نشریـه علمـی حسابداری مدیریت
سال دوازدهم/ شماره چهل‌وسوم/ زمستان ۱۳۹۸

ارائه مدل ریاضی کنترل بودجه و هزینه متغیر فعالیت‌های پروژه در شرایط موازنه زمان– هزینه با لحاظ نمودن جریمه تأخیر

محمد زاده کفاش[۱]
احمد ابراهیمی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۷/۱۱/۱۱ تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۱/۲۰

چکیده

در این تحقیق یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای بررسی مسئله تأثیر بودجه غیرقطعی پروژه بر عملکرد آن ارائه‌گردیده است. گرچه درگذشته تحقیقات فراوانی در خصوص بهینه‌سازی مسائل موازنه زمان- هزینه (TCT) انجام‌شده است، اما در این مقاله از رویکرد حسابداری پروژه در شرایط عدم اطمینان دریافت بودجه تخصیص‌یافته، عدم قطعیت در هزینه فعالیت‌های پروژه و مدت‌زمان آن‌ها به‌طور همزمان استفاده‌شده است. از نوآوری‌های دیگر این تحقیق، ترکیب روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته (GPRs) با مدهای اجرایی متنوع فعالیت‌ها و سناریوهای پیوسته، گسسته و ترکیبی (پیوسته/ گسسته) است. از برنامه‌ریزی قیود تصادفی (CCP) برای قطعی نمودن بودجه متغیر استفاده‌شده است. محدودیت بودجه تصادفی در یک سطح اطمینان از پیش تعیین‌شده است. برای تخمین زمان‌های غیرقطعی، تکنیک (PERT) و برای تخمین هزینه‌های غیرقطعی مدهای اجرایی فعالیت‌ها، از روش سه‌نقطه‌ای بهره گرفته‌شده است. مدل ریاضی که عبارت است از به حداقل رساندن زمان کل پروژه، با در نظر گرفتن پاداش زود کرد در اتمام پروژه و جریمه تأخیر دیرکرد، توسط نرم‌افزار (GAMS) حل و برای اثبات عملکرد مدل، بر روی یک پروژه واقعی پیاده‌سازی گردید. سناریوهای متفاوتی پیشنهادشده که اثر هر یک از آن‌ها در تغییرات بودجه و عدم اطمینان زمانی بر هزینه‌های مستقیم، غیرمستقیم، هزینه کل و مدت‌زمان اتمام پروژه موردبررسی قرار می گیرد.

واژه‌های کلیدی: بودجه متغیر، موازنه زمان - هزینه، عدم قطعیت هزینه‌ها، روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته.

۱- کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
۲- عضو هیات علمی و استادیار گروه مدیریت صنعتی و تکنولوژی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
(نویسنده مسئول). ahmad.ebrahimi@srbiau.ac.ir

۱- مقدمه

شرایط بحرانی اقتصاد کشور در مقاطع زمانی مانند اعمال تحریم‌ها، افزایش ناگهانی نرخ تورم و کاهش ارزش پول ملی و ... یک تهدید بالقوه برای قراردادهای پیمانکاری پروژه‌های کوچک و بزرگ بوده است به‌طوری‌که باعث زیان فراوان در سرمایه و اتلاف منابع گشته که این امر با داشتن یک حسابداری دقیق هزینه فعالیت‌ها و مصرف بودجه و کنترل منابع می‌تواند پروژه را در زمان تعیین‌شده به سرانجام برساند، همچنین با رقابتی‌تر شدن فضای کسب‌وکار، تولیدکنندگان مجبورند برای ورود محصولات جدید به بازار تصمیمات مهمی را بگیرند، یا بودجه بیشتری را به پروژه تخصیص داده و محصول خود را زودتر از رقبا به بازار عرضه کنند و با افزایش فروش، هزینه متحمل شده را جبران نموده یا پروژه را طبق برنامه اولیه پیش ببرند. مدیران پروژه همواره بایستی بهترین انتخاب ممکن را در زمان و هزینه فعالیتها داشته باشند. ازآنجایی‌که فشردگی فعالیت‌ها موجب افزایش هزینه مستقیم و کاهش هزینه غیرمستقیم می‌گردد یک موازنه زمان- هزینه مناسب برای دست‌یابی به اهدافی چون کمینه نمودن مدت‌زمان و هزینه کل پروژه (TCTO) پیشنهاد می‌گردد.

پروژه یک تلاش موقت برای ایجاد یک محصول/ خدمت بوده و برخلاف عملیات منحصربه‌فرد است بنابراین پیش‌بینی دقیقی در مورد عملکرد فعالیت‌های آن نداریم، مناسب‌تر است جهت برنامه‌ریزی پروژه از داده‌های غیرقطعی، فازی یا احتمالی برای پارامترهای زمان و هزینه و ... استفاده نمود. تغییرات بودجه مصوب پروژه، در هنگام تخصیص به فعالیت‌ها یکی از چالش‌های مهم پیمانکاران برای اتمام به موقع پروژه است که در این خصوص برنامه‌ریزی قیود تصادفی (CCP) با ضریب اطمینان ۹۵٪ تنوع در بودجه را به‌صورت قطعی فرموله می‌کند (ال خولی ۲۰۱۳). در این مقاله از سه حوزه پیکره دانش مدیریت پروژه (PMBOK) یعنی مدیریت زمان، مدیریت هزینه و مدیریت ریسک استفاده‌شده است.

از نو آوری های انجام گرفته در این تحقیق می توان به استفاده از هر چهار رابطه پیش‌نیازی تعمیم‌یافته (GPRs) فعالیتها و زمان تاخیر بین آنها به همراه سناریوهای پیوسته، گسسته و ترکیب آن‌ها (پیوسته/گسسته) همچنین بررسی مسئله موازنه زمان – هزینه در شرایط غیر قطعی داده های بودجه، هزینه و زمان فعالیتها برای واقعی‌تر شدن و لحاظ جریمه تاخیر و پاداش اشاره کرد. در این تحقیق یک مدل ریاضی جدید با استفاده از تکنیک‌های مطرح‌شده و ادغام آن‌ها باهم، برای دستیابی به یک‌راه حل بهینه ارائه می‌گردد.

۲- مروری بر پیشینه پژوهش

ادبیات موضوع در مورد مسئله موازنه زمان – هزینه بسیار گسترده بوده و روشها و رویکردهای متعددی طی سالهای اخیر برای حل این مسئله توسط محققان ارائه شده است. عمده این تحقیقات با استفاده از روشهای بهینه سازی معمول، سعی در حل این مسئله کاربردی دارند. به علت گستردگی دامنه ادبیات موضوع، در مقاله حاضر سعی بر آن شده است تا به مهمترین و جدیدترین روشهای ارائه شده برای حل مسئله TCTP پرداخته شود.

مسئله زمان‌بندی پروژه به‌طور گسترده در اواخر دهه ۵۰ میلادی و دهه ۶۰ میلادی مطرح شد. روش معروف مسیر بحرانی توسط کلی و همکاران (۱۹۵۹) برای پروژه‌هایی که دارای فعالیت‌های قطعی و مشخص هستند، ارائه گردید. روش ارزیابی و بازبینی پروژه توسط ملکوم و همکارانش (۱۹۵۹) برای پروژه‌هایی که در آن‌ها زمان فعالیت‌ها به‌صورت احتمالی است، طراحی شد. کولیش و همکاران (۱۹۹۶) نیز مطالعه‌ای جامع در مورد زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع را ارائه کرده است. روش‌ها و مدل‌های فوق، حالات بسیار ساده‌ای از پروژه را در نظر می‌گیرند به‌طوری‌که در آن‌ها محدودیت منابع و هزینه لحاظ نمی‌شود درحالی‌که محدودیت منابع و هزینه‌ها یکی از اصلی‌ترین مشکلات زمان‌بندی پروژه در دنیای واقعی هستند.

از اواخر دهه ۱۹۵۰ تکنیک CPM به ابزار مهمی برای برنامه‌ریزی شبکه‌های بزرگ به رسمیت شناخته‌شده است. اگرچه این تکنیک برای مسائل قطعی استفاده می‌شد اما با توسعه روش پرت، ترکیب این دو تکنیک برای بیشتر مسائل غیرقطعی بکار می‌روند (آزارون و همکاران، ۲۰۰۵).

شبکه‌های PERT یا تکنیک ارزیابی و بازنگری پروژه در مواقعی که زمان فعالیت‌ها احتمالی هستند استفاده می شوند. تاکنون فرض بر این بوده است که زمان انجام فعالیت‌ها قطعی است. برای فعالیت‌های پروژه که برای اولین بار اجرا می‌شوند و تجربه خاصی از گذشته در مورد آن‌ها وجود ندارد این روش کاربردی است (ملکوم و همکاران، ۱۹۵۹).

