



سال پانزدهم، شماره‌ی ۵۰
تابستان ۱۳۹۴، صفحات ۲۳۱-۲۰۹

دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر
فصلنامه‌ی علمی-پژوهشی فضای جغرافیایی

یوسف قویدل رحیمی^۱
مهدی عالی جهان^۲
روح الله اوچی^۳

بررسی مدل‌های جبری و زمین‌آماری در پهنه‌بندی بارش استان اردبیل

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۹/۱۳ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۹/۰۹

چکیده

دو روش قطعی شامل توابع شعاع محور (آر بی اف) و روش عکس فاصله وزنی (آی دی دبليو) و دو روش زمین‌آماری شامل روش کريجينگ و کوكريجينگ درون‌يابي، به منظور برآورد بارش سالانه ۲۹ ایستگاه سينوپتيك استان اردبیل، مورد آزمون قرار گرفتند. برای اين منظور، از داده‌های ایستگاه‌های مختلف در سطح استان شامل ۴ ایستگاه سينوپتيك، ۱ ایستگاه كليماتولوژي و ۲۴ ایستگاه باران‌سنجمي، در يك بازه زمانی ۱۰ ساله (۱۹۹۵-۲۰۰۵)، استفاده شد. بررسی عملکرد مدل‌های فوق، با استفاده از روش اعتبار سنجمي متقطع و نيز شاخص‌های خطای ميانگين انحراف خطأ، ميانگين قدر مطلق خطأ و ريشه دوم ميانگين مربع خطأ، انجام گرفت. در نهايت، جهت شناسايي مناطق برآورد پايانين و يا بالا برآورد هر مدل در سطوح ارتفاعى بالاتر از توزيع مکانی ایستگاه‌ها، خروجي هریک از مدل‌ها كتربل شد. نتایج نشان داد که مدل کريجينگ نسبت به ساير روش‌ها دارای خطای كمتری بوده و با

E-mail: mail:ghavidel@modares.ac.ir

۱- استاديار گروه جغرافيا طبیعی، دانشگاه تربیت مدرس.

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد آب و هواشناسی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس.

۳- استاديار گروه جغرافيا، دانشگاه گيلان.

نقشه توزیع ارتفاعی منطقه هم خوانی دارد. لذا روش مذکور، به عنوان بهترین روش برآورد بارندگی مناطق فاقد اطلاعات با اختلاف توپوگرافیک شدید استان اردبیل، تشخیص داده شد.

کلید واژه‌ها: نگاشت بارش، روش‌های قطعی و زمین‌آماری درون‌یابی، اعتبارسنجی مقاطع، استان اردبیل.

مقدمه

بارش به عنوان عنصر اقلیمی تأمین کننده آب، نقش بسیار مهمی در چرخه آب و به‌تبع از آن در حیات و ممات اکوسیستم‌ها دارد. تخمین مقدار بارش پهنه‌های مختلف یک منطقه در برنامه‌ریزی‌ها به‌ویژه آمایش سرزمین بسیار باهمیت محسوب می‌شود. مناطقی در هر سرزمین وجود دارند که به هر دلیل تحت پوشش ایستگاه‌های هواشناسی نبوده یا پوشش ایستگاه‌ها به دلیل تنوع توپوگرافیک و وسعت زیاد پاسخگوی اندازه‌گیری دقیق بارش پهنه‌ای منطقه نیست. به منظور رفع این مشکل اغلب از روش‌های درون‌یابی، جهت برآورد مقادیر بارش پهنه‌های واقع در مناطق فاقد اطلاعات (مناطقی که تحت پوشش هیچ ایستگاه هواشناسی نبوده و اغلب تنوع توپوگرافیک شدیدی دارند) استفاده می‌شود. به دلیل اینکه عدم دقت در انتخاب روش مناسب باعث خطا در تخمین بارش و یا دیگر عنصر اقلیمی مورد تخمین، می‌گردد. از این رو لازم است در پژوهش‌های کاربردی، روش‌های مختلف با هم‌دیگر مقایسه شده و مناسب‌ترین روش، مورد استفاده قرار گیرد.

تحقیقات مقایسه‌ای وسیعی در ارتباط با روش‌های مختلف درون‌یابی در راستای پهنه‌بندی بارش صورت گرفته که از آن جمله آن‌ها می‌توان به تجزیه و تحلیل چند متغیره زمین‌آماری تبخیر و تعرق و بارش کوهستانی اسپانیا (مارتینز، ۱۹۹۵: ۱۹)، درون‌یابی داده‌های بارش (دیرکس و همکاران، ۱۹۹۸: ۱۸۷) و نگرش زمین‌آماری به تنوع ارتفاعی جهت درون‌یابی فضایی بارش (گووارتر، ۱۹۹۹: ۱۱۳) و مطالعات مشابه بی‌شمار دیگر اشاره نمود. همچنین هاسین (۲۰۱۰: ۸۸۰) در مطالعه‌ای تحت عنوان درون‌یابی زمانی‌مکانی بارش‌های موسمی پاکستان، بارش‌های مذکور را پهنه‌بندی نمود. در پژوهشی تحت عنوان تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای فنون مختلف درون‌یابی فضایی داده‌های بارش برای تولید سری‌های زمانی ماهانه برای بارش‌های دوره‌ای در سیسیل ایتالیا که توسط دی پیازا (۲۰۱۱: ۳۹۶)، صورت گرفته روش‌های مختلف زمین‌آماری مورد مقایسه قرار گرفتند. بوستان (۲۰۱۲: ۱۱۵) نیز در مطالعه‌ای تحت عنوان مقایسه تکنیک‌های کریجینگ و رگرسیون برای ترسیم میانگین بارش سالانه ترکیه، به پهنه‌بندی بارش سالانه این کشور از طریق تکنیک‌های زمین‌آماری و جبری پرداخته است. کلبوتی و همکاران (۲۰۱۲: ۴۶۸)، در تحقیقی

تحت عنوان درون‌یابی فضایی بارش سالانه در آنای‌ای الجزایر، با مقایسه و ارزیابی مدل‌ها، به درون‌یابی بارش در این منطقه مذکور پرداخته‌اند.

