فصلنامه بورس اوراق بهادار شمارهٔ ۳۳ بهار ۹۵ سال نهم ــ تاریخ دریافت: ۹۵/۰۲/۰۲ ــ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۵/۰۱ ــ ص ۲۵- ۴۵

# برآورد وجه تضمین قراردادهای آتی با رویکرد ارزش در معرض خطر و با تأکید بر توزیع پارتوی تعمیم یافته

میرفیض فلاح شمس[۱] / علی ثقفی[۲] / علیرضا ناصرپور[۳]

## چکیده

با توجه به ماهیت تعهدی قراردادهای آتی و در نتیجه اهمیت أخذ وجوه تضمین از طرفین قرارداد توسط اتاق پایاپای، محاسبه وجه تضمین مناسب در این قراردادها به گونه‌ای که همزمان با کاهش ریسک معاملات، هزینه‌های معاملاتی نیز مدنظر باشد، مورد توجه اتاق‌های پایاپای است. با توجه به کاربرد گسترده مدل‌های ارزش در معرض خطر در تعیین وجه تضمین، در این پژوهش با استفاده از داده‌های تغییرات قیمت‌های آتی سکه طلا، در بازه زمانی سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۴ پس از تخمین مقدار وجه تضمین در قراردادهای آتی با استفاده از مدل‌های ارزش در معرض خطر پارامتریک سنتی، مدل شبیه سازی تاریخی و مدل‌های پارتوی تعمیم یافته و پارتوی تعمیم یافته سازگار، با آزمون‌های کوپیک و پوشش شرطی کریستوفرسن اقدام به ارزیابی عملکرد مدل‌ها شد. همچنین با توابع زیان دوم لوپز و بلانکو- ایهل این مدل‌ها رتبه‌بندی شد. نتایج نشان می‌دهد که با توجه به دنباله‌های پهن توزیع تجربی داده‌های آتی، در سطوح اطمینان پایین، مدل شبیه‌سازی تاریخی و در سطوح اطمینان بالا، مدل‌پارتوی تعمیم یافته سازگار، عملکرد مناسبی داشته است. لذا در پایان پیشنهاد شده است که از این مدل‌ها در سطوح اطمینان مربوطه برای محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی استفاده شود.

**واژگان کلیدی:** ارزش در معرض خطر، توزیع پارتوی تعمیم یافته، پس‌آزمایی کریستوفرسن، وجه تضمین

**طبقه‌بندی موضوعی:** G15, G17,C52,C53

۱. دانشیار دانشکده مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز (نویسنده مسئول)

۲. استاد، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

۳. دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

## ۱- مقدمه

اتاق پایاپای[1] به عنوان طرف مرکزی قراردادها در معاملات مشتقه و تضمین‌کنندهٔ معاملات، نیازمند ابزار کنترل ریسک مناسب در مقابل نکول احتمالی هر یک از دارندگان موقعیت، در قراردادهای آتی با توجه به ماهیت تعهدی بودن این معاملات می‌باشد (Broussard, 2001). از این رو توجه به موضوع تعیین وجه تضمین[2] در اتاق‌های پایاپای قراردادهای آتی به عنوان مؤثرترین ابزار مدیریت ریسک در اتاق‌های پایاپای قراردادهای مشتقه اهمیت می‌یابد.

عدم أخذ وجوه تضمین کافی از دارندگان موقعیت‌های خرید و فروش در معاملات مشتقه از جمله معاملات قراردادهای آتی، ریسک‌های شدیدی را متوجه اتاق‌های پایاپای این معاملات می‌کند. تجربه نکول‌های گسترده دارندگان موقعیت‌های آتی در اتاق های پایاپای در نتیجه تغییرات شدید قیمت (در سال‌های ۱۹۷۳ در پاریس، ۱۹۸۳در کوالالامپور و ۱۹۸۷ در هنگ کنگ) نشان داده است که عدم توجه کافی به موضوعات مدیریت ریسک در یک اتاق پایاپای، می‌تواند در نهایت باعث ایجاد بحران عمومی در سطح بازار سرمایه یک کشور و ناتوانی مالی بسیاری از نهادهای مالی فعال در زمینه قراردادهای آتی شود (بروسارد، ۲۰۰۱). از طرفی، جنبه جذابیت این معاملات برای فعالان بازار، با کاهش هزینه‌های معاملاتی، از جمله وجه تضمین که بخش عمده هزینه معاملاتی در قراردادهای آتی را شکل می‌دهد، مورد توجه است. با توجه به وجود این بده بستان بین هزینه‌های ناشی از دریافت وجه تضمین بالا و افزایش ایمنی اتاق پایاپای در مقابل ریسک نکول احتمالی دارندگان موقعیت در قراردادهای آتی توجه به موضوع تعیین وجه تضمین مناسب، در کانون توجه اتاق‌های پایاپای در دنیا قرار دارد.

اگر سطح تغییرات قیمت دارایی پایه قرارداد آتی در یک روز در قراردادهای آتی بیشتر از سطح وجه تضمین قراردادهای آتی باشد، در آن صورت امکان نکول دارندگان موقعیت که تغییر قیمت به زیان آن‌ها بوده است، وجود خواهد داشت. زیرا زیان دارندگان موقعیت بیشتر از وجه تضمین توديع شده نزد اتاق پایاپای خواهد بود. اگر سطح وجه تضمین، تغییرات قیمت و تابع توزیع احتمال تجمعی تغییرات قیمت را به ترتیب با$ML$، $\Delta \mathrm{p}$ و $F(x)$ نشان دهیم، در این صورت احتمال عدم کفایت وجه تضمین در یک روز، به صورت ساده از رابطه زیر محاسبه خواهد شد (Longin, 1999):

1 . Clearing House
2. Margin Setting

$$p = prob(\Delta p > ML) = F(ML)$$ رابطه۱)

با توجه به اینکه در بیشتر مدل‌ها محاسبهٔ وجه تضمین، مبتنی بر رویکرد ارزش در معرض خطر[۱] می‌باشد، لذا اولین گام برای محاسبهٔ احتمال عدم کفایت وجه تضمین، تخمین تابع چگالی احتمال توزیع تغییرات قیمت‌های دارایی پایه است. روش‌های سنتی در تخمین این تابع، فرض پیروی بازدهی قیمت‌های آتی از توزیع نرمال را مطرح می‌کردند. ولی تحقیقات اخیر نشان داده است توزیع تاریخی قیمت‌های آتی دارای دنباله‌ی پهن‌تری نسبت به توزیع نرمال است (Warshawsky, 1989)، لذا روش‌های دیگری در ادبیات مهندسی مالی برای تخمین تابع چگالی احتمال قیمت‌ها مطرح شد که یکی از جدیدترین آن‌ها نظریه مقدار کرانی[۲] می‌باشد.