تاریخچه روش پرت برمی‌گردد به پروژه موشک Polaris نیروی دریایی ایالات‌متحده آمریکا که در سال ۱۹۵۸ شرکت‌های مشاوره‌ای Booz, Allen, and Hamilton با پیمانکار اصلی شرکت لاکهید، یک تکنیک ارزیابی که PERT نامیده می‌شد برای پیش‌بینی زمان اتمام پروژه طراحی نمودند. درواقع روش پرت تکنیکی است برای تجزیه‌وتحلیل شبکه پروژه و نه برای برنامه‌ریزی پروژه (نیکولاس و همکاران، ۲۰۱۷).

ماریو وانهوک (۲۰۰۵) مسئله موازنه زمان – هزینه را با یک الگوریتم شاخه و کران جدید با در نظر گرفتن محدودیت زمان فعالیت‌ها به‌صورت دقیق حل نمود.

طارقیان و همکاران (۲۰۰۶) سه مدل برنامه ریزی عدد صحیح باینری را در مسئله DTCQTP بر روی سه پارامتر هزینه، زمان و کیفیت توسعه دادند که در این مسئله هزینه و کیفیت فعالیتها به صورت گسسته و با یک منبع تجدید ناپذیر ارائه شدند.

فان و همکاران (۲۰۰۷) چندین مدل ریاضی را برای بهینه سازی هزینه فعالیتهای تکراری پروژه NAOT توسعه دادند. فان نشان داد که در فعالیتهای تکراری گرچه با ایجاد تمهیداتی از قبیل افزایش نیروی انسانی، اضافه کاری و افزایش تجهیزات مورد نیاز می توان زمان پروژه را کاهش داد اما باعث افزایش در هزینه کل پروژه نیز می گردد که فان بر همین اساس مدل یک هدفه بر مبنای کاهش هزینه کل را بهینه نمود.

پراکشا و همکاران (۲۰۰۸) مسئله موازنه زمان – هزینه را در یک شبکه حمل و نقل با حداقل نمودن هزینه کل و زمان حمل با این فرض که همه نیاز فروشگاهها باید از یک انبار تامین شود مدل سازی نمود. سپس با استفاده از الگوریتم شاخه و کران و روش بهینه پارتو اهداف مورد نظر را بهینه نمود.

کی و همکاران (۲۰۰۹) با استفاده از الگوریتم ادغام شبیه سازی تصادفی و الگوریتم ژنتیک مسئله موازنه زمان – هزینه با کمینه نمودن هزینه کل پروژه حل نمودند.

کلاریس و همکاران (۲۰۱۰) یک برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای مبتنی بر مسیر را برای انعطاف‌پذیری بیشتر برای جابجایی نوسانات طول مدت‌زمان فعالیت‌ها پیشنهاد دادند.

چن و همکاران (۲۰۱۱) یک تابع عضویت از زمان و هزینه فشرده را بر اساس تئوری مقادیر فازی زاده توسعه داده و پس از حل آن با الگوریتم ژنتیک با مسائل دیگر مسائل موازنه زمان – هزینه مقایسه و کارآیی آن را اثبات نمودند.

کلانسک و همکاران (۲۰۱۲) از طریق یک مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح پارامترهای مدت‌زمان پروژه، هزینه اولیه پروژه و هزینه روزانه، هزینه بازپرداخت هر دوره، کل بودجه پروژه در دسترس را بهینه نمودند.

غمگین زاده و همکاران (۲۰۱۳) مسئله موازنه زمان – هزینه پروژه را با هدف بهینه نمودن هزینه کل پروژه و با لحاظ ارزش زمانی پول و محدودیت منابع ارائه نمدند. آنها مدل ریاضی را با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ممتیک حل و نشان دادند که نتایج آن بهتر از حل با روش الگوریتم ژنتیک می باشد.

توانا و همکاران (۲۰۱۴) یک مدل ریاضی چند هدفه (زمان / هزینه / کیفیت) و چندین مد اجرایی با اضافه نمودن روابط پیشنیازی تعمیم یافته توسعه

دادند. آنها مدل را با استفاده از روش اپسیلون محدودیت و الگوریتم ژنتیک توسعه و حل نمودند.

کی و همکاران (۲۱۰۴) با ادغام دو روش شبیه‌سازی تصادفی فازی و الگوریتم ژنتیک مسئله موازنه زمان – هزینه را در شرایط غیرقطعی تصادفی فازی حل نمودند.

خلیلی دامغانی و همکاران (۲۰۱۵) یک برنامه ریزی ریاضی عدد صحیح در مسئله موازنه زمان – هزینه ارائه نمودند. در این مدل از روابط پیش نیازی تعمیم یافته با زمانهای تاخیر مثبت و منفی بین فعالیتها بکار گرفته شد. خلیلی اهداف هزینه، زمان و کیفیت را با استفاده از بهینه سازی ذرات چند هدفه (DSAMOPSO) بهینه نمود.

احدیان و همکاران (۲۰۱۶) با بهینه نمودن سه تابع هدف زمان، هزینه و کیفیت و در نظر گرفتن احتمال تأخیرهای غیرقابل‌پیش‌بینی برای انواع مختلف فعالیت‌ها از طریق برنامه‌ریزی سازشی محدودیت شانسی اقدام نمودند.

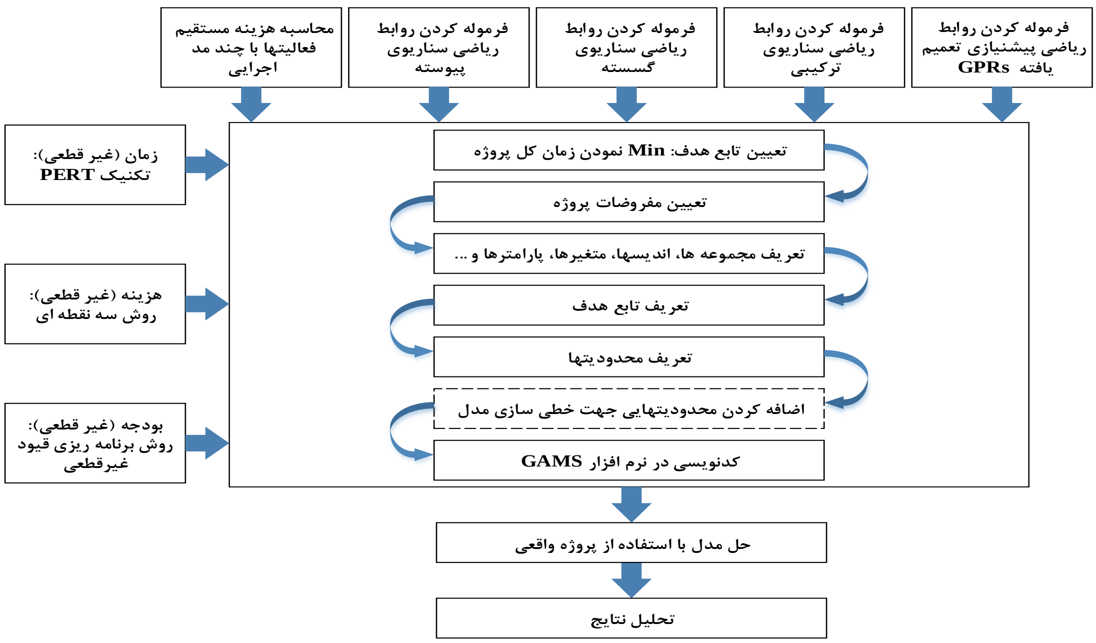
سو و همکاران (۲۰۱۷) برای حل مسائل پیچیده و بزرگ یک برنامه ریزی پروژه کلاسیک را ساده سازی نمودند. ساده سازی پروژه باعث شد که مدلهای ریاضی غیر خطی مسئله موازنه زمان - هزینه پروژه از طریق روشهای دقیق قابل حل بوده و ضمن تسریع در دستیابی به نتایج از قابلیت اطمینان بیشتری نیز برخوردار باشند.

حافظ الکتاب و همکاران (۲۰۱۸) تعاملات کارفرما با پیمانکاران را در پرداخت‌های مربوط به فعالیت‌های مربوطه و پیگیری سود فعالیت‌ها نشان دادند.

تحقیقات علمی گسترده‌ای در حوزه موازنه زمان – هزینه در سالیان قبل انجام‌شده است. رویکرد اکثر آن‌ها هم بهینه نمودن مسئله، اضافه نمودن پارامترهای دیگر از قبیل کیفیت، تأخیر و ...در حالت‌های قطعی و غیرقطعی و روش‌های حل دقیق و ابتکاری و ...، بوده است. درمجموع همه این تلاش‌ها، سعی بر آن داشته‌اند تا شرایط هر چه واقعی‌تر پروژه را در مسئله وارد نمایند.

۳- متدولوژی بودجه متغیر پــروژه بــا رویکــرد موازنه زمان – هزینه

در این قسمت روش ارائه و حل مدل ریاضی بودجه متغییر پروژه با رویکرد موازنه زمان – هزینه، تابع هدف و محدودیت‌های مدل مطابق شکل ۱ تعریف و فرموله می‌گردند.