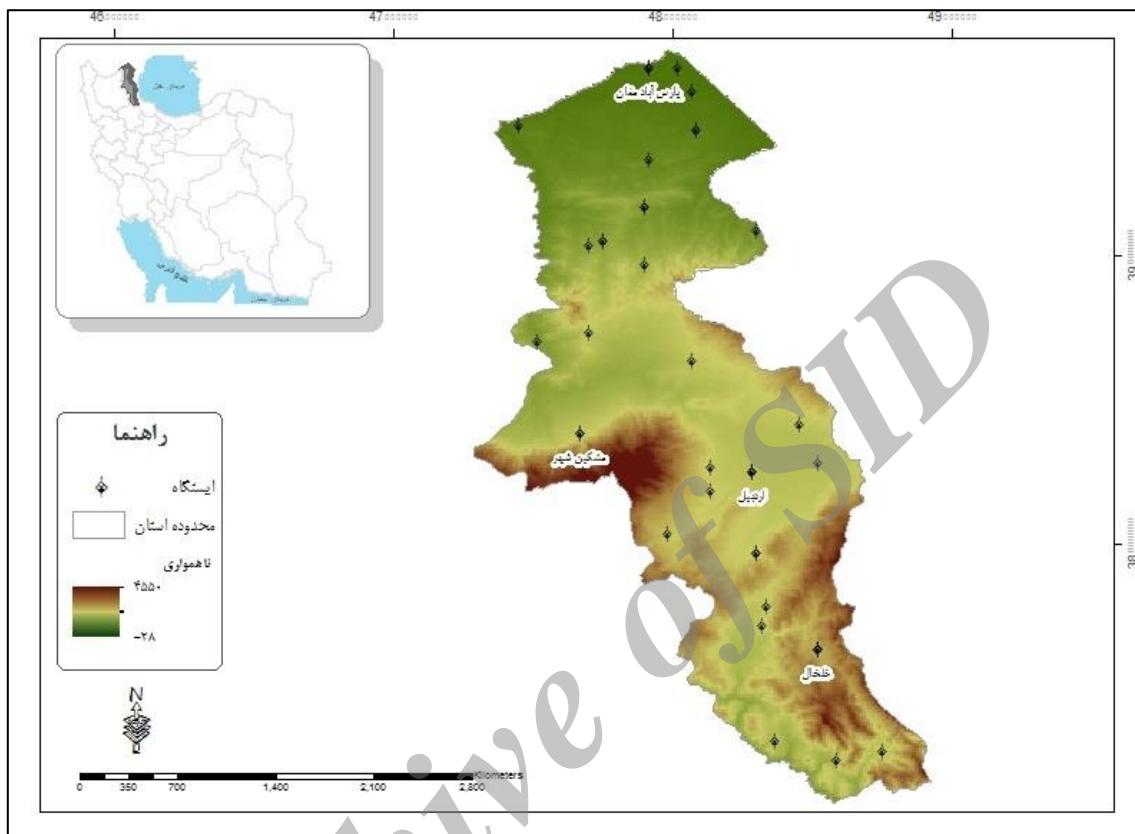
در ایران نیز مطالعات متعددی انجام گرفته که از آن جمله آن‌ها می‌توان به بررسی توزیع مکانی بارندگی روزانه و ماهانه در حوضه دریای خزر توسط رحیمی بندرآبادی و مهدیان (۱۳۸۳: ۶۳)، اشاره کرد. آن‌ها در این پژوهش از روش‌های کریجینگ معمولی، میانگین متحرک وزنی و TPSS جهت برآورد بارش استفاده کرده‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که روش TPSS به توان ۲ جهت پهنه‌بندی بارش در این منطقه مناسب می‌باشد. در پژوهشی تحت عنوان ارزیابی شیوه‌های درون‌یابی محیط سامانه اطلاعات جغرافیایی در پهنه‌بندی داده‌های بارندگی استان فارس، که توسط شمس نیا (۱۳۸۷: ۳۵)، با استفاده از زمین‌آمار انجام شده این نتیجه حاصل شده است که مدل تئوریکی نمایی جهت پهنه‌بندی بارش استان فارس مناسب می‌باشد. در پژوهشی دیگر تحت عنوان، ارزیابی و برآورد بیشترین بارش ۲۴ ساعته در استان گلستان توسط جهانی و دلبر (۱۳۸۸: ۱۳)، که با استفاده از روش‌های کریجینگ معمولی، کوکریجینگ و میانگین متحرک وزنی صورت گرفته این نتیجه حاصل شده است که روش کوکریجینگ با استفاده از متغیر کمکی ارتفاع برای تمامی دوره‌ها به غیر از زمستان بهترین روش جهت تخمین بارندگی در این استان می‌باشد. مهرشاهی و خسروی (۱۳۸۸: ۲۳۳)، در پژوهشی با عنوان، ارزیابی روش‌های میان‌یابی کریجینگ و رگرسیون خطی بر پایه مدل ارتفاعی رقومی جهت تعیین توزیع مکانی بارش سالانه، به درون‌یابی این متغیر اقلیمی در استان اصفهان پرداخته و به این نتیجه رسیدند که تابع رگرسیونی کسینوسی برای میان‌یابی بارش منطقه موره مطالعه، مناسب می‌باشد. پژوهشی دیگری با عنوان برآورد بارندگی فصلی و سالانه با استفاده از روش‌های درون‌یابی چند متغیره دامنه جنوبی البرز در استان سمنان (زارع چاهوکی و زارع چاهوکی، ۱۳۸۹: ۳۹) به انجام رسیده که در آن با استفاده از روش کریجینگ به برآورد بارش سمنان پرداخته شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که به دلیل همبستگی بالای بارش و ارتفاع در منطقه، روش کریجینگ می‌تواند به عنوان بهترین روش درون‌یابی در منطقه محسوب شود. غصنفری مقدم و همکاران (۱۳۸۹: ۲۰۷) در پژوهشی تحت عنوان مقایسه مدل Persiann با روش‌های درون‌یابی، به منظور کاربرد در تخمین مقادیر بارندگی روزانه خراسان شمالی، به مقایسه روش Persiann با روش‌های کریجینگ و عکس فاصله وزنی جهت پهنه‌بندی بارش خراسان شمالی پرداخته و به این نتیجه رسیده‌اند که خروجی مدل Persiann نسبت به دو روش درون‌یابی مورد استفاده، به واقعیت نزدیک‌تر بوده و از همبستگی بالاتری نیز برخوردار است. در پژوهشی

دیگر تحت عنوان، کاربرد روش‌های زمین‌آمار در مطالعات توزیع مکانی بارش استان کرمان که توسط میرموسوی و میریان (۱۳۹۰: ۱۵۳) صورت گرفته، با استفاده از روش‌های کریجینگ و عکس فاصله وزنی به پهنه‌بندی بارش استان کرمان پرداخته شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که کریجینگ با سطح خطای پایین‌تر، روش بهتری برای درون‌یابی بارش در این منطقه می‌باشد. ذیبی و همکاران (۱۳۹۰: ۱۰۱) نیز در مطالعه با عنوان بررسی توزیع مکانی بارش سالانه با استفاده از روش‌های زمین‌آماری، با دو روش کریجینگ و عکس فاصله وزنی به مطالعه درون‌یابی بارش در منطقه قم پرداخته‌اند و در پژوهشی که انجام داده‌اند این نتیجه حاصل شده است که روش کریجینگ با ضریب خطای کم‌تر نسبت به عکس فاصله وزنی، بهترین برآورد را برای این منطقه انجام داده است. مظفری و همکاران (۱۳۹۱: ۶۳) با استفاده از روش‌های کریجینگ ساده و معمولی و رگرسیون خطی بر پایه مدل رقومی ارتفاعی زمین اقدام به پهنه‌بندی بارش در استان بوشهر کرده‌اند. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از آن است که روش رگرسیون با تابع چند جمله‌ای درجه چهارم، به عنوان مناسب‌ترین روش جهت تخمین بارش در این منطقه می‌باشد. استان اردبیل با جای دادن دشت‌های وسیع و حاصل خیزی مثل دشت مغان، پارس‌آباد و غیره، به عنوان یکی از قطب‌های کشاورزی کشور به شمار می‌رود. لذا آگاهی نحوه توزیع عناصر اقلیمی از قبیل بارش که برای کشاورزی و دامپروری حائز اهمیت است، در تمام مناطق استان، ضروری به نظر می‌رسد. ایستگاه‌های اندازه‌گیری متغیرهای اقلیمی از جمله بارش در سطح استان از پوشش خوبی برخوردار نبوده و متأسفانه، پژوهش در خوری نیز در این راستا صورت نگرفته است. از این رو پژوهش حاضر، با استفاده از روش اعتبار سنجی متقطع و چند شاخص معتبر اعتبار سنجی، به ارزیابی عملکرد روش‌های قطعی و تصادفی درون‌یابی، در نگاشت بارش استان اردبیل می‌پردازد.

مواد و روش‌ها

استان اردبیل در شمال‌غرب ایران با مساحتی معادل ۱۷۹۵۰ کیلومتر مربع (۱/۱٪ از مساحت کشور) قرار دارد. همچنان که در شکل (۱) نشان داده شده است، این استان از لحاظ جغرافیایی در ۳۷ درجه و ۴۵ دقیقه تا ۳۹ درجه و ۴۲ دقیقه عرض شمالی و ۴۷ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۴۸ درجه و ۵۵ دقیقه طول شرقی از نصف‌النهار گرینویچ در شمال غرب ایران واقع شده و این گستردگی در محور عرض جغرافیایی، همراه با عامل ارتفاع دشت‌ها و کوهستان‌های آن در ترکیبی هماهنگ با هم‌جواری دریای خزر، موقع خاصی به استان بخشیده است. سیمای طبیعی استان اردبیل با سایر نواحی فلات آذربایجان تفاوت زیادی دارد. این استان بخشی از فلات ملثی شکل ایران در شرق فلات

آذربایجان بوده که حدود ۲/۳ آن دارای بافت کوهستانی با اختلاف ارتفاع زیاد و بقیه را مناطق هموار و پست تشکیل می دهند (<http://arww.ir>).



شکل ۱: موقعیت ایستگاه های مورد بررسی در نقشه ناحیه همواری استان اردبیل

جهت انجام این پژوهش از داده های سالانه بارش ۴ ایستگاه سینوپتیک، ۱ ایستگاه کلیماتولوژی و ۲۴ ایستگاه باران سنجی برای سال های ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۵ میلادی استفاده شد. لازم به ذکر است که تمام ایستگاه ها دارای پوشش کاملی از داده های بارش برای دوره مذکور بودند که نویسنده این را از بازسازی داده ها، بی نیاز می نمود.