طبق این نظریه در مدل‌سازی توزیع نوسانات قیمت به دنباله‌های توزیع و در واقع به داده‌های حدی توجه می‌شود. با توجه به اینکه مشکل اصلی در تعیین وجه تضمین، مشکل تغییرات کرانه‌ای و حدی قیمت‌هاست (زیرا تنها تغییرات شدید قیمت است که می‌تواند باعث وقوع زیان‌های شدید برای دارندگان موقعیت‌ها آتی شود.) این تکنیک می تواند راهکار مناسبی در تخمین وجه تضمین مورد نیاز قراردادهای آتی باشد. مزیت دیگر این روش فرم پارامتریک آن است که امکان تعمیم آن به خارج از نمونه را به راحتی فراهم می‌کند، بر خلاف روش‌های سنتی مانند شبیه‌سازی تاریخی که چنین امکانی ندارد و تنها برای پیش‌بینی در چارچوب زمانی نمونه مناسب است. یکی از مدل‌های اصلی در رویکرد مقدار کرانی، مدل پارتوی تعمیم یافته است که در این تحقیق از آن استفاده شده است.

هدف اصلی این تحقیق رسیدن به مدل مناسب ارزش در معرض خطر جهت تخمین وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران در سطوح اطمینان مختلف، با توجه به موضوعات مطرح در خصوص توزیع بازدهی قیمت‌های آتی می‌باشد. بررسی عملکرد مدل‌ها با استفاده از

1. Value at Risk Approach

۲. به رغم جدید بودن استفاده از این رویکرد در ادبیات مالی به خصوص در ایران، ترجمه‌های متفاوتی از این اصطلاح در ادبیات مالی مطرح شده‌است که از جمله آن‌ها "نظریه مقدار کرانگینی" و "نظریه مقدار فرین"می باشد. در این پژوهش از " مقدار کرانی" به عنوان ترجمه مناسب این اصطلاح استفاده شده است.

روش‌های پس‌آزمایی[1] متداول از جمله آزمون کوپیک[2] و پوشش شرطی کریستوفرسن[3] و رتبه‌بندی آنها با توابع زیان دوم لوپز[4] و بلانکو ایهل صورت گرفته است.

## ۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

اتاق‌های پایاپای معاملات مشتقه با سازوکار أخذ وجوه تضمین و تسویه روزانه[5] قراردادهای آتی، وهمچنین به پشتوانه وثایق دریافتی از کارگزاران[6] فعال در قراردادهای آتی قادر به تضمین تعهدات طرفین قرارداد شده و ریسک نکول تعهدات این قراردادها را از جانب طرفین کاهش می‌دهند (Hull, 1993). اگرچه مقادیر بالای وجه تضمین، اتاق پایاپای و کارگزاران را در مقابل ریسک نکول مشتریان محافظت می کند در عین حال هزینه فرصت این وجوه برای دارندگان موقعیت در قراردادهای آتی را افزایش داده و در نهایت باعث کاهش جذابیت این ابزار مالی در بازار می شود. لذا اتاق‌های پایاپای در تعیین مقدار وجه تضمین قراردادهای آتی با یک بده بستان مواجه‌اند. از این‌رو رسیدن به مدلی مناسب جهت تخمین وجه تضمین قراردادهای آتی برای اتاق‌های پایاپای معاملات آتی حائز اهمیت می‌باشد.

رویکردهای مبتنی بر ارزش در معرض خطر[7]، مدل‌های مناسبی برای تخمین وجه تضمین خواهند بود. مهمترین مشخصهٔ مدل‌های ارزش در معرض خطر مبتنی بر رویکرد پارامتریک این است که در آن‌ها فرض خاصی در مورد توزیع بازده قیمت‌ها در نظر گرفته می‌شود و سپس تمامی این محاسبات براساس این فرض توزیعی بنا می‌گردد. این توزیع می تواند نرمال، تی‌استیودنت یا هر توزیع آماری دیگری باشد.

این در حالی است که بسیاری از متغیرهای مالی دنباله‌هایی پهن‌تر از توزیع نرمال و یا تی‌استیودنت دارند. بنابراین توزیع نرمال نمی‌تواند چولگی و کشیدگی متغیرهای بازار و همبستگی غیرخطی آنها را نشان دهد (Hall, et al., 1984) . بر این اساس، عمدهٔ نهادهای مالی از مدل‌های شبیه سازی تاریخی که در واقع یک مدل ناپارامتریک می‌باشد، برای تخمین VaR استفاده می‌کنند (Knott, et al., 2006). همچنین در خصوص برخی از داده‌ها با استفاده از نظریه مقدار کرانی[8] اقدام به مدل‌سازی

1 . Backtest
2 . Kupiec Backtest
3 . Christffersen Conditional Coverage Test
4 . Lopez Loss Function
5 . Daily Settlement
6. Brokers
7. Value at Risk Approach
8. Extreme Value Theory

دنباله‌های توزیع[1] می‌شود. نظریه مقدار کرانی نشان می‌دهد که توزیع مقادیر حداکثری مشاهده شده در طول یک دوره زمانی تا حد زیادی مستقل از توزیع اصلی می‌باشد. مدل پارتوی تعمیم یافته[2] (GPD)، (GPD)، پرکاربردترین مدل رویکرد مقدار کرانی در ادبیات مالی می‌باشد. در این مدل صرف نظر از اینکه تغییرات قیمت از چه توزیعی پیروی می‌کند، ابتدا دنباله آن با استفاده از داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر شده‌اند مدل‌سازی شده و سپس ارزش در معرض خطر با توجه به آن محاسبه می‌شود.

در مطالعات مختلفی فرض نرمال بودن توزیع قیمت قراردادهای آتی به طور کلاسیک در نظر گرفته شده است (Gay, et al., 1986). با این وجود مطالعاتی که بعدی نشان داد این فرض چندان دقیق نیست. ادوارد و نفتسی با به کارگیری توزیع تاریخی قیمت‌های آتی در خصوص قراردادهای آتی نقره بورس کامکس[3] نشان دادند که فرض نرمال بودن توزیع قیمت قراردادهای آتی نقره فرض صادقی نیست و به همین دلیل سطح وجوه تضمین پیشنهاد شده با استفاده از مدل‌هایی که این پیش فرض در آن‌ها لحاظ شده است، کمتر از حد واقعی خواهد بود (Edwards, et al., 1998).

لانگین (Longin, 1996) با استفاده از تئوری مقدار کرانی نشان داد که توزیع تجربی قیمت قراردادهای آتی دارای دنباله پهن‌تری نسبت به توزیع نرمال است.. کاتر و همکاران (Cotter, et al., 2004) با محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی شاخص سهام فوتسی ۱۰۰ نشان می‌دهند که استفاده از توزیع تاریخی در محاسبات تعیین وجه تضمین، اگرچه مشکلات موجود در استفاده از مدل‌های مبتنی بر توزیع نرمال را حل می‌کند، اما به دلیل کمبود داده‌های تاریخی در دوره‌های مورد بررسی در برخورد با تغییرات قیمت با احتمال بسیار کم، ناتوان است.

برایان و اسکالتس با به کارگیری فرض توزیع‌های مختلف بر روی ۱۰ سهم شاخص میانگین صنعتی داوجونز نشان دادند که استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر با فرض توزیع‌های با دنباله‌های پهن عملکرد بهتری در پی دارد (Braione, et al., 2016).

