

## به کارگیری یک درخت رگرسیونی هرس شده جهت انتخاب ویژگی های مؤثر بر پیش‌بینی رفتار خرید مشتریان در صنعت بیمه

علی رضا سروش<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۶/۱۵

دکتر اردشیر بحرینی نژاد<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۰۹

ریحانه قاسم اصفهانی<sup>۳</sup>

چکیده

از مهم‌ترین ابعاد مدیریت ارتباط با مشتری، کشف الگوی رفتاری خرید مشتری است؛ سازمان می‌تواند با تعریف استراتژی‌های بازاریابی دقیق‌تر جهت جذب مشتریان مشابه اقدام کند. لذا، انتخاب ویژگی‌های مؤثر بر روی الگوی رفتاری خرید مشتریان با اهمیت است. زیرا استفاده از ویژگی‌های نامرتب منجر می‌شود سازمان ناخواسته هزینه‌های بسیاری را صرف افرادی کند که احتمال خرید آنها ناقص است. این تحقیق، یک رویه جدید برای شناسایی ویژگی‌های مؤثر جهت بهبود پیش‌بینی مشتریان ارائه می‌دهد. همچنین یک سیستم تشخیص مشتری مبتنی بر تکنیک غیرخطی درخت تصمیم رگرسیونی جهت انتخاب ویژگی‌ها و پیش‌بینی رفتار خرید مشتریان طی دو مرحله توسعه داده می‌شود. چون شناسایی مشتریان از موضوعات حیاتی صنعت بیمه است، از مجموعه داده‌های یک شرکت بیمه هلندی برای پیش‌بینی خرید یکی از محصولات آن استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که انتخاب بهترین زیرمجموعه از ویژگی‌ها با به کارگیری یک درخت رگرسیونی هرس شده علاوه‌بر کاهش معنادار پیچیدگی محاسبات می‌تواند بهبود قابل توجهی را در نتایج پیش‌بینی ایجاد کند.

**واژگان کلیدی:** انتخاب ویژگی، مدیریت ارتباط با مشتری، درخت تصمیم رگرسیونی، پیش‌بینی رفتار خرید، تشخیص مشتری

۱. دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی (Email: A.soroush@Modares.ac.ir)

۲. عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی (نویسنده مسئول)  
(Email: Bahreinnejad@Modares.ac.ir)

۳. کارشناس ارشد مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت، دانشکده مهندسی کامپیوتر  
(Email: R.Esfehani@gmail.com)

## ۱. مقدمه

مسئله انتخاب ویژگی ها، مسئله ای مستقل در نظریه تشخیص الگو بوده و تاکنون حل نشده است. فرآیند انتخاب ویژگی ها به عنوان مسئله ای از بهینه سازی ترکیبی کلی در یادگیری ماشین شناخته می شود که تعداد ویژگی ها را کاهش داده و داده های غیر مرتبط را حذف می کند. هدف اصلی انتخاب ویژگی، شناسایی زیرمجموعه ای از ویژگی ها است که تأثیر بیشتری بر روی یک متغیر پاسخ معلوم دارد و بیشترین دقت را ارائه می کند (Kohavi & John, 1997). کشف زیرمجموعه بهینه ای از ویژگی ها عموماً مشکل بوده و نشان داده شده است که بسیاری از مسائل مرتبط نامعین بسیار زمان بر<sup>۱</sup> شناخته می شوند (Blum & Rivest, 1992). پیاده سازی مناسب انتخاب ویژگی ها نه تنها اطلاعات مهمی را برای پیشگویی فراهم می کند، بلکه تلاش های مورد نیاز برای تحلیل داده های چند بعدی را کاهش می دهد.

انتخاب ویژگی ها موقفيت های بسیاری را در کاربردهای دنیای واقعی داشته است، زیرا غالباً می تواند به طور قابل توجهی ابعاد را با به کارگیری الگوریتم های داده کاوی جهت کار بر روی داده ها با ابعاد بزرگ کاهش دهد. به همین دلیل، در سال های اخیر، مدیریت ارتباط با مشتری<sup>۲</sup> یکی از زمینه های تحقیقاتی بوده که در انتخاب ویژگی ها به کاررفته است (Ng & Liu, 2000). امروزه، توجه به CRM به واسطه افزایش میزان رقابت میان شرکت ها حیاتی تر شده است. CRM، وسیله عمداتی است که می تواند به کسب و کارها کمک کند که تقاضاهای مختلف مشتریان را شناسایی نموده و از این طریق مزیت رقابتی به دست آورد (Anderson, 2002). به این دلیل، تأثیرات انتخاب ویژگی بر روی آماده سازی یک سیستم CRM مطالعه شده است (Kim, 2006).

1. Non-deterministic Polymial-time hard (NP-hard)
2. Costumer Relationship Management (CRM)

به صورت سنتی، انتخاب بهینه مشتریان هدف از مهم‌ترین عوامل برای یک سیستم CRM در نظر گرفته شده است. از این‌رو، شرکت‌ها تلاش می‌کنند که مدل‌های پیش‌بینی را به صورت دقیق توسعه دهند که شناسایی کنند که کدام مشتریان با بیشترین احتمال خرید می‌کنند. این مدل‌ها بعنوان یک سیستم تشخیص مشتری توصیف می‌شوند. تعداد ویژگی‌های در دسترس طراح یک سیستم تشخیص مشتری معمولاً بسیار زیاد است. از جمله دلایل کاهش ویژگی‌های در دسترس می‌توان به کاهش پیچیدگی محاسباتی، حذف ویژگی‌های همبسته بدون عایدی مازاد، ارتقای قابلیت تعمیم مدل تشخیص دهنده اشاره کرد.

هدف این تحقیق ارائه یک رویه مفید برای طراحی یک سیستم تشخیص مشتری است. به طوری که، در این مقاله، امکان بهبود دقت پیش‌بینی مشتری از طریق انتخاب ویژگی‌های ورودی مرتبط تحلیل می‌شود. این مقاله، از یک درخت تصمیم هرس‌شده به عنوان ابزاری غیرخطی جهت انتخاب ویژگی‌های ورودی به سیستم استفاده می‌شود. سپس، از ویژگی‌های منتخب جهت پیش‌بینی مشتریان آتی شرکت استفاده می‌شود. به طور خاص، این مقاله از یک درخت تصمیم در حالت بهینه برای انتخاب ویژگی‌ها استفاده کرده و چگونگی تأثیرگذاری انتخاب ویژگی بر روی عملکرد مدل پیش‌بینی را تحلیل می‌کند.