شکل ۱- متدولوژی تحقیق صورت گرفته

۴- برنامه‌ریزی تصادفی

برنامه‌ریزی تصادفی، هنر و علم تصمیم‌گیری در مورد بهترین عمل ممکن است، وقتی‌که هزاران امکان انحراف از آن وجود داشته باشد. در اغلب مسائل واقعی، درصدی از عدم قطعیت وجود دارد که در نظر گرفتن آن موجب تفاوت معنی‌داری می‌شود. امروزه یکی از کاربردهای تحقیق در عملیات، عدم قطعیت و درنتیجه تاثیرات ریسک ناشی از آن است.

۴-۱- عدم قطعیت زمان (زمان نرمال و فشـــرده فعالیت‌ها) (۳)

در شبکه PERT مدت‌زمان فعالیت‌ها تصادفی می‌باشند و توزیع مدت‌زمان به‌اصطلاح به توزیع PERT-beta معروف است (هاجدو ۲۰۱۳).

(۴) در بسیاری از توابع توزیع، فاصله بین a و b (یعنی مقدار b-a) تقریباً معادل ۶ برابر انحراف معیار توزیع مربوط است. یعنی سطح زیر منحنی توزیع در فاصله ۶ برابر انحراف معیار (۳ برابر انحراف معیار در هر طرف مقدار میانگین توزیع) تقریباً نزدیک به ۱ است.
(۵) مقدار انحراف معیار (σ) و واریانس (v) توزیع مدت‌زمان اجرای هر فعالیت را می‌توان با روابط زیر به دست آورد:

$$\sigma = \frac{(b-a)}{6} \qquad j = 1, \dots, m \qquad (۶)$$

$$v = \frac{(b-a)^2}{36}$$

۴-۲- عدم قطعیت هزینه

از آنجایی‌که هزینه فعالیت‌های پروژه شامل مواردی مانند: هزینه نیروی انسانی، مواد اولیه، ماشین‌آلات و ... است، تخمین دقیق هزینه آن‌ها کاری
(۷) دشوار است. مدیران پروژه سعی بر آن دارند که با استفاده از روش‌های مختلفی چون: مراجعه به اطلاعات پروژه‌های گذشته، محاسبه نفر/ ساعت نیروی انسانی، ماشین‌آلات و ... تا حدی هزینه را به واقعیت
(۸) اجرا نزدیک نمایند (نیکولاس و همکاران ۲۰۱۷). مبحث هزینه‌ها در کشور ما باوجود تورم بالا و بخصوص در پروژه‌های بلندمدت بسیار حائز اهمیت است.

برای تخمین هزینه از روش برآورد سه‌نقطه‌ای (خوش‌بینانه، بدبینانه و محتمل‌تری) همانند آنچه درروش PERT بیان شد استفاده کرده است (نیکولاس و همکاران، ۲۰۱۷). چن و همکاران (۲۰۱۱) عاملی را به‌عنوان ریسک در هزینه‌های پروژه وارد نمود که تا حدود ۴۲٪ موجب بهبود در تخمین هزینه پروژه گردید.

$$C_E = \frac{a+4m+b}{6}$$

۴-۳- برنامه‌ریزی قیود غیرقطعی (CCP)

در مدل‌سازی قید احتمالی با پارامتر سمت راست محدودیت داریم (یانگ،۲۰۰۵):

$$Pr\left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij}\, x_j \le \tilde{b}_i\right) \ge \alpha_i$$

در حالتی که b_i یک متغیر تصادفی است محدودیت بالا را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$Pr\left(b_i \le \sum_{i=1}^{n} a_{ij}\, x_j \right) \le (1-\alpha_i)$$

با برآورد میانگین و انحراف معیار برای b_i داریم:

$$(b_i - m_{b_i})/\,\sigma_{b_i} \le \sum_{i=1}^{n} (a_{ij}\, x_j - m_{b_i})\,/\,\sigma_{b_i}$$

m_{b_i} : میانگین (ارزش مورد انتظار) و σ_{b_i} : انحراف معیار b_i است.

اگر فرض کنیم b_i دارای توزیع نرمال باشد و مطابق توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و انحراف استاندارد یک، معادله زیر راداریم:

$$(b_i - m_{b_i})/\,\sigma_{b_i} = Z_{\alpha_i}$$

Z_{α_i} : توزیع نرمال استاندارد با احتمال α_i. بنابراین می‌توانیم Z_{α_i} در محدودیت جایگزین نماییم:

$$Z_{\alpha_i} \le \sum_{i=1}^{n} (a_{ij}\, x_j - m_{b_i})\,/\,\sigma_{b_i}$$

محدودیت تصادفی تبدیل به یک محدودیت قطعی می‌گردد:

$$\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}\,x_j - m_{b_i})\,/\,\sigma_{b_i} \le Z_{1-\alpha_i}$$

$Z_{1-\alpha_i}$: توزیع نرمال استاندارد با سطح اطمینان $1-\alpha_i$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}\,x_j \le m_{b_i} + Z_{1-\alpha_i} \times \sigma_{b_i} \qquad j = 1,\dots,m$$

ال خولی (۲۰۱۳) با استفاده از شاخص ضریب تغییرات مقدار بودجه متغیر را قطعی نمود.

$$CV = \sigma/\mu \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i=1}^{n} C_i \le m_B + Z_{1-\alpha_i} \times (CV_B \times m_B) \qquad (۱۶)$$

به ازای ($\alpha = 95\%$) داریم: $-1.65 = Z_{1-\alpha_i} = Z_{(1-95\%)} = Z_{5\%}$

$$\sum_{i=1}^{n} C_i \le m_B + (-1.65) \times (10\% \times m_B) \quad \forall\, i,j = 1,\dots,n \qquad (۱۷)$$

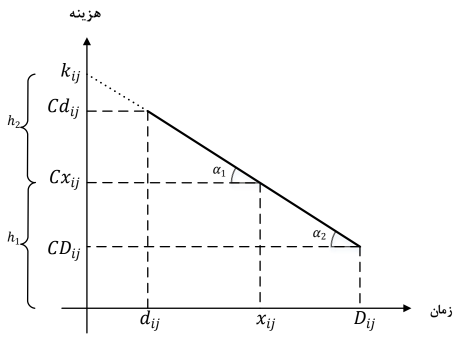
۵- محاسبه هزینه مستقیم

شیب هزینه یک فعالیت، میزان افزایش هزینه مستقیم فعالیت به ازای یک واحد کاهش مدت‌زمان اجـرای آن فعالیت است؛

بنابراین شیب هزینه فعالیت با مشتق منحنی در نقطه (زمان) موردنظر بین دونقطه (زمان) D, d است (یانگ، ۲۰۱۰). مطابق شکل۲ داریم:

$$CS_{ij} = \frac{Cd_{ij} - CD_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}}$$

هزینه‌های مستقیم پروژه، مجموع هزینه‌های مستقیم کلیه فعالیت‌های تشکیل‌دهنده آن پروژه است. بنابراین ابتدا باید رابطه هزینه‌های مستقیم هر فعالیت (i,j) را به ازای x_{ij} به دست آورد.



شکل ۲- منحنی زمان- هزینه فعالیت(i,j) در حالت خطی

مطابق شکل ۲ داریم:

$$CS_{ij} = \frac{k_{ij} - Cx_{ij}}{x_{ij}}$$

Cx_{ij}: هزینه فعالیت، ij

$$Cx_{ij} = k_{ij} - CS_{ij}\,x_{ij}$$

مقدار Cx_{ij} مستقل از k_{ij} محاسبه می‌شود:

$$Cx_{ij} = CS_{ij}(D_{ij} - x_{ij}) + CD_{ij}$$

۶- فرمول‌بندی مدل برای سـناریوهای مختلـف TCTO

سان و همکاران (۲۰۱۳) برای واقعی نمودن مدل TCTO، علاوه بر روابط شروع-شروع و ... بین فعالیت‌ها که بیشتر مورداستفاده محققان قرار می‌گرفت، اقدام به ترکیب سناریوهای مختلف گسسته، پیوسته و ترکیب آن‌ها (گسسته- پیوسته) نمودند.در جدول ۲ کلیه روابط پیش‌نیازی در یک شبکه پروژه که فقط شامل دو فعالیت i و j است نشان داده‌شده است به‌طوری‌که فعالیت $i(A)$ پیش‌نیاز فعالیت $j(B)$ و تأخیر زمانی نیز بین آن‌ها است، البته در این تحقیق تنها تأخیر زمانی مثبت بین فعالیت‌ها در نظر گرفته‌شده است.

