دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر
فصلنامه‌ی علمی- پژوهشی فضای جغرافیایی

سال یازدهم، شماره‌ی ۳۵
پاییز ۱۳۹۰، صفحات ۲۵۷-۲۳۵

مسعود جلالی[1]
حلیمه کارگر[2]
صغری سلطانی[3]

بررسی احتمال وقوع روزهای بارانی در شهر ارومیه با استفاده از مدل زنجیره مارکوف

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۹/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۹/۱۱/۲۸

چکیده

در این پژوهش تواتر و تداوم روزهای بارانی شهر ارومیه با به کارگیری قوانین احتمالی و با استفاده از تکنیک زنجیره‌های مارکوف مورد تحلیل قرار گرفته است. برای دستیابی به این هدف از آمار بارش روزانه مربوط به ٤٨ سال (۲۰۰۸-۱۹٦۱) ایستگاه سینوپتیک ارومیه استفاده شده است. آمار مذکور بر اساس ماتریس شمارش تغییر حالت روزهای بارانی و فاقد بارش مرتب شده، در ادامه ماتریس تغییر وضعیت بر اساس روش

۱- استادیار گروه جغرافیای طبیعی، دانشگاه زنجـان. E-mail: jalali.masoud@znu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد جغرافیای طبیعی، دانشگاه زنجان.

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد جغرافیای طبیعی، دانشگاه زنجان.

درستنمایی بیشینه محاسبه گردید. سپس با توان های مکرر این ماتریس، احتمال پایا و دوره بازگشت روزانه هر یک از دو حالات بارش و خشکی برآورد شد. دوره‌های بازگشت خشکی حدود یک روز و دوره‌ی بازگشت بارش حدود ۵ روز محاسبه گردید. احتمال وقوع بارش در هر روز ۰/۲۰۵۷ و احتمال روز خشک ۰/۷۹٤۳ به دست آمد. در ادامه دوره بازگشت تداوم روزهای بارانی با تداوم ۱ تا ۵ روز محاسبه شده است. در بین محاسبات انجام شده معلوم شد که بیشترین احتمال وقوع روزهای بارش در بهار به ویژه (ماه آوریل) که احتمال دوره بازگشت دو و سه روزه باران به ترتیب برابر با ٤/٤ و ۱۳ روز می‌باشد.

کلید واژه‌ها: روز خشک، روز بارانی، زنجیره مارکوف، احتمال وقوع، درستنمایی بیشینه، ارومیه.

مقدمه

زندگی انسان ساکن کره زمین از شرایط اقلیمی آن تأثیر می‌پذیرد. برخی پدیده‌های طبیعی و اقلیمی در مشاهدات پیاپی و تحت شرایط مشخص و در طول زمان نتایج یکسانی را ارائه نمی‌دهند و در زمآنهای مختلف رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند، این قبیل پدیده‌ها و پدیده‌های نظیر این‌ها به فرایندهای تصادفی موسومند برای مثال خشکسالی، ترسالی و ... فرایندهای تصادفی به حساب می‌آیند.

از جمله مطالعات انجام شده در ارتباط با موضوع مورد نظر در سطح جهان و ایران می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: هاپکینز در مطالعه‌ای بارش چمن زارهای ایالت‌های کانادا را با مدل مارکوف دومرحله‌ای مورد بررسی قرار داده است (هاپکینز و رابی لارد[4] (۱۹٦٤: ٦۰۰). گریگورتن زنجیره مارکوف را جهت تخمین تواتر و استمرار چندین ساعته تا چندین هفته‌ای وقایع هواشناختی مفید دانست (گریگورتن[5]، ۱۹٦٦: ٦۰٦). در پژوهشی

4.Hopkins, Robillard
5. Grigorten.

دیگر سری‌های زمانی کاهش بارندگی را با مدل زنجیره مارکف و بر اساس پیوندهای ریز موج تحلیل کردند (هوراث و بیتو[6]، ۲۰۰۷: ۲۱۶). فیرهرم و همکاران جهت تحلیل توالی روزهای تر و خشک از زنجیره مارکوف بهره بردند. نتایج نشان داد که در شمال ایالات متحده دوره بارانی اوایل بهار بعد از دو روز تر، پایان می‌یابد. در ادامه تخمین احتمال تواتر روزهای تر و خشک هم انحراف کمی نسبت به مدل زنجیره مارکوف نشان می‌دهد (فیرهرم و دین بارک[7]، ۱۹۶۷: ۷۷۰). استیم در پژوهشی توزیع احتمال بارش‌های روزانه هند و نیجریه را مورد بررسی قرار داد. نتایج پژوهش نشان داد که احتمال وقوع تعداد روزهای بارانی، کل بارش و طول دوره‌های خشکی با مارکوف مرتبه اول برازش خوبی دارد (استیم[8]، ۱۹۸۰: ۱۴۷-۱۳۷). آلاسور و همکاران نیز در شبیه سازی تحلیل زمانی وقوع بارندگی بر اساس مدل مارکوف به این نتیجه دست یافتند که تغییرات بارش با مدل زنجیره مارکوف مرتبه دو خیلی دقیق‌تر برازش داده شده است و کار را بر این اساس ادامه دادند (آلاسور[9] و همکاران، ۲۰۰۴: ۲۸۰۱).

آنا و همکاران در پژوهشی به تحلیل دوره‌های خشکسالی با استفاده از کاربرد شاخص SPI و زنجیره مارکوف پرداختند (آنا[10] و همکاران، ۲۰۰۷: ۱۸۱۳). تودورو و همکاران در بررسی مدل بارش n روزه، از دو روش توزیع دوجمله ای و زنجیره مارکف را به کار برده‌اند. نتایج حاصل نشان داد که تابع توزیع کل بارش یا بارش بزرگ‌تر یک آستانه معین با زنجیره مارکف برازش بهتری دارد (تودورو و ول هایزر[11]، ۱۹۷٤: ۱۷). واید و همکاران با ناحیه بندی شبه جزیره اسپانیا بر پایه طول روزهای خشک به کمک زنجیره مارکف، بارش‌های معادل یا بیشتر از ۰/۱، ۱ و ۱۰ میلی‌متر را تحلیل کردند (واید و گومز[12]، ۱۹۹۹: ۵۵۵-۵۳۷). با استفاده از زنجیره مارکوف برای پیش بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی

6. Horvath, Bito
7. Feyerherm, dean Bark
8. Stem
9. Allasseur
10. Ana.
11. Todorovic,Woolhiser
12. Vide, Gomez

روزانه و با استفاده از توزیع نمایی برای پیش بینی مقدار باران در روزهای بارانی، پیش بینی بارندگی روزانه را شبیه سازی کردند (هانسون[۱۳] و همکاران، ۱۹۷۵: ۱۲۹-۱٤۰).

از جمله مطالعات انجام شده در ایران می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: حقیقت جو و همکاران در پژوهشی از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول جهت پیش بینی جریان رودخانه هیرمند در طی سال‌های ۱۹٦۷- ۱۹۵۲ به مدت ٤٦ سال استفاده نمودند (حقیقت جو و شاه محمدی، ۱۳۸۱).

