



## شبیه‌سازی شکندگی گرمایی چلانگی خلأ در یک کاواک واهلشی با اتلاف دو فوتونی

صدیقه احمدی و محمود صادقی

گروه فیزیک، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

پست الکترونیکی: m.sadeghi@hormozgan.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۲۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۳/۲۹)

### چکیده

در این پژوهش، شکندگی چلانگی، در تولید نور کوانتومی چلانده، در اثر تماس با یک منبع حرارتی شبیه‌سازی شده است. به این منظور، از یک کاواک واهلشی تک مد با یک محیط غیرخطی با پذیرفتاری مرتبه دوم غیر صفر استفاده شده است. محیط غیرخطی کاواک، با یک پمپ لیزر با بسامد معین تحریک می‌شود و جفت فوتون‌های یکسان با بسامد نصف لیزر محرک تولید می‌شود. به این فرایند اصطلاحاً تبدیل نزولی پارامتری واگن می‌گویند. در غیاب هر نوع اتلاfi، شبیه‌سازی، یک چلانگی با پارامتر تابع خطی از زمان را به دست می‌دهد که با محاسبات تحلیلی کاملاً سازگار است. در حضور اتلاف دو فوتونی ناشی از تماس سامانه با یک منبع سرد، رقابت بین بهره حاصل از لیزر محرک و اتلاف دو فوتونی، منجر به چلانگی پایدار برای خلأ اولیه در حالت پایای سامانه می‌گردد. در انتها، نشان داده شده است که یک منبع با دمای غیر صفر، منجر به حذف چلانگی و رسیدن تابش نهایی کاواک، به یک مخلوط حرارتی از حالت‌های فوک می‌شود.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی، خلأ چلانده، شکندگی چلانگی، اتلاف دو فوتونی

### ۱. مقدمه

آشکارسازی قرار گرفته‌اند [۲ و ۳]. اولین قدم جهت تولید هر کدام از حالت‌های مذکور، یافتن هامیلتونی مناسب است که با یک تحول یکانی و یا غیر یکانی، سامانه را به حالت مورد نظر برساند [۴-۶].

یک حالت کوانتومی را حالت چلانده می‌گویند اگر واریانس عملگر تربیع<sup>۳</sup> میدان در یک جهت دلخواه  $\hat{X}_\theta = \hat{X}_1 \cos \theta + \hat{X}_2 \sin \theta$ ، کمتر از یک چهارم (واریانس خلأ) شود [۷]:

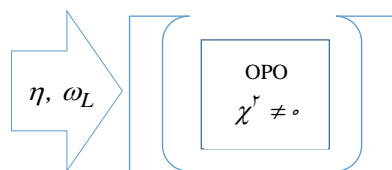
$$\langle (\Delta X_\theta)^2 \rangle < 0.25, \quad (1)$$

مهندسی ایجاد حالت‌های مختلف کوانتومی نور یکی از شاخه‌های مهم اپتیک کوانتومی است [۱]. هرکدام از حالت‌های نور به دلیل ویژگی‌های خاص خود می‌تواند کاربردهای مختلفی در اپتیک کاربردی داشته باشند. حالت‌های فوک، حالت‌های همدوس استاندارد و غیرخطی، حالت‌های همدوس چلانده<sup>۱</sup> و حالت‌های گریه‌ای<sup>۲</sup> از جمله حالت‌های نور کوانتومی هستند که هم به صورت نظری و هم عملی مورد بررسی، تولید و

۱. Squeezed coherent states

۲. Cat states.

۳. Quadrature operator



شکل ۱. نمای یک کاواک تک مد با محیط غیرخطی در معرض یک لیزر محرک کلاسیکی با قدرت  $\eta$  و بسامد  $\omega_L$ .

تربیع استفاده شد [۶] در آن زمان، عامل چلانندی در حدود دو تا سه دسی بل به دست آمد ولی امروزه این مقدار به بالای ده دسی بل افزایش یافته است [۷، ۱۲].

نور چلاننده در تداخل سنجی [۷، ۱۳]، کیهان‌شناسی و آشکارسازی امواج گرانشی [۱۴، ۱۵]، فیزیک ذرات [۱۶]، حالت جامد [۱۷] و حوزه‌های متنوع دیگری از فیزیک مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیق، چلانندی خلأ و حساسیت آن نسبت به گرمای ورودی از محیط، توسط نوارابزار کوانتوم برای پایتون<sup>۲</sup> شبیه‌سازی و بررسی خواهد شد. سامانه مورد استفاده، یک کاواک با محیط غیرخطی همراه با یک پمپ لیزر محرک کلاسیکی است که در شکل ۱ نشان داده شده است. در سه وضعیت سامانه بسته بدون اتلاف، سامانه باز در تماس با یک منبع سرد و سامانه باز در تماس با یک منبع گرم که باعث اتلاف دو فوتونی سامانه شود، شبیه‌سازی انجام می‌گیرد. روند بررسی به صورت زیر خواهد بود: در ابتدا هامیلتونی سامانه مورد نیاز تعیین خواهد شد و سپس با حل معادله مستر<sup>۳</sup>، تحول زمانی سامانه در سه وضعیت فوق تعیین می‌شوند. در وضعیت بدون اتلاف، محاسبات تحلیلی، یک چلانندی تابع زمان را نشان می‌دهند [۱۸] و در وضعیت با اتلاف دوفوتونی، انتظار می‌رود رقابت بین بهره و اتلاف، منجر به یک چلانندی پایدار در تعادل سامانه با محیط شود. رصد این تحول در سه وضعیت ذکر شده شبیه‌سازی و در حالت بدون اتلاف با محاسبات تحلیلی موجود مقایسه خواهد شد.

## ۲. دینامیک سامانه

یک کاواک اپتیکی را که از یک محیط غیرخطی با پذیرفتاری

$\hat{X}_1$  و  $\hat{X}_2$  عملگرهای تربیع میدان در جهت  $x$  و  $y$  هستند:

$$\begin{aligned}\hat{X}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a + a^\dagger), \\ \hat{X}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a - a^\dagger).\end{aligned}\quad (2)$$

زاویه‌ای که کمترین واریانس زیر  $0/25$  را دارد، زاویه چلانندی  $\theta$  می‌گویند. چلانندی در تربیع  $\hat{X}_\theta$ ، به مفهوم کمتر بودن نوفه در عملگر تربیع میدان در جهت  $\theta$ ، نسبت به حالت خلأ (یا همدوس) است؛ بنابراین می‌توان عامل چلانندی را برحسب دسی بل ( $dB$ )، به صورت زیر تعریف کرد:

$$S = -10 \log_{10} \left[ \frac{\langle (\Delta X_\theta)^2 \rangle}{\langle (\Delta X_{vac})^2 \rangle} \right]. \quad (3)$$

در تعریف فوق  $\langle (\Delta X_{vac})^2 \rangle$ ، واریانس میدان خلأ (یا همدوس) است که مقدار آن  $0/25$  است. چلانندی برحسب دسی بل بزرگ‌تر، به معنی واریانس در عملگر تربیع  $\hat{X}_\theta$  کوچک‌تر است.