بررسی شکل (۲) نشان دهنده این است که ارتفاع منطقه حدوداً مابین ۴۵۰-۲۸۰ متر می باشد. بررسی نقشه سطوح ارتفاعی و پراکندگی ایستگاه های منطقه مورد مطالعه نشان می دهد که ایستگاه ها تا ارتفاع ۲۱۷۶ متری در سطح استان پراکنده شده اند، و از ارتفاعات بالاتر از این مقدار ایستگاهی مشاهده نمی شود. بنابراین احتمال این که در هنگام درون یابی در سطوح ارتفاعی که ایستگاهی در آن وجود ندارد، بروز یابی^۴ صورت گیرد زیاد است. لذا به منظور

شناسایی مناطق برآورده بارندگی سالانه در منطقه مورد مطالعه (به میلی‌متر) خروجی هر مدل کنترل می‌شود. قبل از انجام پژوهش، همگن بودن داده‌ها توسط آزمون ران تست مورد ارزیابی قرار گرفت و از همگن بودن داده‌ها اطمینان حاصل شد.

جدول ۱- آماره‌های توصیفی بارندگی سالانه در منطقه مورد مطالعه (به میلی‌متر)

چولگی	دامنه تغییرات	واریانس	ضریب تغییرات	انحراف معیار	حداکثر	حداقل	میانگین
.۳۵	۱۶۷	۲۶۱۷/۹۹	۱۵/۶۷	۵۱/۱۶	۴۲۵/۴	۲۵۸/۴۴	۳۲۶/۳۵



شکل ۲: نمودار هیستوگرام فراوانی داده‌ها

همبستگی بین بارش سالانه و ارتفاع ایستگاه‌ها در منطقه برابر با $0/۶۲$ می‌باشد که این همبستگی در سطح $0/۰۱$ معنادار است. لذا می‌توان گفت در سطح اطمینان $0/۹۹$ بین بارندگی سالانه استان اردبیل و ارتفاع منطقه ارتباط مستقیمی برقرار است. ضریب تعیین ارتفاع و بارندگی برابر با $0/۳۸$ می‌باشد که می‌توان نتیجه گرفت که بارندگی سالانه اردبیل در نتیجه تأثیر عامل ارتفاع می‌باشد (جدول ۱). ضریب تغییرات بارندگی سالانه در سطح استان برابر با $15/۶۷$ درصد است که نشان از تغییرات کم بارندگی سالانه نسبت به سطح می‌باشد و نشانی از فقدان داده پرت در منطقه به حساب می‌آید.

روش‌های درونیابی قطعی^۵

در این روش، یک یا چند رویه به مجموعه نقاط مشاهده‌ای (z) در مختصات معلوم برآش داده می‌شود. درونیابی‌های قطعی می‌توانند، دقیق و یا تقریبی باشند به‌طوری که اگر مقادیر مشاهده‌ای به عنوان مقادیر دقیق

(بدون خطا یا عدم قطعیت) در محل های نمونه گیری تلقی شود، استفاده از یک روش دقیق برای درون یابی توصیه می شود. ولی اگر مقداری عدم قطعیت برای متغیر در نظر گرفته شود ممکن است یک روش هموار انتخاب شود. لذا در این دسته توابع ریاضی مختلفی برای برآش سطوح درون یابی به نقاط معلوم می توانند استفاده شوند (تفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۶).

وزن دهی فاصله معکوس^۷

به طور کلی، چیزهایی که به یکدیگر نزدیکترند، تمایل دارند بیشتر از چیزهایی که از هم دورترند، به هم شبیه باشند. این یک قاعده بنیادی در علوم جغرافیایی است. به طوری که می دانیم به طور پیوسته از موقعیتی که می خواهیم پیش بینی در آن انجام دهیم، هر چقدر دورتر می شویم، تأثیر نقاط کاهش می یابد. باید این نکته را مورد توجه قرار داد که لحاظ نمودن نقاطی که در فاصله دورتری از نقطه ای که می خواهیم پیش بینی را برای مقدار آن نقطه به دست آوریم، قرار گرفته اند، ممکن است عملاً زیان بار باشد، چرا که این امکان وجود دارد که این نقاط انتخابی در ناحیه ای واقع شده باشند که با نقطه پیش بینی شونده به طور چشمگیری متفاوت باشند. اگر مثلاً نمونه های برداشت شده، نسبتاً یکنواخت توزیع شده باشند و خصوصیات های سطحی در سرتاسر چشم انداز افقی تغییر نکند، ما می توانیم مقادیر سطحی را از نقاط مجاور با دقت معقولی پیش بینی نماییم. برای محاسبه ارتباط فاصله ای، می توان به این نکته اشاره داشت که مقادیر نقاط نزدیک تر از نقاطی که دورترند، وزن بزرگ تری را به خود می گیرند (ترابی آزاد و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۵). توان های بزرگ تر اثر نقاط دورتر از نقطه ای مورد تخمین را کاهش می دهند و توان های کوچک تر وزن ها را به طول یکنواخت تری بین نقاط همسایه توزیع می کنند (تفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۴). معادله عمومی به صورت رابطه (۱) است:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i) \quad (1)$$

که در آن $\hat{Z}(s_0)$ مقدار پیش بینی شونده برای موقعیت s_0 ، N تعداد نقاط نمونه برداری شده، λ_i وزن اختصاص داده شده برای هر نقطه و $Z(s_i)$ مقدار مشاهده شده در موقعیت s_i می باشد.

معادله (۲) نحوه تعیین وزن را نشان می دهد:

$$\lambda_i = \frac{d_{i_0}^{-p}}{\sum_{i=1}^N d_{i_0}^{-p}}, \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad (2)$$

در رابطه فوق λ_i وزن نقطه نمونه‌ی آم، $d_{i_0}^{-p}$ فاصله بین موقعیت پیش‌بینی شونده S_i ، S_0 هر موقعیت اندازه‌گیری شده است (موحدی و سلطانیان، ۱۳۹۰: ۱۳۰).

روش توابع شعاع محور^۷ و تابع معکوس درجه چند (درجه دو به بالا)^۸

این روش به عنوان یکی از روش‌های توابع شعاعی محسوب می‌شود که به دلیل داشتن مقدار خطای کمتر و دقت بالا در این پژوهش از بین روش‌های مربوطه انتخاب گردیده است. توابع پایه‌ی شعاعی این توانایی را به ما می‌دهند که سطوحی را ایجاد نماییم که هم روندهای عام در آن‌ها در نظر گرفته شده‌اند و همچنین تغییرات محلی نیز در آن‌ها لحاظ شده باشند. این روش در نمونه‌هایی کمک کننده خواهد بود که رویه برآش شده بر حسب مقادیر نمونه‌برداری شده، به دقت سطح را نمایش نمی‌دهد (ترابی آذر و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۹). این روش می‌تواند روی داده‌های نویز داری که به طور نامنظم در یک منطقه پخش شده‌اند اعمال شده و یک درون‌یابی چند متغیره هموار روی داده‌ها انجام دهد. به عبارت دیگر روش RBF تابعی را می‌یابد که مشابه یک ورقه فلزی نازک است که به طور همواری خم شده است و مقید به گذشتگی از تمامی داده‌ها می‌باشد. در این روش یک تابع $f(x, y)$ را می‌یابد که این تابع نه تنها از تمامی داده‌های موجود می‌گذرد، بلکه مقدار یک تابع اینجا را که میزان هموار بودن تابع $f(x, y)$ را می‌سنجد را نیز کمینه می‌کند. در روش RBF تابعی که میزان تابع انحنای برای آن مینیمم می‌شود به شکل عمومی زیر می‌باشد و تفاوت روش‌های RBF مختلف در نحوه تعریف تابع RBF (E) در رابطه زیر می‌باشد:

$$f(x, y) = \sum_{j=1}^n a_j E(\|x - x_j, y - y_j\|) + b_0 + b_1 x + b_2 y \quad (3)$$

به طوری که $\| \cdot \|$ بیانگر طول بردار، x و y متغیرهای مکانی، (x_j, y_j) مختصات مکانی زمین نقطه مشاهده‌ای پارامتر j و E یک RBF می‌باشد. a_j, b_0, b_1, b_2 ضرایبی هستند که باید تعیین شوند تا تابع f به طور صریح مشخص شود. البته ابتدا بایستی RBF (E) نیز مشخص شود.