آشگر طوسی و همکاران در مقاله‌ای به پیش بینی احتمال وقوع خشکسالی در استان خراسان با استفاده از مدل زنجیره مارکوف پرداخته، نتایج حاصله نشان می‌دهد که بارش خراسان از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول تبعیت می‌کند (آشگرطوسی و همکاران، ۱۱۹: ۱۳۸۲). طالشی در پژوهشی با کمک زنجیره مارکوف به مدل‌سازی بارش‌های سالانه ایران پرداخت. نتیجه کار وی طبقه بندی ایستگاه‌های مورد مطالعه بر اساس وضعیت اقلیمی به سه گروه بود. از بین ایستگاه مورد مطالعه ۳۳ ایستگاه تأثیر پدیده‌های دوره‌ای را بر بارش ایستگاه‌های فوق منفی نمی‌داند (طالشی، ۱۳۸٤).

فولادوند در یک بررسی به پیش بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از مدل زنجیره مارکوف در منطقه نیمه خشک باجگاه در استان فارس پرداخته است (فولادوند، ۱۳۸۵: ۱۱۳). در پژوهشی به برآورد احتمالات خشکسالی و ترسالی با استفاده از زنجیره مارکوف و توزیع نرمال در استان قزوین پرداخته است (یوسفی، ۱۳۸٦). رضی‌ای و همکاران با استفاده از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول و نمایه SPI در مقیاس ۳ و ٦ ماهه، احتمال وقوع و گسترش خشکسالی سیستان و بلوچستان را مورد بررسی قرار دادند (رضیئی و همکاران، ۱۳: ۱۳۸٦). عساکره در پژوهشی به بررسی احتمال تواتر و تداوم روزهای بارانی در شهر تبریز با استفاده از زنجیره مارکوف پرداخته و نتایج حاکی از آن است که احتمال وقوع روزهای همراه بارش ۰/۲۲۰٦ و احتمال روز بدون بارش ۰/۷۷۹٤ می‌باشد و اینکه دوره بازگشت بارش در فصل بهار کمتر از فصول

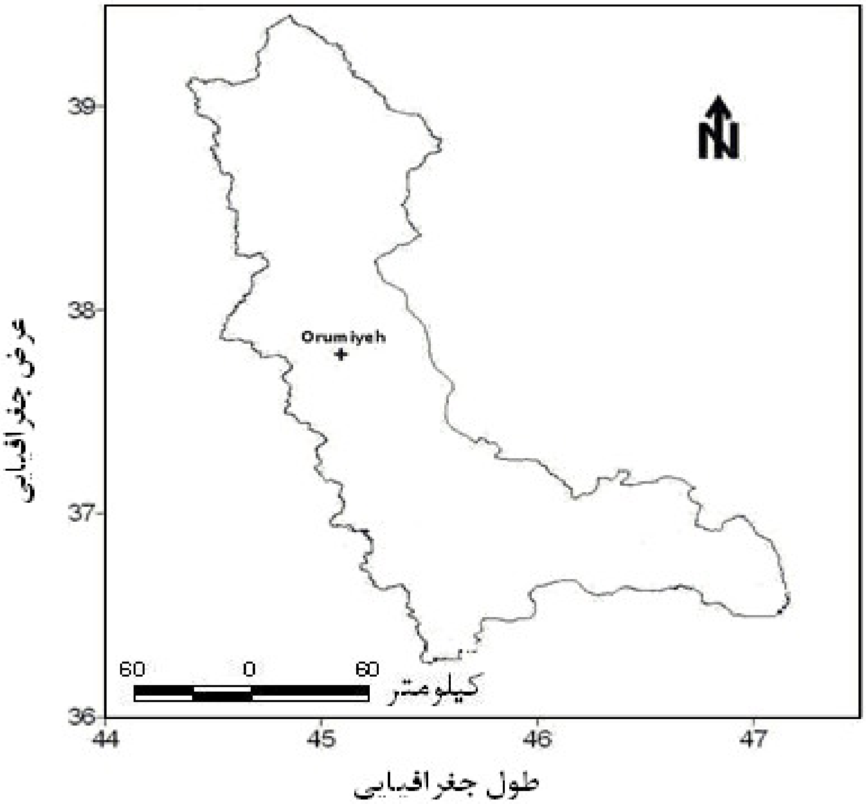
13 Hanson

دیگر است (عساکره، ٤٦: ۱۳۸۷). در پژوهشی دیگر به بررسی احتمال وقوع روزهای خشک در استان گلستان با استفاده از مدل زنجیره مارکوف پرداخته است (عساکره و مازینی، ۲۹: ۱۳۸۹).

در این تحقیق تلاش بر آن است که با بکارگیری دانش احتمال و بر اساس رویه‌ای موسوم به زنجیره مارکوف، احتمال وقوع روزهای بارش و بدون بارش در ایستگاه ارومیه بررسی شود.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق داده‌های بارش روزانه ایستگاه ارومیه برای دوره‌ی آماری ۲۰۰۸-۱۹٦۱ (٤۸) مورد بررسی قرار گرفته است. ارومیه مرکز آذربایجان غربی می‌باشد که مساحت این استان با احتساب دریاچه ارومیه حدود ٤۳٦٦۰ کیلومتر مربع می‌باشد. این استان که در شمال غرب ایران قرار دارد؛ از طرف شمال و شمال شرق با جمهوری‌های آذربایجان و ارمنستان، از غرب با کشورهای ترکیه و عراق، از جنوب با استان کردستان و از شرق با استان آذربایجان شرقی و زنجان همسایه است. موقعیت جغرافیایی ایستگاه سینوپتیک ارومیه به شرح زیر است (نقشه شماره ۱):



نقشه شماره ۱: نقشه موقعیت جغرافیایی ایستگاه سینوپتیک ارومیه

زنجیره مارکوف یک روش ریاضی برای مدل بندی فرایندهای تصادفی است، زنجیره گویای این واقعیت است که هر برآمد به t رویداد قبل از خودش وابسته می‌باشد و به رویدادهای ماقبل دیگر مربوط نمی‌شود. در واقع در این رویه احتمال وقوع یک حالت اقلیمی در زمان t به وضعیت آن در زمان قبل یعنی t-1 بستگی دارد (علیزاده، ۱۳۸۵: ۲۸۵-۲۸٤). مثلاً احتمال بارش امروز بر اساس خشکی روز قبل بررسی می‌شود. بنابراین برای هر زوج حالت‌های متوالی یک احتمال وجود دارد، در این پژوهش با در نظر گرفتن برآمدهای احتمال گسسته در زمان به ترتیب مراحل ٤ گانه زیر به انجام رسید:

۱- داده‌های بارش روزانه به صورت زنجیره‌ی مارکفی و بر حسب آستانه صفر مرتب شدند. در این روش روزهای فاقد بارش (بارندگی صفر میلی‌متر) شرایط خشکی (D) و بالاتر از صفر شرایط بارشی (W) به حساب آمد.