نور چلاننده اولین بار در اواسط دهه هشتاد تولید شد [۸، ۹]. چلانندی می‌تواند از اختلاط یک موج با همیوگ آن در یک محیط غیرخطی حاصل شود [۱۰]. در سال ۱۹۷۹، اختلاط چهارموجی جهت تولید نور چلاننده پیشنهاد داده شد [۱۱]. در این روش چهار موج نوری، حاصل از یک جفت پمپ قوی و یک جفت پمپ ضعیف، در محیط غیرخطی با هم ترکیب می‌شوند. در اثر این ترکیب، یکی از امواج ضعیف همیوگ موج ضعیف دوم شده به نحوی که پس از عبور از یک مقسم پرتو، عدم تقارن در واریانس عملگرهای تربیع برای موج خروجی حاصل می‌شود. در سال ۱۹۸۵ اولین بار از این فرایند در تولید نور چلاننده استفاده شد [۹]. سال بعد از اختلاط سه موجی همراه با تبدیل نزولی پارامتری واگن جهت کم کردن واریانس عملگرهای

۲. Quantum Toolbox in Python

۳. Master equation

۱. Squeeze angle

**الف- در غیاب هر نوع محیط اتلافی**

توسط یک لیزر کلاسیکی با قدرت  $\eta$ ، یک کاواک که در حالت پایه (خلاً) قرار دارد و داخل آن از یک ماده غیرخطی پر شده است را تحریک می‌کنیم. تحول زمانی سامانه در غیاب محیط اتلافی، از حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\rho} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H_{eff}], \quad (۸)$$

$\rho$  ماتریس چگالی کاواک در دستگاه چرخنده و  $H_{eff}$  هامیلتونی مؤثر سامانه در دستگاه چرخنده، از رابطه (۶) حاصل می‌شود. حالت خلاً چلانده بر حسب ویژه حالت‌های تعداد یا فوک به صورت زیر هستند [۱۸]:

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \times \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\sqrt{(2m)!}}{r^m m!} e^{im\theta} (\tanh r)^m |2m\rangle, \quad (۹)$$

رابطه فوق اشغال شدن فقط حالت‌های زوج را برای فوتون‌های خلاً چلانده نشان می‌دهد. طبق محاسبات قسمت قبل، پمپ محرک  $i\hbar(\eta^* a^\dagger - \eta a^{\dagger\dagger})$  در غیاب واکوکی، یک حالت خلاً چلانده تابع زمان ایجاد می‌کند  $|\xi(t)\rangle = |\eta t\rangle = |\chi^\dagger \beta t\rangle$ . البته همواره به دلیل وجود اتلاف هرچند کوچک در سامانه، در عمل نمی‌توان نتایج مطلوب و دقیق این قسمت را به‌جز برای بازه زمانی کوتاه پس از روشن شدن پمپ، به‌دست آورد [۱۹]. در اینجا فرایند را از شبیه‌سازی سامانه، تحقیق خواهیم کرد.

**نتایج شبیه‌سازی در غیاب اتلاف**

با حل معادله لیوویل ون نیومن رابطه (۸)، ماتریس چگالی تابش کاواک حاصل می‌شود. با معلوم شدن  $\rho(t)$  تمام اطلاعات تحول تابش معلوم می‌شود. پارامترهای شبیه‌سازی سامانه را به صورت زیر فرض می‌کنیم: بعد فضای هیلبرت تابش  $N=12$ ، ثابت پلانک  $\hbar=1$ ، قدرت لیزر محرک کلاسیکی  $\eta=0.05\omega$ ، واکوکی کاواک و پمپ  $\Delta=0$ . در شکل‌ها محور زمان، بهنجار شده و بدون بعد به صورت  $\omega t$  هستند.

شکل ۲ متوسط تعداد فوتون‌ها را ضمن تحول زمانی

الکتریکی مرتبه دوم غیر صفر  $\neq 0$   $\chi^\dagger$  پر شده است و در معرض تابش یک لیزر کلاسیکی قرار دارد بررسی می‌کنیم. هامیلتونی کل سامانه با فرض کوانتومی بودن تابش‌ها و وقوع یک تبدیل نزولی پارامتری واگن، به صورت اولیه زیر است [۱۸]:

$$H = \hbar\omega a^\dagger a + \hbar\omega_p b^\dagger b + i\hbar\chi^\dagger (a^\dagger b^\dagger - a^{\dagger\dagger} b), \quad (۴)$$

جمله اول تابش کوانتومی کاواک را توصیف می‌کند، جمله دوم تابش لیزر محرک پمپ است که باید حد کلاسیکی آن را تعیین کنیم (لیزر محرک یک تابش همدموس کلاسیکی فرض می‌شود) و جمله سوم جفت‌شدگی این دو را در محیط غیرخطی کاواک بیان می‌کند که برای آن نیز حد کلاسیکی باید تعیین کنیم. در تقریب کلاسیکی پمپ، عملگرهای  $b$  و  $b^\dagger$  را با  $\beta e^{i\omega_p t}$  و  $\beta^* e^{-i\omega_p t}$  جایگزین می‌کنیم، صرف نظر از یک ثابت، هامیلتونی خواهد شد:

$$H = \hbar\omega a^\dagger a + i\hbar(\eta^* a^\dagger e^{i\omega_p t} - \eta a^{\dagger\dagger} e^{-i\omega_p t}), \quad (۵)$$

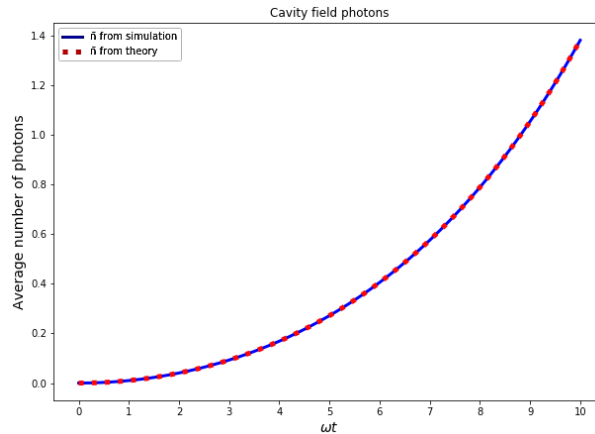
که در آن  $\eta = \chi^\dagger \beta$  تعریف می‌شود. در تصویر برهم کنش (و یا دستگاه چرخنده با سرعت  $\frac{\omega_p}{\chi}$ )، هامیلتونی مؤثر (که در معادله مستر ظاهر می‌شود) به صورت زیر خواهد شد:

$$H_{eff} = \hbar\Delta a^\dagger a + i\hbar(\eta^* a^\dagger - \eta a^{\dagger\dagger}), \quad (۶)$$

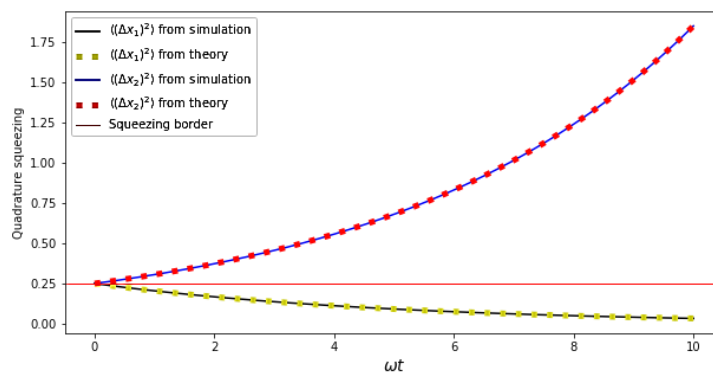
که در آن  $\Delta$  واکوکی کاواک با پمپ به صورت  $\Delta = \omega - \frac{\omega_p}{\chi}$  تعریف می‌شود. تابعیت زمانی جمله برهم کنشی، در دستگاه چرخنده مذکور حذف شده است. در غیاب واکوکی  $\Delta=0$ ، تنها جمله دوم در هامیلتونی مؤثر غیر صفر است که در مقایسه با عملگر مولد یک عملگر چلانده‌ساز:

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left[\frac{1}{\chi}(\xi^* a^\dagger - \xi a^{\dagger\dagger})\right], \quad (۷)$$

پارامتر چلانده‌گی آن به مقدار  $\xi = \eta t = \chi^\dagger \beta t$  به دست می‌آید که تابعی از زمان است. هامیلتونی (۶) در دستگاه چرخنده، تحول زمانی سامانه را به دست می‌دهد. جهت انجام شبیه‌سازی سه حالت را در نظر می‌گیریم:



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقادیر میانگین تعداد فوتون‌های کاواک بدون اتلاف، پس از روشن شدن پمپ، تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$  که با خط پیوسته آبی مشخص شده و مقایسه آن با رابطه تحلیلی (۱۱) که با نقطه چین قرمز نشان داده شده است.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) واریانس عملگرهای تربیع  $\hat{X}_1$  و  $\hat{X}_2$  برای تابش کاواک بدون اتلاف به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$  و مقایسه آن با مقادیر رابطه تحلیلی (۱۲). خط افقی قرمز، واریانس میدان خلأ (مرز چلانندگی) را نشان می‌دهد.

داده شده است، در مقایسه با مقادیر حاصل از محاسبه تحلیلی که به صورت نقطه چین قرمز رنگ مشخص شده نشان می‌دهد. محاسبه واریانس دو عملگر مذکور نسبت به حالت چلاننده همدوس، برای پارامتر چلانندگی با فاز صفر مقادیر زیر را به دست می‌دهد [۱۸]:

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) | (\Delta \hat{X}_1)^2 | \xi(t) \rangle &= \frac{1}{4} e^{-|\xi|^2}, \\ \langle \xi(t) | (\Delta \hat{X}_2)^2 | \xi(t) \rangle &= \frac{1}{4} e^{|\xi|^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

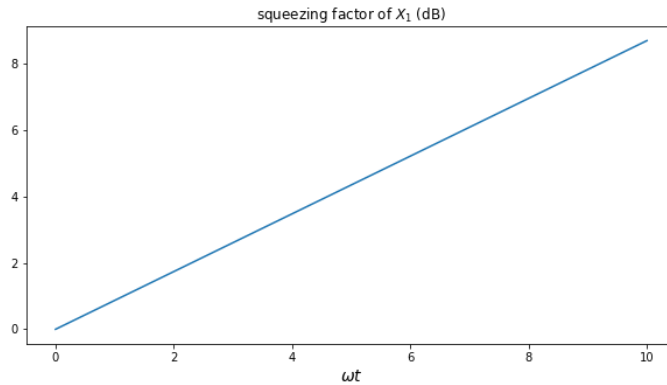
برای سامانه مورد بررسی، مقدار پارامتر چلانندگی  $|\xi(t)| = 0.14$  است که به صورت یک عدد مختلط با فاز صفر است. شکل ۳ تطابق مقادیر این دو واریانس حاصل از شبیه‌سازی را با رابطه (۱۱) به خوبی نشان می‌دهد.

سامانه، از خلأ با متوسط فوتون صفر، به خلأ چلاننده که با روشن شدن پمپ دارای متوسط فوتونی تابع زمان می‌شود نشان می‌دهد. محاسبات تحلیلی رابطه زیر را برای متوسط فوتون‌های یک تابش خلأ چلاننده به دست می‌دهد [۱۸]:

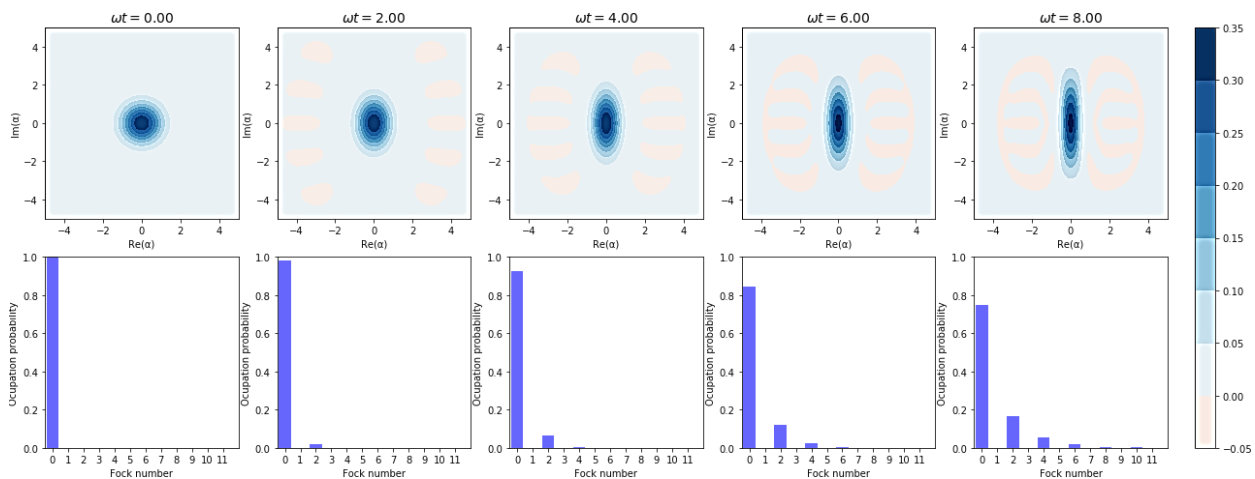
$$\bar{n} = \langle \xi(t) | a^\dagger a | \xi(t) \rangle = \sinh^2 |\xi(t)|, \quad (10)$$

که  $|\xi(t)| = 0.14$  پارامتر چلانندگی تابش است که برای سامانه مورد بررسی،  $0.14$  است. مقایسه شکل رابطه (۱۰) که با نقطه چین قرمز ترسیم شده، با مقدار متوسط فوتون‌های حاصل از شبیه‌سازی که با خط پیوسته آبی رسم شده، سازگاری کامل این دو را نشان می‌دهد.

شکل ۳ واریانس دو عملگر تربیع  $X_1$  و  $X_2$  حاصل از شبیه‌سازی را به صورت تابعی از زمان که با خط پیوسته نشان



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) عامل چلانندگی عملگر تربیع  $\hat{X}_1$  بر حسب دسی‌بل که به صورت تابعی خطی از زمان به شکل رابطه (۱۲) تغییر می‌کند.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ویگنر و همچنین توزیع فوک فوتون‌های تابش کاواک، در حالت بدون اتلاف، در پنج لحظه مختلف. چلانندگی  $\hat{X}_1$  (راستای افقی)، از لحظه روشن شدن پمپ شروع می‌شود. ابعاد فضای هیلبرت تابش به دوازده محدود شده است. نمودار اشغال حالت‌های فوک (ردیف پایین)، اشغال شدن فقط حالت‌های زوج را نشان می‌دهد.

