

## مدل سازی ریاضی حرکت توسطی و حرکت قطعی

سیده مریم موسوی\*، محمد سعیدی مهر\*\*  
(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۲۳ - تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۵/۵)

### چکیده

از جمله مناقشات موجود در باب مفاهیم حرکت توسطی و حرکت قطعی آن است که کدام یک از این دو مطابق با حرکت واقع در عالم جسمانی است. در این نوشتار قصد بر آن است که با بهره گیری از زبان ریاضیات، به ارائه مدلی برای هریک از مفاهیم مذکور پرداخته و بدین ترتیب مسئله فوق بررسی و بازنگری شود. در نتیجه، حرکت توسطی راسم تابعی پوشا و حرکت قطعی راسم تابعی پیوسته از زمان حرکت به مسافت خواهد بود که با توجه به دو تعبیر مختلف از تعریف، یا یک به یک اند و یا در هیچ زیربازه‌ای از دامنه ثابت نیستند. بدین ترتیب، حرکت توسطی مانع تغییرات دفعی نبوده و حرکت قطعی به دلیل اتصالی که حرکت توسطی فاقد آن است، ضامن تدریجی بودن تغییرات جسم مفروض خواهد بود. لذا آن معنایی از حرکت که در خارج موجود است می باید حرکت به معنای قطع آن باشد.

کلیدواژه‌ها: حرکت توسطی، حرکت قطعی، مدل سازی، تغییر دفعی، تغییر تدریجی، حرکت

ph.mousavi@gmail.com

\*. نویسنده مسؤل: کارشناس ارشد فلسفه دانشگاه تربیت مدرس

\*\* . دانشیار فلسفه دانشگاه تربیت مدرس

حرکت قطعی دو قسم و یا دو نوع از حرکت نیستند، بلکه حرکت به اشتراک لفظی بر این دو معنا اطلاق می‌شود. دو معنا در ازای یک واقعیت؛ بنابراین کاملاً به‌جاست که پرسیده شود: «این واقعیت مصداق کدامیک از این دو معنا است؟» در پاسخ بدان سه نظریه متفاوت در فلسفه اسلامی مشهور است: الف) حرکت توسطی در خارج و حرکت قطعی در ذهن موجود است. لذا حرکت توسطی واقعی است. از ظاهر کلام ابن‌سینا این نظریه برآمده (۸۳-۸۴) و تا زمان میرداماد گویا همین قول مشهور بوده است. ب) حرکت قطعی در خارج و حرکت توسطی در ذهن موجود است. لذا این حرکت به معنای قطع آن است که واقعی می‌باشد. میرداماد و ملاًصدرا از جمله قائلین این نظریه محسوب می‌شوند (میرداماد، ۲۱۱؛ ملاًصدرا، *اسفار*، ۳/۳۶-۳۴). ج) حرکت توسطی و حرکت قطعی در واقع دو اعتبار از یک واقعیت واحد بوده و هر دو در خارج موجودند. علامه طباطبائی از جمله معتقدین این نظریه می‌باشد (*نهایة الحکمة*، ۲۰۳؛ *بداية الحکمة*، ۱۵۴).

هدف از این نوشتار یافتن پاسخی برای سؤال مذکور است. در مقاله حاضر سعی شده با استفاده از مفاهیم ریاضی و بر پایه تعاریف موجود از «حرکت توسطی» و «حرکت قطعی» به جستجوی مدلی برای هر یک از آن‌ها پرداخته و آن‌گاه با بررسی مدل‌های ریاضی به‌دست‌آمده به هر یک از معانی حرکت از این منظر نگریسته شود که کدامیک صلاحیت تحقق در عالم خارج را دارند. نتیجه حاصل شمول حرکت توسطی نسبت به تغییرات دفعی و تدریجی بودن حرکت قطعی خواهد بود. بنابراین، مقاله حاضر با احتیاط حرکت قطعی را به واقعیت نزدیک‌تر معرفی می‌کند.

### ۱. تعاریف اولیه و قضایای از پیش پذیرفته‌شده

- ۱-۱- حرکت به مثابه امری مستقل از ذهن بشری در عالم خارج واقعیت دارد.
- ۲-۱- زمان به مثابه امری مستقل از ذهن بشری در عالم خارج واقعیت دارد.
- ۳-۱- فاصله زمانی را که در آن جسمی متّصف به حرکتی می‌شود «زمان حرکت» نامیده و آن را با T نشان می‌دهیم.
- ۴-۱- زمان قابل انقسام به اجزای بالقوه فرضی بی‌شماری است که این انقسام را نزد ذهن انتهایی نیست. هر یک از این اجزا را یک لحظه<sup>۱</sup> می‌نامیم، در صورتی که از جهت

۱. این مفهوم در متون فلسفی غالباً با لفظ «آن» بیان شده است. اما در این نوشتار برای جلوگیری از مغالطات ناشی از اشتراک لفظی موجود میان «آن» در زبان فارسی و «آن» در زبان فلسفی از لفظ «لحظه» به جای «آن» ولی با همان معنا استفاده شده است.

زمان انقسام‌ناپذیر بوده، بعد و امتدادی از سنخ زمان نداشته باشد. پس لحظه طرف و نهایت زمان است. نسبت لحظه به زمان مثل نسبت نقطه است به خط.  $t \square T$  به معنای « $t$  لحظه‌ای از زمان حرکت است» خواهد بود.

۵-۱- زمان امری متصل<sup>۱</sup> است. آن را با بازه‌ای از اعداد حقیقی مثل  $(a, b)$  نشان می‌دهیم.

۱. زمان و مسافت حرکت متصل هستند به این معنا که قابلیت انقسام به اجزای بالقوه را *الی غیر النهایه* دارند (مآضدرا، شرح و تعلیقه صدرالمتألهین بر الهیات شفاء، ۱/۴۵۵-۴۵۴؛ میرداماد، ۱۹۵). *الی غیر النهایه* «زیرا اگر یک امر متصل به مرحله‌ای رسد که قابل تقسیم نباشد مستلزم این است که جزء لایتجزی تحقق پذیرد، تحقق جزء لایتجزی یا جوهر فرد در نظر عقل مردود شناخته شده است.» (غلامحسین ابراهیمی دینانی، قواعد کلی فلسفی در فلسفه اسلامی، ۳/۲۸۸). و *بالقوه* چراکه «آنچه در واقع و نفس الامر متصل و پیوسته است، تنها می‌تواند بالقوه قابل تقسیم باشد» (همان). حال ببینیم آیا شرط مذکور برای اتصال زمان/ مسافت حرکت کفایت می‌کند؟ مورچه‌ای را تصور کنید که روی یک خط کش در حال حرکت مستقیم‌الخط یک‌بعدی آینی است.

مسافت حرکت را مجموعه تمام اعداد گویای واقع میان حدود  $1c \square$  و  $2c \square$  خط‌کش در نظر می‌گیریم:

$A = \{a/b \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, 1 < a/b < 2\}$ . حال یک قطعه دلخواه از مسافت  $A$  را به اسم  $B$

لحاظ می‌کنیم. طبق تعریف  $B$ ، قطعه‌ای است که ابتدا و انتهایش به ترتیب معادل اعداد گویایی مثل  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$

است. به راحتی می‌توان ثابت کرد که  $(\forall \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in A; \exists \epsilon \in A: \frac{a}{b} < \epsilon < \frac{c}{d})$  (\*). کافی است  $e$  را

قرار دهیم. بنابراین قطعه  $B$  قابل انقسام به دو قطعه دیگر است:  $c$  با ابتدای  $\frac{a}{b}$  و انتهای  $\frac{a+c}{b+d}$

و  $D$  با ابتدای  $\frac{a+c}{b+d}$  و انتهای  $\frac{c}{d}$ . از طرفی قطعه  $B$  یک قطعه دلخواه از  $A$  بود. پس می‌توان این حکم را

که هر قطعه از مسافت  $\square$  قابل انقسام به دو قطعه دیگر است را در  $A$  جاری دانست. و بنا بر قضیه (\*) نتیجه می‌شود که این قابلیت انقسام به هیچ حدی ختم نمی‌شود. پس مسافت  $A$  شرط مذکور را تأمین کرده، متصل است. اما به دلیل زیر ثابت می‌شود که به معنای مطلوب ما متصل نیست. برای اثبات این ادعا کافی است

تمام حدودی را در نظر بگیرید که بین دو حد  $1c \square$  و  $2c \square$  قرار دارند ولی معادل هیچ عدد گویایی

$$1 < \dots < \sqrt{\frac{99}{98}} < \sqrt{\frac{98}{97}} < \dots < \sqrt{\frac{3}{2}} < \sqrt{2} < \dots < 2$$

نیستند، مثل تمام اعداد گنگ.