۶-۱- مدل ریاضی سناریوی پیوسته

در این مدل تابع هدف عبارت است از حداقل نمودن هزینه کل پروژه (۱۸). در حالت سناریوی پیوسته شکل ۲ و محدودیت‌ها شامل روابط پیش‌نیازی به‌قرار زیر است:

$$Min\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}(CS_{ik}(D_{ik}-t_{ik})+CD_{ik})\times x_{ik}$$ تابع هدف (۱۸)

رابطه $(F-S)$

$$ES_A+\sum_{k=1}^{m}t_{Ak}\times x_{Ak}+LT_{AB}\ \le\ ES_B \qquad x_{Ak}\in[0,1]$$ (۱۹)

$$\sum_{k=1}^{m}x_{Ak}=1 \qquad x_{Ak}\in[0,1]$$ (۲۰)

رابطه $(S-S)$

$$ES_A+LT_{AB}\ \le\ ES_B$$ (۲۱)

رابطه $(S-F)$

$$ES_A+LT_{AB}\ \le\ ES_B\ +\sum_{k=1}^{m}t_{Bk}\times x_{Bk} \qquad x_{Bk}\in[0,1]$$ (۲۲)

$$\sum_{k=1}^{m}x_{Bk}=1 \qquad x_{Bk}\in[0,1]$$ (۲۳)

رابطه $(F-F)$

$$ES_A+\sum_{k=1}^{m}t_{Ak}\times x_{Ak}+LT_{AB}\le\ ES_B\ +\sum_{k=1}^{m}t_{Bk}\times x_{Bk} \qquad x_{Ak},x_{Bk}\in[0,1]$$ (۲۴)

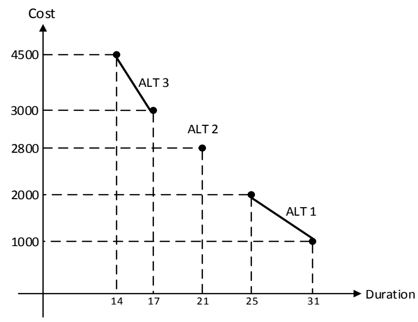
$$\sum_{k=1}^{m}x_{Ak}=1\ ,\qquad \sum_{k=1}^{m}x_{Bk}=1 \qquad x_{Ak},x_{Bk}\in[0,1]$$ (۲۵)

تابع هدف مینیموم نمودن مجموع هزینه‌های مستقیم فعالیت‌های پروژه، CS_{ik}: شیب هزینه فعالیت i در مد اجرایی k، D_{ik}: مدت‌زمان فعالیت i در مد اجرایی k در حالت نرمال، CD_{ik}: هزینه فعالیت i در مد اجرایی k در حالت نرمال، t_{ik}: مدت‌زمان بهینه فعالیت i در مد اجرایی k، ES_A: زودترین زمان شروع فعالیت A و ES_B: زودترین زمان شروع فعالیت B و t_{Ak} : زمان مورد انتظار فعالیت A در مد اجرایی k و t_{Bk} : زمان مورد انتظار فعالیت B در مد اجرایی k و LT_{AB} : تأخیر زمانی بین فعالیت‌های A و B و x_{Ak} و x_{Bk}: متغیر صفر و یک، فعالیت B, A در مد اجرایی k می‌باشند.

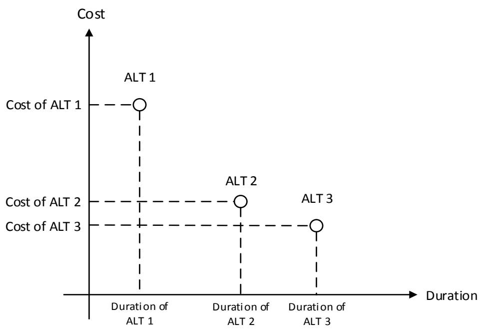
روابطه $\sum_{k=1}^{m}x_{Ak}=1$ و $\sum_{k=1}^{m}x_{Bk}=1$ نشان دهنده این است که تنها یکی از مدهای اجرایی A و B می‌تواند انتخاب و اجرا گردد.

۶-۲- مدل ریاضی سناریوی گسسته

در حالت سناریوی گسسته هر یک از فعالیت‌ها مطابق شکل ۳ دارای چند مد اجرایی منحصربه‌فرد می‌باشند که هر یک از مدهای اجرایی تنها یک‌زمان و یک هزینه دارند (دامغانی و همکاران، ۲۰۱۵). تابع هدف مدل ریاضی در حالت سناریوی گسسته (۲۶) و محدودیتها نیز شامل روابطه پیش‌نیازی به‌قرار زیر می‌باشند:



شکل ۴ سناریوی ترکیبی (گسسته–پیوسته) مدل TCTO



شکل ۳ سناریوی گسسته مدل TCTO

$$Min\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}C_{ik}\times x_{ik}$$ تابع هدف (۲۶)

رابطه $(F-S)$

$$ES_A+\sum_{k=1}^{m}D_{Ak}\times x_{Ak}+LT_{AB}\le\ ES_B \qquad x_{Ak}\in[0,1]$$ (۲۷)

$$\sum_{k=1}^{m}x_{Ak}=1 \qquad x_{Ak}\in[0,1]$$ (۲۸)

رابطه $(S-S)$

$$ES_A+LT_{AB}\ \le\ ES_B$$ (۲۹)

(۳۰)	$x_{Bk} \in [0,1]$	رابطه $(S-F)$	$ES_A + LT_{AB} \le ES_B + \sum_{k=1}^{m} D_{Bk} \times x_{Bk}$
(۳۱)	$x_{Bk} \in [0,1]$		$\sum_{k=1}^{m} x_{Bk} = 1$
(۳۲)	$x_{Ak}, x_{Bk} \in [0,1]$	رابطه $(F-F)$	$ES_A + LT_{AB} + \sum_{k=1}^{m} D_{Ak} \times x_{Ak} \le ES_B + \sum_{k=1}^{m} D_{Bk} \times x_{Bk}$
(۳۳)	$x_{Ak}, x_{Bk} \in [0,1]$		$\sum_{k=1}^{m} x_{Ak} = 1 \ , \quad \sum_{k=1}^{m} x_{Bk} = 1$

تابع هدف مینیموم نمودن مجموع هزینه‌های مستقیم C_{ik} فعالیت‌های پروژه، ES_A: زودترین زمان شروع فعالیت A و ES_B : زودترین زمان شروع فعالیت B و D_{Ak} : زمان ثابت فعالیت A در مد اجرایی k و D_{Bk} : زمان ثابت فعالیت B در مد اجرایی k و LT_{AB} : تأخیر زمانی بین فعالیت‌های A و B و x_{Ak} و x_{Bk} متغیر صفر و یک است.

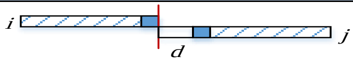
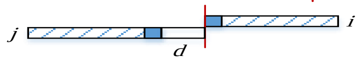
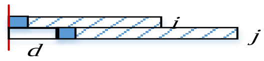
۶-۳- مدل ریاضی سناریوی ترکیبی (پیوسته/ گسسته)

در حالت سناریوی ترکیبی (پیوسته/ گسسته) هر یک از فعالیت‌ها مطابق شکل ۵ دارای چند مد اجرایی منحصربه‌فرد می‌باشند که هر یک از مدهای اجرایی ممکن است بصورت پیوسته یعنی دارای شیب هزینه فشردگی و یا مانند حالت گسسته تنها یک‌زمان و یک هزینه داشته باشند. فرمولهای این سناریو در واقع ترکیبی از سناریوی پیوسته و گسسته می باشند.

۶-۴- معادلات ریاضی خاص روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته (GPRs)

معادلات ریاضی اشاره‌شده در بالا در شرایطی تعریف شدند که هر دو فعالیت متوالی A و B از یک نوع سناریو باشند، اما درصورتی‌که هر یک از فعالیت‌ها دارای سناریوی متفاوت مثلاً فعالیت A پیوسته و فعالیت B گسسته باشد و یا بالعکس باشند بایستی معادلات ریاضی جدیدی تعریف گردد. مطابق جدول ۲ روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته در ادامه فرموله گردیده‌اند.