ادامه مقاله به این صورت سازماندهی می‌شود؛ در بخش بعد، ادبیات موضوع در خصوص به کارگیری تکنیک‌های انتخاب ویژگی پیش از پیش‌بینی مشتریان تحلیل می‌شود. در بخش سوم، مدل درخت رگرسیونی هرس‌شده توصیف می‌شود. در بخش چهارم، مورد کاوی بر روی داده‌های یک شرکت بیمه هلندی انجام شده و در بخش پنجم، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲. مروری بر ادبیات مرتبط

در سال های اخیر، چندین الگوریتم برای انتخاب ویژگی ها در حوزه CRM به کار رفته و تعدادی مطالعه مقایسه ای نیز انجام شده است. به طوری که، آندرسون<sup>۱</sup> از یک رویه آماری ساده یعنی انتخاب ویژگی رو به جلو مبتنی بر امتیاز مربع خی دو استفاده نمود که با مجموعه خالی از متغیرها شروع نموده و به تدریج متغیرهایی را اضافه می کند که بیشترین بهبود عملکرد را دارند. ان جی و لیو<sup>۲</sup>، انتخاب ویژگی را با اجرای یک الگوریتم استقرایی بر روی مجموعه داده ها انجام می دهند. همچنین، آنها رویکرد درخت تصمیمی را برای انتخاب ویژگی پیشنهاد دادند. یان و همکارانش<sup>۳</sup> یک رویه منحنی مشخصه عملیاتی دریافت کننده<sup>۴</sup> را برای انتخاب ویژگی استفاده کرد. کیم و استریت<sup>۵</sup>، رویکرد جدیدی منحنی را می توان برای انتخاب ویژگی استفاده کرد. کیم و استریت<sup>۶</sup>، رویکرد جدیدی را برای هدف گذاری مشتریان در بازاریابی پایگاه داده ارائه نمودند. یک الگوریتم رزنتیک<sup>۷</sup> استاندارد برای جستجو در میان ترکیبات ممکن ویژگی ها استفاده می شود. ویژگی های ورودی انتخابی توسط GA جهت آموزش شبکه های عصبی استفاده می شود. همچنین، یو و چو<sup>۸</sup>، یک روش ایجاد تجمعی مبتنی بر GA بر مبنای مکانیزم انتخاب زیرمجموعه ای از ویژگی های پوشه ای<sup>۹</sup> پیشنهاد کردند که براساس اطلاعات گذشته خرید، مقداری را که هر مشتری خرج خواهد کرد، پیش بینی کنند. آن و همکارانش<sup>۹</sup>، یک سیستم استدلال مبتنی بر مورد را همراه با تکنیک کاهش دو بعدی

1. Anderson, 2002
2. Ng & Liu, 2000
3. Yan et al, 2004
4. Receiver Operating Characteristic (ROC)
5. Kim & Street, 2004
6. Genetic Algoritm (GA)
7. Yu & Cho, 2006
8. Wrapper
9. Ahn et al, 2007

برای رضایت مشتریان پیشنهاد دادند که رفتار خرید مشتریان را برای یک محصول خاص با استفاده از مشخصه‌های آماری آنها پیشگویی می‌کند. باکینکز و همکارانش<sup>۱</sup>، یک مدل رگرسیونی خطی چندگانه را برای جلوگیری از تطبیق بیش از حد به عنوان یک رویه انتخاب ویژگی به کار گرفتند و وفاداری رفتاری مشتری را با استفاده از پایگاه داده تراکنش‌ها پیشگویی کردند. یان و چانگروی<sup>۲</sup>، الگوریتم افزار تودرتو<sup>۳</sup> و روش ذوب شبیه‌سازی شده<sup>۴</sup> را جهت انتخاب ویژگی‌ها برای تشخیص مشتری ترکیب کردند. تی‌سنگ و هوآنگ<sup>۵</sup>، نظریه مجموعه زیر<sup>۶</sup> را برای انتخاب ویژگی‌ها در CRM به کار برندند و از داده‌های گذشته خرید یک سیستم بازی تصویری برای پیشگویی رفتار خرید مشتری استفاده کردند. همچنین، هانگ<sup>۷</sup>، از نظریه مجموعه زیر برای کاهش ویژگی‌های پایگاه داده خانواده بسته‌بندی آی‌اسی<sup>۸</sup> (مدار مجتمع)، جهت بهبود دقت تعیین طبقه‌بندی استفاده کرد و از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای ایجاد یک مدل طبقه‌بندی‌کننده کارا در خصوص نوع بسته‌بندی IC استفاده کرد. لمسن و ووف<sup>۹</sup>، یک مدل مرجع سلسله مراتبی را برای ماشین بردار پشتیبان<sup>۱۰</sup> مبتنی بر طبقه‌بندی در کاربردهای CRM دنیای واقعی پیشنهاد کردند که در آن حذف ویژگی بازگشته به عنوان یک رویه حذف رو به عقب برای رتبه‌بندی ویژگی‌ها مبتنی بر SVM پیشنهاد شده است. مالدونادو و ویر<sup>۱۱</sup>، یک الگوریتم برای انتخاب ویژگی با

- 
1. Buckinx et al, 2007
  2. Yan & Changrui, 2007
  3. Nested Partition
  4. Simulated Annealing (SA)
  5. Tseng & Huang, 2007
  6. Rough Set
  7. Hung, 2009
  8. Integrated Circuit (IC)
  9. Lessmann & VoB, 2009
  10. Support Vector Machine (SVM)
  11. Maldonado & Weber, 2009

استفاده از SVM مبتنی بر یک انتخاب روبه عقب متوالی معرفی نموده و رویکرد خود را با سایر الگوریتم ها همچون روش فیلتر یا SVM حذف ویژگی بازگشته مقایسه کرده اند.

با بررسی کلیه روش ها و تکنیک های انتخاب ویژگی می توان متوجه شد که همه آنها چند هدف مشترک شامل حداکثرسازی دقت هم زمان با حداقل سازی تعداد ویژگی ها، بهبود دقت با حذف ویژگی های غیر مرتبط، کاهش پیچیدگی داده ها و حذف محاسبات، کاهش مقدار داده ها برای مرحله یادگیری را دنبال می کنند. به علاوه، عموماً یک الگوریتم انتخاب ویژگی به عناصری شامل یک معیار ارزیابی ویژگی، یک روش جستجو، یک معیار توقف یا استراتژی انتخاب مدل نیاز دارد. در میان روش های ارائه شده، نقطه ضعف روش ROC آن است که روابط بین ویژگی ها را به صورت خطی تحلیل کرده و همچون SVM تنها آنها را رتبه بندی می کند. همچنین، GA نیز به زمان بسیار زیادی جهت تعیین ویژگی های بهینه نیاز دارد و SA در نقاط موضوعی می افتد. از آنجایی که، نویسنده گان به دنبال ابزاری بوده اند که قادر به شناسایی روابط غیرخطی باشد و با سرعت مناسبی ویژگی های مؤثر بر رفتار مشتریان را شناسایی کنند، از درخت رگرسیونی استفاده می شود که هر دو این قابلیت ها را دارد.

