

## احتمال بقای مشترک بهینه در قراردادهای اتکایی مازاد خسارت

دکتر محمدرضا صالحی راد<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۷/۲۵

دکتر آتوسا گودرزی<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۹/۰۹/۱۵

زهرا قاسمی وانانی<sup>۳</sup>

### چکیده

اگر تنها وجود یک صنعت جهت حفظ تعادل در بازار جهانی ضروری باشد، می‌توان ادعا نمود که آن، صنعت بیمه است. صنعت بیمه، بدون همیاری صنعت بیمه اتکایی قادر به انجام وظیفه‌اش نخواهد بود. اکثر تحقیقات انجام گرفته در زمینه بیمه اتکایی تنها با در نظر گرفتن منافع شرکت بیمه‌گر اصلی بوده و منافع شرکت بیمه‌گر اتکایی کمتر مورد توجه بوده است. در این مقاله با در نظر گرفتن فرض‌های غیرنزولی بودن تابع حق بیمه، بواسون بودن رخدادها (وقوع خسارت‌ها)، پیوستگی میزان خسارت‌ها که دارای هر توزیع پیوسته‌اند، تابعی صریح را جهت محاسبه احتمال بقای مشترک شرکت بیمه واگذارنده (بیمه‌گر اصلی) و شرکت بیمه‌گر اتکایی، تا زمان مشخص  $X$  محاسبه می‌کنیم و با توجه به آن مقدار سهم نگهداری بهینه، سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی و نحوه تقسیم حق بیمه را محاسبه می‌کنیم. این مسئله به صورت عددی نشان داده می‌شود و جهت آزمون مدل از داده‌های شرکت بیمه ایران استفاده می‌کنیم.

**واژگان کلیدی:** بیمه اتکایی مازاد خسارت، احتمال عدم ورشکستگی، چند

جمله‌ای اپیل، احتمال بقای مشترک بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی، ب-اسپلین

۱. عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده اقتصاد (Email: Salehirad@ Atu.ac.ir)

۲. عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده بیمه اکو (Email: Goodarzi@Eco.ac.ir)

۳. کارشناس ارشد اکچوئری، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده بیمه اکو (نویسنده مسئول)

(Email: Ghasemistudent@ Yahoo.com)

## ۱. طرح مسئله

با وجود اهمیت بیمه اتکایی در صنعت بیمه، اکثر فعالیت‌ها در شاخه بیمه اتکایی تنها با در نظر داشتن ترجیحات بیمه‌گر اصلی صورت گرفته است. در یک قرارداد بیمه اتکایی، دو طرف قرارداد نقش مهمی ایفا می‌کنند و اگر ترجیحات هر دو طرف بررسی شود به مدلی برای قرارداد اتکایی دست می‌یابیم که همه پارامترهای آن به صورت علمی و حساب شده به دست آمده‌اند.

در این پژوهش یک پرتفوی بیمه را بررسی می‌کنیم که در آن بیمه‌گر اصلی مایل است پرتفو را به وسیله یک قرارداد اتکایی مازاد خسارت تحت پوشش بیمه اتکایی قرار دهد؛ به طوری که سهم نگهداری،  $M$  و سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی  $L$  است و همچنین  $M \geq 0$  و  $L \geq M$  است. به عبارتی بیمه‌گر اصلی بخشی از هر ادعای خسارت را متقبل خواهد شد که برابر با  $m = L - M$  است. در این قسمت برخی مقیاس‌های اندازه‌گیری ریسک با این فرض که دو شرکت بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی هر دو تا زمان مشخص  $X$  بقاء یافته‌اند، معرفی خواهد شد. فرض کنید  $T^C = \inf \{t: t > 0; R_t^C < 0\}$  و  $T^I = \inf \{t: t > 0; R_t^I < 0\}$  به ترتیب زمان ورشکستگی شرکت بیمه‌گر اصلی و شرکت بیمه‌گر اتکایی است.

واضح است دو رخداد بقای شرکت بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی تا زمان  $X$ ، یعنی  $(T^C > X)$  و  $(T^I > X)$  به یکدیگر وابسته‌اند. چنانکه فرآیند ریسک  $R_t^C$  و  $R_t^I$  به واسطه وقوع خسارت‌ها و میزان خسارت یعنی  $w_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) وابسته است. باتوجه به تعریف ریسک می‌دانیم که  $R_t^C = h_c(t) - Y_{N_t}^C$  و  $R_t^I = h_I(t) - Y_{N_t}^I$  بنابراین اگر احتمال بقای مشترک  $P(T^C > X, T^I > X)$  را به عنوان ریسکی که دو طرف پذیرفته و به صورت مشترک تحمل می‌کنند، بررسی کنیم، مفهوم کاملاً معنادار خواهد بود.