جدول ۲ روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته (GPRs)

گراف	تأخیر زمانی	رابطه	گراف	تأخیر زمانی	رابطه
	+	FF		+	FS
	+	SF		+	SS

Relationship	Activity	Senario	Formula	
FS	A	Continuous	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} t_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \le ES_B$	(۳۴)
	B	Continuous/ Discrete		
	A	Discrete	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} D_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \le ES_B$	(۳۵)
	B	Continuous/ Discrete		
FF	A	Continuous	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} t_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \le ES_B + \sum_{k=1}^{m} t_{Bk} \times x_{Bk}$	(۳۶)
	B	Continuous		
	A	Discrete	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} D_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \le ES_B + \sum_{k=1}^{m} t_{Bk} \times x_{Bk}$	(۳۷)
	B	Continuous		
	A	Discrete	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} D_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \le ES_B + \sum_{k=1}^{m} D_{Bk} \times x_{Bk}$	(۳۸)

Relationship	Activity	Senario	Formula	
	B	Discrete		
	A	Continuous	$ES_A + \sum_{k=1}^{m} t_{Ak} \times x_{Ak} + LT_{AB} \leq ES_B + \sum_{k=1}^{m} D_{Bk} \times x_{Bk}$	(۳۹)
	B	Discrete		
FF	A	Continuous/ Discrete	$ES_A + LT_{AB} \leq ES_B + \sum_{k=1}^{m} t_{Bk} \times x_{Bk}$	(۴۰)
	B	Continuous		
	A	Continuous/ Discrete	$ES_A + LT_{AB} \leq ES_B + \sum_{k=1}^{m} D_{Bk} \times x_{Bk}$	(۴۱)
	B	Discrete		

۷- متغیرهای موردبررسی

در این تحقیق پروژه به‌وسیله یک گراف جهت‌دار $G=(V,E)$ تعریف می‌شود. $V=\{i \perp 1,2,\dots,n\}$ مجموعه گره‌ها و E مجموعه کمان‌ها است. گره‌ها نشان‌دهنده فعالیت‌های پروژه هستند و کمان‌ها روابط تقدم و تأخر بین فعالیت‌ها را بیان می‌کنند. هر فعالیت پروژه دارای مدهای اجرائی k $(k=1,2,\dots,Nk_i)$ مختلف است. هر مد اجرایی شامل زمان و هزینه منحصربه‌فرد خود است. هدف از موازنه زمان – هزینه در سناریوهای مختلف، انتخاب مد اجرایی بهینه هر فعالیت است به‌طوری‌که باوجود بودجه متغیر و پاداش و جریمه، زمان کل پروژه کمینه گردد.

با توجه به تنوع روابط مدل شامل سناریوهای پیوسته، گسسته، ترکیبی و روابط پیش‌نیازی تعمیم یافته که در بالا فرموله گردیدند کلیه مجموعه‌ها و حالاتی که یک فعالیت در شبکه پروژه می‌تواند داشته باشد در جدول ۳ تعریف‌شده است.

متغیرهای تصمیم شامل دودسته متغیر عدد صحیح و صفر و یک مانند آنچه در جدول ۴ آورده شده است می‌باشند.

جدول ۳- مجموعه‌ها و اندیس‌های مدل ریاضی

I	مجموعه تمام فعالیت‌ها
i,j	اندیس فعالیت $(i,j \in I, i,j = 1,\dots,n)$
M_i	مجموعه مدهای اجرایی که فعالیت i می‌تواند داشته باشد
k	اندیس مد اجرایی $(k \in \mathrm{M}_i = 1,\dots,m)$
I_{FS}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی پیوسته و ترکیبی که با فعالیت مستقیم بعدی خود رابطه FS دارند
I_{FSd}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی گسسته که با فعالیت مستقیم بعدی خود رابطه FS دارند
I_{SS}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی پیوسته، ترکیبی و گسسته که با فعالیت مستقیم بعدی خود رابطه SS دارند
I_{FFmm}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی پیوسته و ترکیبی که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی پیوسته و ترکیبی می‌باشند، رابطه FF دارند
I_{FFdd}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی گسسته که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی گسسته هستند، رابطه FF دارند
I_{FFmd}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی پیوسته و ترکیبی که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی گسسته هستند، رابطه FF دارند
I_{FFdm}	مجموعه فعالیت‌های از نوع سناریوی گسسته که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی پیوسته و ترکیبی هستند، رابطه FF دارند
I_{SFm}	مجموعه فعالیت‌هایی که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی پیوسته و ترکیبی هستند، رابطه SF دارند
I_{SFd}	مجموعه فعالیت‌هایی که با فعالیت مستقیم بعدی خود که دارای سناریوی گسسته هستند، رابطه SF دارند
S_{ij}	مجموعه فعالیت‌هایی که فعالیت i پیش‌نیاز مستقیم فعالیت j است

جدول ۴- متغیرهای تصمیم مدل ریاضی

زمان بهینه فعالیت i در مد اجرایی k			t_{ik}
زودترین زمان شروع فعالیت i			ES_i
زودترین زمان شروع فعالیت j			ES_j
مدت‌زمان انجام پروژه			T_C
مجموع زود کردها			l
مجموع دیرکردها			u
پروژه زودتر از زمان T_C تکمیل گردد		$1,$	y_l
در غیر این صورت		$0,$	
پروژه دیرتر از زمان T_C تکمیل گردد		$1,$	y_u
در غیر این صورت		$0,$	
فعالیت i در مد اجرایی k انجام شود		$1,$	x_{ik}
در غیر این صورت		$0,$	

اسکالرها یا اعداد ثابت در جدول ۵ تعریف گشته‌اند. اسکالرها مانند پاداش و جریمه تأخیر و حداقل زمان پاداش و حداکثر زمان شامل جریمه و ... عمدتاً از جانب کارفرما اعلام می‌گردند.

جدول ۵ اسکالرهای مدل ریاضی		جدول ۶ پارامترهای مدل ریاضی	
هزینه غیرمستقیم پروژه	IC	زمان نرمال فعالیت i در مد اجرایی k	D_{ik}
مدت‌زمان پروژه (CPM) در حالت عادی	T_p	زمان فعالیت i در مد اجرایی k در حالت فشردگی	d_{ik}
مقدار بودجه کل پروژه	m_{Budjet}	هزینه نرمال فعالیت i در مد اجرایی k	CD_{ik}
ضریب تغییرات بودجه	CV_{Budjet}	هزینه فعالیت i در مد اجرایی k در حالت فشردگی	Cd_{ik}
مقدار پاداش پروژه در صورت تکمیل زودتر از موعد، به ازای هر واحد زمانی	B	مدت‌زمان تأخیر بین فعالیت i و فعالیت j	LT_{ij}
مقدار جریمه تأخیر پروژه، به ازای هر واحد زمانی	P	شیب هزینه فعالیت i در مد اجرایی k	CS_{ik}
حداقل زمان شامل پاداش	r	تعداد مدهای اجرایی فعالیت i	M_i
حداکثر زمان شامل جریمه	s		
عدد بزرگ	M		

۸- مدل ریاضی کنترل بودجه و هزینه متغیر فعالیت‌های پروژه در شرایط موازنه زمان- هزینه

$$MinZ = T_c \tag{۴۲}$$

$s.t.$

$$ES_i + \sum_{k}^{M_i} t_{ik} \times x_{ik} + LT_{ij} \leq ES_j \qquad \forall\, i \in I_{FS}, j \in S_{ij} \tag{۴۳}$$

$$ES_i + \sum_{k}^{M_i} D_{ik} \times x_{ik} + LT_{ij} \leq ES_j \qquad \forall\, i \in I_{FSd}, j \in S_{ij} \tag{۴۴}$$

$$ES_i + LT_{ij} \le ES_j \qquad \forall\, i \in I_{SS}, j \in S_{ij} \tag{۴۵}$$

$$ES_i + \sum_k^{M_i} t_{ik} \times x_{ik} + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} t_{jk} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{FFmm}, j \in S_{ij} \tag{۴۶}$$

$$ES_i + \sum_k^{M_i} D_{ik} \times x_{ik} + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} D_{jk} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{FFdd}, j \in S_{ij} \tag{۴۷}$$

$$ES_i + \sum_k^{M_i} t_{ik} \times x_{ik} + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} D_{jk} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{FFmd}, j \in S_{ij} \tag{۴۸}$$

$$ES_i + \sum_k^{M_i} D_{jk} \times x_{ik} + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} t_{ik} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{FFdm}, j \in S_{ij} \tag{۴۹}$$

$$ES_i + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} t_{jk} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{SFm}, j \in S_{ij} \tag{۵۰}$$

$$ES_i + LT_{ij} \le ES_j + \sum_k^{M_j} D_{jk} \times x_{jk} \qquad \forall\, i \in I_{SFd}, j \in S_{ij} \tag{۵۱}$$

$$\sum_k^{M_i} x_{ik} = 1 \qquad \forall\, i \in I, k \in M_i \tag{۵۲}$$

$$d_{ik} \le t_{ik} \le D_{ik} \qquad \forall\, i \in I, k \in M_i \tag{۵۳}$$

$$\sum_i^n \sum_k^{M_i} [x_{ik}(CS_{ik}(D_{ik} - (t_{ik} \times x_{ik})) + CD_{ik})] + I_C \times T_C + P \times max[0, (T_C - T_P)] - B \times max[0, (T_P - T_C)] \le m_{Budjet} + (-1.65) \times (CV_{Budjet} \times m_{Budjet}) \tag{۵۴}$$

$$T_c = ES_j + t_{jk} \qquad \forall\, j \in I, k \in M_j \tag{۵۵}$$

$$ES_j + t_{jk} + l - u = T_p \tag{۵۶}$$

$$y_l + y_u \le 1 \tag{۵۷}$$

$$l \ge r y_l \tag{۵۸}$$

$$u \le s y_u \tag{۵۹}$$

$$y_l, y_u, x_{ik} \epsilon [0,1] \tag{۶۰}$$

$$t_{ik}, ES_i, ES_j, l, u, k \ge 0 \tag{۶۱}$$

تابع هدف رابطه (۴۲) Min نمودن زمان کل پروژه (T_c)، که برابر است با حاصل جمع زودترین زمان شروع آخرین فعالیت پروژه (ES_j) و مدت‌زمان بهینه آخرین فعالیت پروژه (t_{kj}) در مد اجرایی (k).