### ۳. درخت رگرسیونی هرس شده

دسته بزرگی از طبقه بندی کننده های غیرخطی به درخت های تصمیم معروف است. یک درخت تصمیم یا درخت رگرسیونی، نمونه ای از یک فرآیند تصمیم چند مرحله ای است که دسته ها به صورت متوالی رد می شوند تا درنهایت به یک دسته قابل قبول برسیم. سرانجام، فضای ویژگی به روشنی متوالی به دو ناحیه منحصر به فرد بر طبق دسته ها تقسیم می شود. با ورود یک بردار ویژگی، جستجو برای ناحیه ای که بردار ویژگی از طریق تصمیمات متوالی تخصیص داده خواهد شد همراه با مسیری از گره های یک درخت ساخته شده مناسب انجام می شود. چنین طرح هایی زمانی برتری

دارند که تعداد زیادی دسته دربرگرفته‌می‌شود. عمومی‌ترین شیوه میان درخت‌های تصمیم آنهایی هستند که فضای را به مافوق چهارگوش‌هایی<sup>۱</sup> با کناره‌های موازی با محورها تقسیم می‌کند. توالی تصمیمات برای ویژگی‌های منفرد به کارمی‌رود و پرسش‌هایی که پاسخ داده می‌شوند به شکل «آیا ویژگی  $\leq \alpha$  است؟» که  $\alpha$  یک مقدار آستانه است. چنین درخت‌هایی به عنوان «درخت‌های رگرسیونی دوتایی معمولی»<sup>۲</sup> (OBCTs) مشهور هستند. همچنین انواع دیگر درخت‌ها هستند که امکان تقسیم فضای را به سلول‌های چندوجهی محدب یا قسمت‌های کروی<sup>۳</sup> فراهم می‌کنند (Webb, 2002).

### ۱-۳. عناصر درخت تصمیم دوتایی

به طورکلی، به منظور توسعه یک درخت تصمیم دوتایی، طراح باید این عناصر طراحی را در مرحله آموزش در نظر بگیرد:

- در هر گره، در خصوص مجموعه سؤالاتی که پرسیده می‌شود، باید تصمیم‌گیری انجام شود. هر سؤال به یک دو دویی خاص مربوط می‌شود که به دو گره همزاد تبدیل می‌شود. هر گره،  $t$ ، با یک زیرمجموعه خاص،  $X_t$  از مجموعه آموزشی  $X$  همبسته می‌شود. دو نیمسازی یک گره معادل با دو نیمسازی زیرمجموعه  $X_t$  به دو زیرمجموعه همزاد گستته  $X_{tY}$  و  $X_{tN}$  است. اولین جزء بردار در  $X_t$  به پاسخ «بله» و دومی به «خیر» مربوط می‌شود. اولین گره (ریشه) درخت با مجموعه آموزشی  $X$  همبسته می‌شود. برای هر دو نیمه، این رابطه صحیح است:

$$X_{tY} \cap X_{tN} = \emptyset \quad (1)$$

$$X_{tY} \cup X_{tN} = X_t \quad (2)$$

- 
1. Hyperrectangles
  2. Convex Polyhedral Cells
  3. Pieces of Spheres

- یک معیار دو نیمسازی باید جهت تعیین بهترین دو نیم از مجموعه کاندیداهای انتخابی، اتخاذ شود.
- یک قاعده توقف دو نیمسازی لازم است که رشد درخت را کنترل کند و یک گره به عنوان یک گره پایانی شناسایی شود.
- یک قاعده مورد نیاز است که هر گره پایانی را به یک دسته خاص تخصیص دهد .(Theodoridis & Koutroumbas, 2006)

به طور کلی، به جای استفاده از کلیه ویژگی ها به منظور تصمیم گیری از زیرمجموعه های مختلف ویژگی ها در سطوح مختلف درخت استفاده می شود.

### ۳-۲. مجموعه سؤالات

برای درخت های از نوع OBCT سؤالات به این شکل است: « $x_i \leq a$  است؟». برای هر ویژگی، هر مقدار ممکن آستانه دو نیمه خاصی از زیرمجموعه  $X_i$  را تعریف می کند. از این رو، از نظر تئوری مجموعه ای نامحدود از سؤالات باید پرسیده شود، اگر  $a$  در یک فاصله  $R \subseteq \mathbb{R}_a$  تغییر می کند. از نظر عملی، تنها مجموعه محدودی از سؤالات را می توان در نظر گرفت؛ برای مثال، از آنجایی که تعداد نقاط آموزشی،  $N$ ، در  $X$  محدود است، هر ویژگی  $x_k$ ،  $k = 1, \dots, 1$ ، حداقل می تواند  $N_t$  مقدار متفاوت بگیرد که عدد اصلی زیرمجموعه  $X_t \subseteq X$  است. از این رو، برای ویژگی  $x_k$ ، فرد می تواند از  $N_t$ ،  $a_{kn}$  مقدادیر مجرای پیاپی  $x_k$  در زیرمجموعه آموزشی  $X_t$  است. بطور مشابه باید برای کلیه ویژگی ها تکرار شود. از این رو، در چنین موردی کل تعداد سؤالات کاندید برابر  $\sum_{k=1}^t N_{tk}$  است. هر چند، تنها یکی از آنها باید جهت ایجاد دو نیمه در گره فعلی،  $t$ ، درخت انتخاب شود. موردی انتخاب خواهد شد که به بهترین دو نیمه زیرمجموعه  $X_t$  منجر شود. درباره بهترین دو نیمه براساس معیار دو نیمسازی تصمیم گیری می شود (Theodoridis & Koutroumbas, 2006).

### ۳-۳. معیار دو نیمسازی<sup>۱</sup>

یک قاعده دو نیمسازی، یک دستورالعمل است برای تصمیم‌گیری در خصوص اینکه کدام متغیر یا ترکیبی از متغیرها باید در یک گره جهت تقسیم نمونه‌ها به زیرگروه‌ها استفاده شود و اینکه چه آستانه‌ای برای آن متغیر درنظر گرفته شود. یک دو نیمسازی از یک شرط بر روی مختصات یک بردار تشکیل شده است. سؤال این است که چگونه داده‌هایی را که در زیرفضای  $u(t)$  در گره  $t$  قرار دارند، چند دسته کنیم (Webb, 2002).