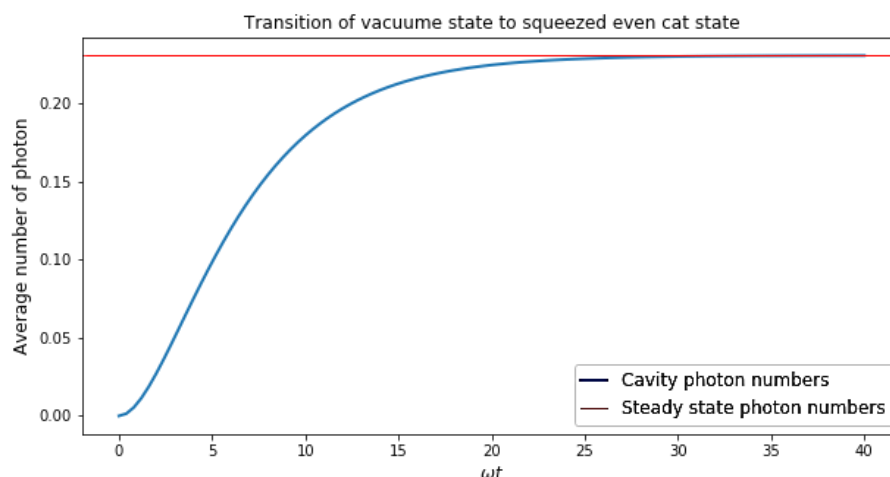
می‌شود. چلانندگی در عملگر تربیع  $\hat{X}_1$  پس از هشت واحد زمانی در شکل، با بیضی شدن تابع ویگنر دو بعدی اولیه، کاملاً مشخص است. ردیف پایین شکل ۵، پر شدن حالت‌های فوک زوج ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ را با گذشت زمان نشان می‌دهد. از رابطه (۹) مشاهده شد که فوتون‌های خالصاً چلاننده تنها حالت‌های زوج را اشغال می‌کنند. شبیه‌سازی با بحث تحلیلی قسمت قبل، کاملاً هماهنگ است.

ب- در حضور محیط اتلافی دوفوتونی سرد  
با فرض اتلاف دوفوتونی برای واهلش کاواک، تحول زمانی

شکل ۴، عامل چلانندگی  $S$  رابطه (۳) را به صورت تابعی از زمان، برای عملگر تربیع  $\hat{X}_1$  نشان می‌دهد. از ترکیب تعریف (۳) با رابطه (۱۲)، عامل چلانندگی یک تابع خطی از زمان به صورت زیر خواهد شد:

$$S(t) = 20 \log_{10} |g(t)| \log_{10} e = (2 \log_{10} e) t, \quad (12)$$

شبیه‌سازی به خوبی این رابطه را در شکل ۴ نشان می‌دهد. شکل ۵ تابع ویگنر و نیز تابع توزیع حالت‌های فوک تابش را نشان می‌دهد. تابع ویگنر تابش اولیه خالصاً که گوسی شکل است، در صفحه دو عملگر تربیع  $(\text{Re} X_1, \text{Re} X_2)$  به شکل دایره است. با روشن شدن پمپ گذار تابش کاواک به حالت چلاننده آغاز



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقادیر میانگین تعداد فوتون‌های کاواک  $\bar{n} = \langle a^\dagger a \rangle$ ، در تماس با یک محیط سرد با اتلاف دوفوتونی به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$ . پس از حدود بیست و پنج واحد زمانی میانگین فوتون‌ها به مقدار تعادلی حدود  $0/23$  می‌رسد.

را  $0/23 \approx \bar{n}_{ss}$  به دست می‌دهد که در این شکل با خط افقی نشان داده شده است. با توجه به رابطه متوسط فوتون‌ها و پارامتر چلانگی، رابطه  $(10)$ ، مقدار نهایی این پارامتر حدود  $0/46 \approx \xi_{ss}$  حاصل شده است. پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی سامانه مانند مورد بدون اتلاف‌اند.

شکل ۷، واریانس دو عملگر تربیع  $X_1$  و  $X_2$  را از لحظه روشن شدن پمپ تا تعادل نهایی سیستم نشان می‌دهد. تابش در تمام لحظات چلانگی  $X_1$  دارد. شبیه‌سازی مقدار نهایی واریانس را برای دو عملگر تربیع به مقدار  $\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_{ss} = 0/12$ ،  $\langle (\Delta X_2)^2 \rangle_{ss} = 0/61$  به دست می‌دهد.

شکل ۸، مقدار عامل چلانگی عملگر تربیع  $X_1$  را برحسب دسی‌بل نشان می‌دهد. مطابق شکل، مقدار چلانگی نهایی حدود  $3/35$  dB را برای حالت تعادل سامانه، نشان می‌دهد.

شکل ۹، چلانگی سامانه را با رسم تابع ویگنر و نیز تابع توزیع حالت‌های فوک تابش، از لحظه روشن شدن پمپ تا بیست واحد زمانی پس از آن را رصد می‌کند. تابع ویگنر در لحظه صفر مربوط به خلأ است که گوسی شکل است، به تدریج در راستای افقی  $(X_1)$  چلانده شده است. همچنین توزیع فوک اولیه فوتون‌ها که همگی در حالت پایه بودند، با شروع پمپاژ، حالت‌های زوج ۲ و ۴ را هم به تدریج اشغال

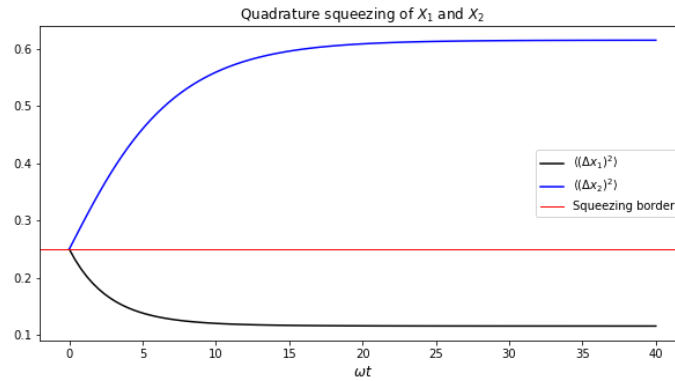
سامانه از حل معادله مستر زیر به دست خواهد آمد:

$$\dot{\rho} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H_{eff}] + \frac{\kappa}{\gamma} (\gamma a^\dagger \rho a^{\dagger 2} - a^{\dagger 2} a^\dagger \rho - \rho a^{\dagger 2} a^\dagger), \quad (13)$$

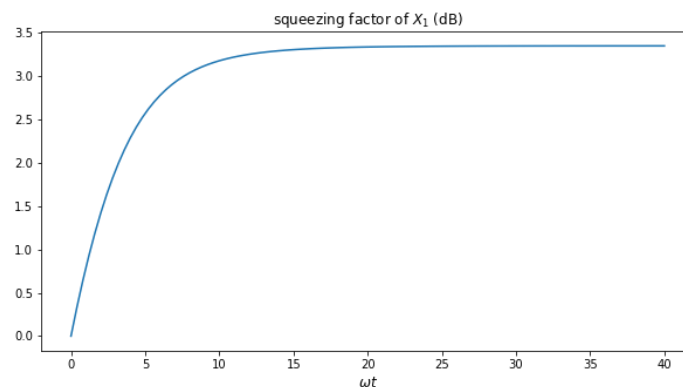
$\kappa$  ضریب واهلش کاواک، ناشی از تماس با محیط است. دمای محیط صفر فرض شده است. در این وضعیت، انتظار می‌رود رقابت بین بهره حاصل از پمپ محرک و اتلاف محیط، در نهایت منجر به یک چلانگی پایدار برای خلأ اولیه کاواک شود؛ به عبارت دیگر، یک تابش چلانده در حالت پایای نهایی حاصل شود. این فرایند را نیز از شبیه‌سازی تحول سامانه تحقیق می‌کنیم.