۲- در مرحله دوم فراوانی وقوع هر یک از حالات دو گانه (بارش، فاقد بارش) و تغییر حالات محاسبه شد. تا بر این اساس ماتریس تغییر حالت برآورد شود. برای این منظور یعنی به دست آوردن ماتریس احتمال‌های تغییر وضعیت می‌بایست در ابتدا ماتریس شمارش فراوانی محاسبه شود. برای مثال ماتریس شمارش دو وضعیتی به قرار زیر نشان داده شده است:

$$F = \begin{array}{c|cc} & D & W \\ \hline D & n_{11} & n_{12} \\ W & n_{21} & n_{22} \end{array}$$

این ماتریس فراوانی تغییر وضعیت از خشکی به خشکی را با n_{11}، تغییر وضعیت خشکی به مرطوب را با n_{12}، مرطوب به خشک را با n_{21} و در آخر تغییر وضعیت از شرایط مرطوب به روز مرطوب را با n_{22} نشان می‌دهد.

در این مرحله برای آزمون نیکویی برازش این ماتریس فراوانی با فرایند دو حالته مارکوفی می‌بایست دو آزمون استقلال و آزمون علیه روند انجام می‌شود. در این آزمون فرض صفر (H_0) مبنی بر استقلال داده‌ها و عدم پیروی از زنجیره مارکوف مرتبه دو می‌باشد. این آزمون بر اساس جدول مقادیر انتقال مشاهده شده (n_{ij}) و تعداد انتقال مورد انتظار بر اساس فرض صفر (e_{ij}) بنا نهاده شده است.

آماره آزمون از طریق رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{ij} = \frac{n_{i+}n_{+j}}{n}$$

در رابطه فوق

$n_{i+} = n_{i1} + n_{i2}$ (مجموع هر یک از سطرهای ماتریس فراوانی)

$n_{+j} = n_{1j} + n_{2j}$ (مجموع هر یک از ستون‌های ماتریس فراوانی)

بنابراین آماره آزمون از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{(n_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

χ_0^2 بحرانی با (r-1)، (c-1) درجه آزادی (در این رابطه r و c به ترتیب تعداد سطرها و ستون‌های ماتریس است) و در سطح ۵ درصد خطا $(\chi_{0/05.df=(c-1),(r-1)})$ از جدول مربوطه به دست می‌آید. $\chi^2{}_o > \chi^2{}_c$ باشد فرض صفر در سطح معنی داری مورد نظر رد می‌شود. نتیجه این آزمون گواه مناسب در تایید پیروی از زنجیره مارکوف دو حالته به شمار می‌آید.

۳- ماتریس احتمال به روش‌های مختلف قابل برآورد است در این پژوهش روش بیشینه درستنمایی به عنوان ساده‌ترین روش برآورد احتمال استفاده شده است. بر مبنای تئوری کلاسیک، احتمال بر اساس فراوانی‌های نسبی در یک دوره آماری طولانی و به صورت درستنمایی بیشینه اتفاق افتادن رویداد مورد نظر تعریف می‌شود. این درست‌نمایی غالباً با p نمایش داده می‌شود. برای مثال هرگاه آمار n روز را داشته باشیم و رویدادی m بار اتفاق افتاده باشد، آنگاه به $\frac{m}{n}$ فراوانی نسبی گفته می‌شود. (نویدی، ۲۰۰٦: ٥٤). فراوانی نسبی را می‌توان به عنوان برآوردی از ارزش احتمال (p) در نظر گرفت. بر این اساس نه تنها در اختصاص دادن احتمال به پیشامدها باید به فراوانی نسبی وقوع این مشاهده‌ها توجه داشت، بلکه وقتی احتمال پیشامدی در اختیار باشد این احتمال به عنوان حد فراوانی نسبی پیشامد تلقی خواهد شد. برای مثال منظور از اینکه احتمال بارش باران در روزی معین ۰/۵ (۰/۵۰) می‌باشد، آن است که در شرایط جوی روز مفروض از هر ۱۰۰ بار حدود ۵۰ بار بارندگی شده است (عساکره، ۱۳۸۷: ٤٩). ماتریس احتمال تغییر وضعیت (p) به روش درستنمایی بیشینه به صورت زیر به دست می‌آید (زارعی و شاهکار، ۱۳۵: ۱۳۸۰).

$$P = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ W \end{array} & \begin{bmatrix} \frac{n_{11}}{n_{1+}} & \frac{n_{12}}{n_{1+}} \\ \frac{n_{21}}{n_{2+}} & \frac{n_{22}}{n_{2+}} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۴)$$

ماتریس فوق یک ماتریس تصادفی است. زیرا هر درایه آن نامنفی و مجموع درایه‌های آن در هر ردیف برابر ۱ است. درایه‌های این ماتریس با احتمال تغییر وضعیت یک مرحله‌ای متناظرند. یکی از راه‌های معمول ارائه احتمال‌های تغییر وضعیت یک زنجیره مارکف، به کمک ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است. احتمال تغییر وضعیت یک مرحله‌ای برابر با احتمال رفتن از حالت i به حالت j در یک دوره زمانی با آغاز n بیان و به شکل p_{ij} نشان داده می‌شود. بنابراین p ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای فرایند مارکوف دو حالتی را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ P= \begin{array}{c} D \\ W \end{array} & \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۵)$$

٤- با توجه به مطالب قبل می‌توان گفت که همه توان‌های ماتریس p^k نیز ماتریس تصادفی است. که از یک مقدار به بعد با افزایش k هیچ تغییری در ماتریس احتمال ایجاد نمی‌شود و مقادیر ردیف‌های متناظر در ماتریس یکسان می‌باشند. در این حالت گفته می‌شود ماتریس به حالت پایا رسیده است. این ماتریس احتمال وقوع را ماتریس ایستا گویند. از آنجا که ردیف‌های این ماتریس با هم برابرند، می‌توان این ماتریس را به شکل یک بردار و با (π_j) نمایش داد. در واقع اگر $\lim_{k\to\infty} p^k = \Pi$، ماتریسی مانند Π با سطرهای یکسان و درایه‌های مخالف صفر ایجاد می‌شود و اگر هر یک از سطرهای یکسان ماتریس حدی Π با بردار سطری π نشان داده شود، عناصر π یک توزیع احتمال را تشکیل می‌دهد. π بردار احتمال حالت پایا و درایه‌های آن به احتمال‌های حالت پایا موسومند (هوگستروم، ۲۰۰۲: ۱۱-۱۲). بردار احتمال حالت پایا نشان می‌دهد که در یک مدت زمان طولانی احتمال وقوع مثلاً روز بارانی و روز خشک چقدر است.