رابطه (۴) زیر نحوه محاسبه روش Inverse Multiquadratic را نشان می‌دهد:

7- Radial Basis Function
8- Inverse Multiquadratic

$$\text{Inverse Multi-quadratic} = \frac{1}{\sqrt{\left[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 \right] + \lambda}} \quad \text{رابطه (۴)}$$

پس از انتخاب RBF به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ a_n \end{bmatrix} = A^{-1}(\vec{z} - B\vec{b}) \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (B' A^{-1} B)^{-1} B' A^{-1} \vec{Z} \quad \text{رابطه (۵)}$$

که در روابط فوق

$$A = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & . & E_{1n} \\ E_{21} & E_{22} & . & E_{2n} \\ . & . & . & . \\ E_{n1} & E_{n2} & . & E_{nn} \end{bmatrix}_{n,n} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ . & . & . \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix}_{n,3} \quad \vec{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ . \\ Z_n \end{bmatrix}_{n,1} \quad \text{رابطه (۶)}$$

که در ماتریس A ، E_{ij} به صورت رابطه (۷) تعریف می شود:

$$E_{ij} = E(x_i - x_j, y_i - y_j) \quad \text{رابطه (۷)}$$

که E همانتابع RBF انتخاب شده می باشد.

در روابط فوق پارامتر λ ، ضریب همواری نامیده می شود. این ضریب به منظور ایجاد قابلیت همواری تابع درون یاب (f) به روابط RBF اضافه گردیده است (تفقیان و همکاران، ۹۴-۹۵: ۱۳۸۹).

روش های درون یابی زمین آماری^۹

درون یاب های زمین آماری به دسته ای از روش ها گفته می شود که بر پایه ویژگی های آماری سری مکانی متغیر مورد نظر، نظیر میانگین و انحراف معیار استوار می باشد. در روش های آماری تخمین میانگین مکانی یک منطقه، به تعداد

نمونه‌ها و احتمال دخالت هر نمونه وابسته است. لازم به ذکر است وزن داده‌های مشاهده‌ای در این نوع درونیاب‌ها براساس عبارات احتمالاتی ساده محاسبه می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت روش‌های آماری تا حدودی بهترین تخمین را انجام می‌دهند و مقدار اعتبار تخمین را نیز محاسبه می‌کنند.

روش کریجینگ^{۱۰}

کریجینگ از این حیث که در آن وزن‌های مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی مجاور را برای استنتاج پیش‌بینی در هر موقعیتی به کار می‌برد، شبیه روش IDW است. اگرچه، وزن‌ها تنها مبتنی بر فاصله‌ی بین نقاط اندازه‌گیری شده و موقعیتی که قرار است پیش‌بینی صورت گیرد، نیست، بلکه مبتنی بر آرایش مکانی سرتاسری میان نقاط اندازه‌گیری شده نیز می‌باشد. برای استفاده از آرایش مکانی در وزن دهی‌ها، کمیت خود همبستگی مکانی باید تعیین شود (ترابی آزاد و همکاران، ۱۳۸۹: ۲۰). از بین تابع همبستگی، کواریانس و نیم تغییر نما برای نشان دادن پیوستگی مکانی داده‌ها نیم تغییرنما بیشترین کاربرد را به خود اختصاص می‌دهد. رابطه (۸) نیم تغییر نما به صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad \text{رابطه (۸)}$$

که در این رابطه (h) ، مقدار نیم تغییرنما برای جفت نقاطی است که به فاصله h از هم قرار دارند، (h) ، تعداد زوج نقاطی است که به فاصله h از هم قرار دارند، (x_i) ، مقدار مشاهده‌ای متغیر x در موقعیت i و $(x_i + h)$ ، مقدار مشاهده‌ای متغیر در فاصله‌ی h از i است (فاضلی و همکاران، ۱۳۸۹).

شرط استفاده از این تخمین گر این است که متغیر Z دارای توزیع نرمال باشد. کریجینگ بهترین تخمین گر خطی ناریب است و عاری از خطای سیستماتیک می‌باشد، همچنین واریانس تخمین در آن نیز حداقل می‌باشد بنابراین:

$$E \left[Z(x_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z^*(x_i) \right] = 0 \quad , \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \text{رابطه (۹)}$$

که در رابطه فوق (x_i) ، مقدار مشاهده شده‌ی متغیر در نقطه i ام با مختصات معلوم، $(x_i)^*$ ، مقدار تخمینی در همان نقطه i ام، λ_i ، وزن داده‌های مشاهده‌ای و E ، اميد ریاضی است. بنابراین شرط ناریبی کریجینگ بیانگر آن است که مجموع ضرایب وزنی تخمین باید مساوی واحد باشد. شرط دیگر در روش کریجینگ این است که واریانس تخمین باید حداقل باشد. اعمال این شرط به حل معادله ماتریسی (۱۰) منتهي می‌شود:

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \quad \text{رابطه (10)}$$

که در این رابطه A ماتریس γ_{ij} (مقدار مدل نیم تغییرنما بین نمونه‌های i و j ، B ، ماتریس γ_{0i} (مقدار مدل نیم تغییرنما بین نقطه مجهول و نقاط نمونه i) و X ، ماتریس ضرایب λ (مقدار نمونه i ام برای تخمین نقطه مجهول) می‌باشد (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۶).

روش کوکریجینگ^{۱۱}

همان‌طور که در آمار کلاسیک نیز روش‌های چند متغیره وجود دارد، در زمین‌آمار نیز می‌توان با روش کوکریجینگ که براساس همبستگی بین متغیر اصلی و یک متغیر کمکی استوار است به تخمین متغیر اصلی پرداخت. در این رویکرد، یک موقعیت نمونه‌برداری شده، ممکن است داده برای بیش از یک خصیصه در اختیار باشد. بدین ترتیب اگر داده برای هر خصیصه به صورت فضایی همبستگی داشته باشد، امکان استفاده از آن برای تغییر فضایی یک خصیصه به کمک نقش خصیصه دیگر وجود دارد معادله کوکریجینگ (۱۱) به شرح زیر می‌باشد:

$$Z^*(x_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i) \sum_{k=1}^n \lambda_k U(x_k) \quad \text{رابطه (11)}$$

که در این رابطه λ_i ، وزن مربوط به متغیر Z در موقعیت x_i ، λ_k ، وزن مربوط به متغیر کمکی U در موقعیت x_k ، Z ، U ، مقدار مشاهده‌ای متغیر کمکی در موقعیت x_k می‌باشد. محاسبه نیم تغییرنما متقابل برای محاسبه اوزان به صورت رابطه (۱۲) می‌باشد:

$$\gamma_{zy}(h) = \frac{1}{2} n [Z(x_i + h) - Z(x_i)] \times [Y(x_k + h) - Y(x_k)] \quad \text{رابطه (12)}$$

که در این رابطه (h) ، نیم تغییر نمای متقابل بین متغیر Z و Y ، (x_i) ، متغیر مشاهده شده، (x_k) ، متغیر کمکی می‌باشد. معادلات کریجینگ با اعمال شرایط نالریب بودن و حداقل شدن واریانس تخمین به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) می‌باشد:

$$\begin{aligned} \sum \lambda_i(z) \cdot \gamma_{ij}(z) + \sum \lambda_k(y) \cdot \lambda_{ik}(zy) + \mu_1 &= \gamma_{i0}(z) \\ \sum \lambda_i(z) \cdot \gamma_{ik}(zy) + \sum \lambda_k(y) \cdot \lambda_k(y) + \mu_2 &= \gamma_{k0}(z) \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۳-۱۲)}$$

و با فرض‌های:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda_k = 0$$

که در این رابطه $(z)_i$ ، اوزان مربوط به متغیر $(x_i, Z(x_i), y)$ ، λ_k ، اوزان مربوط به متغیر $(x_k, Y(x_k))$ ، γ_{ij} ، تغییر نمای بین نقاط مشاهده شده‌ی متغیر z و y ، γ_{ik} ، تغییر نمای متقابل بین z و y ، γ_{i0} ، تغییر نمای بین نقطه‌ی مورد تخمین و نقاط مشاهده‌ای متغیر y و μ_1, μ_2 ، ضرایب لاگرانژ می‌باشند (ثقیلیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۹۷-۹۶).