#### نتایج شبیه‌سازی در محیط اتلافی دو فوتونی سرد

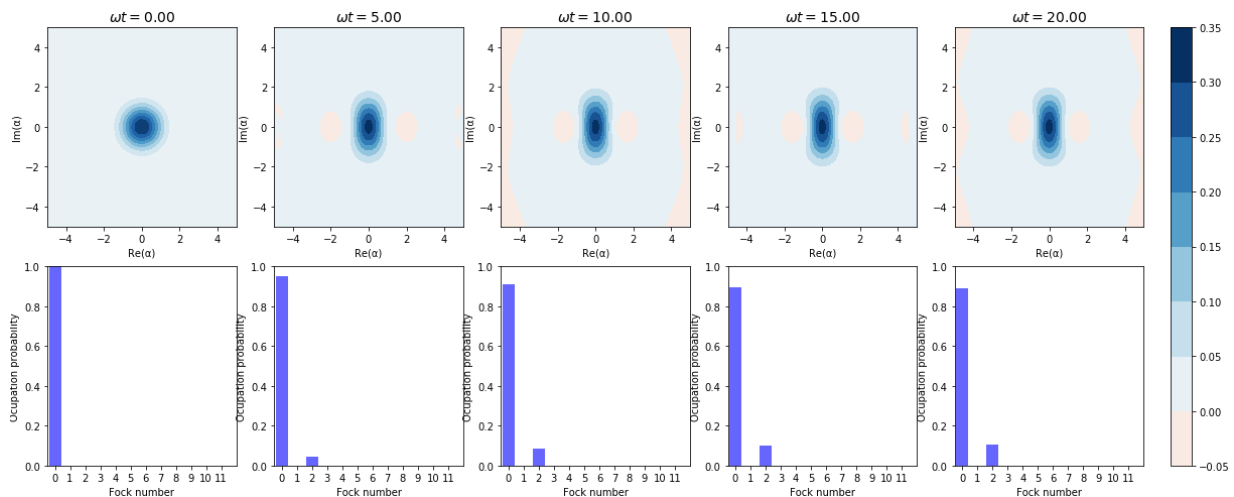
حال سامانه شکل ۱ را در تماس با یک محیط کاملاً سرد، با دمای صفر  $T=0$  قرار می‌دهیم. برای خلأ اولیه متوسط تعداد فوتون‌های کاواک، صفر است و کاواک و محیط سرد در تعادل‌اند. با روشن شدن لیزر محرک، سامانه به سمت چلانگی حرکت می‌کند. شکل ۶، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فوتون‌های کاواک  $\bar{n} = \langle a^\dagger a \rangle$  را تابعی از زمان، در ضریب واهلش کاواک برابر  $\kappa=0/4$  نشان می‌دهد. مطابق شکل ۶، در حدود بیست و پنج واحد زمانی طول می‌کشد که سامانه به تعادل با محیط برسد. شبیه‌سازی مقدار متوسط فوتون‌های تابش نهایی



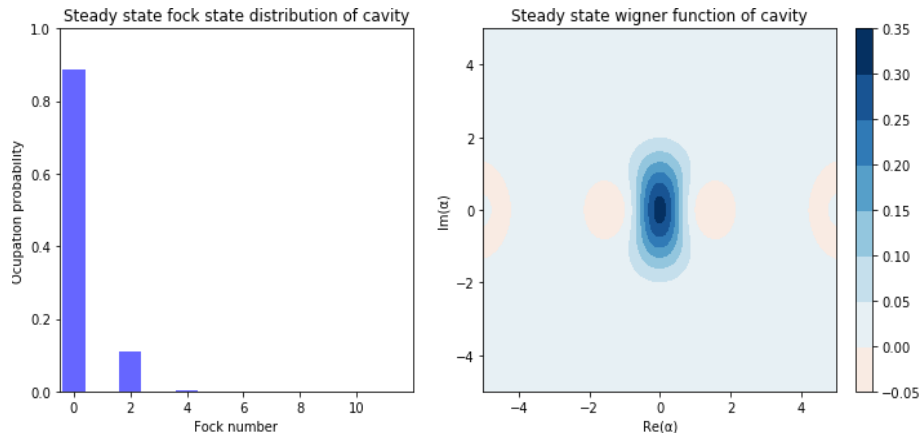
شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) واریانس دو عملگر تربیع به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$ ، پس از تماس با یک منبع سرد با اتلاف دوفوتونی. خط قرمز مرز چلانندگی را نشان می‌دهد.



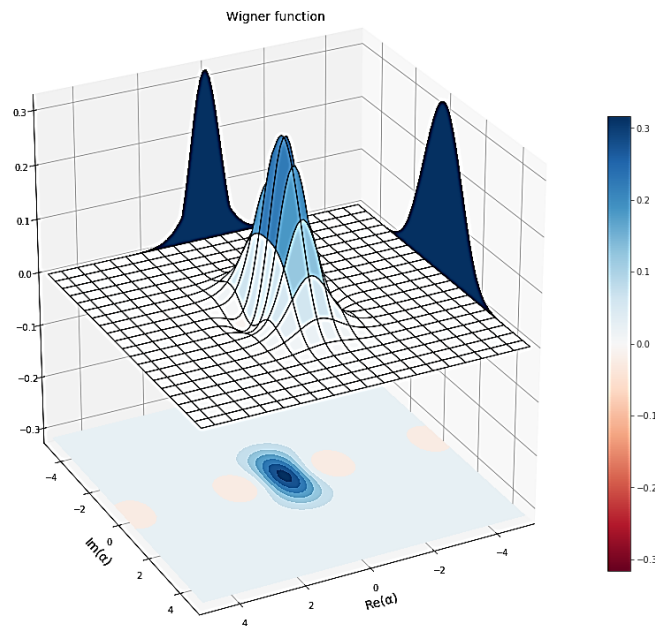
شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) عامل چلانندگی عملگر تربیع  $\hat{X}_1$  بر حسب دسی‌بل، به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$  پس از تماس با یک محیط سرد با اتلاف دوفوتونی.



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات تابع ویگنر (بالایی) و توزیع فوک (پایینی) برای تابش کاواک در لحظات بین صفر تا بیست واحد زمانی پس از روشن شدن پمپ. منفی شدن تابع ویگنر تابش، نشان دهنده کوانتومی بودن حالت آن در لحظات مذکور است. جهت واضح‌تر دیده شدن حالت‌های فوک اشغال شده، ابعاد فضای هیلبرت تابش به دوازده محدود شده است. نمودار توزیع اشغال (ردیف پایینی)، گذر تابش سامانه از حالت‌های فوک زوج را نشان می‌دهد. سامانه بعد از این بازه زمانی به یک چلانندگی پایدار در عملگر  $\hat{X}_1$  می‌رسد.



شکل ۱۰. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ویگنر و توزیع فوک فوتون‌های کاواک در تماس با محیط سرد، پس از رسیدن به تعادل نهایی.



شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ویگنر تابش نهایی به صورت سه‌بعدی. قسمت حقیقی  $\alpha$  متناسب با  $X_1$  و قسمت موهومی  $\alpha$  متناسب با  $X_2$  است. چلانندگی در  $X_1$  از روی شکل مشخص است.

خالص را نشان می‌دهد.