جسمی که مسافتی اینچنین متصل را طی کند قطعاً دچار تغییرات دفعی شده است. بنابراین، شرط مذکور برای تحقق اتصال کافی نیست. لذا در این نوشتار هر جا از لفظ «اتصال» و «انفصال» استفاده می‌شود ارجاع به فهم شهودی از این دو معنا خواهد بود.

۲. منظور از بازه  $(a, b)$  مجموعه تمام اعداد حقیقی کوچک‌تر از  $b$  و بزرگتر از  $a$  است (والتر رودین، ۳۹).

۶-۱- در باب معنای «حرکت در مقوله» چهار نظریه مطرح است: الف) موضوع حرکت همان مقوله مفروض است. مثلاً در حرکت آینی این است که متحرک و متغیر است. ب) موضوع حرکت در واقع خود مقوله است و ثانیاً و بالعرض به موضوع مقوله که همان جوهر جسمانی است نسبت داده می‌شود. به عبارت دیگر، جوهر به تبع و به واسطه آن مقوله حرکت می‌کند. طبق این نظریه، در حرکت آینی موضوع حرکت خود آینی است و حرکت مجازاً به جوهر نسبت داده می‌شود.<sup>۱</sup> ج) مقوله برای حرکت جنس عالی است و بنابراین مقوله‌ای که در آن حرکت است دو نوع دارد: یکی سیال و دیگری غیرسیال. مثلاً، کیف علی القسمن: إما قارّ و إما سیال. د) موضوع حرکت موضوع مقوله عرضی یا همان جوهر است و نه خود عرض. مثلاً در حرکت آینی این جوهر جسمانی است که در آن خود حرکت می‌کند نه این که مقوله عرضی این حرکت کند. در فلسفه اسلامی معمولاً و بلکه عموماً این نظریه پذیرفته شده که بر مبنای آن جسمی که دارای عرضی مانند این است، دو حالت دارد: وقتی ساکن است یک فرد و یک نوع از این عرض را در یک بازه زمانی برای خود حفظ می‌کند. اما همین که جسم در این حرکت می‌کند دائماً فردی را که متلبس به آن است رها می‌کند و فرد دیگری را می‌گیرد و این روند در تمام طول مدت حرکت ادامه می‌یابد. در بعضی از موارد، فقط فرد رها شده بدون آن که صنف تغییر کرده باشد، ولی گاهی از صنفی خارج شده و به صنف دیگری وارد می‌شود. حتی گاهی جسم از نوعی به نوع دیگر تغییر می‌کند. حاصل آن که حرکت جسم در مقوله‌ای مفروض، بنابر نظریه اخیر بدین معناست: للمتحرک فی کل آن (لحظة) فرد من المقولة بالقوة.

حرکت در مقوله» در این نوشتار به معنای مذکور در نظریه چهارم آمده است که به تفصیل عبارت است از: *اتصاف جسم در هر لحظه از زمان حرکت به فردی از افراد مقوله به نحوی که هر فرد بیش از یک لحظه پایدار نباشد و همه افراد تحت جنس واحد مندرج باشند.*

۷-۱- مسافت که همه جا آن را با  $s$  نمایش می‌دهیم طبق تعریف عبارتست از مقوله‌ای که در آن حرکت است (علّامه طباطبائی، *نهایة الحکمة*، ۲۰۴).

۸-۱- مسافت حرکت قابل انقسام به اجزای بالقوه فرضی بی‌شماری بوده و این انقسام نزد ذهن نهایی ندارد. هر یک از این اجزا را حدی از حدود مسافت خوانیم در صورتی

۱. از آن جا که نظریه اول هم انتساب مجازی به جوهر را نفی نکرده و منافاتی با آن ندارد، هر دو نظریه را می‌توان ذیل یک نظریه واحد جمع آورد.

که از جهت مسافت مذکور انقسام‌ناپذیر بوده، بعد و امتدادی از سنخ آن نداشته باشد. نسبت حدّ به مسافت مثل نسبت نقطه است به خط. پس  $\square \in X$  به معنای « $x$  حدّی از حدود مسافت  $A$  است» خواهد بود.

۹-۱- طبق ۴-۱، ۶-۱، ۷-۱ و ۸-۱ و با در نظر داشتن «مقوله  $\square \in X$  به معنای  $\square$  فردی از افراد مقوله است»، می‌توان گفت که «مسافت» مجموعه‌ای مشخص می‌کند که به زبان ریاضی عبارت است از:

$$A = \{ \text{ش یء در لحظه } t \text{ در حد } x \text{ باشد} : \exists t \in T \mid \square \in X \}$$

۱۰-۱- مسافت حرکت متصل است (علامه طباطبائی، *بدایة الحکمة*، ۱۵۷). آن را با یک بازه از اعداد حقیقی مانند  $(a, b)$  نمایش می‌دهیم.

۱۱-۱- همان‌طور که جسم مادامی که جسم است امکان ندارد در لحظه واحد در دو مکان باشد، به همین ترتیب، می‌پذیریم که ممکن نیست در لحظه واحد از جهت واحد متّصف به دو فرد متفاوت از مقوله‌ای واحد گردد.

۱۲-۱-  $M(t, X)$  یعنی «جسم متحرک در لحظه  $t$  در حدّ  $X$  است». با نظر به یکتا بودن  $X$  به ازای هر  $t$  طبق ۱۱-۱ آن را به صورت  $M(t) = X$  هم می‌توان نمایش داد.

۱۳-۱- تغییر بر دو نوع است: تغییر دفعی و تغییر تدریجی (علامه طباطبائی، *نهایة الحکمة*، ۲۰۲؛ همو، *بدایة الحکمة*، ۱۵۳).

۱۴-۱- با نظر به بداهت مفاهیم «تدریج» و «دفعه»، (ملاصدرا، *اسفار*، ۲۲/۳) ما درصدد تعریف کردن آن‌ها بر نمی‌آییم. اما برای این‌که این مفاهیم تا حدّی از ابهاماتی که همراه معانی الفاظ عرفی است پیراسته شود، به ایراد توضیحاتی در این باب مبادرت می‌کنیم. تغییری را دفعی نامند که ظرف حصول آن لحظه باشد، بدین نحو که متغیر در یک لحظه از حدّی به حدّی دیگر جهش داشته‌بی‌آن‌که حدود میانی را طی کرده باشد. به زبان ریاضی چنانچه تغییرات جسم را به تابعی<sup>۱</sup> از زمان به مسافت نمایش دهیم (بیان

۱. اگر  $A$  و  $\square$  دو مجموعه باشند، آن‌گاه  $\square$  را یک تابع از  $A$  به  $B$  گویند اگر و فقط اگر شرایط ذیل را تأمین کند: (۱) مجموعه‌ای باشد از زوج‌های مرتبی مانند  $(x, y)$  که در آن  $\square \in X$  و  $y \in B$  (۲)  $\forall (x, y), (x', y') \in f: x = x' \rightarrow y = y'$  که در این صورت  $f$  را به  $f(x)$  نمایش داده و آن را مقدار

آن خواهد آمد) آن گاه جسم مفروض دچار تغییر دفعی شده است اگر و تنها اگر لحظه ای موجود باشد که حد<sup>۱</sup> چپ<sup>۲</sup> و حد<sup>۳</sup> راست<sup>۳</sup> تابع در آن لحظه مساوی نباشد و یا این که حد<sup>۴</sup> تابع با مقدار تابع<sup>۴</sup> در آن لحظه برابر نباشد.<sup>۵</sup> در غیر این صورت تغییر موجود را تدریجی نامند.<sup>۶</sup>

تابع نامیم. برد تابع عبارت است از  $\{y \in B \mid \exists x \in A: f(x) = y\}$  و دامنه تابع عبارتست از  $\{x \in A \mid \exists y \in B: f(x) = y\}$  (غلامحسین مصاحب، ۸۷-۸۸؛ والتر رودین، ۳۰).

۱. «حد» مشترک لفظی است میان یک مفهوم ریاضی معادل  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  و مفهوم فلسفی مذکور در بند ۸-۱. لذا برای جلوگیری از خلط میان این دو معنا، «حد» موجود در ریاضیات را همه جا به صورت زیرخطدار(حد) نمایش می‌دهیم.