به منظور بررسی احتمال بقای مشترک، دو مسئله بهینه‌سازی را مطرح می‌کنیم:

- مسئله ۱: در این حالت فرض می‌کنیم مقادیر سهم نگهداری ( $M$ ) و سقف مسئولیت ( $L$ ) به وسیله شرایط بازار، ریسک‌گریز بودن شرکت بیمه‌گر اصلی و مشورت با بیمه‌گر اتکایی معین شده‌اند. حال قصد داریم نحوه تقسیم بهینه حق بیمه،  $h(t)$ ، بین دو طرف قرارداد را طوری تعیین کنیم که احتمال بقای مشترک شرکت‌های بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی تا زمان مشخص  $X$ ، ماکزیمم شود. به عبارت دیگر برای مقادیر مشخص  $M$ ،  $L$  و  $h(t)$  این معادله را حل می‌کنیم:

$$\max_{h_c(\tau)} P(T^C > X, T^r > X)$$

$$h(\tau) = h_c(\tau) + h_r(\tau)$$

بنابراین ابتدا باید احتمال بقای مشترک محاسبه شود که در قضیه ۱ انجام می‌شود.

- قضیه ۱: احتمال بقای مشترک شرکت بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی تا زمان مشخص  $X$  در یک قرارداد اتکایی مازاد خسارت با مقادیر سهم نگهداری و سقف مسئولیت مشخص برابر است با:

$$P(T^C > X, T^r > X) = e^{-\lambda x} \times (1 + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda^k \int_0^{h(x)} \int_0^{h(x)-w_1} \dots \int_0^{h(x)-w_1-\dots-w_{k-1}} A_k(x; \tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_k)(w_1, \dots, w_k) dw_k \dots dw_2 dw_1) \quad (1)$$

که

$$\tilde{v}_j = \min(\tilde{z}_j, x), \quad \tilde{z}_j = \max(h_c^{-1}(y_j^C), h_r^{-1}(y_j^r)),$$

$$y_j^C = \sum_{i=1}^j w_i^C, \quad y_j^r = \sum_{i=1}^j w_i^r, \quad j = 1, \dots, k,$$

$$w_i^C = \min(w_i, M) + \max(0, w_i - L),$$

$$w_i^C = \min(w_i - M) + \max(0, w_i - L), \quad w_i^r = \min(L - M, \max(0, w_i - M))$$

و  $A_k(x; \tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_k)$  چند جمله‌ای کلاسیک اپل از درجه  $k$  است که به این صورت تعریف می‌شود:

$$A_0(x) = 1, \quad A_k(x) = A_{k-1}(x), \quad A_k(\tilde{v}) = 0$$

به‌وضوح این تئوری، رابطه روشنی بین احتمال بقای مشترک  $(P(T^c > x, T^r > x))$  و کلاس چند جمله‌ای اپل را نشان می‌دهد<sup>۱</sup> (Kazmin, 2002).

- مسئله ۲: در این حالت شرکت بیمه‌گر اصلی مایل است مقدار مشخص  $h_c(t)$  از مجموع مقادیر حق‌بیمه  $(h(t))$  را تصاحب کند و سپس با تعیین مقادیر سهم نگهداری و سقف مسئولیت، مقدار بهینه ریسکی که به‌منظور ماکزیمم عنوان احتمال بقای مشترک نیاز به تقبل آن است را مشخص می‌کند. به عبارت دیگر برای مقادیر ثابت  $h(t)$ ،  $h_c(t)$  و  $h_r(t)$  به طوری که  $h(t) = h_c(t) + h_r(t)$  این معادله را حل می‌کنیم:

$$\max_{L,M} P(T^c > x, T^r > x)$$

بنابراین ابتدا باید احتمال بقای مشترک محاسبه شود که در قضیه ۲ انجام می‌شود.  
- قضیه ۲: احتمال بقای مشترک شرکت بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی تا زمان مشخص  $x$  در یک قرارداد اتکایی مازاد خسارت با مقدار معلوم حق‌بیمه اتکایی برابر است با:

$$P(T^c > x, T^r > x) = e^{-\lambda x} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{h(x)} \int_0^{h(x)-w_1} \dots \int_0^{h(x)-w_1-\dots-w_{k-1}} B_i(\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{i-1}, x) \times \psi(w_1, \dots, w_k) dw_k dw_{k-1} \dots dw_1 \right), \quad (2)$$

$$B_i(\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{i-1}, x) = \sum_{j=0}^{i-1} (-\lambda)^j b_j(\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_j) \left( \sum_{m=0}^{i-j-1} \frac{(\lambda x)^m}{m!} \right)$$

که

$$B_0(\circ) \equiv \circ, B_1(\circ) = 1$$

۱. برای مشاهده اثبات قضیه ر.ک:

Karlin & Taylor, 1981; kaishev & Dimitrova, 2006; kaishev & Dimitrova, 2003; Ignatov et al, 2004

$$b_j(\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_j) = \sum_{i=1}^j (-1)^{j+i} \frac{\tilde{z}_j^{j-i+1}}{(j-i+1)} b_{i-1}(\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_{i-1}), \quad b_0 \equiv 1, \quad \text{و}$$