### ویژگی‌های آماری تابش پایایی نهایی

چلانندگی دو عملگر تربیع<sup>۱</sup> برای دو عملگر  $X_1$  و  $X_2$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle (\Delta X_i)^2 \rangle < \frac{1}{4}, \quad i=1,2, \quad (15)$$

به این معنی که تابشی که توان دو عدم قطعیت هرکدام از دو عملگر تربیع آن کمتر از مقدار  $0.25$  باشد، اصطلاحاً چلاننده تربیع آن عملگر است. برای سامانه مورد بررسی ما، واریانس

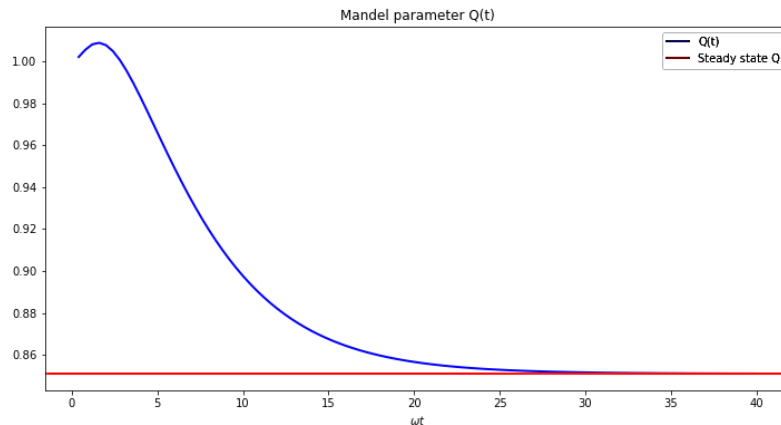
کرده‌اند. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ وضعیت نهایی سامانه را بعد از رقابت بین بهره پمپ محرک و محیط اتلاف دهنده دو فوتونی نشان می‌دهند. توزیع فوک فوتون‌های نهایی که تنها حالت‌های زوج را اشغال کرده‌اند، نشان‌دهنده حالت گربه‌ای زوج نهایی است [۲۰]. همچنین چلانندگی  $X_1$  تابش نهایی، به وضوح از فشرده‌گی تابع ویگنر در امتداد افقی مشخص است. درجه خلوص تابش نهایی سامانه:

$$\text{trace}(\rho_{ss}^2) \approx 1, \quad (14)$$

به دست می‌آید که رسیدن سامانه به یک حالت گربه‌ای زوج

۱. Quadrature squeezing





شکل ۱۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) پارامتر مندل برای تابش کاواک، به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $wt$ . خط قرمز همین پارامتر را پس از رسیدن به حالت تعادل نهایی نشان می‌دهد.

زیرپواسونی<sup>۴</sup> (فوتون‌های پادگروهه<sup>۵</sup>) است. شکل ۱۲ مقدار این کمیت را تابع زمان، برای سامانه مورد بررسی ما نشان می‌دهد. از لحظه روشن شدن پمپ، فوتون‌های کاواک از حالت‌های با آمار ابرپواسونی عبور می‌کنند و حرکت آنها به صورت گروهه است.

شکل ۱۳ تحول زمانی تابع هم‌دوسی مرتبه ۲،  $g^{(2)}(0)$  را نشان می‌دهد. بزرگ‌تر از ۱ بودن این تابع باز دلیلی بر توزیع ابرپواسونی فوتون‌های کاواک و حرکت گروهه آنهاست. مقدار تعادل نهایی تابع مندل و تابع  $g^{(2)}(0)$  از روی شکل ۱۲ و ۱۳ برابر:

$$g_{ss}^{(2)}(0) \approx 4/68, Q_{ss} \approx 0/85, \quad (17)$$

هستند. با توجه به مقدار  $\bar{n}$  که قبلاً تعیین شد، رابطه تحلیلی بین دو کمیت مذکور به صورت  $Q = \bar{n}(g^{(2)}(0) - 1)$ ، محقق می‌شود.

### ج- در حضور محیط اتلافی دوفوتونی گرم

حال به بررسی اثر گرمای محیط، روی نور خروجی از کاواک می‌پردازیم. با فرض اتلاف دوفوتونی برای واهلش کاواک در تماس با یک محیط گرم تحول زمانی سامانه از حل معادله مستر زیر به دست خواهد آمد:

تربیع  $\langle (\Delta X_1)^2 \rangle$  و  $\langle (\Delta X_2)^2 \rangle$ ، به صورت تابعی از زمان، در شکل ۷ نشان داده شده است. برای تابش خلأ و هم‌دوس این مقدار برای هردو عملگر تربیع دقیقاً ۰/۲۵ است. با روشن شدن پمپ، عدم قطعیت در عملگر  $X_2$  زیاد می‌شود ولی برای عملگر  $X_1$  در تمام لحظات بعدی کمتر از مقدار کمینه ۰/۲۵ می‌شود. به این ترتیب تابش از لحظه روشن شدن پمپ تا رسیدن به حالت پایایی نهایی، از حالت‌هایی با چلانگی  $X_1$  عبور می‌کند و در نهایت از رقابت بین بهره پمپ و اتلاف محیط، یک تابش گربه‌ای چلانده  $X_1$  حاصل می‌شود. شکل ۸ وضعیت چلانگی تربیع این عملگر برحسب دسی‌بل تا رسیدن به تعادل نهایی سامانه، به مقدار حدود ۳/۳۵ دسی‌بل را نشان می‌دهد.

### پارامتر مندل<sup>۱</sup> و تابع هم‌دوسی مرتبه دو

آمار شمارش فوتون‌ها، تابعی از زمان از پارامتر مندل تابش تعیین می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$Q(t) = \frac{\langle a^{\dagger 2} a^2 \rangle - \langle a^{\dagger} a \rangle^2}{\langle a^{\dagger} a \rangle}, \quad (16)$$

برای توزیع پواسونی فوتون‌ها مقدار فوق صفر خواهد شد. مقدار مثبت  $Q$  بیانگر توزیع ابرپواسونی<sup>۲</sup> فوتون‌های تابش است (فوتون‌های گروهه<sup>۳</sup>) و مقدار منفی آن بیانگر آمار