هر دو نیمه از یک گره  $t$ ، دو گره اولاد تولید می‌کند که آنها را با توجه به پاسخ «بلی» یا «خیر» به سؤال درنظر گرفته شده برای گره  $t$  نامیده شده به عنوان گره جد<sup>۲</sup> توسط  $t_Y$  و  $t_N$  نشان می‌دهیم. همان‌طور که پیش از این ذکر شد، گره‌های اولاد با دو زیرمجموعه جدید یعنی  $X_Y$  و  $X_N$  همبسته هستند. در خصوص متداول‌تری رشد درخت، از گره ریشه‌ای تا گره‌های پایانی، هر دو نیمه باید زیرمجموعه‌هایی را تولید کند که در مقایسه با زیرمجموعه جد<sub>i</sub>  $X_i$  مشابه‌تر هستند. بدین معنی که بردار ویژگی آموزشی در هریک از زیرمجموعه‌های جدید اولویت بالاتری را برای دسته‌های (های) خاصی نشان می‌دهد، درحالی که، داده‌ها در  $X_i$  به صورت یکنواخت‌تری میان دسته‌ها توزیع شده‌اند. بنابراین، هدف، تعریف سنجه‌ای است که ناخالصی گره را کمی نموده و گره را دو نیمه می‌کند، به طوری که، ناخالصی کل گره‌های اولاد به صورت بهینه نسبت به ناخالصی گره جد کاهش پیدا می‌کند.

$P(w_i|t)$  را درنظر بگیرید که احتمال اینکه یک بردار در زیرمجموعه  $X_i$  همبسته با یک گره  $t$  بوده و متعلق به دسته  $w_i, i=1, 2, \dots, M$  باشد را نشان می‌دهد. یک تعریف متداول مورد استفاده از ناخالصی گره که با  $I(t)$  نشان داده شده، به این صورت تعیین می‌شود:

- 
1. Splitting Rules
  2. Ancestor Node

$$I(t) = - \sum_{i=1}^M P(\omega_i | t) \log_2 P(\omega_i | t) \quad (3)$$

که  $\log_2$ ، لگاریتمی با پایه ۲ است که هیچ چیز دیگری مگر آنتروپی همبسته با زیرمجموعه  $X_t$  معروف به نظریه اطلاعاتی شانون نیست. نمایش این موضوع مشکل نیست که  $I(t)$  مقدار حداکثر خود را می‌گیرد، اگر کلیه احتمالات برابر با  $\frac{1}{M}$  (بیشترین ناخالصی) هستند و برابر صفر می‌شود، اگر کلیه داده‌ها به یک دسته تعلق دارد و تنها یکی  $P(\omega_i | t) = 1$  و بقیه برابر صفر (کمترین ناخالصی) هستند. در عمل، احتمالات توسط درصدهای نسبی  $\frac{N_t^i}{N_t}$  برآورده می‌شوند که تعداد نقاط در  $N_t$  است که به دسته  $\omega_i$  تعلق دارد. اکنون یک عمل دو نیمسازی را فرض کنید که  $N_{tY}$  عدد از نقاط به سوی گره «بلی» ( $X_{tY}$ ) و  $N_{tN}$  عدد به سوی گره «خیر» ( $X_{tN}$ ) ارسال می‌شوند. کاهش در ناخالصی گره به این صورت تعریف می‌شود:

$$\Delta I(t) = I(t) - \frac{N_{tY}}{N_t} I(t_Y) - \frac{N_{tN}}{N_t} I(t_N) \quad (4)$$

که  $I(t_N)$  و  $I(t_Y)$  به ترتیب ناخالصی‌های گره‌های  $t_N$  و  $t_Y$  هستند. اکنون هدف اتخاذ یکی از مجموعه سؤالات کاندید می‌شود که دو نیمسازی را اجرا می‌کند که به بیشترین کاهش ناخالصی منجر می‌شود.

### ۳-۴. قاعده توقف دو نیمسازی

سؤالی که اکنون مطرح می‌شود، آن است که چه زمانی فرد باید دو نیمسازی یک گره را متوقف کند و آن را به عنوان یک گره پایانی درخت لحاظ کند. یک راه ممکن اتخاذ یک آستانه  $T$  و توقف دو نیمسازی در صورتی است که حداکثر مقدار  $\Delta I(t)$  در مورد کلیه دو نیمه‌های ممکن کمتر از  $T$  است. راههای دیگر، توقف دو نیمسازی در صورتی است که عدد اصلی زیرمجموعه  $X_t$  به اندازه کافی کوچک بوده یا  $X_t$  مطلق است بدین معنی که کلیه نقاط در آن به یک دسته تعلق دارد.

### ۳-۵. قاعده تخصیص دسته

گره پایانی بعنوان <sup>(۱)</sup> بر حسب زده می شود که:

$$j = \arg \max_i P(\omega_i | t) \quad (5)$$

به عبارتی، یک گره پایانی  $t$  به آن دسته‌ای تخصیص داده می‌شود که اکثریت بردارها در  $X_t$  به آن تعلق دارد.

با داشتن عناصر اصلی مورد نیاز بحث شده برای رشد یک درخت تصمیم، اکنون می‌توانیم مراحل الگوریتم پایه‌ای را برای ساخت یک درخت تصمیم دودویی به صورت خلاصه بیان کنیم:

- ابتدا با گره ریشه‌ای آغاز کنید، یعنی  $X_t = X$  -
  - برای هر گره جدید  $t$  :
    - برای هر ویژگی  $k = 1, 2, \dots, l$ ،  $x_k$  :
      - برای هر مقدار  $n = 1, 2, \dots, N_{tk}$ ،  $\alpha_{kn}$  ■
      - $i = 1, 2, \dots, N_t$  را باتوجه به پاسخ سؤال تولید کنید:  $X_{tN}$  و  $X_{tY}$  است.