۱ چنان تعیین می شود که  $\tilde{z}_1 \leq \dots \leq \tilde{z}_{i-1} \leq x < \tilde{z}_i$  و  $\tilde{z}_j$  نیز در قضیه ۱ تعریف شدند.<sup>۱</sup> برای دو حالت مسئله مورد بررسی، دو احتمال بقای مشترک متفاوت حاصل شد. در حالت اول مقادیر  $M$ ،  $L$  و  $h(t)$  ثابت و مقدار  $h_C(t)$  و  $h_r(t)$  متغیر است. در این حالت احتمال بقای مشترک تابعی از چند جمله ای ایل بوده و تابع ایل نیز تابع  $C_r$  (نرخ حق بیمه) است و ما می توانیم مقدار ماکزیمم تابع احتمال بقای مشترک را نسبت به  $C_r$  محاسبه کنیم.

در حالت دوم  $h_C(t)$  ثابت بوده ولی  $M$  و  $L$  متغیرند. در این حالت احتمال بقای مشترک تابعی از ب-اسپلین بوده و ب-اسپلین تابعی از  $M$  و  $L$  است و ما می توانیم ماکزیمم احتمال بقای مشترک را نسبت به  $M$  و  $L$  به دست آوریم. در فصل بعد احتمال بقای مشترک بهینه را محاسبه خواهیم کرد.

## ۲. مورد مطالعه: قرارداد بیمه اتکایی در رشته آتش سوزی در شرکت بیمه ایران

در قسمت قبل، تابعی صریح برای احتمال بقای مشترک به دست آمد؛ در این قسمت قصد داریم قرارداد اتکایی مازاد خسارت در رشته آتش سوزی در شرکت بیمه ایران را به صورت عددی به طور ملموس مشاهده کنیم.

### ۲-۱. تابع حق بیمه

در شرکت بیمه ایران در قراردادهای مازاد خسارت، میزان حق بیمه غالباً به صورت حداقل و ذخیره<sup>۲</sup> است. در این نوع حق بیمه، شرکت بیمه گر اصلی حداقل مقدار حق بیمه ای را پرداخت می کند که برابر با حاصل ضرب برآورد حق بیمه در سال آینده

۱. جهت مشاهده اثبات قضیه ر.ک:

Ignatov & kaishev, 2000; Ignatov et al, 2001; Ignatov et al, 2004

2. Minimum and Deposit (M&D)

از همان پرتفو (درآمد حق بیمه مورد انتظار)<sup>۱</sup> در نرخ پرداخت حق بیمه اتکایی است. در انتهای بازه زمانی قرارداد اگر میزان EPI کمتر از درآمد واقعی در دوره قرارداد بود، شرکت بیمه‌گر اصلی موظف است میزان کسری را با همان نرخ حق بیمه پرداخت نماید. اما در صورتی که EPI بیشتر از میزان درآمد واقعی در دوره قرارداد برآورد شده باشد، شرکت بیمه‌گر اتکایی هیچ‌گونه مسئولیتی در قبال عودت دادن اضافه پرداخت ندارد.

در شرکت بیمه ایران میزان حق بیمه اتکایی به صورت  $h_r(x) = EPI * C_r$  محاسبه می‌شود.  $C_r$  نرخ حق بیمه اتکایی است؛ به عبارت دیگر مبلغی است که برای جبران خسارتی به مبلغ ۱ ریال لازم است. با توجه به تابع حق بیمه اتکایی می‌توان ادعا نمود  $h_r(t) = h(t) * C_r$  میزان کل حق بیمه اتکایی تا زمان  $t$  است. وقتی که  $h(t)$ ، کل حق بیمه دریافتی تا زمان  $t$  است.

کاملاً واضح است که  $h_r(t)$  تابعی صعودی و گسسته است. به منظور محاسبه تابع معکوس درآمد حق بیمه، تابع تجمعی درآمد حق بیمه را با تابع تجمعی خسارات مقایسه می‌کنیم.

## ۲-۲. برآورد تابع توزیع زمان بین رخدادها

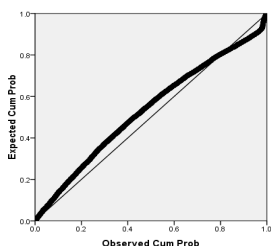
به منظور برآورد تابع توزیع زمان بین رخدادها، زمان‌های بین هر دو رخداد خسارت را محاسبه کرده و سپس یک تابع توزیع احتمال به کمک نرم‌افزار SPSS به آن برآزش می‌دهیم. مطابقت توزیع برآورد شده با اعداد مشاهده شده در نمودار احتمال-احتمال به صورت عینی قابل مشاهده است. در صورتی که تابع توزیع تجمعی برآورد شده به خوبی تابع توزیع تجمعی مشاهده را تخمین بزند، تمامی نقاط نمودار روی یک خط مستقیم قرار خواهند گرفت.