محدودیت (۴۳) مربوط به رابطه پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوی (پیوسته/ ترکیبی) فعالیت i با نوع وابستگی FS است.

محدودیت (۴۴) مربوط به رابطه پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوی (گسسته) فعالیت i با نوع وابستگی FS است.

محدودیت (۴۵) مربوط به رابطه پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوهای مختلف (پیوسته/گسسته/ترکیبی) با نوع وابستگی SS است.

محدودیت (۴۶) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوهای (پیوسته/ ترکیبی) فعالیت i که با فعالیت مستقیم بعدی، j که سناریوی (پیوسته/ ترکیبی) دارد، از نوع وابستگی FF.

محدودیت (۴۷) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوی (گسسته) i که با فعالیت مستقیم بعدی، j که سناریوی (گسسته) دارد، با نوع وابستگیFF.

محدودیت (۴۸) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوهای (پیوسته/ ترکیبی) i که با فعالیت مستقیم بعدی خودj ، دارای سناریوی (گسسته) است، از نوع وابستگی FF.

محدودیت (۴۹) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه با سناریوی (گسسته) i که با فعالیت

مستقیم بعدی خود، دارای سناریوهای (پیوسته/ ترکیبی) است، با نوع وابستگیFF است.

محدودیت (۵۰) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه که با فعالیت مستقیم بعدی خود، دارای سناریوهای (پیوسته/ ترکیبی) است، با نوع وابستگیSF است.

محدودیت (۵۱) مربوط به روابط پیش‌نیازی فعالیت‌های پروژه که با فعالیت مستقیم بعدی خود، دارای سناریوه (گسسته) است، با نوع وابستگیSF است.

ازآنجایی‌که از بین هرکدام از مدهای اجرایی فعالیت‌ها با سناریوی پیوسته/ گسسته/ ترکیبی، بایستی تنها یکی انتخاب و اجرا گردد رابطه $\sum_{k}^{M_i} x_{ik} = 1$ برقرار است. رابطه (۵۲).

رابطه (۵۳) نشان دهنده حد بالا و حد پایین متغیر تصمیم t_{ik} است. مقدار زمان بهینه، بایستی کوچکتر از زمان نرمال و بزرگ‌تر از زمان فشرده فعالیت باشد.

(۵۴) محدودیت بودجه مدل است. به‌طوری‌که مجموع کل هزینه‌ها (مستقیم و غیرمستقیم و ...) بایستی از بودجه کل پروژه کمتر باشد. $\sum_{i}^{n}\sum_{k}^{M_i}[x_{ik}(CS_{ik}(D_{ik} - (t_{ik} \times x_{ik})) + CD_{ik})]$: مقدار هزینه مستقیم پروژه، $I_C \times T_C$: مقدار هزینه غیرمستقیم پروژه، $B \times max[0, (T_P - T_C)]$: مقدار پاداش به ازای هر روز زود کرد در پایان پروژه $P \times max[0, (T_C - T_P)]$، : مقدار جریمه دیرکرد پروژه و عبارت $m_{Budjet} + (-1.65) \times (CV_{Budjet} \times m_{Budjet})$: بودجه تصادفی پروژه است.

تابع هدف که حداقل نمودن زمان کل پروژه است برابر است با حاصل جمع، زودترین زمان شروع فعالیت آخر با مدت‌زمان انجام آن در مد اجرایی k (۵۵).

محدودیت (۵۶) مشخص می‌کند که مجموع زمان پایان پروژه ES_j (زودترین زمان شروع آخرین فعالیت) به اضافه t_{jk} (زمان فعالیت) با زمان زود کرد l، منهای زمان تأخیر در پروژه u، برابر است با زمان کل پروژه T_p مدت‌زمان پروژه در حالت عادی.

محدودیت (۵۷) تضمین می‌کند که هر یک از دو متغیر صفر و یک y_l و y_u به‌طور همزمان اتفاق نمی‌افتند. یعنی به‌طور همزمان هم تأخیر و هم زود کرد در پروژه مجاز نیست.

دو محدودیت (۵۸) و (۵۹) نشان می دهند:

در صورتی به پیمانکار پاداش زود کرد در پروژه تعلق می‌گیرد که این زمان از عدد r بزرگ‌تر باشد.

همچنین حداکثر زمان تأخیر نبایستی از مقدار s بزرگ‌تر باشد.

محدودیتهای (۶۰) و (۶۱) بیانگر صفر و یک و غیر منفی بودن متغیرهای تصمیم می‌باشند.

در روابط (۴۳) و (۵۴) مدل غیر خطی شده بنابراین برای خطی نمودن آن از روابط زیر استفاده می کنیم.

$$t_{ik} - M \times (1 - x_{ik}) \le tx_{ik} \le t_{ik} + M \times (1 - x_{ik})$$

$$max[0, (T_C - T_P)]: \{(w \ge T_c - T_p), (w \ge 0), (w \le M \times y_u), (w \le T_c - T_p + M \times (1 - y_u))\}$$

دو متغیر tx_{ik} و w جدید تعریف می گردند.

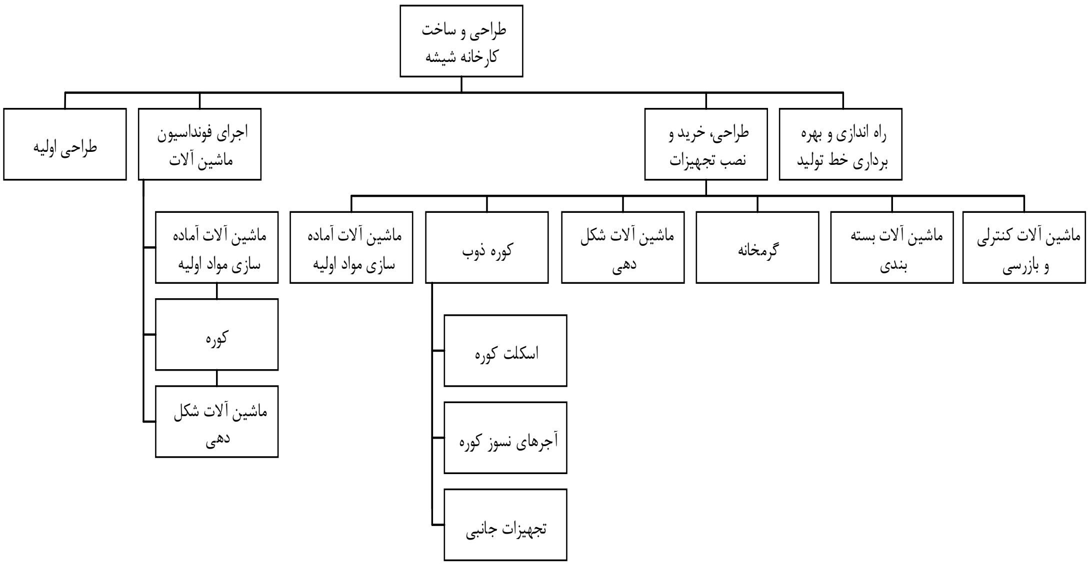
۹- ارزیابی مدل ریاضی

برای ارزیابی مدل ریاضی کنترل بودجه و هزینه متغیر فعالیتهای پروژه در شرایط موازنه زمان- هزینه با لحاظ جریمه تأخیر بر روی یک پروژه واقعی اعمال می گردد.

مطالعه موردی در خصوص پروژه ای شامل طراحی، ساخت تجهیزات و نصب ماشین‌آلات خط تولید بطری‌های شیشه‌ای است. بطری‌های شیشه‌ای شامل شیشه‌های دارویی و شیشه‌های بسته‌بندی (مانند شیشه‌های نوشابه و ...) است.

پروژه دارای ۷۷ فعالیت مطابق ساختار شکست شکل ۵ است. روابط بین فعالیت‌ها، زمان‌های تخمین زده‌شده فعالیت‌ها (خوش‌بینانه، بدبینانه و محتمل‌ترین) همچنین هزینه مستقیم فعالیت‌ها در دو وضعیت نرمال و فشرده است. هزینه غیرمستقیم پروژه

در هر هفته ۵,۰۰۰ است. کارفرما میزان بودجه اختصاص داده‌شده را ۱،۱۲۰،۰۰۰ و پاداشی برابر ۱۰ ,۰۰۰ برای هر هفته ، در صورت انجام پروژه زودتر از موعد تعیین‌شده و جریمه‌ای برابر ۵,۰۰۰ برای تأخیر در پروژه را در نظر گرفته است. حداقل زود کرد در انجام پروژه ۲ هفته و حداکثر تأخیر ۳ هفته است. نمونه ای اطلاعات پروژه در جدول ۳ و ۴ آورده شده است.