۵-از دیگر کاربردهای تکنیک زنجیره مارکوف، برآورد احتمال وقوع یک رویداد با تداوم m روزه است. به عنوان مثال منظور از تداوم روز بارانی، تعداد روزهای که بارش در آنها رخ داده

است. برای مثال تداوم دو روزه بارش به معنی دو روز متوالی بارش می‌باشد. ولی قبل از روز اول و بعد از روز دوم خشک بوده است. احتمال mروزه p_m بر اساس رابطه زیر قابل برآورد است: (برگر گوزنس، ۲۲: ۱۹۸۳-۲۱).

$$T_m = \frac{1}{p^{m-1}(1-p)} \qquad (۶)$$

که p احتمال بارش در ماه مورد نظر m، دوره بارانی مورد نظر طی m روز، T_m دوره بازگشت بارش m روزه است.

بحث

مشخصات توصیفی بارش

جدول (۱) آماره های توصیفی بارش شهر ارومیه را نشان می‌دهد. چند رابطه آشکار می‌توان در این جدول مشاهده نمود:

جدول ۱-مشخصات آماری بارش روزانه در شهر ارومیه طی دوره آماری (۲۰۰۸-۱۹۶۱)

ماه	تعداد روزهای بارانی طی ٤٨ سال	میانگین بارش روزانه (mm)	حداکثر بارش روزانه (mm)
ژانویه	٣٧٢	٠/٩٧	٢٩
فوریه	٣٦٥	١/١٣	٣٤
مارس	٤٣٤	١/٥٢	٤٢
آوریل	٤٨١	١/٩٧	٥٤
مه	٤٦٥	١/٤٢	٦١
ژوئن	١٨٨	٠/٤٣	٢٣
ژوئیه	٦٨	٠/١٨	٣٩
اوت	٥١	٠/٠٧	٢١/٨
سپتامبر	٧٢	٠/١٣	٢٠
اکتبر	٣٠٤	٠/٩٠	٥٥
نوامبر	٣٣٦	١/٢٧	٥٠
دسامبر	٣٤٨	٠/٩٥	٦٠/٥

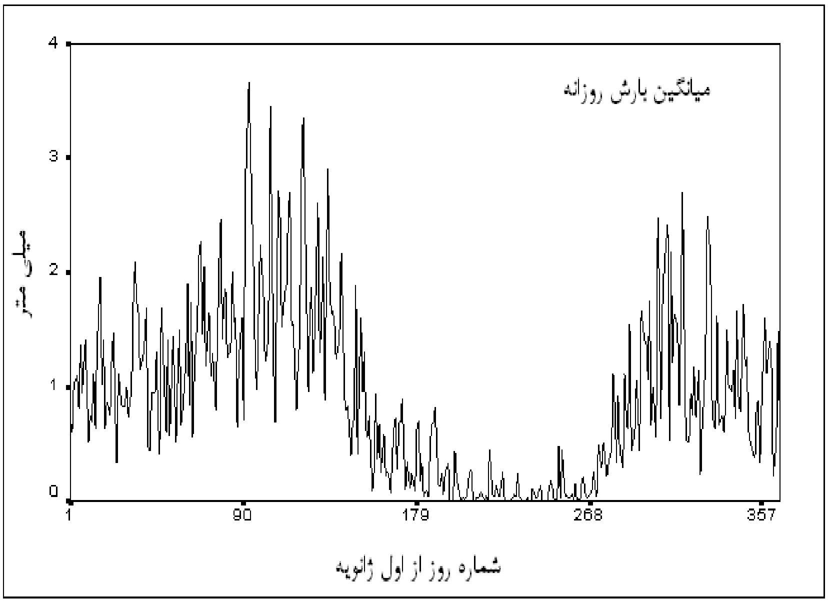
ابتدا اینکه بیشترین مقادیر میانگین بارندگی شهر ارومیه، بیشترین روزهای بارانی و حداکثر بارش روزانه این شهر در ماه‌های بهار رخ داده است. با توجه به اینکه ماه‌های که میانگین بارش بیشتری را دریافت داشته‌اند، حداکثر مقدار بارش روزانه را نیز تجربه نموده‌اند. که این مقادیر در جدول (۱) گویای این موضوع است.

مشخصات سری زمانی بارش روزانه شهر ارومیه برای دوره‌ی آماری (۱۹٦۱-۲۰۰۸) در شکل (۱) ارائه شده است. در شکل ۱ (الف) می‌توان دید که میانگین بارش از روز اول ژانویه تا روز ۱۱۰ به تاریخ میلادی که معادل (۲۰ آوریل) روند افزایشی داشته و از آن پس تا روز ۲۷۰ که به تاریخ میلادی برابر با (۲٦ سپتامبر) بارش کاهش یافته است؛ و از این تاریخ به بعد تا روز ۵ دسامبر دوباره روند افزایشی میانگین بارش در ایستگاه ارومیه دیده شده است. بعد از این تاریخ تا روز اول ژانویه میانگین بارش روند کاهشی داشته است.

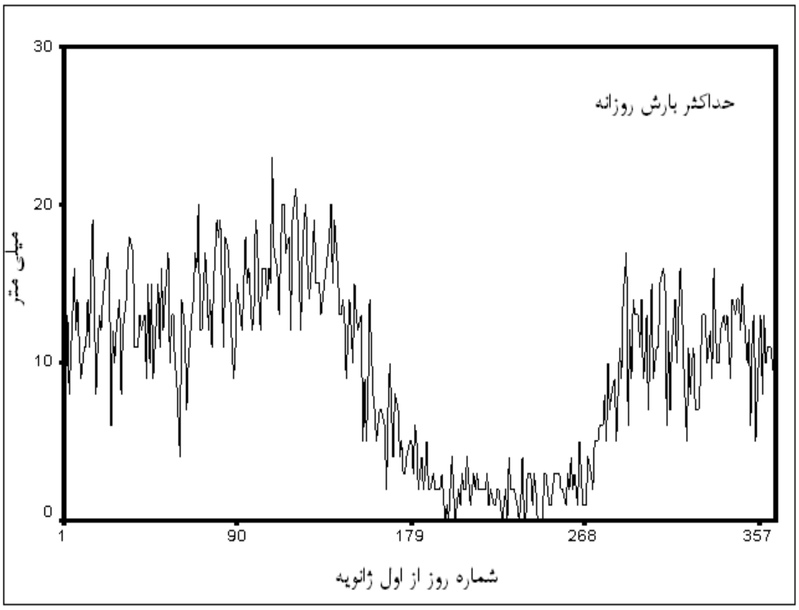
در شکل ۱ (ب) دیده می‌شود که زمان وقوع بارش‌های حداکثر در زمان اوج گیری بارندگی‌ها بخصوص بارندگی‌های بهاره - زمستانه است. با توجه به اینکه از این در این منطقه حداکثر بارش‌ها در فصل پاییز دیده می‌شود ولی فراوانی و شدت آنها در بارش‌های زمستانه –بهاره آشکارتر است.