۲. علامت  $\lim_{x \rightarrow p^-} f(x) = L$  را می‌خوانیم حد چپ تابع  $f$  در  $p$  برابر است با  $L$  و معنای آن عبارت است از این که به ازای هر  $\varepsilon > 0$  عددی چون  $\delta > 0$  هست به طوری که هرگاه  $-\delta < x - p < 0$  آن گاه  $-\varepsilon < f(x) - L < \varepsilon$  (تام م. آپوستل، ۱۶۲؛ جورج توماس و راس فیلی، ۵۴/۱).

۳. علامت  $\lim_{x \rightarrow p^+} f(x) = L$  را می‌خوانیم حد راست تابع  $f$  در  $p$  برابر است با  $L$  و معنای آن عبارت است از این که به ازای هر  $\varepsilon > 0$  عددی چون  $\delta > 0$  هست به طوری که هرگاه  $0 < x - p < \delta$  آن گاه  $-\varepsilon < f(x) - L < \varepsilon$  (تام م. آپوستل، ۱۶۲؛ جورج توماس و راس فیلی، ۵۴/۱).

۴. نک: پانوشت ۱ از صفحه ۱۱۹ از مقاله حاضر.

۵. نمودارهای زیر مثالی از هر مورد مذکور از تغییر دفعی در ۱۱-۱ را نشان می‌دهند.



گویی متغیر در لحظه  $t$  از حد  $x_1^-$  به حد  $x_2^-$  پریده است.

۶. آیا در طبیعت اصلاً تغییر دفعی وجود دارد؟ تغییرات در طبیعت با توجه به فرمولهای موجود در فیزیک کلاسیک تدریجی بوده و مسافت نیز امری متصل است. اما شاید در فیزیک غیر کلاسیک بتوان مثالی از تغییر دفعی یافت: نخستین نظریه کوانتومی اتم هیدروژن که توسط بوهر مطرح شد یک نظریه واسطه بین مکانیک کلاسیک و مکانیک موجی است که برخلاف نظریه کلاسیک تابش، انرژی اتم در حالت‌های مانا مقدار ثابتی

$$E_n = \frac{-E_1}{n^2}$$

اختیار می‌شود. تنها انرژی‌های ممکن و مجاز کل اتم هیدروژن از رابطه محاسبه شده که در

آن  $n \in \mathbb{N}$  و عدد کوانتومی اصلی نامیده می‌شود.  $E_n$  (انرژی یونش) برابر با مقدار ثابت  $eV$  ۱۳/۵۸ است.

۱۵-۱- در مابقی این نوشتار هر جا که با لفظ حرکت مواجه شدیم منظور حرکت مستقیم‌الخط یک بُعدی یک جسم است، مگر خلاف آن تصریح شود.

## ۲. بررسی تعریف

برای یافتن یک مدل ریاضی نیازمند گزاره‌هایی هستیم که نه تنها روشنی‌بخش مفاهیم مربوطه باشند، بلکه به زبان صوری ریاضی نیز ترجمه شده باشند. بنابراین، در ابتدا به صورت‌بندی تعاریف، یا به بیان دقیق‌تر، بهترین گزینه‌های موجود برای معرف بودن، می‌پردازیم که به نظر بهترین گزینه‌های موجود تعریف شیخ از حرکت توسطی و تعریف علامه از حرکت قطعی است.

### ۱.۲. تبیین تعریف حرکت توسطی به زبان ریاضی

**تعریف:** «...فهی حالته المتوسطة حين يكون ليس من الطرف الأول من المسافة و يحصل عند الغاية بل هو في حدّ متوسط بحيث ليس يوجد و لا في آن من الآنات التي يقع في مدّة خروجه الى الفعل حاصلًا في ذلك الحدّ فيكون حصوله في أيّ وقت فرضته قاطعاً لمسافة ما و هو بعد في القطع و هذا هو صورة الحركة الموجودة في المتحرّك و هو توسط بين المبدأ المفروض و النهاية بحيث أيّ حدّ يفرض فيه لا يوجد قبله و لا بعده فيه، لا كحدّي الطرفين فهذا التوسط هو صورة الحركة و هو صفة واحدة تلزم المتحرّك و لا يتغير البتة مادام متحرّكاً» (ابن سینا، ۸۴).

فرض می‌کنیم جسم مفروضی در مدت زمان  $T$ ، مسافت  $A$  را طی کرده است.

پس انرژی‌های مجاز اتم، گسسته‌اند و بنابراین انرژی کوانتیده است. هر یک از این انرژی‌های مجاز با حالت مانایی متناظر است که در آن اتم می‌تواند بدون این‌که تابش کند وجود داشته باشد. تمام حالت‌های مانا به ازای  $n \geq 2$  حالت‌های برانگیخته نام دارند که در آن اتم گرایش به گذار به حالت مانای پایین‌تر را دارد. اتمی را در نظر می‌گیریم که در آغاز در یک حالت برانگیخته بالاتر و با انرژی  $E_n$  قرار داشته و بنابراین گرایش به گذار به حالت مانای پایین‌تر را دارد. در گذار به سوی پایین می‌توان فرض کرد که الکترون به طور ناگهانی از یک مدار به مدار کوچک‌تری جهش می‌کند که شعاع‌های مجاز مدارهای مانا از رابطه  $r_n = n^2 r_1$  محاسبه شده و بنابراین آن‌ها نیز گسسته‌اند (ریچارد وایدنر و رابرت سلز، ۲۹۶، ۲۹۴، ۲۹۳، ۲۹۱). حال اگر «تغییرات اتم برانگیخته در سطح انرژی‌اش» و یا «تغییرات آینی الکترون از یک مدار به مدار دیگر» را مد نظر قرار دهیم، نتیجه می‌شود که مسافت تغییر در اولی و دومی که به ترتیب «انرژی» و «آین» می‌باشند، متصل نبوده (خلاف بند ۱۰) و یا این‌که اتم/الکترون در انرژی/آین خود تغییرات دفعی دارد.

۲-۱-۱- «فی آی وقت فرضته قاطعاً لمسافة ما»: طبق این عبارت، هر لحظه از لحظات حرکت مانند  $t$  را که در نظر بگیریم، جسم مفروض در حال طی مسافتی بوده و به عبارت دیگر حدی از حدود مسافت مانند  $X$  را به خود اختصاص داده است. به زبان ریاضی یعنی:  $\forall t \in \mathbb{R}; \exists X \in \mathbb{R}; X \geq t$ .

۲-۱-۲- «آی حدّ یفرض فیه لایوجد قبله و لا بعده فیه»: طبق این عبارت، جسم مفروض در هر حدی از مسافت مانند  $X$  که واقع شود، نه قبل و نه بعد از آن، در آن حدّ نبوده است. مرجع ضمیر در «قبله» و «بعده» همان لحظه‌ای از  $T$  است که شیء در حدّ  $X$  بوده است؛ آن را  $t$  مینامیم. پس هر حدی مانند  $X$  را که لحاظ کنیم چنانچه شیء در لحظه  $t$  در آن حدّ بوده باشد، نه قبل از  $t$  و نه بعد از  $t$  در حد  $X$  نبوده است. متأخران دو تعبیر متفاوت از عبارات «قبله» و «بعده» داشته‌اند، که جداگانه هریک را بررسی، و آن‌گاه بر اساس هر تعبیر، تعریف حرکت توسطی را صورت‌بندی می‌کنیم.