شکل ۵- ساختار شکست پروژه مثال دو

جدول ۳- سناریوها و تأخیرهای زمانی بین فعالیت‌های پروژه

سناریو	فعالیت	آلترناتیو	پیش‌نیاز	رابطه	تأخیر
پیوسته	A010	1	–	–	–
پیوسته / گسسته	A030	2	A1029	FS	3

جدول ۴- اطلاعات زمان و هزینه نرمال و فشرده فعالیت‌های پروژه

فعالیت	مدت‌زمان نرمال				هزینه نرمال				مدت‌زمان فشرده				هزینه فشرده			
	a	m	b	T_e	a	m	b	C_e	a	m	b	T_e	a	m	b	C_e
A010	25	30	40	30.8	21.0	30.0	40.0	30.2	21	25	30	25.2	45.0	50.0	75.0	53.3
A030a	6	9	15	9.5	10.0	13.7	24.0	14.8	4	7	10	7.0	20.0	26.0	32.0	26.0
A030b	5	8	13	8.3	12.0	14.0	22.0	15.0	3	6	8	5.8	22.0	27.0	35.0	27.5

پس از کد نویسی و حل مدل در نرم افزار GAMS ، مدت‌زمان پروژه در حالت سنتی آن ۹۵ هفته است. در این مثال چهار سناریو در نظر گرفته می‌شود. در سناریوی اول (حالت سنتی موازنه زمان – هزینه)، مدت اجرای پروژه ۹۵ هفته با هزینه مستقیم ۱۳۲۹/۴ است. در سناریوی دوم یعنی میزان تغییرات $CV_{Budjet} =$ ٪۵ زمان پروژه ۹۵ هفته با هزینه مستقیم ۱۳۲۹/۴، در سناریوی سوم ٪۱۰ $CV_{Budjet} =$ زمان ۹۵ هفته و هزینه مستقیم ۱۲۳۹/۵، در سناریوی چهارم ٪۱۵ تغییر در بودجه ٪۱۵ $CV_{Budjet} =$ زمان ۹۵ و هزینه مستقیم ۱۰۶۶/۲۵ ، مطابق جدول ۵ است.

همان‌طور که مشاهده می‌گردد در تغییرات بالای بودجه با توجه به اینکه هزینه غیرمستقیم و پاداش پروژه ثابت است، مدل سعی می‌کند به میزان زیادی

خود را منعطف نموده و باکم کردن هزینه مستقیم زمان Min که ۹۵ هفته است را ثابت نگه دارد.

در جدول ۶ فعالیت‌های انتخاب‌شده بازمان هرکدام در چهار سناریوی ذکرشده آورده شده است. چنانچه که دیده می‌شود وقتی بودجه با درصد تغییرات کمتری مواجه باشد مدل گزینه‌های بیشتری برای انتخاب مدهای اجرایی فعالیت‌ها با زمان‌های متنوعی دارد، درصورتی‌که در تغییرات بالای بودجه CV_{Budjet} =٪۱۵ مدل انتخاب‌های محدودتری دارد و با انتخاب فعالیت‌هایی با هزینه کمتر و به‌تبع آن زمان بیشتر ، که بر روی مسیر بحرانی قرار ندارند حداقل زمان را ارائه می‌دهد.

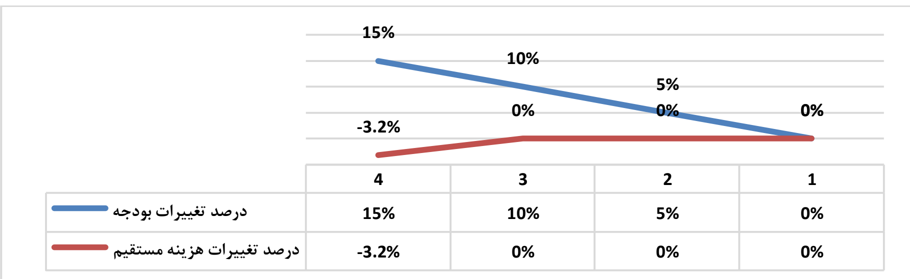
جدول ۵- هزینه فعالیت‌های پروژه

هزینه کل	جریمه	پاداش	هزینه غیرمستقیم	هزینه مستقیم	بودجه متغیر	مدت‌زمان پروژه (هفته)
۱۸۴۳/۳۱	۰	۱۵۳/۴	۶۶۷/۳۱	۱۳۲۹/۴	-	۹۵
۱۸۴۳/۳۱	۰	۱۵۳/۴	۶۶۷/۳۱	۱۳۲۹/۴	٪۵	۹۵
۱۷۵۳/۴۱	۰	۱۵۳/۴	۶۶۷/۳۱	۱۲۳۹/۵	٪۱۰	۹۵
۱۵۸۰/۱۶	۰	۱۵۳/۴	۶۶۷/۳۱	۱۰۶۶/۲۵	٪۱۵	۹۵

جدول ۶- مدهای اجرایی منتخب فعالیت‌های پروژه

هزینه کل	فعالیت	بودجه متغیر	مدت‌زمان پروژه
۱۸۴۳/۳۱	A030b(5.8), A070a(4.8), A080a(3.8), A1000(5.1), A1030(12.3), A130(8.1), A150(5.1), A190(5.1), A210(2), A220(8), A250(5.1), A260(3.6), A270(3), A290(2.8), A320(2), A340(4), A350(11.3), A380a(3.1), A400(3.8), A410(7), A430b(10.1), A440(4), A450(5.1), A460(3), A470(9.1), A510a(14), A530(3.8), A540(2.8), A550(9.1), A580(2.8), A590(5.3), A610(2.8), A620(3)	-	۹۵
۱۸۴۳/۳۱	A030b(5.8), A070a(4.8), A080a(3.8), A1000(5.1), A1030(12.3), A130(8.1), A150(5.1), A150(5.1), A210(2), A220(8), A250(5.1), A260(3.6), A270(3), A290(2.8), A320(2), A340(4), A350(11.3), A380a(3.1), A400(3.8), A410(7), A430b(10.1), A440(4), A450(5.1), A460(3), A470(9.1), A510a(14), A530(3.8), A540(2.8), A550(9.1), A580(2.8), A590(5.3), A610(2.8), A620(3)	٪۵	۹۵
۱۷۵۳/۴۱	A030b(5.8), A070a(5), A080a(3.8), A1000(5.1), A1030(14), A130(11.3), A150(5.1), A150(5.1), A210(3), A220(8), A250(5.1), A260(3.6), A270(3), A290(3), A320(3.1), A340(4), A350(11.3), A380a(3.1), A400(3.8), A410(7.5), A430b(10.1), A440(4), A450(5.1), A460(3), A470(9.1), A510a(14), A530(3.8), A540(3), A550(9.1), A580(3.1), A590(5.3), A610(3), A620(3.1)	٪۱۰	۹۵
۱۵۸۰/۱۶	A030b(8.3), A070a(5), A080b(5), A1000(6), A1030(14), A130(11.3), A150(6.1), A150(6.8), A210(3), A220(10), A250(7.1), A260(5.8), A270(4), A290(3), A320(3.1), A340(4.8), A350(14.9), A380b(4.3), A400(5), A410(7.5), A430b(15.1), A440(5), A450(7.1), A460(3.5), A470(10.1), A510b(16), A530(4), A540(3), A550(10.1), A580(3.1), A590(10.3), A610(3), A620(3.1)	٪۱۵	۹۵

در شکل ۶ درصد تغییرات هزینه مستقیم نسبت به درصد تغییرات بودجه، نشان می‌دهد که هر چه قدر بودجه بیشتر تغییر می‌کند مدل نیز هزینه مستقیم را تقریباً به همان میزان کمتر می‌کند تا بتواند در مقابل این تغییرات تابع هدف که مینیموم نمودن زمان کل پروژه است را در حالت بهینه نگه دارد.



شکل ۶- درصد تغییرات هزینه مستقیم به تغییرات بودجه

۱۰- نتیجه‌گیری

در این مقاله، موازنه زمان - هزینه پروژه در یک محیط غیر قطعی با لحاظ جریمه تاخیر و پاداش زودکرد در پروژه صورت گرفت. مدل ریاضی پیشنهادی گسسته، خطی و از نوع عدد صحیح است. مفاهیم متعددی از دانش مدیتی پروژه مانند مسیر بحرانی، شبکه پرت، مدهای اجرایی ، فشردگی فعالیتها، سناریوهای پیوسته، گسسته، ترکیبی و روابط پیشنیازی تعمیم یافته، زمانهای تاخیر بین فعالیتها در قالب یک مدل ریاضی ساده وارد کردیم و یک پروژه واقعی با آن حل شد نتایج حاصل از حل مدل در چهار سناریوی تغییر بودجه تصویب شده مورد بررسی قرار گرفت، با مقایسه آن با تحقیقات مشابه قبلی که صورت گرفته در سناریوهای مختلف و ثابت ماندن زمان کل پروژه می‌تواند نتیجه گرفت، در حالتی که پروژه دارای فعالیت‌های با مدهای اجرایی متنوع باشد، تغییرات در بودجه تا حد قابل قبول مدل، تأثیری بر عملکرد آن نخواهد داشت.