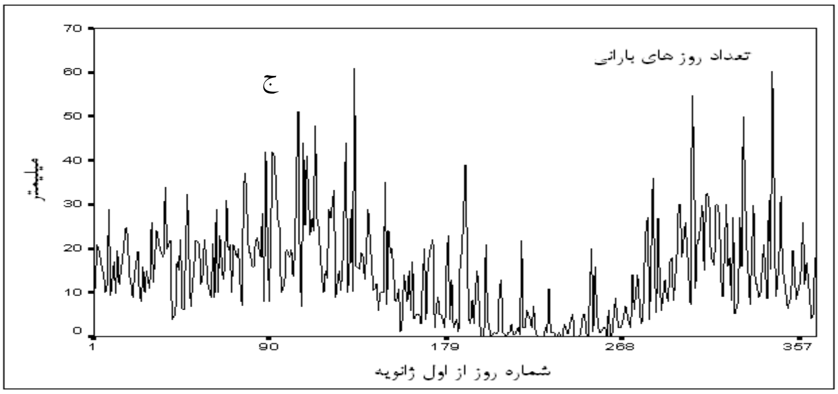
از طرف دیگر چنانکه در شکل ۱ (ج) که تعداد روزهای بارش در ایستگاه ارومیه طی دوره آماری مورد بررسی نشان داده شده، معلوم شد که حداکثر تعداد روزهای بارانی مربوط به فصول بهار و زمستان و بعد پاییز و کمترین مقدار حداکثر بارش مربوط به فصل تابستان می‌باشد.

الف


میانگین بارش روزانه
میلی متر
شماره روز از اول ژانویه
0
1
2
3
4
1
90
179
268
357

ب


حداکثر بارش روزانه
میلی متر
شماره روز از اول ژانویه
0
10
20
30
1
90
179
268
357



شکل ۱-مشخصات توصیفی بارش روزانه شهر ارومیه طی دوره ۲۰۰۸-۱۹۶۱

مشخصات احتمالی بارش

تعیین مرتبه تغییر وضعیت مارکفی

با فرض دوحالته بودن ماتریس فراوانی، وضعیت بارش شهر ارومیه به شکل زیر مرتب شده است:

$$F = \begin{bmatrix} 12004 & 1907 \\ 1903 & 1703 \end{bmatrix} \qquad (۷)$$

در تحلیل این ماتریس می‌توان گفت که عدد ۱۲۰۰٤ نمایانگر تعداد تغییرات روز خشک به روز خشک $(D \to D)$بعدی است. یعنی در بین ۱۷۵۱۹ روز آمار موجود ۱۲۰۰٤ روز از این آمار مربوط به روز خشک که بعد از آن روز خشک و بدون بارش بوده است. عدد ۱۹۰۷ در ردیف اول بیانگر روز خشک که روز بعد از آن بارانی بوده $(D \to W)$ را نشان می‌دهد. در ماتریس ردیف دوم ماتریس تبدیل روز اول بارانی، روز دوم خشک که ۱۹۰۳ روز $(W \to D)$ و آخرین عدد مربوط به تبدیل روز بارانی به روز بارانی $(W \to W)$ که تعداد ۱۷۰۳ روز را به خود در طی دوره‌ی آماری اختصاص داده است.

در رابطه با اینکه آیا ماتریس مورد نظر از زنجیره مارکوف مرتبه دو تبعیت می‌کند، یک سری آزمون‌های آماری موجود می‌باشد، از جمله آزمون‌های معتبر جهت ارزیابی ماتریس تغییر حالت مارکوف، آزمون χ^2 است. جدول (۲) محاسبات مربوط به آزمون را نشان می‌دهد. اعداد بالایی مقادیر مشاهده شده (O) و اعداد داخل پرانتز مقادیر مورد انتظار (E) تحت فرض صفر است.

جدول ۲-جدول دو بعدی مقادیر مشاهده شده و مقادیر مورد انتظار ماتریس فراوانی دو حالته

	D	W	∑
D	۱۲۰۰٤ (۱۱۰٤٤/۱٤)	۱۹۰۷ (۲۸٦٦/۸٦)	۱۳۹۱۱
W	۱۹۰۳ (۲۸٦۲/۸٦)	۱۷۳۰ (۷٤۳/۱٤)	۳٦۰٦
∑	۱۳۹۰۷	۳٦۱۰	۱۷۵۱۷

آماره آزمون به شرح زیر است:

$$\chi_o^2 = ۸۳/٤۲۲+۳۲۱/۳۷۰+۳۲۱/۸۲۰+۰/۰۰۰۱۲= ۱۹۹٦/۳۷۵$$

DF = 1, P-Value = 0. 000

بر اساس آزمون مربوطه ارزش آماره (P-value) در هر سطحی معنا دار است (p=0). همچنین بر اساس مقایسه مقادیر بحرانی (χ^2_c) با مقادیر مشاهده شده.(χ_o^2) ، معلوم شد که در هر سطح دلخواه شواهد کافی برای پذیرش فرض صفر (استقلال داده ها و عدم پیروی از زنجیره مارکوف دو حالته) وجود ندارد. این بدان معنی است که فراوانی حالات از زنجیره مارکوف مرتبه ۲ پیروی می کند.

با توجه به تغییر وضعیت‌ها به حالت‌های دیگر و نیز با توجه به تعریف احتمال، ماتریس احتمال تغییر حالت از ماتریس فراوانی به شرح زیر حاصل شد:

$$P= \begin{array}{c} \\ D \\ W \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.86 & 0.13 \\ 0.53 & 0.47 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۸)$$

اندیس سطری با حالت کنونی و اندیس سطری با حالت بعدی متناظر است. به عنوان مثال اینکه یک فرایند در یک مرحله از خشک به خشک ($D \rightarrow D$) انتقال می‌یابد برابر با $p_{(D \rightarrow D)} = 0.86$ است. در صورتی که احتمال انتقال از حالت خشک به حالت بارانی ($D \rightarrow W$) در یک مرحله برابر با $p_{(D \rightarrow W)} = 0.13$ است. با توجه به این مطالب می‌توان گفت برای حالت‌های بی شمار ماتریس تغییر وضعیت می‌تواند دارای ابعاد متفاوت باشد (عساکره ۱۳۸۷). در ادامه محاسبه احتمالی را که یک زنجیره در زمآنهای $1,2,........,n$ وارد حالت‌های $s_{(1)}, s_{(2)} ......, s_{(n)}$ شود با این فرض که زنجیره از صفر شروع شده باشد، در نظر می‌گیریم. دنباله‌ای از حالت‌ها که به وسیله آنها فرایندی می‌تواند حرکت کند، مسیر فرایند می‌گویند. با توجه به این می‌توان گفت که احتمال یک مسیر، دقیقاً برابر حاصل ضرب احتمال‌های تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است:

$$p[s_{(0)} \rightarrow s_{(1)}]p[s_{(1)} \rightarrow s_{(2)}]....p[s_{(n-1)} \rightarrow s_{(n)} \qquad (۹)$$

برای مثال چند احتمال تغییر وضعیت در ارتباط با بارش روزانه ارومیه با احتمال تداوم ۳ روزه آورده شده است: برای مثال احتمال تغییر وضعیت از بارش به بارش و مجدداً بارش (یعنی سه روز متوالی بارندگی) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} p_{[w \rightarrow w]}p_{[w \rightarrow w]}p_{[w \rightarrow w]} &= (0.47)(0.47)(0.47) = 0.104 \\ p_{[w \rightarrow w]}p_{[w \rightarrow w]}p_{[W \rightarrow D]} &= (0.47)(0.47)(0.52) = 0.114 \qquad (۱۰) \\ p_{[D \rightarrow D]}p_{[D \rightarrow D]}p_{[D \rightarrow D]} &= (0.86)(0.86)(0.86) = 0.632 \end{aligned}$$

روشن است با تغییر نقطه‌ی آغاز مسیر، نتایج متفاوتی به دست خواهد آمد. محاسبه احتمال‌های تغییر وضعیت دو مرحله‌ای به این مفهوم است که با آغاز یک وضعیت پس از دو تغییر به حالت اول بر می گردد. برای مثال بارانی به خشک و خشک به بارانی یک تغییر وضعیت دو مرحله‌ای است.