### 1. Estimated Probable Income (EPI)

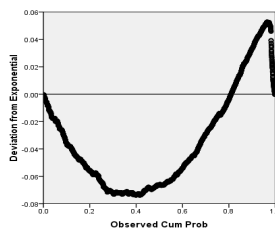
همان گونه که مورد انتظار بود و در نمودار ۱ نیز قابل مشاهده است، زمان انتظار دارای توزیع نمایی است. پارامتر این توزیع  $X = 3326$  یا به عبارتی تقریباً ۹ وقوع خسارت در هر روز است.

نمودار ۱. چپ: مقایسه احتمال تجمعی مورد انتظار و احتمال تجمعی مشاهده شده زمان وقوع خسارت، راست: انحراف از نمایی

Exponential P-P Plot of WaitingTimeBetweenClaims



Detrended Exponential P-P Plot of WaitingTimeBetweenClaims



### ۲-۳. برآورد تابع توزیع خسارت‌ها

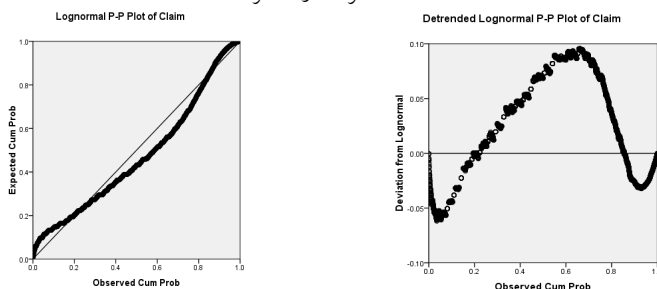
به منظور برآورد تابع توزیع احتمال خسارت‌ها، تابع توزیع احتمالی به پرتفوی خسارت بدون در نظر گرفتن میزان نرخ حق بیمه‌ها را برآزش می‌کنیم. بنابراین تابع توزیع احتمال برآورد شده برای تمامی خسارت‌ها بدون در نظر گرفتن میزان نرخ حق بیمه آنهاست. به نظر می‌رسد تقسیم یک پرتفوی خسارت به خسارت‌هایی با نرخ‌های حق بیمه یکسان مفید است ولی این دسته‌بندی در بررسی شرکت بیمه ایران مؤثر نیست.

بر اساس اینکه رخداد خسارت‌ها مستقل از یکدیگر است، تابع توزیع احتمال مشترک خسارت‌ها برابر با حاصل ضرب تابع توزیع احتمال تک تک خسارت‌هاست. در بررسی بیمه آتش سوزی شرکت بیمه ایران، خسارت‌ها دارای توزیع لگ نرمال با پارامترهای  $Mean = 0.0235$  و  $Variance = 1/585$  است. تابع توزیع تجمعی و انحراف از لگ نرمال خسارت‌ها در نمودار ۲ آمده است.

۱. در این مقاله واحد پول ۱۰ میلیون تومان است. برای مثال ۲ برابر با ۲۰/۰۰۰/۰۰۰ تومان است.

نمودار ۲. چپ: مقایسه احتمال تجمعی مورد انتظار و احتمال تجمعی مشاهده شده خسارت‌ها. راست:

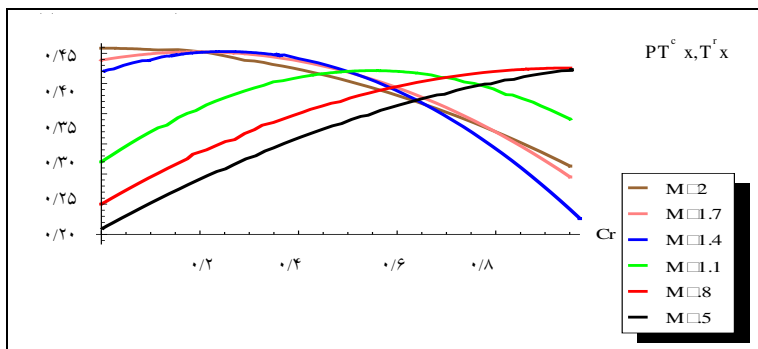
انحراف از لگ‌نرمال



- مسئله ۱: فرض نموده‌ایم که  $L$  و  $M$ ، مقادیر مشخص و ثابتی دارند، سپس احتمال بقای مشترک بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی در پرتفوی آتش‌سوزی با نرخ‌های متفاوت حق‌بیمه را محاسبه نمودیم. حال  $C_r$  ای را مشخص می‌کنیم که مقدار احتمال بقای مشترک را ماکزیمم می‌کند.