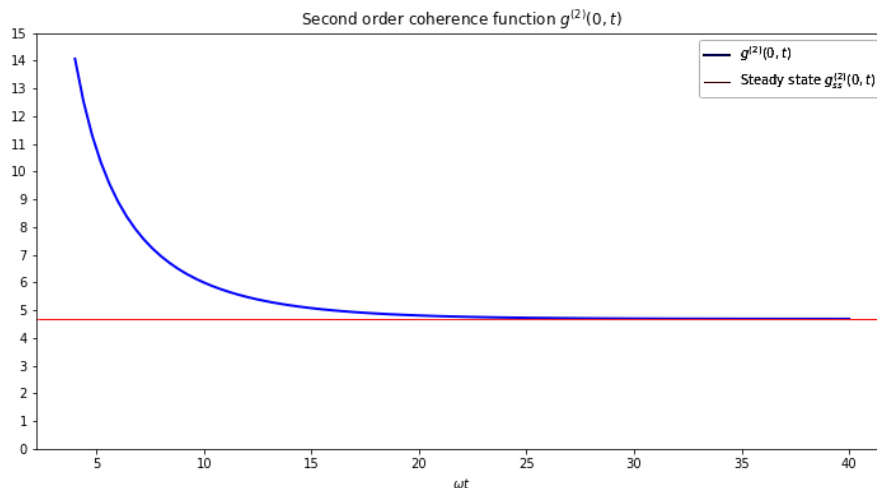
۱. Mandel parameter

۲. Super-poissonian

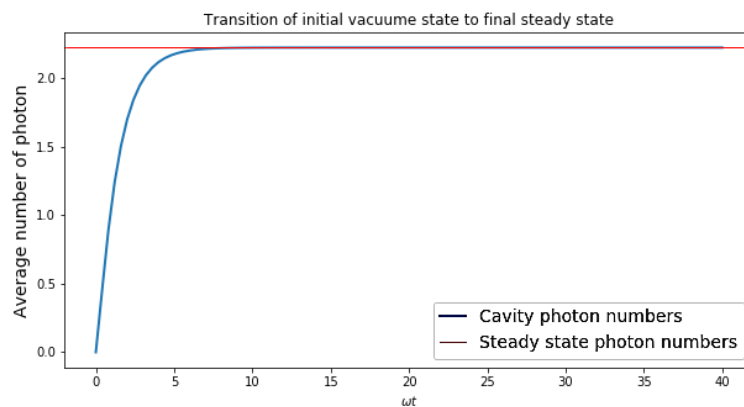
۳. Bunching photons

۴. Sub-poissonian

۵. Anti-bunching photons



شکل ۱۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع همدوسی مرتبه دو  $g^{(2)}(0, t)$  برای فوتون‌های کاواک پس از تماس با محیط سرد. خط قرمز همین پارامتر را پس از رسیدن به حالت تعادل نهایی نشان می‌دهد. بزرگ‌تر از یک بودن این تابع، دلیلی بر توزیع ابرپواسونی فوتون‌های کاواک و حرکت گروه آنهاست.

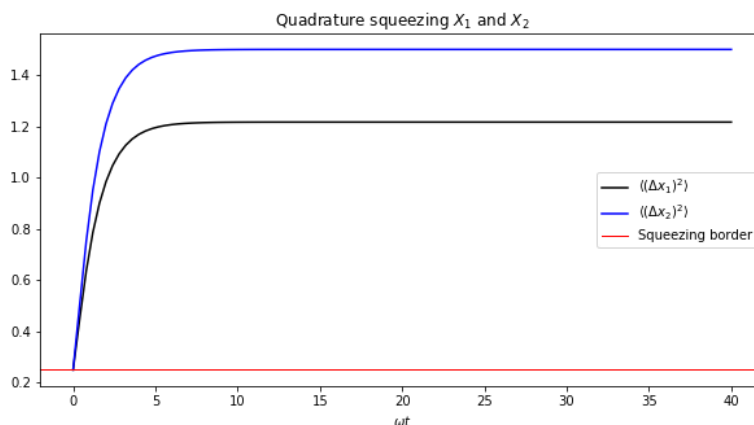


شکل ۱۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقادیر میانگین تعداد فوتون‌های کاواک در تماس با یک محیط گرم،  $\bar{n} = \langle a^\dagger a \rangle$  به صورت تابعی از زمان بهنجار شده  $\omega t$ . پس از حدود پنج واحد زمانی میانگین فوتون‌ها به مقدار تعادلی حدود  $2/24$  می‌رسد.

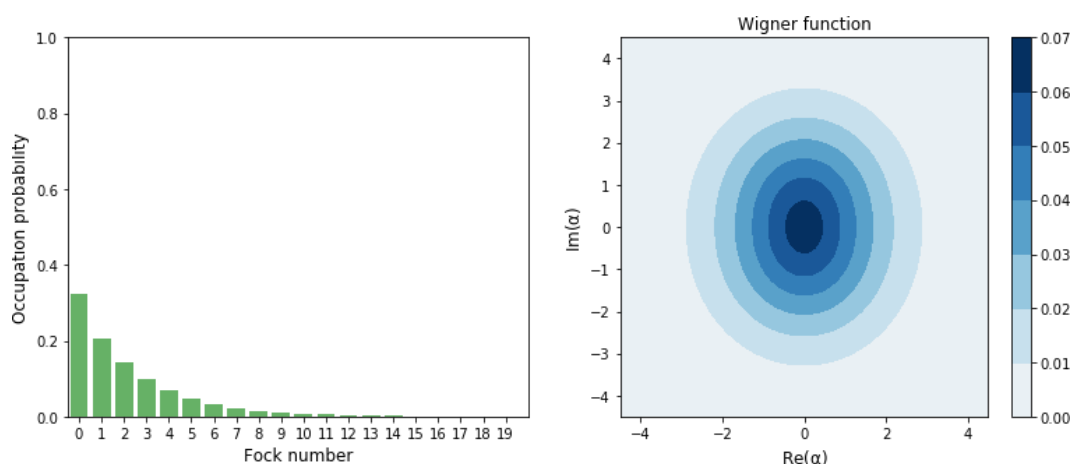
فوتون‌های کاواک  $\bar{n} = \langle a^\dagger a \rangle$  را تابعی از زمان، در ضریب واهلش کاواک برابر  $\kappa_1 = \kappa_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = \kappa/4$  نشان می‌دهد. مطابق شکل، در حدود پنج واحد زمانی طول می‌کشد که سامانه به تعادل با محیط برسد. این زمان در مقایسه با حالت محیط سرد (شکل ۶)، حدود پنج برابر سریع‌تر است. شبیه‌سازی مقدار متوسط فوتون‌های تابش نهایی را  $\bar{n}_{ss} \approx 2/24$  به دست می‌دهد که در این شکل با خط افقی نشان داده شده است. شکل ۱۵، واریانس دو عملگر تربیع  $X_1$  و  $X_2$  را از لحظه روشن شدن پمپ تا تعادل نهایی سامانه نشان می‌دهد. گرمای

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & \frac{i}{\hbar} [\rho, H_{eff}] + \\ & + \frac{\kappa_1}{\gamma} (1 + N_{th}) (\gamma a \rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a) + \\ & + \frac{\gamma_1}{\gamma} N_{th} (\gamma a^\dagger \rho a - a a^\dagger \rho - \rho a a^\dagger) \\ & + \frac{\kappa_2}{\gamma} (1 + N_{th}) (\gamma a^\dagger \rho a^\dagger - a^\dagger a^\dagger \rho - \rho a^\dagger a^\dagger) + \\ & + \frac{\gamma_2}{\gamma} N_{th} (\gamma a^\dagger \rho a^\dagger - a^\dagger a^\dagger \rho - \rho a^\dagger a^\dagger), \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن  $N_{th}$  میانگین فوتون‌های منبع حرارتی و متناسب با دمای منبع است که در اینجا غیر صفر و برابر با  $N_{th} = 1$  فرض می‌شود. شکل ۱۴، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد



شکل ۱۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) واریانس دو عملگر تربیع به صورت تابعی از زمان بهنجار شده. خط قرمز مرز چلانندگی را نشان می‌دهد. گرمای محیط چلانندگی را کاملاً از بین برده است.



شکل ۱۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ویگنر و توزیع فوک فوتون‌های کاواک در تماس با محیط گرم، پس از رسیدن به تعادل نهایی که مخلوطی از حالت‌های فوک است.

نشان‌دهنده رسیدن سامانه به یک مخلوط کلاسیکی در اثر گرمای محیط است. این مسئله از غیرمنفی بودن تابع ویگنر نهایی سامانه در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ در مقایسه با شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نیز قابل مشاهده است.