۳-محاسبه احتمال پایا

با توجه به مباحث قبل می‌توان گفت که تغییر حالات پرشماری برای زنجیره می‌توان تصور نمود. اما جمع بندی این تغییر حالات در یک عبارت کلی می‌تواند تصویر واضح‌تری را ارائه نماید. برای به دست آوردن عبارت کلی احتمال‌های دو مرحله‌ای فهرستی از مسیرهای ممکن را که فرایند در رفتن از i به j در دو مرحله می‌تواند دنبال کرد، مورد نظر قرار می‌دهیم. با محاسبه احتمال همه مسیرها و جمع نتایج $p_{(s\to j)}$ حاصل می‌شود (عساکره، ۱۳۷۸).

$$p^2{}_{(s\to j)}=\sum_s p_{(i\to s)}p_{(s\to j)} \qquad (11)$$

در این فرمول جمع یابی روی حالت‌های ممکن فرایند انجام شده است. این عبارت مربع ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است و به ماتریس تغییر وضعیت دو مرحله‌ای موسوم است. ب عنوان مثال ماتریس p^4 را ماتریس تغییر وضعیت چهار مرحله‌ای می‌نامند.

احتمال تغییر وضعیت k مرحله‌ای است که از به توان رساندن ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای بدست می‌آید. زمانی که ماتریس k مرحله‌ای وقتی k بزرگ می‌شود موضوع جالب توجهی رخ می‌دهد. در این شرایط همه سطرهای ماتریس تغییر وضعیت با هم برابر می‌شوند به طوری که اگر ماتریس را به توان های بالاتر برسانیم درایه‌ها هیچگونه تغییری نمی‌کنند.

این موضوع را بر روی روزهای بارانی شهر ارومیه برازش داده شد و ماتریس تغییر وضعیت k مرحله‌ای ارومیه در مرحله ۹ و تا ٤ رقم اعشار به شرایط پایا رسید. یعنی:

$$P^9=\begin{bmatrix}0.7943 & 0.2057\\ 0.7943 & 0.2057\end{bmatrix} \qquad (12)$$

بعد از تقریباً ۹ وضعیت با احتمال‌های ۰/۷۹٤۳ و ۰/۲۰۵۷ به شرط پایا می‌رسد. در واقع بردار سطری این ماتریس گویای احتمال وقوع وضعیت بلند مدت بارندگی است. دوره بازگشت بردار احتمال پایای زنجیره، (٤/۸، ۲/۱) $\pi\approx$ است. بنابراین می‌توان گفت به طور متوسط هر ۱/۲ روز یک بار بدون بارش و هر ٤/۸ روز یک بار بارش رخ می‌دهد. این وضعیت برای

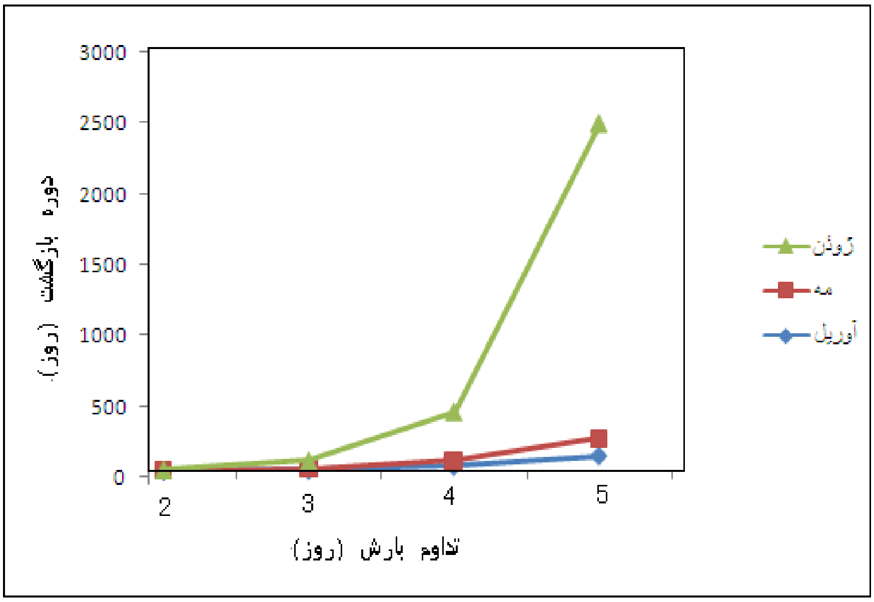
تمامی سطرهای ماتریس دوره بازگشت قابل تعمیم است. این مقادیر به طور متوسط برای طول سال صادق است. در ادامه برای هر یک از ماه‌های سال احتمالات روزهای توأم با بارش و فاقد بارش محاسبه و در جدول ۳ ارائه شده است.

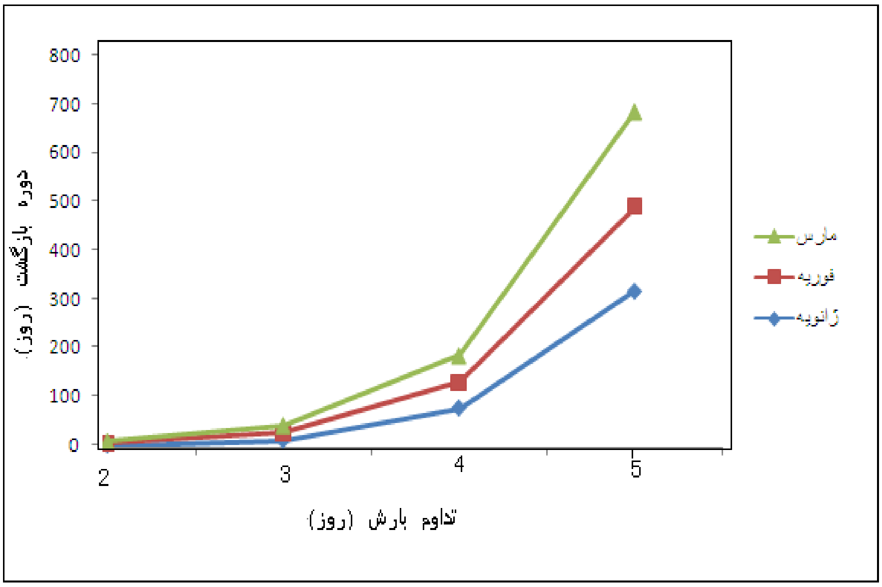
جدول ۳-احتمال پایای روزهای توأم با بارش و فاقد بارش در کل ماه‌ها برای ایستگاه ارومیه