**تعبیر اول:** منظور از «قبله» و «بعده»، تمام لحظات قبل از لحظه  $t$  و تمام لحظات بعد از لحظه  $t$  از زمان حرکت است. بر این تعبیر مؤیدی از عین عبارت شیخ از تعریف نیز موجود است.<sup>۱</sup> اما سؤال این‌جاست که برای وقوع حرکت آیا ضرورتی دارد که شیء در هیچ‌یک از لحظات قبل و بعد در حدّ مفروض  $X$  نبوده باشد؟ به نظر «هیچ‌یک» قیدی غیرضروری را برای حرکت شیء لحاظ می‌کند که با فهم متعارف از حرکت منافات دارد. برای مثال، ما تغییرات مکانی پرنده‌ای که در حال رفت و برگشت از یک مسیر خاص است را نیز با توجه به حفظ وحدت حرکت، یک حرکت می‌شماریم حال آن‌که شرط مذکور را برآورده نمی‌سازد؛ زیرا دست‌کم یک حدّ از مسافت مانند  $X$  موجود است که پرنده حداقل دوبار از آن گذشته و به عبارت دیگر در دو لحظه متفاوت مانند  $t$  و  $t'$  متحرک در یک حدّ واحد قرار داشته است. با این‌که این مطلب خدشه‌ای به وحدت حرکت وارد نساخته و به نظر قید «هیچ‌یک» برای تعریف حرکت قیدی اضافی است اما عین عبارت شیخ ما را در چنین برداشتی موجه می‌دارد. پس جسم مفروض هر حدی از مسافت مانند  $X$  را که به خود اختصاص دهد، چنانچه در زمان  $t$  در آن حدّ بوده باشد، آن‌گاه در هیچ‌یک از لحظات قبل از  $t$  و در هیچ‌یک از لحظات بعد از  $t$  در حدّ  $X$  نبوده است. پس اگر حد دلخواه  $X$  را در نظر بگیریم که شیء در لحظه  $t$  در آن حدّ بوده است، آن‌گاه اولاً طبق ۲-۱-۱ به ازای هر لحظه دلخواه مانند  $t$  حدی مانند  $X$  وجود دارد که  $M(t, X)$  و در ثانی طبق ۲-۱-۲ داریم  $X \neq X$ .

۱. «لا فی آن من الآنات التي یقع فی مدة خروجه الی الفعل حاصلًا فی ذلک الحد» (ابن‌سینا، ۸۴).



۱-۲-۱-۲- صورت‌بندی «آی حدّ یفرض فیه لا یوجد قبله و لا بعده فیه» با تعبیر اول: به ازای هر حد دلخواه  $x =$  که شیء در لحظه  $t =$  در آن حدّ باشد داریم:

$$M(t_0) = x_0 \Rightarrow [\forall t \in T: (t \neq t_0) \Rightarrow \exists x \in A: (x \neq x_0 \wedge \square M(t) = x)]$$

**تعبیر دوم:** منظور از «قبله» و «بعده» دقیقاً لحظه قبل و لحظه بعد از لحظه‌ای ( $t =$ ) است که جسم در حدّ مذکور  $x =$  قرار گرفته است. مسئله این‌جاست که عبارات «لحظه قبل از  $t =$ » و «لحظه بعد از  $t =$ » با توجه به چگال بودن زمان<sup>۱</sup> فاقد معنا هستند.<sup>۲</sup> اما با توجه به هدف قائلان از ذکر چنین قیودی و مجاز دانستن آن‌ها با در نظر گرفتن عدم دسترسی به ابزار زبانی لازم در عصر گذشته می‌توان تبیینی از آن ارائه داد که هم هدف گوینده از ذکر «نبود شیء در حدّ  $x =$  در لحظه قبل و بعد از  $t =$ » که همانا «خروج حالت سکون از تعریف» است، تأمین شده باشد و هم از دقت کافی جهت رفع ابهام موجود برخوردار باشد. می‌دانیم که بین هر دو لحظه دلخواه از زمان، لحظه‌ای دیگر یافت می‌شود که بر یکی تقدّم و بر دیگری تأخّر دارد. لذا لحظه قبل یا لحظه بعد از یک لحظه خاص مفهوم نیست. پس می‌توان به خاطر وجود چنین خاصیتی در زمان از مفاهیم «همسایگی چپ»<sup>۳</sup> و «همسایگی راست»<sup>۴</sup> به ترتیب برای بیان «لحظه قبل» و «لحظه بعد» کمک گرفت که «عدم توقف شیء در دو لحظه متوالی (به تعبیر نادقیق آن)» که لازمه تحقق حرکت است نیز برآورده شود. پس جسم مفروض هر حدّی از مسافت مانند  $x =$  را که به خود اختصاص دهد، چنانچه در زمان  $t =$  در آن حدّ بوده

۱. اگر  $A$  یک مجموعه باشد، آن‌گاه زیرمجموعه  $B$  از  $A$  را در  $A$  چگال خوانیم در صورتی که بین هر دو عضو متمایز  $A$  عضو  $B$  واقع باشد (غلامحسین مصاحب، ۱۳۱۳). کافی است  $A=B=T$ .

۲. فرض خلف: لحظه قبل از  $t =$  معنادار است. آن‌گاه میان دو لحظه،  $t =$  و لحظه قبل از آن، هیچ فاصله زمانی نیست. پس تتالی آنات لازم می‌آید و تتالی آنات خود مستلزم ثبوت جزء لایتجزی است که بطلان آن در فلسفه اسلامی ثابت شده است. تناقض! پس فرض خلف باطل و لحظه قبل از  $t =$  فاقد معنا است. به طریق مشابه ثابت می‌شود که لحظه بعد از  $t =$  نیز بی معنا است. (غلامحسین ابراهیمی دینانی، ۱/۱۳۳).

۳. هر بازه بازی مانند  $(a, \square)$  حاوی نقطه  $p$ ، که  $p$  نقطه وسطاش باشد یک همسایگی  $p$  نام دارد که از همه  $x$ هایی تشکیل شده که به ازای عددی چون  $\square > r$  در  $p - r < x < p + \square$  صدق می‌کنند. عدد مثبت  $r$  را شعاع همسایگی می‌خوانند. حال تعریف می‌کنیم که همسایگی چپ نقطه‌ای مانند  $p$  با شعاعی مانند  $r$  عبارت است از همه  $x$ هایی که در نامساوی  $p - r < x < \square$  صدق می‌کنند. آن را با نماد  $N_r^-(\square)$  نشان می‌دهیم (تام. م. آپوستل، ۱۶۰).

۴. همسایگی راست نقطه‌ای مانند  $p$  با شعاعی مانند  $r$  عبارت است از همه  $x$ هایی که در نامساوی

$$p < x < p + \square$$

صدق می‌کنند. آن را با نماد  $N_r^+(\square)$  نشان می‌دهیم (تام. م. آپوستل، ۱۶۰).

باشد آن گاه دست کم یک همسایگی چپ و یک همسایگی راست از  $t =$  یافت می شود به نحوی که در هیچ یک از لحظات موجود در این همسایگی ها، شیء در حد  $x =$  نبوده است و یا به ازای هر لحظه دلخواه مانند  $t$  از این همسایگی ها، اولاً طبق ۱-۲-۱ حدی مانند  $x \neq x_0$  وجود دارد که  $M(t, \square)$  و در ثانی طبق ۲-۱-۲ داریم  $x \neq x_0$ .

۱-۲-۲-۱ صورت بندی «ای حدی یفرض فیه لا یوجد قبله و لا بعده فیه» با تعبیر دوم:

به ازای هر حد دلخواه  $\square_0$  که شیء در لحظه  $\square_0$  در آن حد واقع شده باشد داریم:

$$M(t_0) = x_0 \Rightarrow \left[ \exists \delta > 0; \forall t \in (t_0 - \delta, t_0); \exists x \in A: M(t) = x \wedge \square x \neq x_0 \right]$$

و

$$M(t_0) = x_0 \Rightarrow \left[ \exists \delta' > 0; \forall t \in (t_0, t_0 + \delta'); \exists x \in A: M(t) = x \wedge \square x \neq x_0 \right]$$

که دو عبارت بالا را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$M(t_0) = x_0 \Rightarrow [\exists \delta, \delta' > 0; \forall t \in (t_0 - \delta, t_0 + \delta') - \{t_0\}; \exists x \in A: M(t) = x \wedge x \neq x_0]$$

## ۲-۲- تبیین تعریف حرکت قطعی

تعریف حرکت قطعی به بیان ابن سینا: «فإن الحركة إن عُنِيَ بها الأمر المتصل المعقول للمتحرک من المبدأ إلى المنتهى...» (۸۴). حرکت قطعی امر متصلی است که از ابتدا تا انتهای مسافت همراه متحرک بوده و متحرک به واسطه حرکت خود از مبدأ تا منتهی بدان متصف می گردد. واضح است که عبارت مذکور در فهم حرکت قطعی چندان دقیق و رسا نیست. البته ویژگی «اتصال» این مفهوم از مبدأ تا منتهی، که یادآور مفهوم ریاضی «پیوستگی» است کلید خوبی برای حل معمای «قطعی» می تواند باشد. بنابراین به بررسی تعریفی که علامه طباطبائی از حرکت قطعی ارائه داده می پردازیم.