### ۳. نتیجه‌گیری

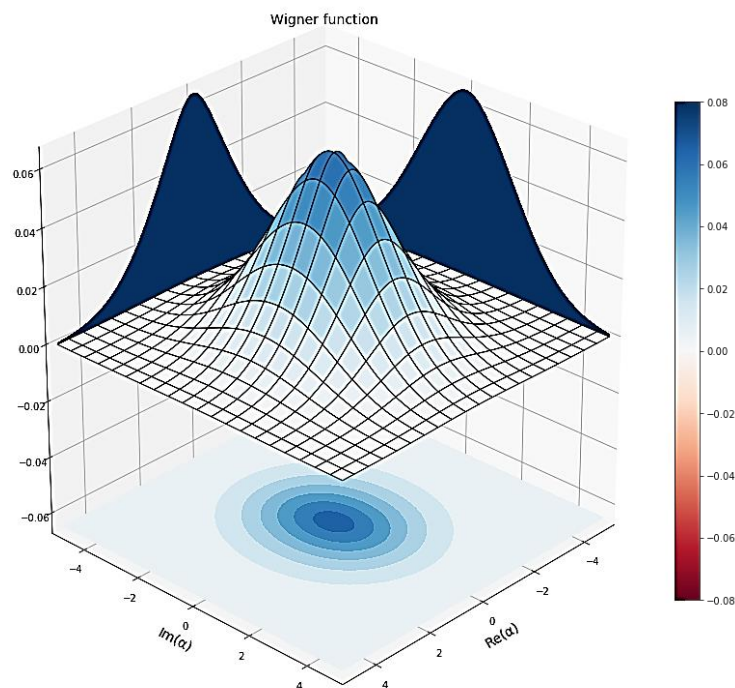
در این تحقیق، شبیه‌سازی ایجاد و شکنندگی گرمایی چلانندگی حاصل از خلأ مورد بررسی قرار گرفت. جهت انجام کار، از یک کاواک که از محیط با غیرخطیت مرتبه دوم پر شده بود، استفاده شد. کاواک در معرض یک لیزر کلاسیکی با قدرت  $\eta = 0.05\omega$  قرار گرفت. سامانه (خلأ اولیه با محیط غیرخطی به

محیط هر نوع چلانندگی را از بین برده است. شبیه‌سازی مقدار نهایی واریانس را برای دو عملگر تربیع به مقدار  $\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_{ss} = 1/53$ ,  $\langle (\Delta X_2)^2 \rangle_{ss} = 1/21$  به دست می‌دهد. در شکل ۱۵ کمتر بودن واریانس عملگر  $X_1$  نسبت به عملگر  $X_2$  مشخص است؛ اگرچه هیچ‌کدام از این دو عملگر چلاننده نشده‌اند. وضعیت تعادل نهایی تابش، یک مخلوط غیرهمدوس از حالت‌های نشان داده شده در توزیع فوک شکل ۱۶ است. درجه خلوص تابش نهایی سامانه به میزان

$$\text{trace}(\rho_{ss}^2) = 0.19 \quad (19)$$

به دست می‌آید که در مقایسه با تابش نهایی کاواک در تماس با محیط سرد، رابطه **Error! Reference source not found.**

همراه پمپ محرک) در سه وضعیت بدون تماس با محیط



شکل ۱۷. تابع ویگنر تابش نهایی به صورت سه بعدی. قسمت حقیقی  $\alpha$  متناسب با  $X_1$  و قسمت موهومی  $\alpha$  متناسب با  $X_2$  است. گرمای محیط چلانگی را از بین برده است.

محیط به تعادل رسید. با توجه به متوسط فوتون‌های نهایی، وضعیت تعادل نهایی پارامتر چلانگی حدود  $\xi = 0/46$  و عامل چلانگی  $3/35$  dB به دست آمد. همچنین تحول سامانه از دیدگاه تابع شبه احتمال ویگنر و نیز نحوه توزیع حالت‌های فوک، برای تابش در بیست واحد زمانی ابتدای روشن شدن پمپ، رصد شد (شکل ۹). معلوم شد که در تمام این لحظات سامانه از حالت‌های چلانده  $X_1$  عبور کرده است. در نهایت، یک حالت گربه‌ای چلانده خالص با درجه خلوص صد درصد حاصل شد. پارامتر مندل، آمار شمارش فوتون‌ها را نشان داد که بیانگر حرکت گروه فوتون‌ها از لحظه شروع پمپاژ تا تعادل نهایی سامانه بود.

در حالت سوم، کاواک با یک محیط گرم با متوسط فوتون‌های  $N_{th} = 1$  در تماس قرار گرفت. تابش نهایی، ضمن حذف چلانگی (شکل ۱۵)، به یک مخلوط حرارتی با درجه خلوص حدود نوزده درصد، از حالت‌های فوک میل پیدا کرد (شکل‌های ۱۶ و ۱۷). این شکنندگی چلانگی نسبت به اتلاف

اتلافی و با تماس با یک محیط اتلافی دو فوتونی، سرد و گرم شبیه‌سازی شد.

در حالت بدون اتلاف، وضعیت تابش در لحظات مختلف رصد شد. متوسط تعداد فوتون‌های کاواک و چلانگی دو عملگر تربیع، تابعی از زمان تعیین شدند. وضعیت سامانه از دیدگاه تابع ویگنر و توزیع حالت‌های فوک رصد شد. همگی بیانگر چلانگی  $X_1$  با پارامتر چلانگی تابع خطی از زمان  $\xi(t) = 2\eta t$  برای خلأ اولیه سامانه بودند (شکل‌های ۲، ۳، ۴ و ۵). دستیابی به چنین چلانگی آرمانی به دلیل اتلاف‌های موجود عملاً ناممکن است.

در حالت دوم، که یک وضعیت واقع بینانه‌تری بود، جهت رسیدن به یک چلانگی پایدار، سامانه در تماس با یک محیط سرد اتلاف دهنده دوفوتونی، با ضریب واهلش به میزان  $\kappa = 0/4$  قرار گرفت. یک چلانگی پایدار در حالت پایا به دست آمد. متوسط تعداد فوتون‌های کاواک تابع زمان رصد شد. پس از حدود بیست واحد زمانی خلأ اولیه چلانده شده و با

حرارتی، بیانگر چالش‌های پیش رو در تولید و افزایش میزان چلانندگی نور است [۱۲].

## مراجع

12. H Vahlbruch, M Mehmet, K Danzmann, and R Schnabel, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 110801.
13. C M Caves *Phys. Rev. D* **23** (1981) 1693.
14. Y V Sidorov *EPL* **10** (1989) 415.
15. H Grote, K Danzmann, K Dooley, R Schnabel, J Slutsky, and H Vahlbruch, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 181101
16. B A Bambah and M V Satyanarayana, *Prog. Theor. Phys. Supp* **86** (1986) 377.
17. N B An, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 11732
18. C Gerry, P Knight and P L Knight "Introductory quantum optics", Cambridge university press (2005).
19. P D Drummond and Z Ficek, "Quantum squeezing" vol 27: Springer Science & Business Media (2013).
20. L Gilles, B M Garraway, and P L Knight, *Phys. Rev. A* **49** 1994 2785.
21. L Mandel, *Opt. Lett.* **4** (1979) 205.
1. K Vogel, V Akulin, and W Schleich, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1816.
2. V Dodonov *J. Opt. B.* **4** (2002) R1
3. V V Dodonov and V I Man'ko, "Theory of nonclassical states of light", CRC Press (2003).
4. D F Walls *Nature* **324** (1986) 210
5. D F Walls *Nature* **306** (1983) 141
6. L-A Wu, M Xiao, and H Kimble, *J. Opt. Soc. Am. A* **4** (1987) 1465.
7. R Schnabel, *Phys. Rep* **684** (2017) 1.
8. L-A Wu, H Kimble, J Hall, and H Wu, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2520
9. R E Slusher, L W Hollberg, B Yurke, J C Mertz, and J F Valley, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 2409
10. M C Teich and B E Saleh, *J Phys. Today* **43** (1990) 26.
11. H P Yuen and J H Shapiro, *Opt. Lett.* **4** (1979) 334.