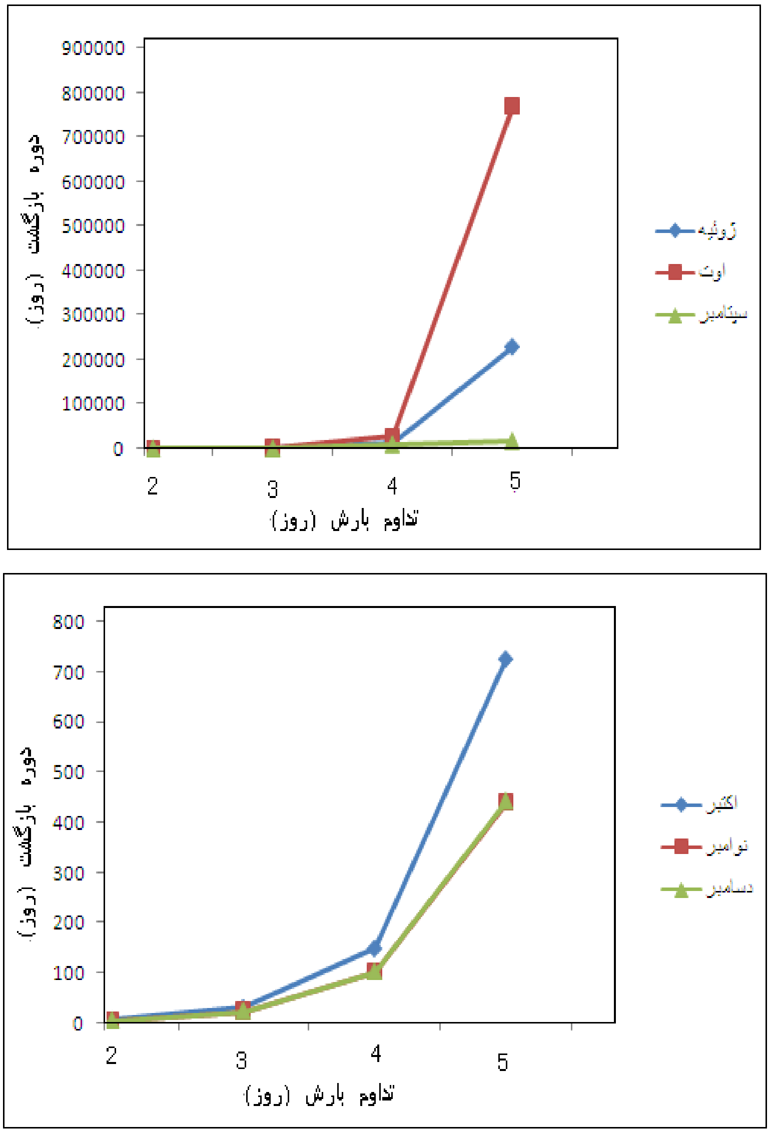
ماه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوئیه	اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
احتمال بارش	۰/۲۵۳۷	۰/۳۰۱۸	۰/۲۹۱۸	۰/۳۴۱۷	۰/۳۳۳۶	۰/۱۵۱۸	۰/۰۴۶۵	۰/۰۳۴۳	۰/۰۵۰۰	۰/۲۰۴۱	۰/۲۳۳۵	۰/۲۳۳۱
احتمال عدم بارش	۰/۷۴۶۳	۰/۶۹۸۲	۰/۷۰۸۲	۰/۶۵۸۳	۰/۶۶۶۴	۰/۸۴۸۲	۰/۹۵۳۵	۰/۹۶۵۷	۰/۹۵۰۰	۰/۷۹۵۹	۰/۷۶۶۵	۰/۷۶۶۹

٤-برآورد تداوم بارش

یکی از کاربردهای تکنیک زنجیره مارکوف، برآورد دوره برگشت بارش‌های با تداوم m روزه است. منظور از تداوم بارش، تعداد روزهایی متوالی است که بارش در آن رخ داده باشد. با قرار دادن مقادیر مختلف از ۲ تا ۵ به ازی m، طول دوره بارش با تداوم‌های ۱ تا ۵ روز برای هر ماه محاسبه شد. محاسبات مربوط به بارش یک روزه در جدول ۳ آورده شده است. توجه داشته باشید مقیاس‌های دوره بازگشت در ٤ فصل متفاوت است. با توجه به محاسبات انجام شده و نمودارهای ارائه شده معلوم شد که بارش ۲ روزه در فصل بهار دوره بازگشت کوتاهی حدود ٤/٤ روز در حالی که دوره بازگشت بارش دو روزه ماه اوت حدود ۳۰/۲ روز می‌باشد. در ادامه بارش فصل زمستان با تداوم بارش دوروزه حدود ٤/٧ در مقام دوم احتمال رخداد بارش‌های دوروزه است. در ادامه در دوره‌های بازگشت ۳، ٤ و ۵ روزه اختلاف فصول بارزتر است (شکل ۳). با توجه به اینکه هسته بیشینه بارش بهاره در فصل بهار بر منطقه آذربایجان قرار دارد مقدار بارندگی بهاره در این منطقه بخصوص در منطقه ارومیه ۵۰ درصد بارش سالانه است (علیجانی، ١٣٧٤). از دیگر عوامل حداکثر بودن بارش بهاره این منطقه می‌باشد.


3000
2500
2000
1500
1000
500
0
دوره بازگشت (روز)
2
3
4
5
تداوم بارش (روز)
ژوئن
مه
آوریل


800
700
600
500
400
300
200
100
0
دوره بازگشت (روز)
2
3
4
5
تداوم بارش (روز)
مارس
فوریه
ژانویه



شکل ۳-دوره‌های بازگشت بارش‌های ۲ تا ۵ روزه برای ایستگاه ارومیه

نتیجه‌گیری

با استفاده از تکنیک زنجیره مارکوف و بکارگیری بارش روزانه (٤٨) ساله ٢٠٠٨-١٩٦١ ایستگاه ارومیه و نیز بر اساس یک سری روش‌های آماری معین شد که زنجیره مارکوف دو حالته برازش مناسبی بر بارش ایستگاه ارومیه داشته و نیز بررسی‌ها نشان می‌دهد که روزهای بارانی و خشک به ترتیب با احتمال وقوع ٠/٢٠٥٧، ٠/٧٩٤٣ رخ می‌دهند و دوره بازگشت بارندگی حدود ٥ روز می‌باشد. با توجه به اینکه این مقدار به عنوان متوسط سالانه می‌باشد برای تمامی ماه‌ها نیز محاسبه شد. با توجه به محاسبات مربوط معلوم شد که روزهای توأم با بارش از فصل زمستان به سمت بهار رو به افزایش می‌رود، در حالی که این تعداد روزهای بارانی به سمت تابستان رو به کاهش می‌گذارد. در بین همه ماه‌ها کمترین و بیشترین روزهای توأم با بارندگی به ترتیب مربوط به ماه آوریل (٠/٣٤١٧) و اوت (٠/٠٣٤٣) است.