- اگر قاعده توقف دو نیمسازی حاصل شده است، گره  $t$  را به عنوان یک گره پایانی درنظر گرفته و به آن یک برچسب دسته تخصیص دهید.
- در غیراین صورت، دو گره اولاد  $t_Y$  و  $t_N$  را با زیرمجموعه های همبسته  $X_{t_Y}$  و  $X_{t_N}$  باتوجه به پاسخ به سؤال  $a_{k,n} \leq a_{k,n}$ ، تولید کنید؛ - پایان؛

یک عامل حیاتی در طراحی یک درخت تصمیم، اندازه آن است. همچون پرسپترون های چندلایه، اندازه یک درخت باید به اندازه کفایت بزرگ باشد اما نه بسیار بزرگ؛ در غیراین صورت درخت، گرایش به یادگیری جزئیات خاص مجموعه آموزشی داشته و عملکرد تعیین ضعیفی را نشان خواهد داد. تجربه نشان داده است که استفاده از یک مقدار آستانه برای کاهش ناخالصی به عنوان قاعده توقف دو نیمسازی به درخت هایی با اندازه درست منجر نمی شود. به طوری که، بسیار دیده شده است که رشد درخت بسیار زود یا بسیار دیر متوقف می شود. متداول ترین رویکرد مورد استفاده، ابتدا رشد یک درخت تا یک اندازه بزرگ و سپس هرس کردن گره ها بر اساس یک معیار هرس است. این رویه مشابه با هرس کردن پرسپترون های چندلایه است. یک معیار متداول هرس، ترکیب برآورده از احتمال خطأ همراه با یک عبارت سنجش پیچیدگی (به طور مثال، تعداد گره های پایانی) است (Theodoridis & Koutroumbas, 2006).

### ۳-۶. الگوریتم هرس<sup>۱</sup>

هرس کردن فرآیند کاهش یک درخت از طریق تبدیل برخی گره های شاخه ای به سوی گره های پایانی و حذف گره های پایانی زیر شاخه اصلی است. الگوریتم هرس به طور کلی برای درخت هایی به کار می رود که لزوماً طبقه بندی نبوده بلکه درخت های رگرسیونی هستند.

1. Pruning Algorithm

فرض کنید که  $R(t)$  اعداد حقیقی همبسته با هر گره  $t$  از یک درخت معلوم  $T$  باشد. اگر  $t$  یک گره پایانی است، یعنی  $\tilde{T} \in T$  آنگاه،  $R(t)$  می‌تواند نسبت نمونه‌های طبقه‌بندی نشده (تعداد نمونه‌ها در  $u(t)$  که به دسته همبسته با گره پایانی تعلق ندارد، تعریف شده به‌نام  $M(t)$  که به کل تعداد نقاط داده‌ای  $n$  تقسیم می‌شود) را نمایش دهد:

$$R(t) = \frac{M(t)}{n} \quad t \in \tilde{T} \quad (6)$$

فرض کنید برای یک عدد حقیقی  $\alpha$ ،  $R_\alpha(t) = R(t) + \alpha$  باشد. قرار دهید:

$$R(t) = \sum_{t \in \tilde{T}} R(t) \quad (7)$$

$$R_\alpha(t) = \sum_{t \in \tilde{T}} R_\alpha(t) = R(T) + \alpha |\tilde{T}| \quad (8)$$

در یک مسئله طبقه‌بندی،  $R(t)$ ، نرخ عدم‌طبقه‌بندی برآورده شده است؛  $|\tilde{T}|$  عدد اصلی مجموعه  $\tilde{T}$  است؛  $R_\alpha(T)$  نرخ عدم‌طبقه‌بندی-پیچیدگی برآورده شده از یک درخت طبقه‌بندی است و  $\alpha$  یک مقدار ثابت است که می‌تواند به عنوان هزینه پیچیدگی هر گره پایانی در نظر گرفته شود. اگر  $\alpha$  کوچک است، آنگاه جریمه کمی برای داشتن تعداد زیادی گره وجود دارد. همچنان که  $\alpha$  افزایش می‌یابد، با کوچک‌سازی زیردرخت (زیردرخت  $T'$  که  $(T'_\alpha)$  را حداقل می‌کند) گره‌های پایانی کمتری دارد (Webb, 2002).

### ۳-۷. وارسی اعتبار<sup>۱</sup>

وارسی اعتبار، روشی برای برآورد میزان خطاست که ایده‌ای ساده دارد. مجموعه داده‌ها به اندازه نمونه به دو قسمت تفکیک می‌شوند. پارامترهای مدل با استفاده از یک مجموعه (با حداقل‌سازی چند معیار بهینه‌سازی) برآورده شده و معیار خوبی

1. Cross-Validation (CV)

برازش<sup>۱</sup> بر روی مجموعه دوم ارزیابی می شود. نسخه معمول وارسی اعتبار یک روش صرف نظر از یکی<sup>۲</sup> است که در آن مجموعه دوم متشكل از تنها یک نمونه است. آنگاه، برآورده وارسی اعتبار معیار خوبی برازش، متوسط کلیه مجموعه های آموزشی ممکن به اندازه  $n-1$  است. خطای وارسی اعتبار به عنوان وسیله ای برای تعیین یک مدل مناسب، برای هر عضو از خانواده مدل های کاندید محاسبه می شود،  $\{M_k, k=1, \dots, K\}$  و مدل  $M_{\hat{k}}$  انتخاب می شود که:

$$\hat{k} = \arg \min CV(k) \quad (9)$$

وارسی اعتبار هنگام انتخاب یک مدل صحیح، گرایش به برازش بیش از حد دارد، به طوری که، برای مجموعه داده ها یک مدل بسیار پیچیده انتخاب می کند. شواهدی وجود دارد که وارسی اعتبار چندتایی، زمانی که  $d > 1$  نمونه از مجموعه آموزشی حذف می شود، انتخاب مدل بهتر از وارسی اعتبار صرف نظر از یکی انجام می شود. برای  $n$  بزرگ، میزان محاسبات زیاد بوده و به طراحی  $n$  طبقه بندی کننده نیاز دارد. اگرچه، با هزینه افزایش در واریانس برآورد کننده، به صورت تخمینی ناریب است. یکی از معایب رویکرد وارسی اعتبار این است که امکان دارد به مقدار قابل توجه محاسبات نیاز داشته باشد (Webb, 2002).

در ادامه مقاله، به پیاده سازی الگوریتم درخت رگرسیونی هرس شده جهت انتخاب ویژگی ها بر روی یک مورد کاوی پرداخته و سپس نشان داده می شود که ویژگی های انتخاب شده به چه میزان منجر به بهبود نتایج پیش بینی رفتار خرید مشتریان خواهند شد.

#### ۴. مورد کاوی یک شرکت بیمه

از پر کاربرد ترین حوزه هایی که می توان از ابزارهای داده کاوی برای شناسایی و تحلیل مشتریان آن استفاده کرد، صنعت بیمه است. به ویژه اینکه، شناسایی ویژگی های

1. Goodness-of-Fit
2. Leave-one-Out

مشتریان یک محصول شرکت بیمه از طریق رفتاری که در قبال سایر محصولات بیمه‌ای شرکت از خود نشان داده‌اند، می‌تواند جالب توجه باشد. بدین‌طریق، شرکت می‌تواند براساس انواع مختلف مشتریان، استراتژی‌های بازاریابی خود را به‌منظور کاهش هزینه‌های بازاریابی تدوین کند. در این تحقیق، مجموعه داده‌ها از طریق یک شرکت بیمه هلندی تهیه شده و مربوط به یک کسب‌وکار در دنیای واقعی می‌شود. این شرکت بیمه می‌خواهد مشتریان بالقوه برای یک محصول معین را شناسایی کند.