نمودار ۳. خسارات دارای توزیع لگ‌نرمال اند ( $\text{Variance}=0.0235$ ,  $\text{Mean}=1/585$ ).

$$\lambda=3326, L=100, h(x)=27152, u=0, x=3$$



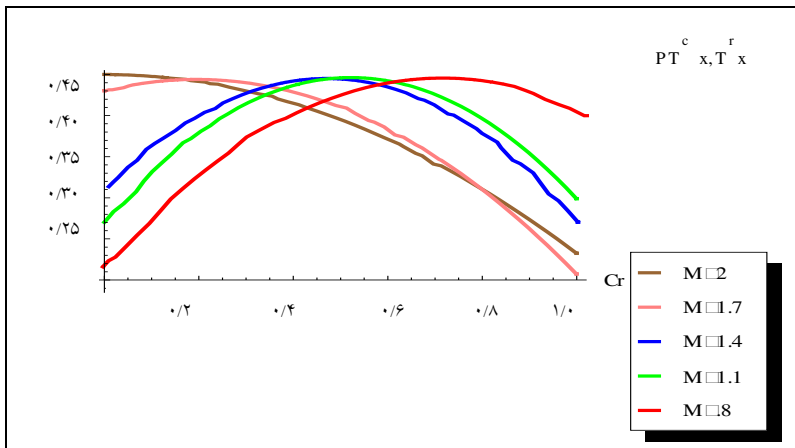
با افزایش سهم نگهداری، مقدار  $C_r$  که احتمال بقای مشترک را ماکزیمم می‌کند، کاهش می‌یابد (نمودار ۳). کاملاً واضح است هنگامی که سهم نگهداری بیمه‌گر اصلی افزایش می‌یابد، میزان ریسک منتقل شده به بیمه‌گر اتکایی کم می‌شود و در نتیجه نرخ حق‌بیمه اتکایی نیز کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر هنگامی که سهم نگهداری کاهش می‌یابد،  $C_r$  افزایش می‌یابد.



زمانی که  $M=2$  است،  $C_r = 0.04$  احتمال بقای مشترک را با مقدار  $P = 0.45$  ماکزیمم می کند. زمانی که  $M=0.5$  است،  $C_r = 0.95$  احتمال بقای مشترک را با مقدار  $P = 0.41$  ماکزیمم می کند.

نمودار ۴. خسارات دارای توزیع لگ نرمال اند (Mean = 0.235, Variance = 1/585)

$$L = 0.5, h(x) = 27152, u = 0, x = 3$$

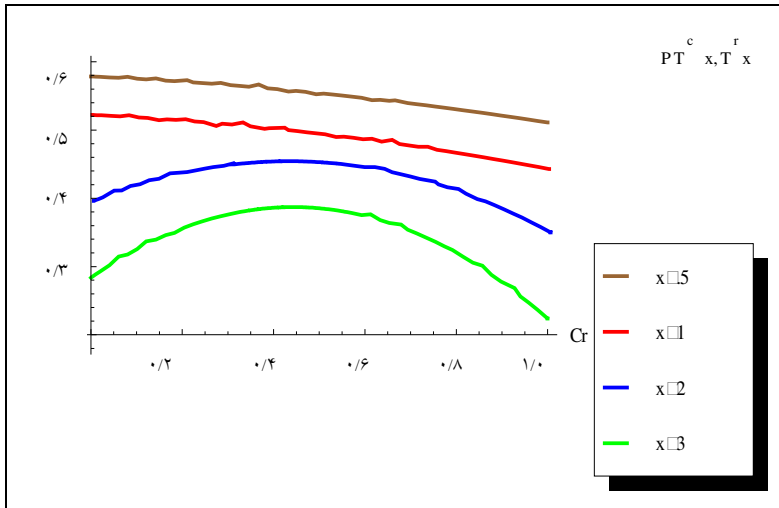


حال اگر سقف نگهداری بیمه گر اتکایی کاهش یافته و مقدار متناهی و به نسبت کوچک  $L = 5$  را بپذیرد، احتمال بقای مشترک بررسی می شود.

زمانی که  $m=L-M$  کاهش یا  $M$  افزایش یابد،  $C_r$  کاهش خواهد یافت (نمودار ۴). با مقایسه نمودار ۴ با نمودار ۳ مشاهده می کنیم  $C_r$  در تصویر ۴ به سمت چپ جهش کرده است. این رخداد بدین معنی است که با کاهش سقف نگهداری بیمه گر اتکایی،  $C_r$  که احتمال بقای مشترک را ماکزیمم کرده، افزایش خواهد یافت. حال قصد داریم تأثیر بازه زمانی بر احتمال بقای مشترک را مشاهده کنیم. در این حالت مقادیر  $M$  و  $L$  مشخص و ثابت اند ولی بازه زمانی  $x$ ، متغیر است.