در ادامه دوره بازگشت روزهای توأم با بارندگی برای تداوم‌های مختلف (٢ تا ٥ روز) شهر ارومیه برای دوازده ماه سال محاسبه شد. بر اساس نتایج به دست آمده این تحقیق بارش در ماه‌های بهار نسبت به ماه‌های دیگر نه تنها با احتمال بیشتری رخ می‌دهد بلکه تداوم آن نیز بیشتر است، علاوه بر این حداکثر بارش‌های روزانه نیز در این فصل رخ می‌دهد. با توجه به این مسائل می‌توان گفت که توزیع بارش فصل بهار از فصول دیگر بیشتر و تمرکز زمانی کمتری دارد چرا که تعداد روزهای بارانی این فصل بیش از فصول دیگر رخ می‌دهد.

منابع

۱- آشگر طوسی، ش. علیزاده، ا. جوانمرد، س، (۱۳۸۲)، «پیش‌بینی احتمال وقوع خشکسالی در استان خراسان»، ***تحقیقات جغرافیایی***، شماره ۱۳۷۰، صفحه ۱۱۹

۲ – رضی ای، ط. دانش کار آراسته، پ. اختری، ر. ثقفیان، ب، (۱۳۸٦)، «بررسی خشکسالی‌های هواشناسی و اقلیمی در استان سیستان و بلوچستان با استفاده از نمایه SPI و زنجیره مارکوف»، ***تحقیقات منابع آب ایران***، بهار، شماره ۵۲، صفحه ۱۳.

۳- زارعی، ح. شاهکار، غ، (۱۳۸۰)، «بررسی احتمال تواتر روزهای بارانی و خشک مناطق خرمدره – ارداک و زشک»، سمینار احتمال و فرایندهای تصادفی، دانشگاه اصفهان ۷ و ۸ .

٤ – حقیقت جو، پ. شاه محمدی، ح، (۱۳۸۱)، «کاربرد زنجیره مارکوف در بررسی خشکسالی و ترسالی منطقه سیستان با توجه به دبی رودخانه هیرمند»، کنفرانس برای راهکارهای مقابله با بحران آب زابل.

۵ – طالشی، ع،. (۱۳۸٤)، «مدل‌سازی بارش‌های سالانه ایران با استفاده از زنجیره مارکوف»، دانشگاه تبریز دانشکده علوم انسانی و اجتماعی، پایان نامه کارشناسی ارشد.

٦ – عساکره، ح، (۱۳۸۷)، «بررسی احتمال تواتر و تداوم روزهای بارانی در شهر تبریز با استفاده از مدل زنجیره مارکوف»، منابع آب ایران.

۷ – عساکره، ح. مازینی، ف، (۱۳۸۹)، «بررسی احتمال وقوع روزهای خشک در استان گلستان با استفاده از زنجیره مارکوف»، ***مجله جغرافیا و توسعه***، شماره ۱۷، صفحه ۲۹.

۸–علیجانی، ب. (۱۳۷٤) «***آب و هوای ایران***»، انتشارات دانشگاه پیام نور.

۹–علیزاده، ا، (۱۳۸٦)، «***اصول هیدرولوژی کاربردی***»، مشهد، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.

۱۰. فولادوند، ح، (۱۳۸۵)، «پیش‌بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیر مارکوف در یک منطقه نیمه خشک»، ***مجله علوم کشاورزی***.

۱۱- یوسفی، ن. حجم، س. ایرانژاد، پ، (۱۳۸٦)، «برآورد احتمالات خشکسالی و ترسالی با استفاده از زنجیره مارکوف و توزیع نرمال (مطالعه موردی قزوین)»، ***پژوهش‌های جغرافیایی***، شماره ٦۰، صفحه ۱۲۱.

12. Allasseur, C. Hussan, L. Perz Fontan, Supelec-Sure Yvette. France, (2004), "Simulation Of Rain Events Time Series Markov "Vol 4, page 2801, www. Wamis. org/agm/pups/agm7.

13. Ana A. Paulo. Luis S. Pereira, (2007), "Prediction Of SPI Drought Class Transitions Using Markov Chain ", ***Water Resour. Manage***. Vol 21, Page 1813.

14. Berger,A. and Goossens, C. H. R. (1983),"Persistence of wet and dry spells at Uccle (Belgium) ", ***J. Climatol***, 3, 21-34.

15. Feyerherm. A. M, dean Bark. L, (1967), "Goodness of a Markov Chain Model for Sequences of Wet and Dry Days ", ***Journal of Applied Meteorology***, Vol 6. Page 770.

16. Grigorten, Irving. L, (1966), "A Stochastic Model of the Frequency and Duration of Weather Events ", ***Journal of Applied Meteorology***, Vol 5, Page 606.

17. Hopkins. J. W, Robillard. P, (1964), "Some Statistics of Daily Rainfall Occurrence for the Canadian Provinces ", ***Journal of Applied Meteorology***, Vol 3, page 600.

18. Hanson, C. L. , E. L. Neff, and D. A. Woolhiser. (1975). "Hydrologic aspects of water harvesting in the Northern Great Plains ", p: 129-140. Proceedings of Water Harvesting Symposium, ARS W-22, U. S. Department of Agriculture Agric, Res. Service. Water Conservation Lab.

19. Haggstrom Olle (2002),"***Finite Markov Chains and Algorithmic Applications*** ",Cambridge University Press. U. S. A. 11-12

20. Horvath. Laszlo Csurgai, Bito. Janos,(2007),"Rain Attenuation Time Series Synthesis with Combined Markov Models for Microwave Terrestrial Links ", ***International Journal of Mobile Network Design and Innovation***, (2007) , Vol 2, page 216.

21. Navidi, W. (2006), "***Statistics for Engineers and Scientists*** ", Mc Graw Hill, U. S. A.

22. Stem. R. D, (1980), The calculation of Probability Distribution for Model Precipitation, ***Archive for Meteorology Geophyses and Bioclimatology***, Vol 28, : 137-147.

23. Todorovic. P, Woolhiser. D. A., (1974),"Statistics Model of n-day Precipitation ", ***Journal of Applied Meteorology***, Vol 14, Page 17.
24. Vide Javier Martin, Gomez Lidia, (1999), "Regionalization of Peninsular Spain Based on the Length of Dry Spells ", ***International Journal of Climatology***, Vol 19, pages 537-555.

Analysis of Rainy Days Occurrence Probability Using Markove Chain Model for City of Urmia Iran.