مجموعه داده‌های اصلی شامل رکوردهای ۵۸۲۲ مشتری می‌شود که به‌منظور آموزش و اعتبارسنجی مدل‌های پیش‌بینی و ایجاد یک توصیف از مشتریان استفاده می‌شوند. هر رکورد از ۸۶ ویژگی شامل داده‌های آمارگیری اجتماعی (ویژگی‌های ۱-۴۳) و داده‌های مالکیت محصول و بهره‌گیری از محصولات بیمه‌ای مختلف (ویژگی‌های ۴۴-۸۶) می‌شود که ویژگی ۸۶ متغیر هدف است. قصد داریم پیشگویی کنیم که چه کسی به خرید یک قرارداد بیمه‌ای کاروان (خانه متحرک) علاقمند خواهد بود؟ از میان این مشتریان، ۳۴۸ نفر حدود ۶٪ بیمه‌نامه کاروان دارند. داده‌های مورد استفاده برای پیشگویی شامل رکوردهای ۴۰۰۰ مشتری می‌شود که جهت ارزیابی مدل استفاده می‌شوند. در میان این مشتریان، ۲۳۸ مشتری خریداران بیمه‌نامه کاروان بوده‌اند که شناسایی ویژگی‌های آنها مدنظر است. شرکت بیمه از ما خواسته است که زیرمجموعه‌ای (۸۰۰٪ ۴۰۰۰٪ ۲۰٪) تایی از مجموعه تست را معرفی کنیم که بیشترین تعداد خریداران بیمه‌نامه کاروان را دربرگیرد. از این‌رو، گام اول انتخاب ویژگی‌های مناسب به‌منظور پیش‌بینی رفتار مشتریان است.

#### ۱-۴. انتخاب ویژگی‌های مؤثر مشتریان بر خرید بیمه‌نامه کاروان

در بخش قبل در خصوص نحوه عملکرد درخت تصمیم رگرسیونی به‌عنوان یک ابزار جهت انتخاب ویژگی‌ها صحبت شد. در این قسمت قصد داریم از این ابزار به‌منظور

شناسایی ویژگی های تأثیرگذار بر متغیر خرید بیمه نامه کاروان استفاده کنیم. مشخصات درخت رگرسیونی به کارگرفته شامل این موارد می شود:

- نوع درخت، درخت رگرسیونی است، زیرا نوع متغیر هدف به صورت کمی بوده و ۰ یا ۱ است.

- از وارسی اعتبار ۱۰ تکه ای جهت ارزیابی خوبی برآش از طریق محاسبه بردار هزینه استفاده می شود. بدین معنی که تابع، نمونه را به ۱۰ زیر نمونه که به صورت تصادفی انتخاب شده و تقریباً دارای اندازه برابر هستند، تفکیک می کند. هریک از زیر نمونه ها، یک درخت را به داده های باقیمانده برآش می دهد و از آن برای پیش بینی زیر نمونه استفاده می کند. سپس، اطلاعات کلیه زیر نمونه ها را برای محاسبه هزینه برای کل نمونه با یکدیگر ترکیب می کند. همچنین خطای استاندارد هر مقدار برآورد شده جهت هرس زنی تعیین می شود. بهترین سطح، کوچک ترین درختی را تولید می کند که در محدوده یک خطای استاندارد از زیر درخت حداقل هزینه است. همچنین، درخت با حداقل هزینه انتخاب می شود.

- جهت هرس کردن درخت، معیار کمترین میزان خطای عدم طبقه بندی به کار می رود.

- هزینه درخت، مجموع کلیه گره های پایانی شامل احتمال برآورد شده هر گره در هزینه گره است.

- احتمال یک گره از طریق نسبت مشاهدات از داده های اصلی که شرایط گره را برآورده می کنند، محاسبه می شود. برای درخت رگرسیونی، نسبت برای هر احتمال اولیه ای تخصیص داده شده به هر دسته تعديل می شود.

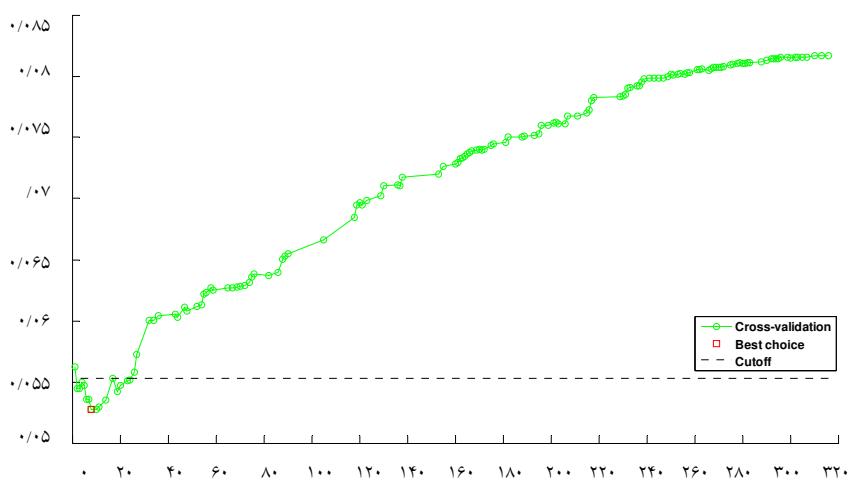
- هزینه یک گره، میانگین مربعات خطای مشاهدات در آن گره است.

- خطای برای هر گره، واریانس مشاهدات تخصیص داده شده به آن گره است.

- اندازه یک گره به صورت تعداد مشاهدات از داده‌های مورد استفاده برای ایجاد درختی که شرایط را برای گره برآورده کند، تعريف می‌شود.

بدین ترتیب، با ورود داده‌های ۵۸۲۲ مشتری که شامل ۸۵ ویژگی است، درخت تصمیم خرید بیمه‌نامه کاروان ترسیم می‌شود. نمودار ۱ نقطه بهینه برای هرس‌کردن درخت به منظور لحاظ ویژگی‌های مؤثرتر بر متغیر هدف یعنی خرید بیمه‌نامه کاروان توسط مشتریان را نشان می‌دهد.