تعریف حرکت قطعی به بیان علامه: «ثمّ الحركة... و تعتبر تارة بمعنى كون الشيء بين المبدأ و المنتهى، بحيث له نسبة إلى حدود المسافة المفروضة التي كلّ واحد منها فعلية للقوة السابقة و قوة للفعلية اللاحقة، من حدّ يترکه و من حدّ يستقبله، و لازم ذلك الإنقسام إلى الاجزاء و الانصرام و التقضى تدريجاً، و عدم اجتماع الاجزاء في الوجود، و تسمى الحركة القطعية» (نهایة الحکمة، ۲۰۴-۲۰۳). طبق تعریف مذکور، بودن شیء بین مبدأ و منتهای مسافت در صورتی حرکت به معنای قطع محسوب می شود که نسبت

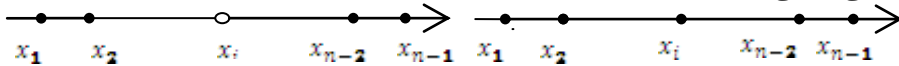
ذیل را با حدود مسافت مفروض داشته باشد: «کلّ واحد منها فعلیة للقوة السابقة و قوة للفعلیة اللاحقة». پس هر حدّی از مسافت را که در نظر بگیریم، می‌بایست: الف) فعلیتی باشد از برای قوه پیشین، و ب) قوه‌ای باشد از برای فعلیت پسین. توضیح آن که اگر جسمی در لحظه  $t_0$  از مبدأ ( $x_0$ ) شروع به حرکت کرده و در لحظه  $t_1$  در منتهی ( $x_1$ ) از حرکت بازایستد، آن‌گاه مسافت  $A$  طبق ۹-۱ عبارت است از مجموعه تمام حدودی از «مقولة ما فیها الحركة» مانند  $x_0$  که متحرک در لحظه‌ای از زمان حرکت بدان متّصف بوده است. پس  $A$  را می‌توان مجموعه‌ای به شکل  $\{x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{n-1}\}$  لحاظ کرد<sup>۱</sup> با این شرط که:

$$: \forall i \in \{j \in \mathbb{N} \mid 1 \leq j \leq n - 2\} \text{ حدّ بعدی } x_{i+1} \text{ در حرکت مفروض باشد}$$

از طرفی بنا به تعریف قرار شد هر حدّی از مسافت فعلیتی برای قوه سابق و قوه‌ای برای فعلیت لاحق باشد، یعنی هر حدّی مانند  $A^{x_i}$  را که در نظر بگیریم، فعلیت  $x_{i-1}$  و قوه  $x_{i+1}$  باشد. در واقع اگر از این نظر به  $x_0$  نگاه کنیم که فعلیت  $x_{i-1}$  است نتیجه این خواهد بود که متحرک از حدّ  $x_{i-1}$  به حدّ  $x_0$  وارد شده و حدّ  $x_0$  که شیء نسبت بدان بالقوه بود، مادامی که در حدّ  $x_{i-1}$  قرار داشت، حال برای او بالفعل می‌گردد. و اگر از این جهت به  $x_0$  نظر کنیم که قوه  $x_{i+1}$  است، معنای حاصل این خواهد بود که متحرک از حدّ  $x_0$  خارج شده و به استقبال  $x_{i+1}$  می‌رود و به بیان دیگر حدّ  $x_{i+1}$  برای شیء، قوه‌ای است که به سبب حرکت تبدیل به فعلیت می‌شود. اما در نظر دارید که این روند به ازای «کلّ واحد منها» برقرار است. لذا یک شیء متحرک به حرکت قطعی است چنان‌که هر حدّی مانند  $x_0$  از حدود مسافت  $A$  را که در نظر بگیریم متحرک از حدّ قبلی  $x_{i-1}$  بدان وارد شده و از آن به سوی حدّ بعدی  $x_{i+1}$  خارج شود. پس متحرک می‌بایست همه حدود مسافت را طی کرده و چنین نباشد که از حدّی دفعتاً و بدون طی حدود میانی، به حدّ دیگر وارد شده و یا جهشی داشته باشد. اگر برای نمایش حدّی که به واسطه حرکت به فعلیت رسیده و متحرک بدان متّصف است از نقطه توپر و از نقطه‌ای توخالی برای نشان دادن حدّی استفاده کنیم که نسبت به حدّ سابق بالقوه مانده بی‌آن‌که به فعلیت برسد (حدّی که متحرک از آن پریده است)،

۱. مبدأ و منتهی دفعی‌الوقوع‌اند و از جنس حرکت نیستند (علامه طباطبائی، نه‌ایة الحکمة، ۲۰۴-۲۰۳).

آن گاه شکل ۱ نماینده حالتی است که تعریف، آن را مانع بوده و مصداق حرکت قطعی نیست و شکل ۲ نماینده حالتی است که در تعریف صدق می کند و می باید نشان دهنده حرکتی قطعی باشد.

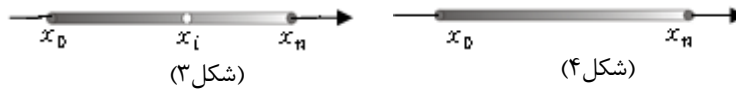


(شکل ۱)

(شکل ۲)

اولین مشکلی که در سطور فوق به چشم می خورد آن است که مسافت  $A$  به شکل مجموعه ای از نقاط منفصل در نظر گرفته شده و در نتیجه «حد قبلی» و «حد بعدی» معنادار تلقی شده اند، حال آن که طبق ۱-۱۰ مسافت خود امری متصل است. لذا همان طور که در زمان حرکت، سخن از لحظه قبل و لحظه بعد بی معنا می نماید، در مسافت حرکت نیز حد سابق و حد لاحق فاقد معنا می باشند.<sup>۱</sup> بنابراین، تبیین فوق از تعریف تنها در صورتی معتبر است که برای یک مجموعه از حدود متصل بازخوانی گردد. در فرض مجموعه حدود منفصل از مسافت، حرکت در صورتی به معنای قطع بود که هر حد دلخواه مانند  $x_-$  ترک شده و بلافاصله حد بعدی یعنی  $x_+ = x_i$  به فعلیت می رسید. به عبارت دیگر، متحرک از هیچ حدی نمی پرید. حال اگر  $x_-$  ها را یک سری حدود متصل و پیوسته در نظر بگیریم نتیجه فوق بیان کننده این مطلب است که متحرک در بازه  $(x_0, x_-)$  به مثابه مسافت و بستر حرکت خود نمی بایست انفصال یا جهشی در موافات حدود داشته باشد. با قراردادی که چند سطر پیش راجع به نقاط توپر و توخالی کردیم، شکل ۳ نشان گر حالتی از طی حدود خواهد بود که در آن متحرک در حد  $x_-$  جهش داشته و لذا در تعریف حرکت قطعی صدق نمی کند. اما شکل ۴ در تعریف صدق کرده و

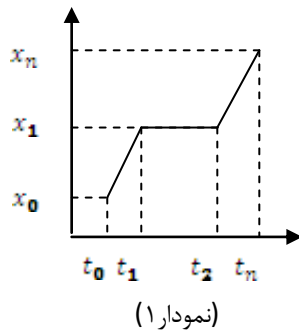
علی القاعده می بایست نماینده حرکتی بالمعنی القطع باشد. اما می تواند چنین نباشد. چرا؟



(شکل ۳)

(شکل ۴)

۱. نک: پانوش ۲ از صفحه ۱۲۳ از مقاله حاضر.