معیارهای اعتبار سنجی روش‌های استفاده شده

معیارهای مختلفی برای اعتبار سنجی روش‌های درونیابی وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها اعتبار سنجی تقاطعی می‌باشد که این پژوهش براساس این معیار انجام شده است. این روش به این صورت می‌باشد که برای هر یک از نقاط مشاهده‌ای به وسیله روش‌های درونیابی تخمینی انجام می‌شود و سپس مقدار تخمین‌زده شده با مقدار مشاهده‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد مدلی که کم‌ترین مقدار خطأ را در تخمین داشته باشد به عنوان بهترین مدل شناخته می‌شود. روش‌های مختلفی برای مقایسه کردن مقادیر مشاهده‌ای و تخمین‌زده شده توسط مدل وجود دارد، از مهم‌ترین آن‌ها که پژوهش حاضر به وسیله آن‌ها انجام شده می‌توان به:

میانگین قدر مطلق خطأ^{۱۲} که از طریق رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$MAE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} [z(x_i) - \hat{z}(x_i)] \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

میانگین انحراف خطأ^{۱۳} که از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$MBE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} [z(x_i) - \hat{z}(x_i)] \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

ریشه دوم میانگین مربع خطأ^{۱۴}، که هر چقدر کم‌تر باشد نشانگر خطای کم‌تر مدل بوده که فرمول عمومی روش فوق

به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد:

12- Mean Absolute Error(MAE)

13- Mean Bias Error(MBE)

14- Root Mean Square Error(RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N_v} (z(x_i) - \hat{z}(x_i))^2} \quad (16)$$

که در روابط فوق (x_i) z ، مقدار برآورده شده متغیر در i ، (\hat{z}) مقدار مشاهده‌ای متغیر در i ، n ، تعداد نقاط با متغیر مشاهده‌ای می‌باشد (دی‌پیازا و همکاران، ۲۰۱۱: ۳۹۹).

معیارهای MAE و MBE هر چقدر به صفر نزدیک‌تر باشد نشان دهنده دقیق‌تر روش می‌باشد. MAE همواره مثبت می‌باشد اما MBE که اختلاف بین میانگین مقادیر مشاهده‌ای و برآورده‌ی را نشان می‌دهد می‌تواند مثبت و یا منفی باشد که اگر برآورد بیش‌تر صورت گرفته باشد مثبت و بر عکس منفی خواهد شد. اگر هر دوی این معیارها برابر صفر باشند بیانگر این است که مدل انتخاب شده پارامتر مورد نظر را دقیق برآورد کرده است (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۴۸).

نمودار پراکندگی مقادیر مشاهده‌ای و برآورده در این نوع مقایسه نمودار مقادیر مشاهده‌ای در مقابل مقادیر برآورده رسم می‌شود. هر چقدر پراکنش مقادیر به خط ۴۵ درجه نزدیک‌تر باشد، نشانگر برآورد دقیق‌تر روش می‌باشد. اگر مقادیر مشاهده‌ای کاملاً برابر مقادیر برآورده باشد، نقاط دقیقاً روی خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرند. پراکندگی نقاط در اطراف این خط نشان دهنده تفاوت بیش‌تر مقادیر برآورده با مشاهده‌ای می‌باشد. برای کمی کردن این نمودار می‌توان ضریب همبستگی مقادیر مشاهده‌ای با برآورده را باهم مقایسه کرد. لیکن این ضریب به تنها یعنی نمی‌تواند روش برتر را شناسایی نماید. از طرف دیگر اگر تجمع نقاط در زیر خط ۴۵ درجه باشد و محور X ها مقادیر مشاهده‌ای باشد نشان دهنده این است که روش مقادیر را دست پایین برآورد نموده است و بالعکس (ثقفیان و همکاران، ۱۳۸۹: ۵۰).

یافته‌ها و بحث

روش عکس فاصله وزنی IDW

در این روش پارامترهای توان فاصله، حداکثر و حداقل تعداد نقاط همسایگی برای تخمین بارش استان اردبیل باید بهینه شوند تا کمترین خطای ممکن را روش مورد نظر داشته باشد. بهترین و بهینه‌ترین توان فاصله جهت انجام پهنه‌بندی بارش استان اردبیل ۱/۲۳۸۸ انتخاب شد که دارای کمترین خطای نسبت به سایر توان‌ها بود. حداکثر ۱۵ و

حداقل ۷ نقطه همسایگی با قطاع هشت قاچی که این نقاط را تحت پوشش قرار می‌دادند به وسیله روش اعتبار سنجی تقاطعی که دارای کمترین خطای بودند برای این روش مورد استفاده قرار گرفت. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با $43/90$ و $0/85$ است (جدول ۲).

جدول ۲- مقدار خطاهای RMSE و ME روش‌های مختلف RBF ها

روش	RMSE	ME
Completely Regularized spline	۴۴/۱۴	۰/۷۳
Spline with tension	۴۴/۱۳	۰/۵۳
Multiquadric	۴۸/۳۹	۲/۱۲
Inverse Multiquadric	۴۲/۸۵	۱/۲۷
Thin plate Spline	۵۴/۱۹	۴/۴۸

روش توابع شعاعی RBF ها

از بین روش‌های پنج‌گانه توابع شعاعی روشی که دارای خطای کمتری بود از طریق اعتبار سنجی تقاطعی شناسایی شده و در نتیجه جهت تخمین بارندگی سالانه استان اردبیل انتخاب شد. آنالیزها نشان می‌دهد روش توابع معکوس درجه چند نسبت به سایر روش‌ها دارای خطای کمتری بوده و لذا این روش جهت تخمین بارندگی انتخاب گردید. مهم‌ترین پارامتری که در روش RBF ها باید بهینه گردد پارامتر هموارسازی بوده که مقدار $4523287/00$ به دلیل خطای کمتر انتخاب شد. و از قطاع چهار قاچی برای پوشش حدکثر ۱۵ و حداقل ۸ نقطه همسایگی به دلیل داشتن حداقل خطای ممکن استفاده شد. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با $42/85$ و $1/27$ می‌باشد.

روش کریجینگ

لازم به ذکر است که برای این منظور، روش‌های کریجینگ معمولی و جهانی با استفاده از مدل‌های نیم تغییر نمای متفاوت مورد آزمون قرار گرفت که از این میان، روش کریجینگ معمولی با استفاده از مدل نیم تغییر نمای نمایی، بهترین نتیجه را در پی داشت.

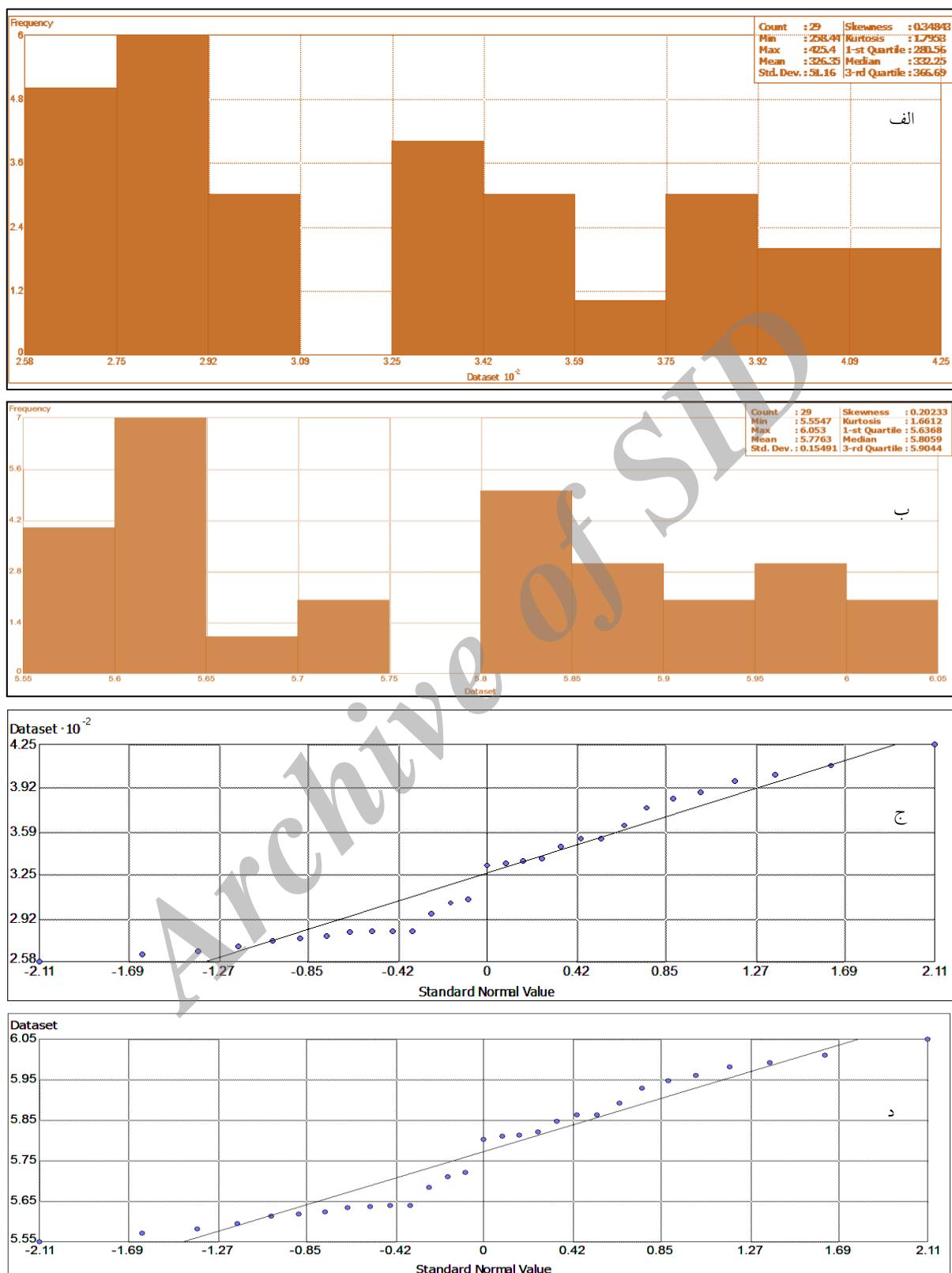
برای استفاده از این روش داده‌ها یا باید دارای توزیع نرمال نزدیک باشند تا این روش بتواند بهترین تخمین را انجام بدهد. جهت تبدیل داده‌ها به توزیع نرمال یا نزدیک ساختن توزیع داده‌ها به نرمال از تبدیل لگ نرمال استفاده شد. تبدیل‌گر لگ نرمال در حقیقت نمونه‌ای از تبدیل‌گر Box-Cox زمانی که $\lambda = 0$ باشد، است. معادله این تبدیل‌گر به صورت رابطه (۱۷) می‌باشد:

$$Y(s) = \ln(Z(s)) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

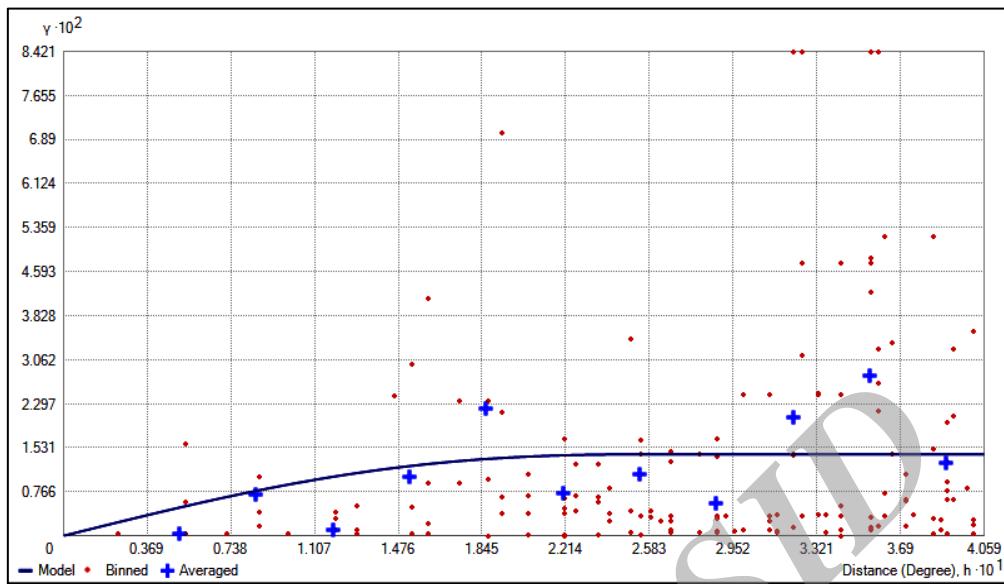
این تبدیل‌گر برای $Z(s)$ معتبر است که $Z(s)$ داده‌های مشاهده‌ای و \ln لگاریتم طبیعی می‌باشد. شکل ۳ نمودار هیستوگرام و کیو-کیو پلات داده‌ها قبل و بعد از تبدیل داده‌ها به لگ نرمال را نشان می‌دهد. معیار لازم جهت انتخاب مدل تئوریکی بهینه این است که هرچقدر MBE مدل مورد نظر به صفر نزدیک باشد، RMSE آن تا حد ممکن کوچک‌تر باشد و RMSS آن به یک نزدیک‌تر باشد به عنوان بهترین مدل انتخاب خواهد شد. اندازه گام مکانی که از اهمیت خاصی جهت ترسیم نیم تغییر نما دارد (شکل ۴) متوسط فاصله بین نقاط همسایگی در نظر گرفته شد. که برای مدل مورد نظر برابر با 1194927 ± 4223 متر می‌باشد. مقدار خطای RMSE و ME این روش جهت تخمین بارندگی استان اردبیل به ترتیب برابر با 0.86 و 0.23 می‌باشد (جدول ۳).

روش کوکریجینگ

با توجه به خاصیت روش کوکریجینگ، موقعی مورد استفاده قرار می‌گیرد که همبستگی زیادی بین دوتا پارامتر وجود داشته باشد در این مطالعه همبستگی بین دوتا پارامتر ارتفاع و بارندگی سالانه برای استفاده از این روش در نظر گرفته شد، که با توجه به مقدار کم 0.38 ضریب تبیین بین بارش و ارتفاع در سطح استان اردبیل، انتظار نمی‌رود که این مدل بتواند برآورد بهتری نسبت به سایر روش‌ها داشته باشد. همچنان که منحنی نیم تغییرنما متقابل این روش (شکل ۵) نیز به دلیل پراکندگی بیشتر نقاط در منحنی نیم تغییر نما متقابل مبین عدم وجود همبستگی بالایی بین بارش و ارتفاع می‌باشد.



شکل ۳: الف و ب هیستوگرام فراوانی داده‌ها به ترتیب قبل و بعد از تبدیل به لگ نرمال ، ج و د نمودار کیو-کیو پلات نرمال به ترتیب قبل و بعد از تبدیل به لگ نرمال



شکل ۴: منحنی نیم تغییرنامی محاسبه شده روش کریجینگ با مدل نظری برآش داده شده به آن

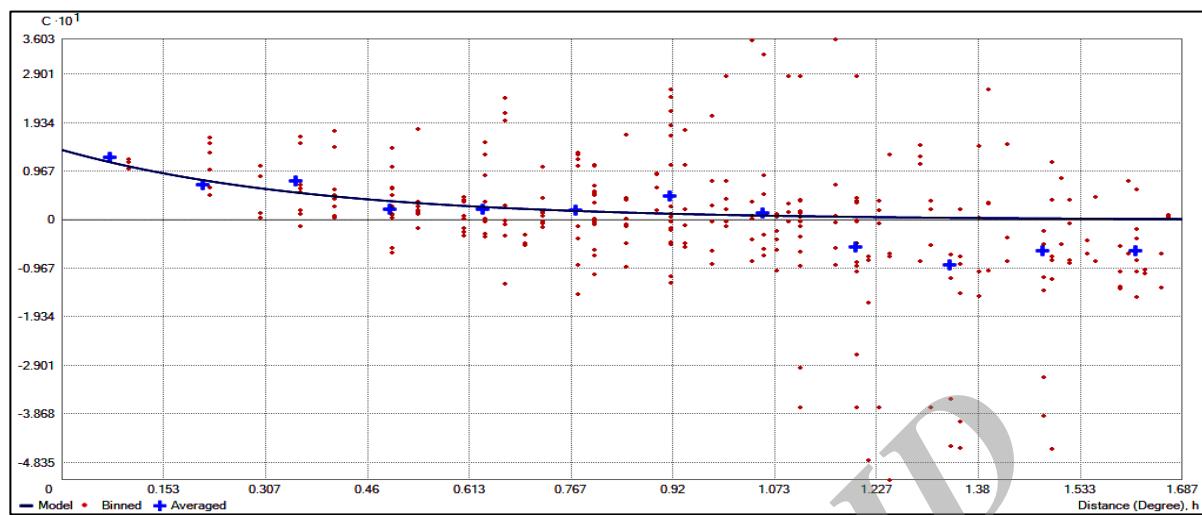
جدول ۳- میزان خطاهای مدل‌های نظری مختلف در روش کریجینگ