نیلیش از تئوری مقداری کرانی برای تخمین ریسک، در بازار سهام استفاده کرد و به این نتیجه رسید که مدل مبتنی بر رویکرد مقدار کرانی عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد (Nilaish, 2016). همچنین سو و همکاران (Su, et al., 2016) برای اندازه‌گیری ریسک‌های مالی از توزیع پارتوی تعمیم یافته چندمتغیره که یکی از توزیع‌های اصلی مقدار کرانی است، استفاده کردند که نتایج

1 . Distribution tiles
2. Generalized pareto distribution
3 .COMEX

عملکرد این مدل‌ها را مناسب ارزیابی کردند. کاتر و همکاران (Cotter, et al., 2006) با به کارگیری توزیع پارتوی تعمیم یافته برای مقادیر کرانی توزیع بازدهی قیمت قراردادهای آتی تعدادی از شاخص‌های سهام، ارزش در معرض خطر مبتنی بر توزیع پارتوی تعمیم یافته را تخمین زده و نتایج را با سنجه‌های طیفی ریسک[1] مبتنی بر رویکرد مقدار کرانی مقایسه می‌کند. آن در نهایت به این نتیجه می‌رسند که داده‌های آتی سهام با توزیع پارتوی تعمیم یافته همخوانی مناسبی دارند.

فلاح در تحقیقی براساس آمار معاملات قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالای ایران با استفاده از مدل گارچ چندمتغیره اثر تغییرات وجه تضمین بر قیمت، نوسان پذیری قیمت و حجم معاملات را مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان‌دهنده ارتباط منفی بین افزایش وجه تضمین با قیمت قراردادهای آتی و حجم معاملات و همچنین رابطه مثبت بین افزایش وجه تضمین و نوسانات قیمت قراردادهای آتی بوده است (فلاح، ۱۳۹۳).

در این تحقیق وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران با تأکید بر رویکردهای ناپارامتریک، پارامتریک و نیمه پارامتریک ارزش در معرض خطر و به طور خاص با مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی، ارزش در معرض خطر نرمال و تی استیودنت و ارزش در معرض خطر مبتنی بر نظریه مقدار کرانی در قالب چندین مدل محاسبه شده است و در سپس با استفاده از روش‌های پس‌آزمایی مناسب این مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده است و در نهایت مدلی که عملکرد بهتری داشته، جهت محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران پیشنهاد شده است.

## ۳- فرضیات تحقیق

در تحقیق حاضر جهت بررسی عملکرد مدل‌های مبتنی بر توزیع نرمال در خصوص داده‌های مربوط به قراردادهای آتی سکه طلا در فرضیه اول و دوم عملکرد مدل‌های محاسبه وجوه تضمین قراردادهای آتی مبتنی بر این توزیع، با رویکرد شبیه‌سازی تاریخی که فرض توزیع ندارد و نیز مدل واریانس کوواریانس تی‌استیودنت که دنباله‌های پهن‌تری را مدل‌سازی می‌کند، مقایسه شده وسپس جهت بررسی اینکه آیا دنباله توزیع داده‌های آتی با رویکرد مقدار کرانی قابل مدل‌سازی می باشد یا نه از مدل پارتوی تعمیم یافته جهت تخمین ارزش در معرض خطر استفاده می‌شود. اگر این مدل برای شبیه‌سازی دنباله‌های توزیع داده‌های آتی سکه طلا مناسب باشد، باید مدل پارتوی تعمیم یافته در سطوح اطمینان بالا عملکرد مناسبی داشته باشد، از این رو فرضیه سوم مطرح شده است. همچنین جهت بررسی مناسب

1. Spectral Risk Measures

بودن عملکرد مدل‌ها، هر مدل با روش‌های پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض خطر یعنی آزمون‌های کوپیک و نیز پوشش شرطی کریستوفرسن آزمون شده است. از این رو می‌توان فروض زیر را در خصوص تحقیق حاضر مطرح کرد:

**فرضیه اول:**

مدل ارزش در معرض خطر شبیه‌سازی تاریخی، عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های واریانس وکواریانس نرمال در هر سطح اطمینان دارد.

**فرضیه دوم:**

مدل ارزش در معرض واریانس کواریانس تی استیودنت، عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های واریانس وکواریانس نرمال در هر سطح اطمینان دارد.

**فرضیه سوم:**

مدل‌های ارزش در معرض خطر پارتوی تعمیم یافته، عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها در سطوح اطمینان بالا دارند.

## ٤- روش تحقیق

تحقیق حاضر از حیث هدف توسعه‌ای-کاربردی، به لحاظ روش اجرای تحقیق، توصیفی و از نوع تحلیل همبستگی بوده و با توجه به اینکه بر مبنای تجزیه و تحلیل اطلاعات مشاهده شده، انجام می شود از نظر ماهیت داده‌ها  از نوع مطالعات پس رویدادی[1] است. در این تحقیق از روش حداکثر درستنمایی برای تخمین  پارامترهای توابع توزیع مقدار کرانی استفاده شده است. همچنین برای سنجش قابل قبول بودن مدل‌ها، به لحاظ آماری از آزمون‌های پس‌آزمایی کوپیک پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شده و برای مقایسه مدل‌ها با یکدیگر از توابع زیان دوم لوپز و بلانکو- ایهل استفاده کرده‌ایم (Žiković, 2008). برای تخمین پارامترها و نیز مقادیر وجه تضمین و انجام آزمون‌ها از نرم‌افزارهای Matlab و SPSS استفاده شده است.

جمع‌آوری داده‌ها در این تحقیق با استفاده از روش مشاهده اسنادی صورت گرفته است. داده‌های مورد استفاده، از اسناد و مدارک پایگاه‌های اطلاعاتی شرکت بورس کالای ایران گردآوری شده است. نمونه‌ی تحقیق شامل قیمت‌های قرارداد آتی سکه طلای بورس کالای ایران از سال ۱۳۸۷ تا سال ۱۳۹۴ بوده، لذا قلمرو مکانی این تحقیق قیمت‌های آتی سکه طلا در بازار ایران است. با توجه به

1. Expost facto Study

راه‌اندازی قراردادهای آتی در بورس کالای ایران از سال ۱۳۸۷ قلمرو زمانی این تحقیق از سال ۱۳۸۷ تا سال ۱۳۹۴ می‌باشد. در حال حاضر تنها قرارداد آتی فعال بورس کالا بر روی سکه طلای بهار آزادی قابل معامله است که در تاریخ ۱۳۸۷/۹/۵ آغاز و تاکنون ادامه دارد که شامل ۱۹۹۱ روز معاملاتی بوده است. لذا در مجموع برای ۱۹۹۰ روز داده‌های مربوط به بازدهی قیمت آتی سکه طلا مورد استفاده قرار گرفته است.