نمودار ۵. خسارات، توزیع لگ نرمال دارند (Mean=۰/۰۲۳۵, Variance=۱/۵۸۵)  $m=L - M$

$$h(x) = ۲۷۱۵۲, x=۳, u=۰, \lambda=۳۳۲۶, C_r = ۰/۲$$



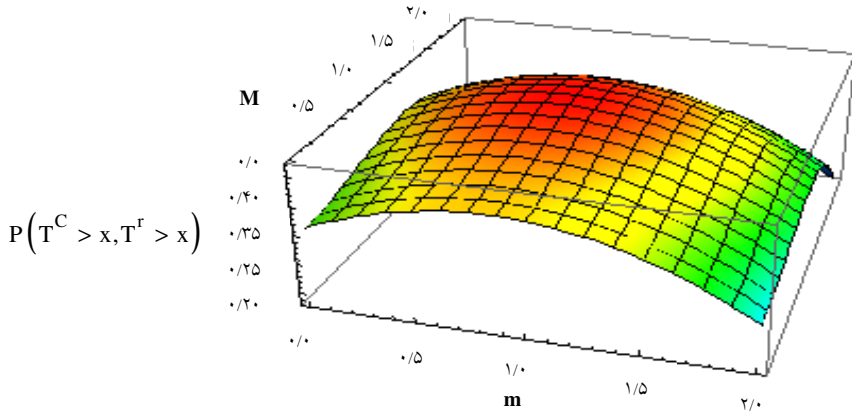
هنگامی که بازه زمانی طولانی تر می شود، تعداد خسارات بیشتری رخ خواهد داد؛ بنابراین احتمال ورشکستگی افزایش یافته و یا به عبارتی احتمال بقای مشترک کاهش می یابد. باتوجه به نمودار ۵، به نظر می رسد برای بازه های زمانی کوتاه تر، احتمال بقای مشترک بیشتر با نرخ حق بیمه کمتر خواهیم داشت.

- مسئله ۲: فرض نموده ایم که مقدار  $h_r(t)$ ,  $h(t)$  و  $h_c(t)$  مقادیر مشخص و ثابتی اند یا به عبارتی بیمه گر اصلی و بیمه گر اتکایی در مورد نحوه تقسیم حق بیمه توافق داشته ولی مقادیر  $M$  و  $L$  هنوز مشخص نشده اند. اگر مقدار سهم نگهداری در بازه (۲ و ۰) و مقدار سقف نگهداری در بازه (۲ و ۴) تغییر کند؛ سؤال مهم این است که بهترین حالت ترکیب این متغیرها که احتمال بقای مشترک را ماکزیمم می کند، چیست؟

می دانیم که  $h_r(x) = h(x) * C_r$  و  $h(x) = ۲۷۱۵۲$  و  $C_r = ۰/۲$  بنابراین  $h_r(x) = ۵۴۳۰/۴$  و  $h_c(x) = ۲۱۷۲۱/۶$  خواهند بود.

نمودار ۶. خسارات، توزیع لگ نرمال دارند (Mean = ۰/۰۲۳۵, Variance = ۱/۵۸۵)  $m=L-M$

$$h(x) = ۲۷۱۵۲, x=۳, u=۰, \lambda=۳۳۲۶, C_r = ۰/۲$$



باتوجه به نحوه تقسیم حق بیمه‌ها، نقطه ماکزیمم احتمال بقای مشترک زمانی است که

$$m = ۰/۸۳۴۶۷۳ \text{ و } M = ۱/۱۴۰۷۸ \text{ و برابر با } P = ۰/۴۱۵۴۶۸ \text{ است (نمودار ۶).}$$

حال اگر نرخ حق بیمه اتکایی افزایش یافته و به  $C_r = ۰/۳$  تغییر کند،  $h_r(x) = ۰/۳ \times ۲۷۱۵۲ = ۸۱۴۵/۶$

و  $h_c(x) = ۱۹۰۰۶/۴$  خواهند بود. مشاهده می‌کنیم در این حالت نقطه ماکزیمم احتمال

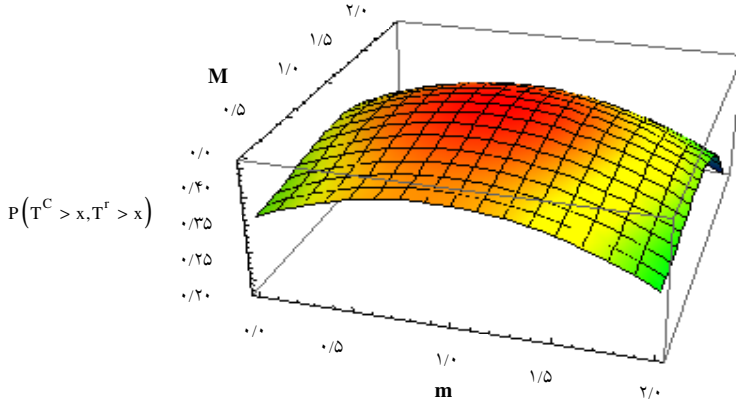
بقای مشترک در  $m = ۰/۹۱۶۲۶$  و  $m = ۱/۰۲۲۸۳۸$  و برابر با  $P = ۰/۴۰۹۳۵۱$  است.