مدل	MBE	RMSE	MSE^{**}	$RMSS^{**}$	ASE^{**}
Gaussian	۱/۳۲	۴۲/۵۹	۰/۰۲۶	۱/۰۹	۳۸/۳۴
Exponential	۰/۹۵	۴۲/۳۸	۰/۰۲۷	۱/۰۲	۴۰/۳۱
Pentaspherical	۰/۸۶	۴۲/۲۳	۰/۰۲۸	۱/۰۶	۳۸/۱۴
Tetraspherical	۰/۹۳	۴۲/۲۴	۰/۰۲۷	۱/۰۶	۳۸/۶۱
Spherical	۱/۰۸	۴۲/۳۸	۰/۰۲۶	۱/۰۷	۳۸/۴۰
Circular	۱/۳۰	۴۲/۸۲	۰/۰۲۶	۱/۰۹	۳۸/۲۳
Rational Quadratic	۱/۲۵	۴۲/۶۰	۰/۰۲۷	۰/۹۵	۴۳/۵۴
Hole Effect	۱/۶۲	۴۱	۰/۰۰۷	۱/۱۴	۳۶/۰۴
K-Bessel	۱/۰۳	۴۲/۳۱	۰/۰۲۳	۱/۰۷	۳۸/۶۰
J-Bessel	۱/۶۹	۴۰/۱۱	۰/۰۱۰	۱/۱۳	۳۵/۵۲
Stable	۱/۱۱	۴۲/۴۰	۰/۰۲۳	۱/۰۷	۳۸/۵۳

15- Average Standard Error

16- Root Mean Square Standardized

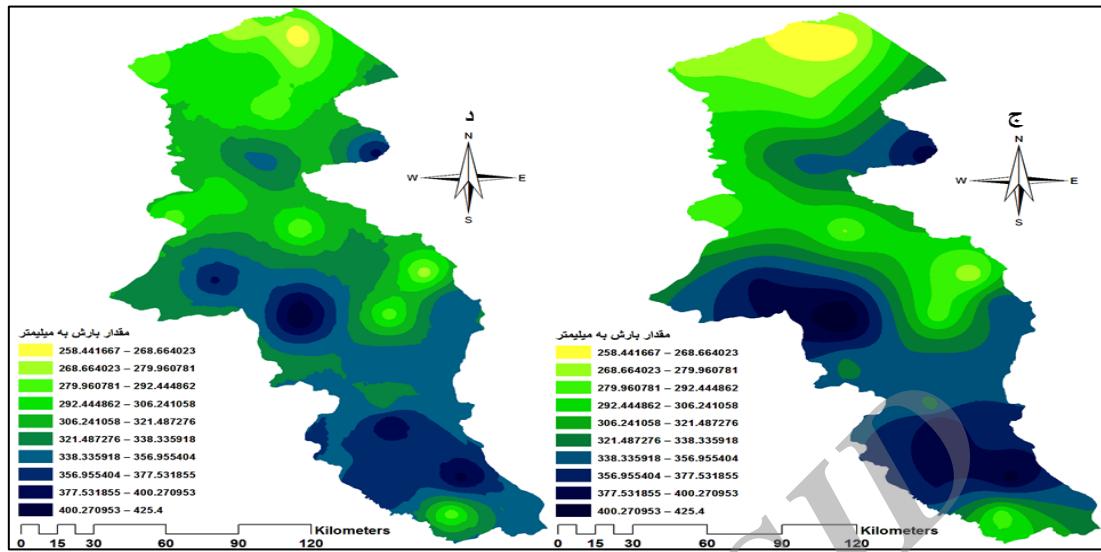
17- Mean Standardized



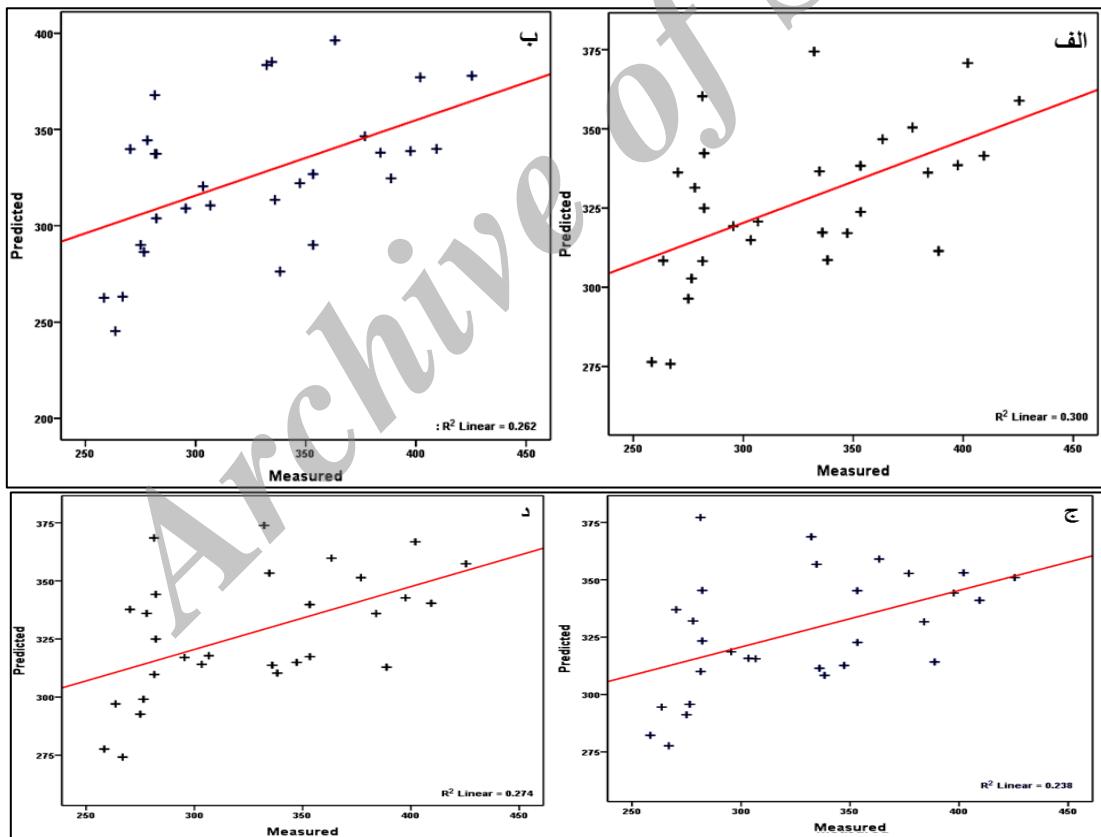
شکل ۵: منحنی نیم تغییرنما متقابل محاسبه شده‌ی روش کوکریجینگ با مدل تئوریکی برآش داده شده به آن

جدول ۴- میزان خطاهای مدل‌های مختلف تئوریکی در روش کوکریجینگ

مدل	MBE	RMSE	MSE	RMSS	ASE
Gaussian	-1/58	44/70	0/09	1/42	30/23
Exponential	-0/32	44/99	0/07	1/63	26/69
Pentaspherical	-0/28	45/54	0/12	2/25	20/09
Tetraspherical	-0/95	45/81	0/29	4/07	11/30
Spherical	-0/48	45/59	0/17	2/78	16/50
Circular	1/35	44/83	0/040	1/09	40/91
Rational Quadratic	1/35	44/83	0/040	1/09	40/91
Hole Effect	-2/46	41/30	-0/11	1/32	30/37
K-Bessel	-1/65	44/94	-0/090	1/47	29/40
J-Bessel	-2/16	43/65	-0/11	1/49	28/48
Stable	-1/50	45/78	0/085	1/42	30/27



شکل ۶: نقشه برآورد بارش سالانه استان اردبیل به وسیله چهار روش الف: Inverse Multiquadric، ب: IDW، ج: کوکریجینگ، د: کریجینگ



شکل ۷: نمودار پراکندگی مقادیر برآورده و مشاهده ای چهار روش الف: کریجینگ، ب: کوکریجینگ، ج: Co IDW، د: کریجینگ

در جدول شماره ۵ مقادیر خطاهای و همبستگی بین مقادیر برآورده و مشاهده‌ای در هر یک از روش‌های استفاده شده جهت تخمین بارش استان اردبیل نشان داده شده است.