جسمی را در نظر بگیرید که در لحظه  $t = t_0$  از مبدأ  $(x = x_0)$  شروع به حرکت کرده و در لحظه  $t = t_1$  در حد  $x = x_1$  از حرکت باز می‌ایستد. سپس در لحظه  $t = t_2$  دوباره شروع به حرکت می‌کند تا این که در لحظه  $t = t_n$  به منتهی  $(x = x_n)$  رسیده و متوقف می‌شود. نمودار حرکت چنین جسمی به شکل روبه‌رو است. اگر این نمودار را بر محور عمودی دستگاه مختصات یا همان

محور مسافت تصویر کنیم به شکلی شبیه شکل ۴ می‌رسیم. این بدین معناست که جسم مذکور در طی حدود مسافت،  $(x_0, x_1)$ ، شرط اتصال را حفظ  $x = x_1$  را که لحاظ کنیم شیء از حد قبلی،  $x_{i-1}$ ، خارج و به حد بعدی  $x = x_1$  وارد شده و حدود مسافت فعلیتی برای قوه پیشین و قوه‌ای برای فعلیت پسین است. لذا نمودار ۱ هم شرط اتصال سینوی را برآورده و هم در تعریف علامه از حرکت قطعی صدق می‌کند. کرده و از هیچ حدی نپریده است. به بیان نادقیق آن هر حد دلخواهی از مسافت مانند از آن نیز خارج و به استقبال حد بعدی،  $x_{i+1}$ ، رفته است. به بیان دیگر هر یک از پس می‌تواند نماینده حرکتی قطعی باشد. حال آن که طبق آن، متحرک مدتی از زمان حرکت را ساکن بوده است. بنابراین تعریف حرکت قطعی لا بشرط از سکون است، زیرا نمودار ۱ مثالی است که با صدق خود در تعریف حرکت قطعی «مانع بودن آن را از سکون» نقض کرد. اما شواهدی وجود دارد دال بر بدهت این امر که قدمای ما قطعاً سکون را داخل در تعریف حرکت قطعی نمی‌دانسته‌اند. برخی از این شواهد در پی می‌آیند.

شاهد اول: بزرگانی چون میرداماد، ملاصدرا و علامه طباطبائی حرکت قطعی را واقعی می‌دانستند. حرکت بما هو حرکت مستلزم عدم توقف در یک حد واحد می‌باشد. لذا کاملاً بعید است که این بزرگان متوجه شمول حرکت قطعی و یا همان حرکت واقعی نسبت به سکون نشده و یا آن را مجاز دانسته باشند.

شاهد دوم: ابن‌سینا حرکت قطعی را غیرواقعی و ذهنی می‌شمرد (۸۴) اما برای اثبات مدعای خود به «مانع سکون نبودن» آن هیچ اشاره‌ای نمی‌کند. شاهد سوم:

الف) ابن‌سینا حرکت قطعی را زمان‌مند می‌داند (۸۵).

ب) شیخ زمان‌مند بودن حرکت قطعی را به معنای «در زمان بودن» آن تفسیر می‌کند (همان).

ج) اگر امری در زمان باشد آن‌گاه ممتدّ به امتداد زمان و منطبق بر زمان است.  
د) اگر امری ممتدّ به امتداد زمان و منطبق بر زمان باشد، آن‌گاه هر جزء آن نیز منطبق بر جزئی از زمان خواهد بود.  
ه) زمان امری ممتدّ و متّصف به سبق و لحوقی ذاتی است. بنابراین قابلیت انقسام به اجزای بی‌شماری را دارد به نحوی که هر جزئی از آن متقدّم بر جزء بعدی و متأخّر از جزء قبلی باشد.

☞ هر جزئی از حرکت قطعی متقدّم بر جزء بعدی و متأخّر از جزء قبلی خواهد بود. پس همان‌طور که زمان امر گذرایی بوده و در هیچ لحظه‌ای متوقّف نمی‌شود حرکت قطعی نیز گذرا بوده و در هیچ حدّی متوقّف نخواهد شد.  
شاهد چهارم: علامه انصرام و گذر تدریجی را از لوازم حرکت قطعی می‌شمارد (نهاییه/الحکمة، ۲۰۳-۲۰۴). تدریجی بودن یک امر به معنای وقوع آن امر در زمان است. پس علامه وقوع حرکت قطعی در زمان را از لوازم تعریف آن می‌شمارد. به بیانی مشابه، آن چه در بخش فوق گذشت می‌توان عدم توقف متحرک به حرکت قطعی را در هیچ حدّی از حدود مسافت نتیجه گرفت.

پس تعریف حرکت قطعی مانع سکون نیست درحالی‌که معرّفانش سکون را داخل در تعریف آن نمی‌دانستند. مشکل از کجاست؟

۱) یا حرکت قطعی می‌تواند شامل سکون باشد و منافاتی با آن ندارد.  
۲) یا چنین نیست و سکون می‌باید از تعریف خارج باشد.  
۱-۲) یا اینکه با ذکر عبارتی سکون از تعریف خارج شده که در این صورت تنها ویژگی مذکور در تعریف حرکت قطعی، اتصال، می‌باید مستلزم طرد سکون نیز باشد.

۲-۲) یا این‌که هیچ عبارتی دالّ بر خروج سکون در تعریف موجود نیست حال آن‌که سکون می‌باید از تعریف خارج باشد.

با توجه به شواهد مذکور به هیچ وجه ادّعای ۱ قابل قبول نیست. با نظر به نمودار ۱ که دقیقاً در تعریف حرکت قطعی صدق می‌کرد و شامل سکون نیز بود، ادّعای ۱-۲ نقض شده، این فرض نیز باطل می‌شود. بنا به حصر عقلی تنها ادّعای ۲-۲ محتمل است. پس وجود قیدی که مستلزم خروج سکون از تعریف حرکت قطعی باشد ضروری است، حال آن‌که ذکر آن در تعریف نرفته است. حتّیّ مقدّم بر وجوب وجود چنین قیدی، بیان

وجود «رابطهٔ ما» میان لحظات زمان و حدود مسافت لازم می‌نماید. اگر رابطهٔ میان زمان و حرکت قطعی مغفول ماند، شکل ۴ نمایندهٔ حرکتی قطعی است (صدق در تعریف) که اصلاً حرکت قطعی نیست (بنا به نظر فلاسفه). و این همه از آن جا ناشی شده که عنصر زمان در تعریف غایب است. گویا بودن رابطه‌ای میان زمان و حرکت قطعی آن هم به گونه‌ای که مستلزم خروج سکون از تعریف باشد، نزد قدمای ما مسلم انگاشته شده است. اما چرا چنین مسلم‌انگاری‌ای در تعریف حرکت توسطی لحاظ نشده است؟ «أی حدّ یفرض فیه لا یوجد قبله و لا بعده فیه» که خروج حالت سکون را تضمین می‌کند چرا در حرکت توسطی ذکر شده اما در حرکت قطعی نه؟ شاید کلید پاسخ در این باشد که در معرفی حرکت قطعی ویژگی مختص این معنا از حرکت در مقایسه با حرکت توسطی بیان شده است. به عبارت دیگر حرکت قطعی واجد تمام ویژگی‌های حرکت توسطی است به علاوه یک ویژگی که مختص خود اوست و آن «اتصال» است. اما این ادعا چندان هم دور از ذهن نیست. کافی است به قیود دو تعریف دقت کنیم و آن‌ها را با هم مقایسه کنیم.

حرکت توسطی	حرکت قطعی با بیان شیخ	حرکت قطعی با بیان علامه
کون الشیء بین المبدأ و المنتهی	للمتحرک من المبدأ إلى المنتهی	کون الشیء بین المبدأ و المنتهی
أی حدّ یفرض فیه لا یوجد قبله و بعده فیه	مسلم انگاشته شده است	مسلم انگاشته شده است
فاقد این ویژگی است	الأمر المتصل	کلّ واحد منها فعلیة للقوة السابقة و قوة للفعلیة اللاحقة

حال اگر بپذیریم که امر مسلم انگاشته‌شده را به تعریف بیفزاییم، ادعای فوق ثابت و حرکت قطعی همان حرکت توسطی است به علاوه یک ویژگی مخصوص به خود یعنی «اتصال». ولی اگر این مطلب را نپذیریم و بر همان تعریف قبلی باقی بمانیم، می‌باید در ذهن داشته باشیم که تعریف حرکت قطعی با پیش‌فرضی همراه می‌باشد که لازم است همواره آن را در فهم و مدل‌سازی خود از این معنای از حرکت لحاظ کنیم و آن عبارت

است از «آی حدّ یفرض فیه لا یوجد قبله و بعده فیه» که لازمه خروج سکون از تعریف است.

### ۳. ارائه مدل و اثبات ادعا

حال بر پایه تعاریف و نتایج به دست آمده از شرح و بررسی آنها، به ارائه مدلی برای هریک از معانی موجود از حرکت می پردازیم و در آخر این ادعا را که حرکت توسطی نسبت به تغییرات دفعی لا بشرط است، در قالب قضیه ای اثبات می کنیم.

**۳-۱-۳- قضیه:** به ازای تعبیر اول از «قبله» و «بعده» در تعریف حرکت توسطی (۲-۱-۲)، جسم مفروضی که به حرکت توسطی مسافت  $A$  را طی می کند، یک تابع یک به یک<sup>۱</sup> پوشا<sup>۲</sup> به نام  $M$  از زمان حرکت  $T$  به مثابه دامنه تابع<sup>۳</sup>، به مسافت  $A$  رسم می کند.