برای استخراج یک سری زمانی از قیمت‌های آتی به این مهم توجه شده است که در هر زمان چندین سررسید در بازار معاملات قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالا، فعال می‌باشند. روش ایجاد یک سری زمانی از درصد تغییرات قیمت آتی به این صورت است که معمولاً اولین سررسید قرارداد آتی به عنوان سررسیدی که قیمت‌های آن مبنای محاسبات قرار می گیرد انتخاب می‌شود و با سررسید شدن آن نماد معاملاتی از قیمت‌های سررسید بعدی استفاده خواهد شد. البته با توجه به اینکه در روزهای منتهی به سررسید قرارداد عملاً نقدشوندگی کافی بر روی آن نماد معاملاتی خاص وجود ندارد، معمولاً چند روز قبل از سررسید یعنی از ابتدای ماه سررسید قرارداد از قیمت‌های سررسید بعدی استفاده شده است و بدین ترتیب یک سری زمانی از قیمت‌های آتی ایجاد شده است. این روش در بسیاری از تحقیقات انجام شده مورد استفاده قرار گرفته است (Cotter, et al., 2004). لذا در روزی که انتقال به سررسید جدید اتفاق می افتد، بازدهی آن روز با توجه با قیمت روز قبل در همان سررسید محاسبه می‌شود، لذا جهش در بازدهی‌ها به دلیل تغییر سررسید نیز در این داده‌ها وجود نخواهد داشت.

در مدل‌های ارزش در معرض خطر واریانس- کوواریانس مبتنی بر توزیع نرمال و تی استیودنت از درصد تغییرات قیمت‌ها، در مدل شبیه‌سازی تاریخی از قدر مطلق درصد تغییرات قیمت‌ها و در مدل پارتوی تعمیم یافته از قدر مطلق دیفرانسیل لگاریتم قیمت‌ها استفاده شده است.

### ٤-١- مدل‌های مورد استفاده در تحقیق

در این مقاله، مدل‌های ارزش در معرض خطر واریانس کوواریانس مبتنی بر توزیع نرمال و تی استیودنت، شبیه‌سازی تاریخی، پارتوی تعمیم یافته و پارتوی تعمیم یافته سازگار برای تخمین وجه تضمین بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت، لذا در ادامه به معرفی این مدل‌ها می‌پردازیم.

### ارزش در معرض خطر نرمال

محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از فرض نرمال برای بازده دارایی‌ها، رابطه ساده‌ای به صورت زیر دارد:

رابطه ۲)
$$VAR_p(x) = z_\alpha \sigma_t + \mu$$

به طوری‌که $z_\alpha$ معرف صدک $\alpha$ ام دنباله سمت چپ توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. اگر فرض توزیع را در این مورد توزیع تی‌استیودنت در نظر بگیریم در این صورت ارزش در معرض خطر تی‌استیودنت را خواهیم داشت.

## روش شبیه سازی تاریخی

روش شبیه سازی تاریخی[1] روشی ناپارامتریک است که براساس اطلاعات گذشته استوار است. در این روش مستقیماً از داده‌های شبیه‌سازی تاریخی برای برآورد ریسک استفاده می‌شود و هیچ تعدیلی روی این داده‌ها انجام نمی‌شود. برای برآورد ارزش در معرض خطر کافی است که صدک آلفای توزیع بازده را استخراج کنیم. برای این کار ابتدا سری بازده را از کوچک به بزرگ، مرتب  می‌کنیم و جایگاه صدک مورد نظر را مشخص می‌کنیم. بررسی‌ها نشان می‌دهد که ۷۵٪ بانک‌ها برای تخمین VaR از شبیه‌سازی تاریخی استفاده می‌کنند (King, 2013). این بانک‌ها محدودیت‌های این روش را دریافته‌اند اما به دلیل سادگی، علاقه دارند از آن استفاده کنند.

## توزیع پارتوی تعمیم‌یافته

مدل پارتوی تعمیم‌یافته[2] (GPD)، پرکاربردترین مدل رویکرد مقدار کرانی در ادبیات مالی می‌باشد. در این مدل صرف نظر از اینکه تغییرات قیمت از چه توزیعی پیروی می‌کند، ابتدا دنباله آن با استفاده از داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر شده‌اند، مدل‌سازی شده و سپس ارزش در معرض خطر با توجه به آن محاسبه می‌شود. اگر نمونه مشاهدات را با $X_1, X_2, \dots, X_n$ و تابع توزیع آن را با F(x) و مقدار آستانه را با u نشان می‌دهیم، F(u) را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم:

رابطه ۳)
$$F(u) = \Pr\{X_i \leq u\}$$

تخطی، زمانی اتفاق می افتد که برای هر i=1,2,…,n داشته باشیم:

$$X_i > u$$

1. Historical Simulation
2. generalized pareto distribution

براین اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را نیز به صورت ذیل تعریف می‌کنیم:

رابطه ۴)
$$y_I = X_I - U$$

و برای احتمالات $X_i \leq y_i + u$ خواهیم داشت:

رابطه ۵)
$$\Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u)$$

به این ترتیب توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم:

رابطه ۶)
$$F_u(y) = \Pr\left\{X_i - u \leq y_i \,\middle|\, X_i > u\right\}$$

که $F_u(y)$ نمایان‌گر احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از آستانه u می‌باشد، البته مشروط بر اینکه X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

رابطه ۷)
$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{\Pr\{X_i > u\}}$$
$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

از آنجایی که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، $y_i$ تنها برای مقادیر بزرگتر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که $y_i$ مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای هر $X_i > u$ داریم $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت ذیل نوشت:

رابطه ۸)
$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u)$$

رابطه فوق تنها برای $X_i > u$ صادق است.

بالکما، دی‌هان و پیکاندس طی قضیه‌ای نشان دادند که برای uهایی که به اندازه کافی بزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم یافته پارتو تقریب زد، چرا که با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته پارتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم یافته پارتو را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم (مهدوی و همکاران، ۱۳۸۹):

$$G(X_{max}) = 1 - \left(1 + \tau_{max} \left(\frac{x_{max} - \mu_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}} \qquad \tau \neq 0$$

$$G(X_{max}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x_{max} - \mu_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right) \qquad \tau = 0$$

رابطه ۹)

$$x \in [\mu_{maxn}, \infty] \qquad \tau \neq 0$$
$$x \in \left[\beta_{maxn}, \frac{\mu_{maxn} - \delta_{max}}{\tau_{max}}\right] \qquad \tau = 0$$

که $\tau$ پارامتر شاخص دنباله،$\mu_{maxn}$ پارامتر آستانه ( موقعیت توزیع) و $\delta_{max}$ پارامتر معیار می‌باشد. بدیهی است که در روابط بالا ، $X_{max}$ همان مقادیر فراتر از آستانه با$X$های بزرگتر از u می‌باشد و $\mu_{maxn}$نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین رابطۀ فوق را می‌توان به صورت ذیل بازنویسی کرد:

$$F(x) = 1 - \left(1 + \tau_{max} \left(\frac{x - u}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}} \qquad \tau \neq 0$$

$$G(X_{max}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x - u}{\delta_{max}}\right)\right) \qquad \tau = 0$$

رابطه ۱۰)

$$x \in [u, \infty] \qquad \tau \neq 0$$
$$x \in \left[u, \frac{u - \mu_{max}}{\tau_{max}}\right] \qquad \tau = 0$$

بدیهی است، که حد رابطه اول زمانی که $\tau$ به سمت صفر میل می‌کند، برابر است با رابطه دوم. بر این اساس می‌توان توزیع تعمیم یافته پارتو را تنها با رابطه زیر نمایش داد:

$$G(X_{max}) = 1 - \left(1 + \tau_{max} \left(\frac{x_{max} - u_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}}$$
رابطه ۱۱)