نمودار ۱. تعیین نقطه بهینه برای هرس‌کردن درخت رگرسیونی خرید بیمه‌نامه کاروان



درخت تصمیم شامل ۳۱۶ گره پایانی است که برای زیردرخت‌های مختلف ترسیم شده است (نمودار ۱). به طور کلی درخت شامل ۶۳۱ گره اولیه می‌باشد که از گره ریشه‌ای درخت به تدریج هزینه عدم‌طبقه‌بندی (میانگین مربعات خطأ) کاهش یافته و در گره پایانی ۹ به حداقل مقدار خود برابر  $0.0528$  می‌رسد. سپس، این هزینه با اندکی نوسان به تدریج روندی صعودی را طی می‌کند. بنابراین، درخت تصمیم بهینه در گره پایانی ۹ با حداقل هزینه عدم‌طبقه‌بندی هرس می‌شود. در این حالت، پیچیدگی‌های درخت نیز با کاهش تعداد گره‌های پایانی کاهش می‌یابد. جدول ۱

ویژگی های مؤثر بر خرید بیمه نامه کاروان را به عنوان خروجی درخت رگرسیونی هرس شده نمایش می دهد.

جدول ۱. قواعد درخت رگرسیونی برای مجموعه داده های آموزشی پس از هرس زنی

گره	قاعده	احتمال	اندازه
۱	اگر بیمه نامه اتومبیل مشارکتی کوچکتر از ۵/۵ است برو به گره ۲ درغیراین صورت گره ۳	۱	۵۸۲۲
۲	fit = ۰/۰۲۴۸	۰/۰۹۴۱	۳۴۵۹
۳	اگر نوع عمدۀ مشتری آتش سوزی مشارکتی کوچکتر از ۲/۵ است، برو به گره ۴ درغیراین صورت گره ۵	۰/۰۴۰۵۸	۲۳۶۳
۴	اگر بیمه نامه آتش سوزی مشارکتی کوچکتر از ۳/۵ است، برو به گره ۶ درغیراین صورت گره ۷	۰/۰۷۹۶	۴۶۴
۵	اگر بیمه نامه قایق مشارکتی کوچکتر از ۰/۵ است، برو به گره ۸ درغیراین صورت گره ۹	۰/۰۳۲۶۱	۱۸۹۹
۶	fit = ۰/۱۲۸۶	۰/۰۴۱۳	۲۴۱
۷	اگر کارگر بی تجربه کوچکتر از ۳/۵ است، برو به گره ۱۰ درغیراین صورت گره ۱۱	۰/۰۳۸۳	۲۲۳
۸	اگر بیمه نامه آتش سوزی مشارکتی کوچکتر از ۲/۵ است، برو به گره ۱۲ درغیراین صورت گره ۱۳	۰/۰۳۲۳۲	۱۸۸۲
۹	اگر بیمه شخص ثالث شخصی مشارکتی کوچکتر از ۱ است، برو به گره ۱۴ درغیراین صورت گره ۱۵	۰/۰۰۲۹	۱۷
۱۰	fit = ۰/۲۶۱۶	۰/۰۳۶۷	۲۱۴
۱۱	fit = ۰/۷۷۷۷	۰/۰۰۱۵	۹
۱۲	fit = ۰/۰۵۰۹	۰/۱۶۵۰	۹۶۱
۱۳	fit = ۰/۱۱۹۴	۰/۱۵۸۱	۹۲۱
۱۴	fit = ۰/۸۱۸۱	۰/۰۰۱۸	۱۱
۱۵	fit = ۰	۰/۰۰۱۰	۶

بدین ترتیب براساس جدول ۱، شش متغیر شامل بیمه نامه اتومبیل مشارکتی، نوع عمدۀ مشتری، بیمه نامه آتش سوزی مشارکتی، بیمه نامه قایق مشارکتی، کارگر بی تجربه و بیمه شخص ثالث مشارکتی به عنوان مؤثرترین عوامل تأثیرگذار بر خرید بیمه نامه کاروان با استفاده از درخت رگرسیونی پس از هرس کردن انتخاب شده اند.

#### ۴-۲. پیش بینی رفتار خرید مشتریان

یک مرحله مهم در طراحی یک سیستم تشخیص مشتری، مرحله ارزیابی عملکرد است که در آن احتمال خطای پیش بینی سیستم طراحی شده برآورد می شود. باید تأکید شود که این مرحله بسیار حیاتی است. اگر ویژگی هایی با قدرت تشخیص مشتری پایین انتخاب شوند، متعاقباً سیستم عملکرد ضعیفی خواهد داشت.

بنابراین، پس از انتخاب ویژگی‌ها با استفاده از درخت رگرسیونی هرس شده، باید بررسی شود که آیا ویژگی‌های انتخاب شده منجر به بهبود پیش‌بینی رفتار خرید مشتریان این محصول شرکت شده‌اند یا خیر. بدین‌منظور، پیش‌بینی در دو حالت انجام شده است. در حالت اول، از کلیه ۸۵ ویژگی به منظور آموزش و اعتبارسنجی درخت رگرسیونی استفاده می‌شود. در حالت دوم، درخت رگرسیونی هم به منظور انتخاب ویژگی‌ها و هم به منظور پیش‌بینی مشتریان به کار می‌رود. جدول ۲ نتایج به دست آمده از پیش‌بینی رفتار خرید مشتریان را برای خرید بیمه‌نامه کاروان نشان می‌دهد.

جدول ۲. نتایج حاصل از پیش‌بینی در دو حالت مختلف

مشتریان بیمه‌نامه کاروان میان از ۲۰٪ مشتریان پیش‌بینی شده						روش پیش‌بینی	تعداد ویژگی‌ها		
مجموعه اعتبارسنجی			مجموعه آموزشی						
درصد از مشتریان پیش‌بینی شده	درصد از کل مشتریان	تعداد	درصد از مشتریان پیش‌بینی شده	درصد از کل مشتریان	تعداد				
٪۱۱/۵۰	٪۳۸/۶۶	۹۲	٪۲۳/۱۱	٪۷۷/۳۰	۲۶۹	درخت تصمیم	۸۵		
٪۱۲/۵۰	٪۴۲/۰۲	۱۰۰	٪۱۵/۳۲	٪۵۱/۱۵	۱۷۸	درخت تصمیم	۶		