**برهان:**

(۱) طبق عبارت ۱-۱-۲ از تعریف حرکت توسطی،  $M$  رابطه ای است میان زمان حرکت  $T$  و مسافت مفروض  $A$ .

(۲) طبق ۹-۱ تعریف مسافت به زبان ریاضی  $A = \{x | \exists t \in T: M(t) = x\}$  است. اما این مجموعه، طبق تعریف، همان برد<sup>۴</sup> تابع  $M$  است. بنابراین برد تابع  $M$  برابر با مجموعه  $A$  است. پس تابع  $M$  پوشاست.

(۱) طبق ۱۱-۱،  $M$  در تعریف زیر صدق کرده لذا تابعی است با دامنه  $T$ .

$$\forall t_1, t_2 \in T: t_1 = t_2 \Rightarrow M(t_1) = M(t_2)$$

تعریف تابع

(۲) برای اثبات یک به یک بودن تابع  $M$ ، باید ثابت کنیم که  $\forall t_0, t \in T: t_0 \neq t \Rightarrow M(t_0) \neq M(t)$ . به این منظور لحظه دلخواه  $t_0 \in T$  را در نظر می گیریم. ثابت شد که  $M$  تابع است پس حدی یکتا مانند  $x_0 \in A$  یافت می شود که

۱. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند،  $f$  یک تابع یک به یک از  $A$  به  $B$  است چنانچه داشته باشیم:

$$\forall x, x' \in A: f(x) = f(x') \rightarrow x = x'$$

(غلامحسین مصاحب، ۸۸).

۲. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند،  $f$  را یک تابع پوشا از  $A$  به  $B$  نامیم چنانچه برد تابع (ر.ک: پانوش ۱ از صفحه ۱۱۹ از مقاله حاضر) با مجموعه  $B$  برابر باشد (غلامحسین مصاحب، ۸۹).

۳. نک: پانوش ۱ از صفحه ۱۱۹ از مقاله حاضر.

۴. نک: پانوش ۱ از صفحه ۱۱۹ از مقاله حاضر.



$M(t_0) = c_0$  . حال ۲-۱-۲-۱ تضمین می‌کند که به ازای هر آنی مانند  $t$  که  $t_0 \neq t$  حدی از مسافت مانند  $x$  یافت می‌شود که اولاً  $M(t) = x$  در ثانی  $x \neq x_0$  و یا  $M(t) \neq x_0$  . از طرفی  $M(t_0) = c_0$  پس  $M(t_0) \neq c(t)$  . بنابراین به ازای دو لحظه  $t_0$  و  $t$  که  $t_0 \neq t$  داریم:  $M(t_0) \neq c(t)$  . اما  $t_0$  و  $t$  دو لحظه دلخواه بودند لذا تابع  $M$  یک‌به‌یک است.

طبق ۲ و ۴ حکم ثابت شد.

**۲-۳ قضیه:** به ازای تعبیر دوم از «قبله» و «بعده» در تعریف حرکت توسطی (۲-۱-۲)، جسم مفروضی که به حرکت توسطی مسافت  $A$  را طی می‌کند تابع پوشایی را به نام  $M$  از زمان حرکت  $T$  به مسافت  $A$  رسم می‌کند که در هیچ زیربازه‌ای از دامنه خود ثابت<sup>۱</sup> نیست.

**برهان:** به بیانی مشابه آنچه در قضیه ۱-۳ ذیل بخش‌های ۱، ۲ و ۳ گذشت،  $M$  یک تابع پوشا از  $T$  به  $A$  است. کافی است ثابت کنیم که در هیچ زیربازه‌ای از  $T$  نیز ثابت نیست. برای اثبات غیرثابت بودن  $M$  در هر زیربازه از  $T$  از برهان خلف استفاده می‌کنیم:

(۱) فرض خلف: فرض می‌کنیم حداقل یک زیربازه از  $T$  مانند  $(t_1, t_2)$  یافت می‌شود که تابع  $M$  روی آن، ثابت است. بنابراین  $\exists c \in A; \forall t \in (t_1, t_2): M(t) = c$

(۲)  $t_0 \in (t_1, t_2)$  را به‌طور دلخواه در نظر می‌گیریم  $M(t_0) = c$

(۳) حال طبق ۲-۱-۲ و با در نظر داشتن  $M(t_0) = c$  یک همسایگی راست  $t_0$  به شعاع  $\delta$  وجود خواهد داشت به نحوی که:

$$\forall t \in (t_0, t_0 + \delta); \exists x \in A: M(t) = x \wedge x \neq c \xrightarrow{M \text{ تابع است}} \forall t \in (t_0, t_0 + \delta): M(t) \neq c$$

(۴) قرار می‌دهیم:  $\varepsilon = \min\{\delta, t_2 - t_0\}$

(۵)  $t \in (t_0, t_0 + \varepsilon)$  را به دلخواه در نظر می‌گیریم  $t \in (t_1, t_2)$   $\xrightarrow{(t_0, t_0 + \varepsilon) \subseteq (t_1, t_2)}$  طبق ۱  $M(t) = c$

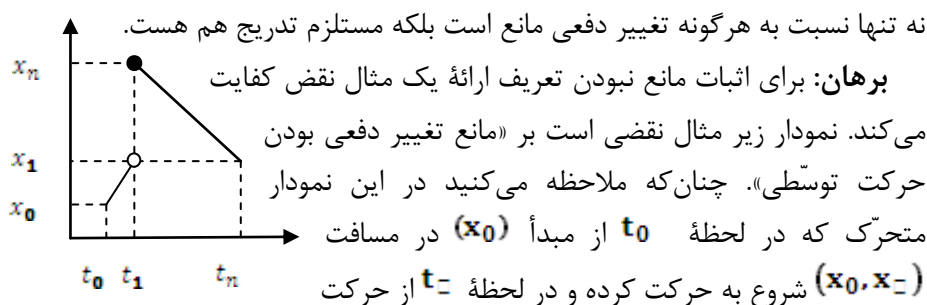
۱.  $f$  را یک تابع ثابت از  $A$  به  $B$  گویند چنانکه داشته باشیم:  $\exists c \in B; \forall x \in A: f(x) = c$  (غلامحسین مصاحب،

۶) طبق ۴ داریم  $(t_0, t_0 + \varepsilon) \subseteq (t_0, t_0 + \delta)$  پس  $t$  مفروض در ۵ عضو  $(t_0, t_0 + \delta)$  نیز هست. حال بنابر ۳ داریم:  $M(t) \neq c$ .  
۷) طبق ۵ و ۶ به تناقض  $M(t) \neq c \wedge M(\square) = c$  می‌رسیم. پس فرض خلف باطل و بنابراین تابع  $M$  روی هیچ زیربازه‌ای از  $T$  ثابت نیست.

**۳-۳- قضیه:** بر مبنای تعبیر اول از «قبله» و «بعده» (۱-۲-۱-۲)، حرکت قطعی راسم تابعی یک‌به‌یک و پیوسته<sup>۱</sup> با نام  $m$  از زمان حرکت  $T$  به مسافت  $A$  می‌باشد.  
**برهان:** با توجه به شرحی که از تعریف حرکت قطعی ذیل بیان شیخ و تعبیر علامه آمد، ویژگی اتصال در تعریف مذکور با ویژگی پیوستگی در ریاضیات تبیین می‌شود. از طرفی، طبق جدول موجود در ۲-۲ و توضیح مربوطه، لحاظ قید «أی حدّ یفرض فیه لا یوجد قبله و لا بعده فیه» در تعریف حرکت قطعی ضروری است. اما این قید با تعبیر اول طبق قضیه ۱-۳ یک تابع یک‌به‌یک به دست می‌دهد. فهو المطلوب.

**۳-۴- قضیه:** بر اساس تعبیر دوم (۲-۲-۱-۲)، حرکت قطعی راسم یک تابع پیوسته به نام  $m$  از زمان حرکت  $T$  به مسافت  $A$  می‌باشد که در هیچ زیربازه‌ای از زمان حرکت ثابت نیست.  
**برهان:** با استفاده از قضیه ۲-۳، با بیانی مشابه آنچه در قضیه ۳-۳ گذشت مطلوب حاصل است.