اهمیت قضیه بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع مقادیر فراتر از آستانه را با انتخاب یک شاخص دنباله و یک آستانه بزرگ از طریق توزیع تعمیم یافته پارتو تخمین زد (عبده تبریزی و همکاران، ۱۳۸۸). در ادامه باید علاوه بر پارامتر آستانه پارامترهای $\tau_{max}$ و $\delta_{max}$ را نیز برآورد نماییم. این پارامترها را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زد. برای محاسبه ارزش در معرض خطر پس از تخمین پارامترها به سادگی می توان صدک مربوط به توزیع $\mathrm{G}(\mathrm{X}_{max})$ را برآورد نمود. بدیهی است که این کار با معکوس کردن توزیع $\mathrm{G}(\mathrm{X}_{max})$ امکان‌پذیر است. در این صورت برای سطح اطمینان p خواهیم داشت:

$$VaR_p = \mathrm{u} + \frac{\delta_{max}}{\tau_{max}}\left(\left(\frac{n}{n_u}(1-p)\right)-1\right)^{-\tau_{max}}$$
رابطه ۱۲)

### ٤-۲- ارزیابی عملکرد مدل‌ها

جهت بررسی عملکرد هر یک از مدل‌های ارزش در معرض خطر باید مدل‌ها را پس‌آزمایی کرد. برای پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض خطر از یک فرایند دو مرحله‌ای استفاده شده است. در مرحلهٔ اول از آزمون‌های پوشش غیر شرطی کوپیک، استقلال و پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شده است. در مرحله دوم برای مقایسه عملکرد مدل‌ها با یکدیگر، از رویکرد توابع زیان شامل دومین تابع زیان لوپز و تابع زیان بلانکو ایهل استفاده شده است.

در مرحل اول به دنبال آزمون دقت مدل‌ها به لحاظ آماری هستیم. چنانچه مقدار داده‌های واقعی یعنی تغییرات قیمت از مقدار برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد، آنگاه این رویداد به عنوان یک شکست محسوب می‌شود. در مرحلهٔ اول آزمون‌های آماری با تمرکز به نسبت این شکست‌ها به کل مقادیر برآورد شده به‌دنبال آزمون این مسئله هستند که آیا احتمال شکست در هر آزمایش معادل احتمال مورد نظر مدل( یعنی سطح اطمینان مدل) می‌باشد یا خیر. به این ترتیب دقت یک مدل ارزش در معرض خطر به لحاظ آماری مورد آزمون قرار می‌گیرد و اگر رد نشود به لحاظ آماری مدل قابل قبولی است.

بدیهی است در این مرحله تعدادی از مدل‌ها به لحاظ آماری مورد تأیید قرار می‌گیرند و انتخاب مدل مناسب از بین مدل‌های تأیید شده به عنوان مسأله اصلی باقی مانده است. لذا درمرحله دوم رتبه‌بندی مدل‌ها با توابع زیان مناسب صورت خواهد گرفت. برای اینکه رتبه‌بندی مدل‌ها را اجرا کنیم باید از بین توابع زیان متفاوتی که وجود دارد، تابع زیان را مشخص کنیم. یکی از پرکاربردترین توابع زیان، دومین تابع زیان لوپز است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t\begin{cases}1+(L_t-VaR_t)^2 & ifL_t>VaR_t\\ 0 & ifL_t\le VaR_t\end{cases}$$ رابطه ۱۳)

این رابطه امکان احتساب اندازه زیان‌های موجود در دنباله را فراهم می‌سازد و به مدلی که زیان‌های دنباله آن بالاتر است، مقدار بیشتری می‌دهد، لذا هر مدلی که میانگین زیان‌های دنباله آن که از رابطه زیر محاسبه می‌شود، بیشتر باشد، عملکرد ضعیف‌تری داشته است:

$$QPS=\frac{2}{T}\sum C_t$$ رابطه ۱۴)

یکی از ایرادات این مدل آن است که به دلیل آنکه هیچ تعبیر خاصی برای مجذور زیان‌های بالاتر از VaR وجود ندارد، درک شهودی ما را دچار ابهام می‌سازد. برای رفع این مشکل بلانکو- ایهل تابع زیان زیر را پیشنهاد کردند:

$$C_t\begin{cases}(L_t-VaR_t)/VaR_t & ifL_t>VaR_t\\ 0 & ifL_t\le VaR_t\end{cases}$$ رابطه ۱۵)

درک شهودی این تابع زیان، آسان‌تر است و ما را مطمئن می‌سازد که زیان‌های بزرگ‌تر دنبالهٔ $C_t$ بزرگ تری می گیرد. در این حالت معیار مقایسه نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$P_t=\frac{ES_{t-}VaR_t}{VaR_t}$$ رابطه ۱۶)

تابع نمره برای مدل بلانکو – ایهل به صورت زیر خواهد بود:

$$QPS=\frac{2}{T}\sum(C_t-P_t)^2$$ رابطه ۱۷)

نتایج حاصل از این تابع زیان، نشان‌دهندهٔ عملکرد مدل‌ها خواهد بود، و هر چقدر که مقدار تابع زیان برای مدلی بالاتر باشد، نشان‌دهندهٔ عملکرد ضعیف آن مدل می‌باشد (Žiković, 2008).

## ۵-تجزیه و تحلیل یافته‌ها

همانگونه که در آمار توصیفی داده‌ها قابل مشاهده می‌باشد، با توجه به اینکه کشیدگی داده‌ها بیشتر از ۳ می‌باشد، لذا دنباله داده‌ها بسیار پهن‌تر از توزیع نرمال است با توجه به اینکه تمامی داده‌ها مقدار اندکی چولگی مثبت نیز دارند، به نظر می‌رسد که داده‌ها تا حدی چوله به راست می باشند.

جدول(۱): آمار توصیفی و نتایج آزمون جارگوبرا برای سنجش نرمالیتی داده‌ها

| | درصد تغییرات قیمت‌ها | دیفرانسیل لگاریتم قیمت‌ها |
|---|---|---|
| میانگین | ۰.۰۰۰۱۹ | ۰.۰۰۰۱ |
| انحراف معیار | ۰.۰۱۳۸ | ۰.۰۱۳۸ |
| چولگی | 1.5۶ | ۰.۰۷۲۵ |
| کشیدگی | ۶.۲۵ | ۵.۸۱ |
| آماره آزمون جارگو برا | ۱۶۸۱ | ۱۸۱۹۵ |
| مقدار بحرانی در سطح خطای ۵ درصد | ۵.۹۶ | ۵.۹۶ |

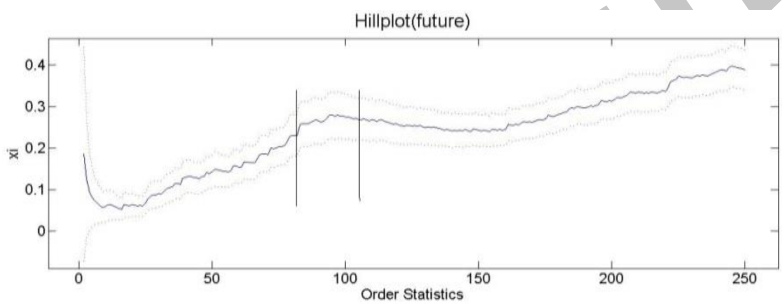
آزمون نرمالیتی داده‌ها با استفاده از آزمون جارگو-برا نیز انجام پذیرفته است که نتایج مشابهی را در پی دارد. همانطور که آزمون جارگو- برا نشان می‌دهد با توجه به اینکه در تمامی داده‌ها آماره آزمون در سطح خطای ۵ درصد از مقدار بحرانی بزرگتر است، نرمال بودن بازدهی قیمت‌ها به صورت قوی رد می‌شود و همانطور که از آمار توصیفی داده‌ها مشخص است دلیل این امر عمدتاً به خاطر کشیدگی بیش از حد داده‌ها است.