همان‌طور که انتظار داشتیم با افزایش نرخ حق بیمه، میزان تعهد بیمه‌گر اتکایی نیز افزایش

یافته و در نتیجه  $m$  افزایش و  $M$  کاهش می‌یابند (نمودار ۷).

نمودار ۷. خسارات، توزیع لگ نرمال دارند (Mean = ۰/۰۲۳۵, Variance = ۱/۵۸۵) ،  $m=L-M$

$$h(x) = ۲۷۱۵۲, x=۳, u=۰, \lambda=۳۳۲۶, C_r = ۰/۳$$



در این فصل کاربرد روش جدید بررسی قراردادهای بیمه اتکایی را با در نظر گرفتن هر دو طرف آن قرارداد و نه تنها بیمه‌گر اصلی بررسی می‌کنیم. در قرارداد مورد بررسی در شرکت بیمه ایران هنگامی که ترجیحات دو طرف در نظر گرفته شده‌اند می‌توان قراردادی منعقد نمود که تمامی متغیرها به‌طور دقیق محاسبه شده‌اند و قرارداد بهینه‌ای را ایجاد می‌کنند که هر دو طرف قرارداد را راضی خواهد کرد. بیمه‌گر اتکایی حق بیمه بیشتری به بیمه‌گر اصلی تحمیل نخواهد کرد و یا بیمه‌گر اصلی حق بیمه را کم برآورد نمی‌کند. در این قرارداد متغیرهای بهینه خواهیم داشت.

### ۳. توصیه‌های بیمه‌ای برای شرکت بیمه ایران

بیمه اتکایی یکی از مهم‌ترین فعالیت‌ها در فرآیند بیمه است که بدون آن شرکت بیمه قادر به ایفای نقش خود نخواهد بود. فرآیند بیمه اتکایی به شرکت بیمه اجازه کاهش ریسک در موقعیت‌های متمرکز و تقسیم ریسک‌های بزرگ را می‌دهد. نقش بازار بیمه اتکایی در حالتی که خسارات چه در تعداد و چه در میزان خسارت افزایش می‌یابند، پررنگ‌تر خواهد شد. از طرف دیگر بیمه اتکایی زمینه مناسبی جهت دستیابی به علم نوین و تجربیات صنعت بیمه جهانی فراهم می‌کند.

صنعت بیمه اتکایی در ایران، موقعیت خاصی دارد. شرکت‌های بیمه ایرانی به علت وجود تحریم اقتصادی، مشکلاتی در مبادلات اقتصادی با سایر کشورها دارند. هرچند بسیاری از مشکلات با یافتن بازارهای جدید بیمه اتکایی در کشورهایی مثل کره و هند توسط صنعت بیمه کشور حل شده است ولی هنوز مشکلاتی وجود دارد. گروه متخصصین صنعت بیمه، پیشنهاد تشکیل شرکت بیمه اتکایی داخلی را داده‌اند. این امر نه تنها به حل مشکلات تحریم اقتصادی کمک خواهد کرد، بلکه به علت وجود منابع غنی گاز و نفت در کشور، سود حاصل از عملیات اتکایی، منابع مالی قابل توجهی فراهم می‌کند. روش احتمال بقای مشترک بهینه چنانچه بررسی شد، روش بسیار مناسبی جهت برآورد پارامترهای یک قرارداد بیمه اتکایی است. در صورتی که هر دو شرکت بیمه‌گر اصلی و بیمه‌گر اتکایی هر دو داخلی باشند، این شیوه بسیار مفید و مؤثر است و قرارداد اتکایی بهینه و کاملاً علمی فراهم خواهد آورد. براساس روش احتمال بقای مشترک، چند توصیه برای شرکت بیمه ایران به این شرح داریم:

- در شرایطی که مقادیر سهم نگهداری شرکت بیمه‌گر اصلی و سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی مشخص است با در نظر گرفتن منافع هم‌زمان هر دو شرکت، توصیه می‌شود نحوه تقسیم حق بیمه به گونه‌ای تعیین شود که احتمال بقای مشترک بهینه در قراردادهای اتکایی مزاد خسارت برای این شرکت‌ها حاصل شود.
- در شرایطی که سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی مقدار به نسبت بزرگی است، توصیه می‌شود سهم نگهداری شرکت بیمه‌گر اصلی نیز مقدار بزرگی تعیین گردد تا کمترین میزان نرخ حق بیمه پرداخت شده و قرارداد بهینه‌تر باشد.
- در شرایطی که سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی مقدار کوچکی است، توصیه می‌شود سهم نگهداری شرکت بیمه‌گر اصلی نیز مقدار کوچکی تعیین گردد تا بیشترین پوشش بیمه‌ای را دریافت کرده و قرارداد بهینه‌تر باشد.