**۳-۵- قضیه:** تعریف حرکت توسطی مانع تغییرات دفعی نیست اما حرکت قطعی



بازایستاده است، با این‌که تمام حدود مسافت را طی کرده (پوشا است) و هر یک از حدود مسافت که لحاظ شود در لحظه/لحظات قبل و بعد در آن حدّ نبوده است (در

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p)$$

۱. تابع  $f$  را در نقطه  $p$  پیوسته نامند هرگاه  $f(p)$  موجود باشد و  $x \rightarrow p$  و یک تابع پیوسته است به شرط آن‌که در هر نقطه از دامنه‌اش (ر.ک: پانوش ۱ از صفحه ۱۱۹ از مقاله حاضر) پیوسته باشد (تام م. آپوستل، ۱۶۳).

تعریف حرکت توسطی چه در تعبیر نخست چه در تعبیر دوم صدق می‌کند). اما در لحظه  $t_0$  بدون طیّ حدود میان  $x_0$  و  $x_1$  دفعتاً از حدّ  $x_0$  به حدّ  $x_1$  جهش داشته، لذا حدّ چپ و راست آن با هم برابر نیستند و بنابر ۱۴-۱، متحرک تغییر دفعی داشته است. پس هیچ‌یک از تعابیر موجود از تعریف حرکت توسطی مانع تغییرات دفعی نیست. طبق قضایای ۳-۳ و ۴-۳، حرکت قطعی راسم تابع پیوسته‌ای به نام  $m$  از  $T$  به  $A$  می‌باشد. پیوستگی  $m$  روی دامنه خود که همان زمان حرکت می‌باشد، مستلزم برابر بودن حدّ چپ و راست موجود در هر لحظه از لحظات حرکت می‌باشد. بنابراین طبق ۱۴-۱، متحرک در هیچ لحظه‌ای از لحظات حرکت دچار تغییری دفعی نمی‌شود. باز طبق ۱۴-۱ تغییری اگر دفعی نباشد، تدریجی است. حال اگر بپذیریم که تعریف حرکت قطعی به هر حال معرف نوعی تغییر است، آن‌گاه چنین نتیجه می‌شود که حرکت قطعی تغییری تدریجی است.

#### ۴. نتیجه

با توجه به اثبات تفاوت‌های اساسی موجود میان حرکت توسطی و حرکت قطعی، اکنون می‌توان گفت که حرکت به اشتراک لفظی بر دو معنا اطلاق می‌شود: حرکت به معنای توسط و حرکت به معنای قطع. همان‌طور که شرح آن گذشت، هر یک از این دو معنا به دو صورت قابل تعبیر است، که بر اساس هر تعبیر، تبیین ریاضی هر یک متفاوت خواهد شد. بر اساس تعبیر نخست، حرکت توسطی مطابق با تابعی یک‌به‌یک پوشا و حرکت قطعی متناظر با تابعی یک‌به‌یک و پیوسته از زمان به مسافت است. بر مبنای تعبیر دوم، حرکت توسطی تابعی پوشا و حرکت قطعی تابعی پیوسته از زمان به مسافت به دست می‌دهند که هیچ‌یک در هیچ زیربازه‌ای از زمان حرکت ثابت نیست.

(۱) با ارائه یک مثال نقض ثابت شد که تعریف حرکت توسطی مانع تغییرات دفعی نیست و بنابراین مفهوم تدریجی بودن تغییرات شیء را نتیجه نمی‌دهد. حرکت قطعی به سبب خصوصیت ویژه‌اش در مقابل حرکت توسطی که همانا اتصال آن است، نه تنها مانع تغییرات دفعی است، بلکه مستلزم تدریجی بودن تغییراتی است که شیء بدان متّصف می‌گردد.

(۲) حدّ مشترک تمام تعاریف پذیرفته‌شده از حرکت در فلسفه اسلامی «خروج تدریجی شیء از قوه به فعل» است. پس «تدریج» جزء لاینفک حرکت است.

بنابراین: آن معنایی از حرکت که واقعی است و در خارج وجود دارد، مسلماً حرکت توسطی نخواهد بود.<sup>۱</sup> حرکت قطعی نیز تنها در صورتی می‌تواند نماینده مناسبی برای واقعیت باشد که مستلزم محذوری نباشد که در این نوشتار بدان پرداخته نشده است. به هر حال، اگر معانی متصور برای حرکت عقلاً منحصر در حرکت توسطی و حرکت قطعی باشد، لازم می‌آید که حرکت قطعی مصداق واقعیت باشد.

البته نباید از نظر دور داشت که تمامی آن چه گذشت به همراه نتایج به دست آمده، مبتنی بر «تعاریف اولیه و قضایای از پیش پذیرفته شده» ای است که در بخش نخست ذکر آن رفت. مثلاً، بند ۱-۱۵ نتایج به دست آمده را در حیطه حرکت مستقیم‌الخط یک‌بعدی یک جسم اعتبار می‌بخشد و یا این که زمان طبق بندهای ۱-۲ و ۱-۵ نه تنها واقعی فرض شده بلکه امری متصل انگاشته شده است، اموری که هر یک در جای خود محل تأمل بسیارند.

### فهرست منابع

۱. ابراهیمی دینانی، غلامحسین، قواعد کلی فلسفی در فلسفه اسلامی، تهران، انجمن اسلامی حکمت و فلسفه ایران، با همکاری مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۰.
۲. ابن سینا، حسین بن عبدالله، الشفاء: الطبیعیات، تصدیر و مراجعة ابراهیم مدکور، قم، منشورات مکتبه آیه الله المرعشی النجفی، ۱۴۰۵ق.
۳. ایوستل، تام ام، حساب دیفرانسیل و انتگرال، ج ۱، ترجمه علیرضا ذکائی و دیگران، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۵.
۴. اکبریان، رضا، حکمت متعالیه و تفکر فلسفی معاصر، تهران، انتشارات بنیاد حکمت اسلامی صدر، ۱۳۸۶.
۵. توماس، جرج، راس فینی، حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی، ج ۱، ترجمه مهدی بهزاد و دیگران، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۱.
۶. رودین، والتر، اصول آنالیز ریاضی، ترجمه علی اکبر عالم‌زاده، تهران، انتشارات علمی و فنی، ۱۳۸۲.
۷. شیرازی، صدرالدین محمد، الحکمة المتعالیة فی الأسفار العقلیة الأربعة، ج ۳، بیروت، دار احیاء التراث العربی، ۱۴۴۰ق.

۱. بدین ترتیب از منظری دیگر تأییدی بر قول میرداماد یافتیم، آن‌جا که وی منحصر دانستن واقعیت در حرکت توسطی را مستلزم وقوع طفره می‌داند (میرداماد، ۲۱۱).

۸. ———، شرح و تعلیقه بر الهیات شفاء، ج ۱، تصحیح، تحقیق، و مقدمه نجفقلی حبیبی، به اشراف سید محمد خامنه‌ای، تهران، انتشارات بنیاد حکمت اسلامی صدرا، ۱۳۸۲.
۹. طباطبائی، سید محمدحسین، *نهایه الحکمة*، قم، مؤسسه النشر الإسلامی التابعة لجماعة المدرّسین، ۱۳۶۲.
۱۰. ———، *بداية الحکمة*، تصحیح و تعلیق شیخ عباس علی زارعی سبزواری، قم، مؤسسه النشر الإسلامی التابعة لجماعة المدرّسین، ۱۳۶۰.
۱۱. مصاحب، غلامحسین، *آنالیز ریاضی*، تهران، مؤسسه انتشارات امیر کبیر، ۱۳۶۳.
۱۲. مطهری، مرتضی، *مجموعه آثار استاد شهید مطهری: درسهای اسفار (مبحث حرکت)*، ج ۱۱، تهران، صدرا، ۱۳۸۵.
۱۳. ———، *مجموعه آثار استاد شهید مطهری: درسهای اسفار (مبحث زمان)*، ج ۱۲، تهران، صدرا، ۱۳۸۹.
۱۴. ملکشاهی، حسن، *حرکت و استیقای اقسام آن*، تهران، سروش، ۱۳۶۳.
۱۵. میرداماد، محمد باقر بن محمد استرآبادی، *القبسات*، به اهتمام دکتر مهدی محقق و دیگران، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۷۴.
۱۶. وایدنر، ریچارد، رابرت سلز، *مبانی فیزیک نوین*، ترجمه علی‌اکبر بابایی و مهدی صفا، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۲.