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، اگر پیش از پیش‌بینی، اقدام به تعیین ویژگی‌های مؤثر بر هدف نکنیم، در مجموعه آموزشی با انتخاب ۱۱۶۴ مشتری از ۵۸۲۲ مشتری موجود (٪۲۰)، ۲۶۹ مشتری بیمه‌نامه کاروان از کل ۳۴۸ مشتری بیمه‌نامه کاروان (٪۷۷/۳) شناسایی می‌شوند که این تعداد ٪۲۳/۱۱ از مشتریان پیش‌بینی شده را تشکیل می‌دهد. درحالی‌که، نتایج داده‌های اعتبارسنجی در این حالت نشان می‌دهد که با انتخاب ٪۲۰ از مشتریان تنها می‌توان ۹۲ مشتری از ۲۳۸ مشتری که اقدام به خرید بیمه‌نامه کاروان (٪۳۸/۶۶) نموده‌اند را پیش‌بینی کرد که تنها ٪۱۱/۵ از کل مشتریان پیش‌بینی شده را شامل می‌شود. اختلاف بسیار زیادی که بین مقادیر داده‌های آموزشی و داده‌های اعتبارسنجی وجود دارد، نشان‌دهنده وجود ویژگی‌های نامرتب در میان ورودی‌هاست که منجر به کاهش دقت در برآورد دقیق پیش‌بینی شده

است. به طوری که، اگر پیش‌بینی با ۶ ویژگی منتخب به عنوان ورودی به درخت رگرسیونی انجام شود، با انتخاب ۲۰٪ از کل مشتریان در مجموعه آموزشی ۱۷۸ مشتری بیمه‌نامه کاروان (۵۱/۱۵٪) شناسایی شده که ۱۵/۳۲٪ از مشتریان پیش‌بینی شده را تشکیل می‌دهند. به طوری که، با به کارگیری این ورودی‌ها جهت پیش‌بینی در مجموعه اعتبارسنجی ۱۰۰ مشتری بیمه‌نامه کاروان (۴۲/۰۲٪) پیش‌بینی می‌شوند که ۱۲/۵٪ از کل مشتریان پیش‌بینی شده را شامل می‌شود که مقایسه حالت ۶ ویژگی به عنوان ورودی با حالت ۸۵ ورودی، بهبود قابل توجه نتیجه پیش‌بینی را نشان می‌دهد.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، در خصوص اهمیت انتخاب ویژگی‌ها در حوزه پیش‌بینی رفتار خرید مشتری بحث کردیم که یکی از حوزه‌های مهم مدیریت ارتباط با مشتری است. بدین‌منظور، پس از تحلیل ادبیات موضوع و تکنیک‌های مختلف، درخت رگرسیونی را به عنوان ابزار مناسبی جهت انتخاب ویژگی‌ها برگزیدیم. از آنجایی که این تکنیک یک روشی غیرخطی بوده و رفتار مشتریان نیز غیرخطی است، به‌نظرمی‌رسد به کارگیری این ابزار بسیار مناسب باشد. همچنین مزیت دیگر این تکنیک سرعت قابل توجه آن در شناسایی ویژگی‌های تأثیرگذار بر روی هدف است. به‌منظور انتخاب ویژگی‌های مؤثرتر، درخت تصمیم حاصل شده هرس گردید تا آنجایی که میزان هزینه عدم‌طبقه‌بندی مشتریان به حداقل برسد. تکنیک بیان شده را بر روی یک مورد کاوی شرکت بیمه برای پیش‌بینی یکی از محصولات آن اجرا کردیم. به‌طوری که، ویژگی‌های بهینه با استفاده از درخت رگرسیونی هرس شده تعیین شدند. کاملاً واضح است که قوی‌ترین پیشگویی‌کننده برای خرید بیمه‌نامه کاروان، ویژگی خرید بیمه‌نامه اتومبیل مشارکتی است. به‌طوری که، بیش از سایر ویژگی‌ها خریداران و غیر‌خریداران را از هم تفکیک می‌کند. درنهایت، به‌منظور نمایش میزان بهبودی که در پیش‌بینی مشتریان با انتخاب ویژگی‌های درست حاصل می‌شود، در دو حالت اقدام به پیش‌بینی

کردیم. نتایج پیش‌بینی نشان می‌دهد که انتخاب ویژگی‌ها علاوه بر کاهش ویژگی‌های موجود از ۸۵ به ۶ ویژگی منجر به بهبود قابل توجهی در نتیجه پیش‌بینی شده است.

## منابع

1. Ahn, H, Kim, K & Han, I 2007, 'A case-based reasoning system with the two-dimensional reduction technique for customer classification', *Expert Systems with Applications*, vol. 32, pp. 1011–19.
2. Anderson, ET 2002, 'Sharing the wealth: when should firms treat customers as partners?', *Management Science*, vol. 48, no. 8, pp. 955-71.
3. Blum, AL & Rivest, RL 1992, 'Training a 3-node neural networks is NP-complete', *Neural Networks*, vol. 5, pp. 117-27.
4. Buckinx, W, Verstraeten, G & Poel, DV 2007, 'Predicting customer loyalty using the internal transactional database', *Expert Systems with Applications*, vol. 32, pp. 125–34.
5. Hung, YH 2009, 'A neural network classifier with rough set-based feature selection to classify multiclass IC package products', *Advanced Engineering Informatics*, vol. 24, no. 4, pp. 348-57.
6. Kim, YS 2006, 'Toward a successful CRM: variable selection, sampling, and ensemble', *Decision Support Systems*, vol. 41, pp. 542–53.
7. Kim, YS & Street, WN 2004, 'An intelligent system for customer targeting: a data mining approach', *Decision Support Systems*, vol. 37, pp. 215– 28.
8. Kohavi, R & John, GH 1997, 'Wrappers for feature subset selection', *Artificial Intelligence*, no. 1–2, vol. 1-2, pp. 273–324.
9. Lessmann, S & VoB, S 2009, 'A reference model for customer-centric data mining with support vector machines', *European Journal of Operational Research*, vol. 199, pp. 520–30.
10. Maldonado, S & Weber, R 2009, 'A wrapper method for feature selection using Support Vector Machines', *Information Sciences*, vol. 179, pp. 2208–17.
11. Ng, KS & Liu, H 2000, 'Customer retention via data mining', *AI Rev*, vol. 14, no. 6, pp. 569-90.

12. Theodoridis, S & Koutroumbas, K 2006, *Pattern recognition*, Academic Press, 3<sup>rd</sup>ed.
13. Tseng, TL & Huang, CC 2007, 'Rough set-based approach to feature selection in customer relationship management', *Omega*, vol. 35, pp. 365-83.
14. Webb, AR 2002, *Statistical pattern recognition*, John Wiley & Sons, Ltd., 2<sup>nd</sup>ed.
15. Yan, L & Changrui, Y 2007, 'A new hybrid algorithm for feature selection and its application to customer recognition', *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4616, pp. 102-11.
16. Yan, L, Wolniewicz, R & Dodier, R 2004, 'Predicting customer behaviour in telecommunications', *IEE Intelligent Systems*, vol. 19, pp. 50-8.
17. Yu, E & Cho, S 2006, 'Constructing response model using ensemble based on feature subset selection', *Expert Systems with Applications*, vol. 30, pp. 352-60.