جدول ۵- میزان خطاهای و همبستگی بین مقادیر برآورده و مشاهده‌ای هر یک از روش‌ها

روش	MBE	RMSE	R^2
IDW	-۰/۸۵	۴۳/۹۰	-۰/۲۴
Inverse Multicuadric	۱/۲۷	۴۲/۸۵	-۰/۲۷
کریجینگ	-۰/۸۶	۴۲/۲۳	-۰/۳۰
کوکریجینگ	-۰/۳۲	۴۴/۹۹	-۰/۲۶

نتیجه‌گیری

در این پژوهش از مدل‌های IDW و RBF به عنوان نماینده مدل‌های قطعی و از کریجینگ و کوکریجینگ به عنوان نماینده‌های مدل‌های تصادفی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد از بین مدل‌های استفاده شده کریجینگ با مقدار خطاهای RMSE و MBE به ترتیب برابر با $۴۲/۲۳$ و $-۰/۸۶$ نسبت به سایر مدل‌های استفاده شده در تخمین بارش استان اردبیل عملکرد بهتری داشته است. همچنین مقدار ضریب همبستگی بین مقادیر برآورده و مشاهده‌ای این مدل برابر با $-۰/۳۰$ بوده که نسبت به سایر روش‌ها از ضریب همبستگی بالاتری برخوردار می‌باشد و نشان از دقت بیشتر این روش نسبت به سایر روش‌ها در برآورد بارش استان اردبیل دارد (شکل ۷). مقایسه نقشه تهیه شده به وسیله روش کریجینگ با مقادیر مشاهده‌ای ثبت شده توسط ایستگاه‌ها نشان از برآورد دقیق مدل مربوطه و همخوانی داده‌های تخمین زده شده با مقادیر مشاهده‌ای می‌باشد. بیشترین مقدار بارش رخداده متعلق به بخش غربی و بخش کوچکی از جنوب اردبیل است که تخمین مدل در این ارتباط بسیار خوب بوده است (شکل ۶). همچنین مقایسه مقادیر برآورده با مدل رقومی ارتفاع منطقه حاکی از همخوانی نقشه تهیه شده با ارتفاعات بالای ۲۲۰۰ متری فاقد ایستگاه هواشناسی دارد. در ارتفاعات غربی و جنوبی منطقه مقدار بارندگی بین ۳۲۱ تا ۴۰۰ میلی‌متر برآورد شده که نشان از برونویابی بهتر مدل مربوطه می‌باشد. این پژوهش نشان داد که روش‌های زمین‌آماری (تصادفی) به دلیل استفاده از الگوهای وابستگی فضایی برای تخمین بارش نسبت به روش‌های قطعی در برآورد مقدار بارش یک منطقه دقیق‌تر بوده و برآورد قابل اعتمادتری از بارش را در دسترس برنامه‌ریزان قرار می‌دهند.

منابع

- ترابی آزاد، م؛ سیه سرانی، ا؛ افتخاری، ر (۱۳۸۹)، «آموزش جامع تحلیل گر زمین آمار نرم افزار آرک جی آی اس»، تهران، سازمان جغرافیایی نیروهای مسلح.
- ثقیلیان، ب؛ دانش کار آراسته، پ؛ رحیمی بندرآبادی، س؛ فتاحی، ا؛ محمدزاده، م (۱۳۸۹)، «پیش‌نویس راهنمای روش‌های توزیع مکانی عوامل اقلیمی با استفاده از داده‌های نقطه‌ای»، تهران، دفتر مهندسی و معیارهای فنی آب و آبفا.
- جهانی، س؛ دلبری، م (۱۳۸۸)، «ارزیابی و برآورد بیشترین بارش ۲۴ ساعته در استان گلستان»، مجله مهندسی آب، شماره ۴، صص ۲۵-۱۱.
- ذیحی، ع (۱۳۹۰)، «بررسی توزیع مکانی بارش سالانه با استفاده از روش‌های زمین آماری (مطالعه موردي: استان قم)»، پژوهش‌های جغرافیایی طبیعی، شماره ۷۸، صص ۱۱۲-۱۰۱.
- رحیمی بندرآبادی، س؛ مهدیان، م. ح (۱۳۸۳)، «بررسی روش‌های توزیع مکانی بارندگی روزانه و ماهانه در حوضه دریای خزر»، پژوهش‌های سازندگی، شماره ۶۹، صص ۷۲-۶۳.
- زارع چاهوکی، ا؛ زارع چاهوکی، م. ع (۱۳۸۹)، «برآورد بارندگی فصلی و سالانه با استفاده از روش‌های درون‌یابی چند متغیره (بررسی موردی: دامنه جنوبی البرز در استان سمنان)»، نشریه مرتع و آبخیزداری، مجله منابع طبیعی ایران، شماره ۶۴، صص ۵۱-۳۹.
- شمس نیا، س. ا؛ پیرمرادیان، ن (۱۳۸۷)، «ارزیابی شبیه‌های درون‌یابی محیط سامانه اطلاعات جغرافیایی (GIS) در پهنه‌بندی داده‌های بارندگی استان فارس»، مجله مهندسی آب، شماره اول، صص ۴۵-۳۵.
- عساکره، ح (۱۳۸۶)، «تغییرات زمانی- مکانی بارش ایران زمین طی دهه‌های اخیر»، جغرافیا و توسعه، شماره ۱۰، صص ۱۶۵-۱۴۵.
- عساکره، ح (۱۳۸۷)، «کاربرد روش کریجینگ در میان‌یابی بارش مطالعه موردی: میان‌یابی بارش ۱۳۷۶/۱۲/۲۶ در ایران زمین»، جغرافیا و توسعه، شماره ۱۲، صص ۴۲۵-۲۵.

- غضنفری مقدم، م. ص؛ علیزاده، ا؛ موسوی بایگی، س. م؛ فرید حسینی، ع؛ بنیان اول، م (۱۳۹۰)، «مقایسه مدل Persiann با روش‌های درون‌یابی به منظور کاربرد در تخمین مقادیر بارندگی روزانه (مطالعه موردی: خراسان شمالی)»، نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، شماره ۲۵ (۱)، صص ۲۱۵-۲۰۷.
- فرج زاده، م، (۱۳۸۹)، «مبانی سیستم اطلاعات جغرافیایی»، تهران، نشر انتخاب.
- قهرودی تالی، م (۱۳۸۱)، «ارزیابی درون‌یابی به روش کریجینگ»، پژوهش‌های جغرافیایی، شماره ۴۳، صص ۱۰۸-۹۵.
- مظفری، غ؛ میرموسوی، س؛ خسروی، ی (۱۳۹۱)، «ارزیابی روش‌های زمین‌آمار و رگرسیون خطی در تعیین توزیع مکانی بارش»، جغرافیا و توسعه، شماره ۲۷، صص ۶۳-۷۶.
- موحدی، س؛ سلطانیان، م (۱۳۹۰)، «سامانه اطلاعات جغرافیایی و اقلیم‌شناسی»، جلد اول، تهران، انتشارات کنکاش.
- مهر شاهی، د؛ خسروی، ی (۱۳۸۹)، «ارزیابی روش‌های میان‌یابی کریجینگ و رگرسیون خطی بر پایه مدل ارتفاع رقومی جهت تعیین توزیع مکانی بارش سالانه (مطالعه موردی استان اصفهان)»، برنامه‌ریزی و آمايش فضا، شماره ۱۴ (۴)، صص ۲۵۰-۲۳۳.

- Bostana, P.A., Heuvelinkb, G.B.M., Akyurekc, S.Z., (2012), "Comparison of regression and kriging techniques for mapping the average annual precipitation of Turkey", *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 19: 115–126.
- Di Piazza, F.L., Conti, L.V., Noto, F., Viola, G., La Loggia, (2011), "Comparative analysis of different techniques for spatial interpolation of rainfall data to create a serially complete monthly time series of precipitation for Sicily, Italy", *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 13: 396–408.
- Dirksa, K.N., Hayb, J.E., Stowa, C.D. Harrisa, D., (1998), "High-resolution studies of rainfall on Norfolk Island Part II: Interpolation of rainfall data", *Journal of Hydrology*, 208: 187–193.
- Goovaerts, P., (2000), "Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall", *Journal of Hydrology*, 228: 113–129.
- Hussain, I., Gunter S., Jürgen, P., Hwa-Lung, Y., (2010), "Spatio-temporal interpolation of precipitation during monsoon periods in Pakistan", *Advances in Water Resources*, 33: 880–886.
- Kebloutia, M., Ouerdachia, L., Boutaghanea, H., (2012), "Spatial Interpolation of Annual Precipitation in Annaba- Algeria - Comparison and Evaluation of Methods", *Energy Procedia*, 18: 468 – 475.

- Martinez-C.A., (1996), "Multivariate geostatistical analysis of evapotranspiration and precipitation in mountainous terrain", *Journal of Hydrology*, 174: 19-35.

Archive of SID