### تخمین پارامترهای مدل پارتوی تعمیم یافته

با توجه به اینکه برای تخمین پارامترهای مدل پارتوی تعمیم یافته نیاز به تعیین مقدار آستانه می‌باشد، از روش نمودار هیل برای تعیین مقدار آستانه‌ای استفاده می‌کنیم. برای تخمین پارمترها باید یک مقدار منطقی برای آستانه u انتخاب نماییم. این آستانهٔ تعیین‌کنندهٔ تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یعنی $n_{\mu}$ می‌باشد. انتخاب آستانه مستلزم برقراری یک موازنه، میان بزرگی آستانه و تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یا به عبارتی تعادل میان تورش و واریانس است. هیل برآوردکننده زیر را برای شاخص دنباله پیشنهاد می کند:

$$\tau = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k-1} lnx_{i,n} - lnx_{k,n} \quad for\ k \geq 2$$ رابطه ۱۸)

که $k$ شماره بالاترین آماره ترتیبی است و یا به عبارت دیگر تعداد تخطی‌ها می باشد و $n$ اندازه نمونه است. برای تعیین مقدار آستانه شکل هیل را ترسیم می‌کنیم به گونه‌ای که $\tau$ تخمین تابعی از تعداد $k$ بالاترین آماره‌های ترتیبی باشد. آستانه را جایی انتخاب می‌کنیم که شاخص دنباله نسبتاً ثابت باشد. با توجه به نمودار هیل رسم شده تعداد مقادیر فراتر از آستانه برای داده‌ها تقریباً ۱۰۰ داده می‌باشد. از این رو می توان مقدار آستانه‌ای را برای این سری از داده‌ها محاسبه کرد.



نمودار( ۱): نمودار هیل رسم شده برای تعیین پارامتر آستانه برای داده‌ها

جدول (۲): نتایج ناشی از نمودار هیل در تعیین مقدار آستانه‌ای داده‌ها

| مقدار آستانه‌ای | درصد داده‌های | ترتیب مقدار آستانه‌ای | مقدار آستانه‌ای |
|---|---|---|---|
| قدر مطلق لگاریتم قیمت‌ها | ۰.۰۲۴۲ | ۵ | ۱۰۰ |

با توجه به تعیین مقدار آستانه‌ای، نتایج ناشی از تخمین پارامترهای دیگر مدل با روش حداکثر درستنمایی در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول (۳): نتایج تخمین پارامترهای مدل پارتوی تعمیم‌یافته برای داده‌ها

| | پارامتر معیار | پارامتر شکل توزیع | پارامتر آستانه |
|---|---|---|---|
| پارامترها | δ | τ | u |
| قدر مطلق لگاریتم قیمت‌ها | ۰.۰۰۵۷ | ۰.۰۳۰۶ | ۰.۰۲۴۷ |
| انحراف معیار پارامترها | ۰.۰۰۱۶ | ۰.۱۷۱ | |

## تعیین چارچوب داده‌ها

به منظور استفاده از داده‌ها برای تخمین ارزش در معرض خطر، باید ابتدا چارچوب متحرک داده‌ها را تعیین کنیم. بدین منظور داده‌ها را به دو گروه درون نمونه و بیرون نمونه تقسیم‌بندی می‌کنیم. برای انجام آزمون‌های پس‌آزمایی و مقایسه روش‌ها با یکدیگر به این صورت عمل شد که از داده‌های ۱ تا ۹۹۰ استفاده شده و مقدار ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های مختلف برای دوره ۹۹۱ ام در سطوح اطمینان مختلف پیش بینی شده، سپس از داده‌های ۲ تا ۹۹۱ ام استفاده شده و پیش‌بینی برای دوره ۹۹۲ ام صورت گرفته و به همین ترتیب تا پیش‌بینی دوره ۱۹۹۰ انجام شده است. در روش پیش‌بینی ناسازگار با استفاده از توزیع پارتوی تعمیم یافته در روز n ام از تمام داده‌های (n-1) روز قبل استفاده شده است. روش ناسازگار به این علت به کار می رود که بتوانیم از داده‌های بیشتری برای برازش توزیع پارتوی تعمیم یافته استفاده کنیم (مهدوی و همکاران، ۱۳۸۹). تخمین‌ها با ۳ سطح اطمینان ۹۵، ۹۹و ۹۹/۹ درصد انجام شده است.

جدول (۴): نتایج محاسبات وجه تضمین در سطوح اطمینان مختلف و پیش‌آزمایی مدل‌ها

| | سطح اطمینان | VaR | نسبت شکست | $LR_{cc}$ | $LR_{ind}$ | $LR_{uc}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| واریانس کوواریانس (نرمال) | ٪۹۵ | ۳.۲۰ | ۰.۰۵۹ | ۲۰.۷۸ | ۱۹.۱۷ | ۱.۶۱ |
| | ٪۹۹ | ۴.۲۱ | ۰.۰۲۸ | ۳۷.۷۰ | ۱۵.۷۱ | ۲۱.۹۸ |
| | ٪۹۹.۹۰ | ۵.۳۸ | ۰.۰۰۶ | ۱۶.۹۲ | ۵.۴۰ | ۱۱.۵۲ |
| شبیه‌سازی تاریخی | ٪۹۵ | ۳.۷۴ | ۰.۰۵۰ | ۱۹.۳۱ | ۱۹.۳۱ | ۰.۰۰ |
| | ٪۹۹ | ۴.۸۸ | ۰.۰۱۲ | ۲.۸۲ | ۲.۴۴ | ۰.۳۷ |
| | ٪۹۹.۹۰ | ۶.۲۹ | ۰.۰۰۱ | ۱۰.۲۷ | ۱۰.۲۷ | ۰.۰۰ |
| واریانس کوواریانس (تی استیودنت) | ٪۹۵ | ۳.۲۵ | ۰.۰۵۸ | ۱۷.۸۵ | ۱۶.۵۶ | ۱.۲۸ |
| | ٪۹۹ | ۴.۶۳ | ۰.۰۲۲ | ۲۲.۲۹ | ۱۱.۴۵ | ۱۰.۸۳ |
| | ٪۹۹.۹۰ | ۶.۷۰ | ۰.۰۰۱ | ۱۰.۲۷ | ۱۰.۲۷ | ۰.۰۰ |
| پارتوی تعمیم یافته | ٪۹۵ | ۳.۹۲ | ۰.۰۴۰ | ۲۲.۰۹ | ۱۹.۸۳ | ۲.۲۵ |
| | ٪۹۹ | ۴.۸۵ | ۰.۰۱۴ | ۲۰.۹۴ | ۱۹.۵۰ | ۱.۴۳ |
| | ٪۹۹.۹۰ | ۶.۰۱ | ۰.۰۰۱ | ۱۰.۲۷ | ۱۰.۲۷ | ۰.۰۰ |
| پارتوی تعمیم یافته سازگار | ٪۹۵ | ۴.۳۶ | ۰.۰۲۷ | ۳۰.۷۸ | ۱۷.۵۰ | ۱۳.۲۷ |
| | ٪۹۹ | ۴.۸۷ | ۰.۰۱۴ | ۲۰.۹۴ | ۱۹.۵۰ | ۱.۴۳ |
| | ٪۹۹.۹۰ | ۵.۷۰ | ۰.۰۰۱ | ۱۰.۲۷ | ۱۰.۲۷ | ۰.۰۰ |

