E P Furlani, Y Sahoo, K C Ng, J C Wortman, and T E Monk, *Biomed. Microdevices* **9**, 4 (2007) 451.
18. B N Zhao, *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications* **11**, 02 (2019) 17.
19. Y Zhu, B Zhang, J Gu, and S Li, *J. Magn. Magn. Mater.* **501** (2020) 166485.
20. J Gómez-Pastora, I H Karampelas, E Bringas, E P Furlani, and I Ortiz, *Sci. Rep.* **9**, 1 (2019) 1.
21. Z Wang, C Liu, W Wei, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* **60**, 2 (2019) 281.
22. R Gerber, M Takayasu, and F J Friedlaender. *IEEE Transactions on Magnetics* 19 5 (1983) 2115.
23. T H Boyer, *Am. J. Phys.* **56** (1988) 688.
24. T P Jones, "Electromechanic of particles", Cambridge University Press, Cambridge, UK, (1985).
25. G K Batchelor, "An Introduction in Fluid Dynamics", Cambridge University Press, Cambridge, UK (1970).
26. A R Pries, T W Secomb, and P Gaehtgens, *Cardiovasc. Res.* **32** (1996) 654.
27. R F Haynes, *Am. J. Physiol.* **198** (1960) 1193.
28. A R Pries, T W Secomb, and P. Gaehtgens. *Cardiovascular research* 32,4 (1996) 654.
29. R Chebbi, *Journal Biol. Phys.* **41** (2015) 313.
1. S E Ong, S Zhang, H Du, and Y Fu, *Front. Biosci.* **13**, 7 (2008) 2757.
2. L Y Yeo, H C Chang, P P Chan and J R Friend, *Small* **7**, 1(2011)12.
3. G M Whitesides, *Nature* **442** 7101 (2006) 368.
4. E Kadivar and A Alizadeh, *Eur. Phys. J. E* **40**, 3 (2017) 31.
5. M Hashimoto, P Garstecki, H A Stone, and G M Whitesides, *Soft Matter* **4** (2008) 1403.
6. E Kadivar, *EPL (Europhysics Letters)* **106**, 2 (2014) 24003.
7. A Khan, X D, Niu, Y Li, M F Wen, D C Li, and H Yamaguchi, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **92**, 11 (2020) 1584.
8. R S Molday, S P S Yen, and A Rembaum, *Nature* **268**, 5619 (1977) 437
9. A Thiel, A Scheffold, and A Radbruch, *Immunotechnology* **4** 2 (1998) 89.
10. N Pamme, *Lab on a Chip* **6**, 1 (2006) 24.
11. E P Furlani and K C Ng, *Phys. Rev. E.* **73**, 6 (2006) 061919.
12. J Kim, M Massoudi, J F Antaki, and A Gandini, *Applied Mathematics and Computation* **218**, 12 (2012) 6841.
13. B D Plouffe, S K Murthy, and L H Lewis, *Rep. Prog. Phys.* **78**, 1 (2014) 016601.
14. R Zhou, Q Yang, F Bai, J A Werner, H Shi, Y Ma, and C Wang, *Microfluid. Nanofluidics* **20**, 7 (2016) 110.
15. V F Cardoso, D Miranda, G Botelho, G Minas, and S