تنوع در روابط پیش نیازی تعمیم‌یافته (FS,SS,SF,FF) باعث شده مدل انعطاف بیشتری برای جابجایی همه فعالیت‌ها به خصوص فعالیت‌های غیر مسیر بحرانی داشته باشد و بتواند هدف مدل که کمترین زمان برای پروژه است را ثابت نگه دارد. همچنین وجود چندین مد اجرائی برای فعالیتها و سناریوهای پیوسته، گسسته و پیوسته/ گسسته فعالیت‌ها به انعطاف‌پذیری مدل کمک زیادی کرده است.

حل مدل ریاضی موازنه زمان- هزینه و سناریوهای اشاره‌شده نشان می‌دهد به‌طوری‌که کمترین هزینه در بیشترین تغییرات بودجه به‌شرط یکسان بودن کیفیت فعالیت‌ها اتفاق می‌افتد.

مدل به لحاظ نمودن جریمه تأخیر در ظاهر واکنشی نشان نداده اما با توجه به ماهیت مسئله وجود جریمه تأخیر و پاداش تأثیر زیادی هم بر روی واقعی تر شدن پروژه و هم عاملی برای تشویق و تنبیه کارفرما خواهند داشت.

هر چه حسابداری پروژه دقیق‌تر و پیش‌بینی‌ها بهتر انجام شود می‌توان تغییرات بودجه را بهتر کنترل نمود. استفاده از پارامترهای زمان، هزینه و بودجه متغیر و سناریوهای مختلف پیوسته، گسسته و ترکیبی و همچنین در نظر گرفتن کلیه روابط پیش‌نیازی بازمان تأخیر، زمان‌بندی پروژه را به شرایط واقعی نزدیک‌تر می‌نماید.

برنامه‌ریزی تصادفی و عدم قطعیت در پارامترهای زمان، هزینه و بودجه مورداستفاده قرار گرفت که تأثیر فراوانی در نتایج حل مدل داشت. مدیران پروژه که همواره با مشکل عدم زمان‌بندی و تخصیص منابع دقیق فعالیت‌ها مواجه بودند این روش مورد استقبال آن‌ها قرار گرفت، بخصوص در شرایط فعلی که با تورم و افزایش پیش بینی نشده قیمتها مواجه هستیم باعث می شود که قبل از اجرای پروژه یک تحلیل دقیق در خصوص هزینه فعالیتها، بودجه کل پروژه و زمان اتمام آن انجام شود تا در اجرای آن هم کارفرما و هم پیمانکار با ریسک کمتری مواجه گردند.

در بررسی سناریوهای مختلف بررسی شده بودجه متغیر (۵٪، ۱۰٪و ۱۵٪) مدیر پروژه می تواند هم بر روی حسابداری هزینه فعالیتها و هم بر روی ماهیت و روش اجرای فعالیتها نظارت بیشتری انجام دهد تا در صورت لزوم بتواند منابع و نحوه اجرای فعالیتها از لحاظ فنی را نیز تغییر دهد.

ورود سناریوهای پیوسته، گسسته و ترکیبی همچنین روابط پیش‌نیازی تعمیم‌یافته فعالیت‌ها گرچه به‌ظاهر موجب پیچیده شدن

مسئله گشت اما به خاطر استفاده از تعاریف ساده و دقیق ریاضی مربوطه باعث کاربردی‌تر و واقعی‌تر شدن مدل گردید که می‌توان به سهولت در پروژه‌ها تعریف و نتایج بسیار دقیقی را استخراج نمود.

پیشنهاد می‌گردد در محیطهای غیر قطعی و پیش بینی نشده بیشتر پروژه ها و با توجه به کاربردی بودن مقاله در پروژه های بزرگ و کوچک و در صنایع مختلف و کار بر روی ساختار پروژه در تحقیقات آتی می توان از محیط فازی، لحاظ منابع تجدید پذیر و تجدید ناپذیر، استفاده از دیگر انواع شبکه ها مانند

شبکه گرت، لحاظ درصد وقوع فعالیتهای دارای چند مد اجرایی استفاده نمایند.

فهرست منابع

* M. El-kholy, "Time–cost tradeoff analysis considering funding variability and time uncertainty," Alexandria Engineering Journal, vol. 52, pp. 113-121, 2013.
* J. E. Kelley Jr and M. R. Walker, "Critical-path planning and scheduling," in Papers presented at the December 1-3, 1959, eastern joint IRE-AIEE-ACM computer conference, 1959, pp. 160-173.
* D. G. Malcolm, J. H. Roseboom, C. E. Clark, and W. Fazar, "Application of a technique for research and development program evaluation," Operations research, vol. 7, pp. 646-669, 1959.
* R. Kolisch and A. Sprecher, "PSPLIB-a project scheduling problem library: OR software-ORSEP operations research software exchange program," European journal of operational research, vol. 96, pp. 205-216, 1997.
* Azaron, C. Perkgoz, and M. Sakawa, "A genetic algorithm approach for the time-cost trade-off in PERT networks," Applied mathematics and computation, vol. 168, pp. 1317-1339, 2005.
* J. M. Nicholas and H. Steyn, Project management for engineering, business and technology: Taylor & Francis, 2017.
* M. Vanhoucke, "New computational results for the discrete time/cost trade-off problem with time-switch constraints," European Journal of Operational Research, vol. 165, pp. 359-374, 2005.
* H. R. Tareghian and S. H. Taheri, "On the discrete time, cost and quality trade-off problem," Applied mathematics and computation, vol. 181, pp. 1305-1312, 2006.
* S.-L. Fan and Y.-C. Lin, "Time-cost trade-off in repetitive projects with soft logic," in Computing in Civil Engineering (2007), ed, 2007, pp. 83-90.
* S. Prakash, P. Kumar, B. Prasad, and A. Gupta, "Pareto optimal solutions of a cost–time trade-off bulk transportation problem," European Journal of Operational Research, vol. 188, pp. 85-100, 2008.
* H. Ke, W. Ma, and Y. Ni, "Optimization models and a GA-based algorithm for stochastic time-cost trade-off problem," Applied Mathematics and Computation, vol. 215, pp. 308-313, 2009.
* E. Klerides and E. Hadjiconstantinou, "A decomposition-based stochastic programming approach for the project scheduling problem under time/cost trade-off settings and uncertain durations," Computers & Operations Research, vol. 37, pp. 2131-2140, 2010.
* S.-P. Chen and M.-J. Tsai, "Time–cost trade-off analysis of project networks in fuzzy environments," European Journal of Operational Research, vol. 212, pp. 386-397, 2011.
* U. Klanšek and M. Pšunder, "MINLP optimization model for the nonlinear discrete time–cost trade-off problem," Advances in Engineering Software, vol. 48, pp. 6-16, 2012.
* Ghamginzadeh and A. A. Najafi, "Solving Resource-constrained Discrete Time-cost Trade-off Problem by Memetic Algorithm," 2013.
* M. Tavana, A.-R. Abtahi, and K. Khalili-Damghani, "A new multi-objective multi-mode model for solving preemptive time–cost–quality trade-off project scheduling problems," Expert Systems with Applications, vol. 41, pp. 1830-1846, 2014.
* H. Ke and J. Ma, "Modeling project time–cost trade-off in fuzzy random environment," Applied Soft Computing, vol. 19, pp. 80-85, 2014.
* K. Khalili-Damghani, M. Tavana, A.-R. Abtahi, and F. J. Santos Arteaga, "Solving multi-mode time–cost–quality trade-off problems under generalized precedence relations," Optimization Methods and Software, vol. 30, pp. 965-1001, 2015.
* Ahadian, O. Veisy, and V. Azizi, "A Multi-objective Stochastic Programming Approach for Project Time, Cost and Quality Trade-off Problem (TCQTP)," Jordan Journal of Civil Engineering, vol. 10, 2016.
* Z. Su, J. Qi, and H. Wei, "Simplifying the nonlinear continuous time-cost tradeoff problem," Journal of Systems Science and Complexity, vol. 30, pp. 901-920, 2017.
* Hafezalkotob, "A fuzzy leader-follower game approach to interaction of project client and multiple contractors in time/cost trade-off problem," Journal of Project Management, vol. 3, pp. 105-120, 2018.
* M. Hajdu, "Effects of the application of activity calendars on the distribution of project duration in PERT networks," Automation in Construction, vol. 35, pp. 397-404, 2013.

* I.-T. Yang, "Chance-constrained time–cost tradeoff analysis considering funding variability," Journal of construction engineering and management, vol. 131, pp. 1002-1012, 2005.
* G. K. Yang, "Fuzzy multi-objective programming application for time-cost trade-off of CPM in project management," in International Conference on Computational Collective Intelligence, 2010, pp. 215-229.
* J. Son, T. Hong, and S. Lee, "A mixed (continuous+ discrete) time-cost trade-off model considering four different relationships with lag time," KSCE Journal of Civil Engineering, vol. 17, pp. 281-291, 2013.