تخمین ارزش در معرض خطر و نتایج پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض خطر در جدول ۴ مشاهده می‌شود. همچنین مقادیر میانگین ارزش در معرض خطر برای هر سطح اطمینان به همراه انحراف معیار هر یک از آن‌ها و نتایج توابع زیان لوپز و بلانکو- ایهل جهت رتبه بندی مدل‌های ارزش در معرض خطر در جدول ۵ نشان داده شده است. در صورت تعارض این دو در خصوص یک مدل، تابع زیان بلانکو - ایهل به دلیل تعریف مناسب تری که از معیار مقایسه دارد، معیار بهتری خواهد بود. همچنین رتبه‌بندی تنها در خصوص مدل‌هایی که در مرحله اول رد نشده‌اند، صورت گرفته است. خلاصه نتایج حاصل از تخمین مدل‌ها به شرح زیر است:

در سطح اطمینان ۹۵ درصد هیچ یک از مدل‌ها در آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن (LRcc) مورد تأیید قرار نگرفتند. در حالیکه در سطح اطمینان ۹۹.۹ درصد تمامی مدل‌ها به استثنای مدل واریانس کوواریانس نرمال در آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن (LRcc) مورد تأیید قرار گرفتند. همچنین در سطح اطمینان ۹۹ درصد به غیر از مدل شبیه سازی تاریخی هیچ یک از مدل‌ها مورد تأیید قرار نگرفت. البته از آنجایی که آزمون پوشش شرطی برآیند دو آزمون پوشش غیر شرطی ($LR_{UC}$) و آزمون استقلال ($LR_{ind}$) می‌باشد، از اهمیت بالاتری برخوردار است. ولی همانگونه که در جدول ۴ مشاهده می شود، در این دو آزمون نتایج کمی متفاوت است.

از این رو با توجه به اینکه مدل واریانس کوواریانس نرمال در هیچ یک از سطوح اطمینان مدنظر عملکرد مناسبی نداشته و در آزمون‌های پس‌آزمایی تأیید نشده است، لذا فرضیه‌های اول و دوم مورد تأیید قرار می‌گیرد. یعنی بازده قیمت‌های آتی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند و دارای دنباله پهن‌تری نسبت به توزیع نرمال است لذا از مدل‌های مبتنی بر توزیع نرمال نباید در تخمین وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا استفاده کرد.

نتایج رتبه‌بندی مدل‌ها با استفاده از توابع زیان دوم لوپز و بلانکو ایهل در جدول ۵ نشان داده‌شده است. با توجه به اینکه هیچ یک از مدل‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد تأیید قرار نگرفته اند، رتبه‌بندی صورت گرفته توسط تابع زیان دوم لوپز و بلانکو- ایهل مورد نظر ما نخواهد بود. در سطح اطمینان ۹۹ درصد تنها مدل موفق مدل شبیه‌سازی تاریخی بوده است.

در سطح اطمینان ۹۹.۹ درصد مدل واریانس کوواریانس نرمال که در مرحله اول ردشده است و از بین مدل‌های دیگر نیز با توجه به تابع زیان دوم لوپز تمامی مدل‌ها عملکرد مناسبی داشته اند و با توجه به تابع زیان بلانکو ایهل مدل پارتوی تعمیم‌یافته سازگار بهترین و مدل واریانس کوواریانس تی‌استیودنت بدترین عملکرد را داشته‌اند. لذا فرضیه سوم مورد تأیید است یعنی می‌توان گفت که

رویکرد مقدار کرانی برای شبیه سازی دنباله توزیع بازده قیمت‌های آتی در سطوح اطمینان بالا، مناسب است و اگر بورس به دنبال محاسبه محافظه‌کارانه وجه تضمین در سطوح اطمینان بالا باشد، مدل پارتوی تعمیم یافته سازگار مناسب می باشد، که یکی از مدل‌های رویکرد مقدار کرانی است.

جدول (۵): نتایج مقایسه مدل‌ها در هر سطح اطمینان با توابع زیان لوپز و بلانکو-ایهل

| | سطح اطمینان | ٪۹۵ | ٪۹۹ | ٪ ۹۹.۹۰ | رتبه |
|---|---|---|---|---|---|
| روش واریانس کواریانس (نرمال) | Aveage VaR | ۳.۲۰ | ۴.۲۱ | ۵.۳۸ | |
| | stde. VaR | ۰.۱۹ | ۰.۲۴ | ۰.۳۱ | |
| | Lopez (II) | ۰.۱۱۸۰ | ۰.۰۵۸۰ | ۰.۰۱۲۰ | |
| | Blanco& Ihle | ۰.۰۸۰۸ | ۰.۰۳۱۰ | ۰.۰۱۳۱ | |
| روش شبیه‌سازی تاریخی | Aveage VaR | ۳.۷۴ | ۴.۸۸ | ۶.۲۹ | |
| | stde. VaR | ۰.۲۷ | ۰.۰۷ | ۰.۱۲ | |
| | Lopez (II) | ۰.۱۰۰۰ | ۰.۰۲۴۰ | ۰.۰۰۲۰ | (۱) |
| | Blanco& Ihle | ۰.۰۷۶۲ | ۰.۰۰۲۳ | ۰.۳۵۶۸ | (۴) |
| روش واریانس کواریانس (تی‌استیودنت) | Aveage VaR | ۳.۲۵ | ۴.۶۳ | ۶.۷۰ | |
| | st. VaR | ۰.۱۹ | ۰.۲۷ | ۰.۳۹ | |
| | Lopez (II) | ۰.۱۱۶۰ | ۰.۰۴۴۰ | ۰.۰۰۲۰ | (۱) |
| | Blanco& Ihle | ۰.۱۰۴۷ | ۰.۰۸۱۰ | ۰.۰۸۴۷ | (۳) |
| پارتوی تعمیم‌یافته | Aveage VaR | ۳.۹۲ | ۴.۸۵ | ۶.۰۱ | |
| | stde. VaR | ۰.۱۴ | ۰.۰۹ | ۰.۰۷ | |
| | Lopez (II) | ۰.۰۸۰۰ | ۰.۰۲۸۰ | ۰.۰۰۲۰ | (۱) |
| | Blanco& Ihle | ۰.۰۴۴۸ | ۰.۰۲۲۴ | ۰.۰۱۰۶ | (۱) |
| پارتوی تعمیم‌یافته سازگار | Aveage VaR | ۴.۳۶ | ۴.۸۷ | ۵.۷۰ | |
| | stde. VaR | ۰.۱۶ | ۰.۱۰ | ۰.۰۷ | |
| | Lopez (II) | ۰.۰۵۴۰ | ۰.۰۲۸۰ | ۰.۰۰۲۰ | (۱) |
| | Blanco& Ihle | ۰.۰۱۳۰ | ۰.۰۱۱۴ | ۰.۰۱۱۳ | (۲) |

## ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

همانگونه که در بررسی توزیع داده‌ها نیز مشخص بود، اصولاً داده‌ها از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و دارای دنباله‌های پهن‌تری هستند، لذا طبیعی است که در مدل‌های مبتنی بر توزیع تی‌استیودنت و پارتوی تعمیم‌یافته که توزیع‌های مبتنی بر دنباله‌های پهن‌تر می‌باشند نتایج بهتری استخراج شود. به نظر

می رسد به همین دلیل است که مدل واریانس کواریانس نرمال در هیچ یک از سطوح اطمینان عملکرد مناسبی نداشته است.

در خصوص توزیع پارتوی تعمیم یافته با توجه به اینکه در سطوح اطمینان بالا عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد، به نظر می‌رسد دنباله‌های توزیع بازدهی داده‌های آتی در مقادیر حدی از توزیع پارتوی تعمیم‌یافته پیروی می کنند، لذا در سطوح اطمینان بالا مناسب است از مدل پارتوی تعمیم یافته جهت تخمین وجه تضمین قراردادهای آتی استفاده شود.

به نظر می رسد که از آن‌جایی که مدل شبیه‌سازی تاریخی، هیچ فرضی را در خصوص نوع توزیع داده‌ها در نظر نمی گیرد به نوعی عملکرد مناسبی نسبت به مدل‌های پارامتریک داشته است. این مدل در سطح اطمینان ۹۹ درصد نتایج بهتری نسبت به سایر مدل‌ها داشته است. تنها مشکل این مدل محدود بودن داده‌ها برای محاسبات وجه تضمین در سطوح اطمینان بالا می‌باشد. به همین دلیل در سطوح اطمینان بالا عملکرد مناسبی نداشته است. در نهایت پیشنهاد می‌شود بورس کالای ایران برای محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا نباید از مدل‌های مبتنی بر توزیع نرمال در هیچ سطح اطمینانی استفاده کند. همچنین بهتر است برای محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا در سطوح اطمینان پایین از روش شبیه‌سازی تاریخی و در سطوح اطمینان بالا از رویکرد مقدار کرانی و به طور خاص مدل پارتوی تعمیم یافته استفاده نماید.

به دلیل حساسیت موضوع وجه تضمین و با توجه به اینکه رویکرد ارزش در معرض خطر جزء سنجه‌های منسجم ریسک نمی‌باشد، جهت انجام تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود از سنجه‌های منسجم ریسک از جمله ریزش مورد انتظار و سنجه‌های طیفی ریسک برای محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی استفاده شود. همچنین با توجه به اینکه ممکن است قیمت‌های آتی سکه طلا نسبت به  شوک‌های منفی و مثبت (یعنی اخبار مثبت و منفی در خصوص قیمت طلا) واکنش نامتقارن داشته باشند، ممکن است، نیاز به أخذ وجوه تضمین متفاوت از دارندگان موقعیت‌های خرید و فروش باشد، لذا بررسی تفاوت وجه تضمین موقعیت‌های خرید و فروش می‌تواند یکی دیگر ازموضوعات، تحقیقات بعدی باشد.

## منابع و مأخذ


۱. عبده تبریزی، حسین و رادپور، میثم. (۱۳۸۸). اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار: رویکرد ارزش در معرض ریسک. تهران: انتشارات آگاه.

۲. فلاح، جواد. (۱۳۹۳). آثار تغییرات وجه تضمین بر بازار قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالای ایران. تهران: پایان‌نامه دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات.

۳. مهدوی، غدیر و ماجدی، زهرا. (۱۳۸۹). کاربرد نظریه مقدار کرانگینی در برآورد مقدار در معرض خطر: بررسی موردی بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران. مجله علوم آماری، ۱، ۵۹-۷۶.

4. Cotter, J., & Dowd, K. (2006). Spectral Risk Measures with an Application to Futures Clearinghouse Variation. Dublin: University College Dublin. School of Business. Centre for Financial Markets.
5. Braione, M., & Scholtes, N. K. (2016). Forecasting Value-at-Risk under Different Distributional Assumptions. Econometrics, 4(1).
6. Broussard, J. P. (2001). Extreme-value and margin setting with and without. The Quarterly Review of Economics and Finance, 41, 365-385.
7. Cotter, J., & Longin, F. (2004). Margin requirements with intraday dynamics. working papaer.
8. Day, T. E., & Lewis, C. M. (1999). Margin Adequacy and Standards: An Analysis of the Crude Oil. Owen Graduate School of Management, Vanderbilt University.
9. Edwards, F. R., & Neftci, S. N. (1998). Journal of Futures Markets. Extreme Price Movements and Margin Levels in Futures Markets, 8, 639-655.
10. Figlewski, S. (1984). Margins and Market Integrity: Margin Setting for Stock Index Futures and Options. Journal of Futures Markets, 4, 385–416.
11. Gay , G. D., Hunter , W. C., & Kolb, R. W. (1986). Journal of Futures Markets. A Comparative Analysis of Futures Contract Margins, 6, 307-324.
12. Hull, J. (1993). options,futures and other derivatives. new jersey: Prentice Hall.
13. Jianxi, S., & Furman, E. (2016, Jul 16). A form of multivariate Pareto distribution with applications to financial risk measurement. Retrieved from http://arxiv.org/abs/1607.04737
14. King, N. (2013). IMR Methodology Review for the Equity Derivatives Market. Jojannesburg: JSE.
15. Knott, R., & Polenghi, M. (2006, January). Assessing central counterparty margin coverage on futures contracts. working paper no 287, London: Bank of England.Longin, F. M. (1996). The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns. Journal of Business, 63, 383-408.
16. Longin, F. M. (1999). Optimal Margin Levels in Futures Markets: Extreme Price Movements. Journal of Futures Markets, 19, 127-152.
17. Nilaish, N. (2016, March 23). Applications of Extreme Value Theory for Market Risks Estimation: A Review. Available at SSRN Retrieved, from http://ssrn.com/abstract=2756009

18. Warshawsky, M. J. (1989). The Adequacy and Consistency of Margin Requirements: The Cash, Futures and Options Segments of the Equity Markets. Review of Futures Markets, 8, 420-437.
19. Žiković, S. (2008). Friends and Foes: A Story of Value at Risk and. Dubrovnik: 14 Dubrovnik Econometric conference.