- در شرایطی که نحوه تقسیم حق بیمه مشخص است با در نظر گرفتن منافع هم‌زمان هر دو شرکت، مقادیر سهم نگهداری شرکت بیمه‌گر اصلی و سقف مسئولیت بیمه‌گر اتکایی به‌گونه‌ای تعیین شود که احتمال بقای مشترک بهینه در قراردادهای اتکایی مازاد خسارت برای این شرکت‌ها حاصل شود.

قابل ذکر است که توصیه‌های بیان‌شده، حاصل نتایج محاسبات و بررسی پرتفوی آتش‌سوزی شرکت بیمه ایران است. امیدواریم ایده‌ای کلی در مورد کاربردهای روش مورد بحث در صنعت بیمه ایران فراهم آورده باشیم. به‌رحال اکنون قضاوت در مورد تأثیر این روش امکان‌پذیر نیست.

### منابع

۱. دستباز، هادی ۱۳۷۲، بیمه/اتکایی، انتشارات بیمه مرکزی ایران، چ ۱.
2. Aase, K 2002, ' Perspectives of risk sharing', *Scandinavian Actuarial Journal*, no. 2, pp. 73–128.
3. Bugmann, C 1997, *Proportional and non-proportional reinsurance*, Swiss Re Publications.
4. Cass, RM, Peter, RK, Gary, SP & Robert, CR 1997, *Reinsurance practices*, Malvern, PA: Insurance Institute of America, 2<sup>nd</sup> ed.
5. Centeno, ML 1991, 'An insight into the excess of loss retention limit', *Scandinavian Actuarial Journal*, pp. 97–102.
6. Centeno, ML 1997, 'Excess of loss reinsurance and the probability of ruin in finite horizon', *Astin Bulletin*, vol. 27, no. 1, pp. 59–70.
7. Cherubini, U, Luciano, E & Vecchiato, W 2004, *Copula methods in finance*, John Wiley & Sons Ltd.
8. Dickson, DCM & Waters, HR 1996, 'Reinsurance and ruin', *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 19, no. 1, pp. 61–80.
9. Dickson, DCM & Waters, HR 1997, 'Relative reinsurance retention levels', *Astin Bulletin*, vol. 27, no. 2, pp. 207–27.
10. Frees, E & Valdez, E 1998, 'Understanding relationships using copulas', *North American Actuarial Journal*, vol. 2, no. 1, pp. 1–25.

11. Hipp, C & Vogt, M 2001, *Optimal dynamic XL reinsurance*, Preprint, no. 1/01, University of Karlsruhe.
12. Joe, H 1997, *Multivariate models and dependent concepts*, Chapman & Hall, London.
13. Ignatov, ZG & Kaishev, VK 1988, *Some properties of generalized B-splines*. In: *proceedings of the conference on the constructive theory of functions '87*, Bulgarian Academy of Science Publishing Co., Sofia, pp. 233-41.
14. Ignatov, ZG & Kaishev, VK 2000, *Two sided bounds for the finite time probability of ruin*, Scand, Actuarial J, pp. 46-62.
15. Ignatov, ZG & Kaishev, VK 2004, 'A finite time ruin probability formula for continuous claim severities', *Journal of Applied Probability*, vol. 41, pp. 570-78.
16. Ignatov, ZG, Kaishev, VK & Krachunov, RS 2001, 'An improved finite-time ruin probability formula and its mathematica implementation', *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 29, pp. 375-86.
17. Ignatov, ZG, Kaishev, VK & Krachunov, RS 2004, 'Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer', *Scandinavian Actuarial Journal*, no. 6, pp. 401-30.
18. Kaishev, VK & Dimitrova, DS 2003, *Finite time ruin probabilities for continuous claim severities*, In: Actuarial Res, Paper 150, Cass Business School, City University, London.
19. Kaishev, VK & Dimitrova, DS 2006, 'Excess of loss reinsurance under joint survival optimality', *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 39, pp. 376-89
20. Karlin, S & Taylor, HM 1981, *A second course in stochastic processes*, Academic Press, New York.
21. Kaz'min, YuA 2002, *Appell polynomials*, Hazewinkel, M. (Ed.), Encyclopaedia of Mathematics. Springer Verlag, Berlin.
22. Krvavych, Y 2001, *On existence of insurer's optimal excess of loss reinsurance strategy*, Paper Presented at the 5th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics.
23. Lee, JB & Engelhardt, M 1992, *Introduction to probability and mathematical statistics*, PWS\_KENT Publishing Company, 2<sup>nd</sup> ed.

24. Patton, A 2004, 'On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation', *Journal of Financial Econometrics*, no. 2, pp.130–68.
25. Schmidli, H 2001, 'Optimal proportional reinsurance policies in a dynamic setting', *Scandinavian Actuarial Journal*, no. 1, pp. 55–68.
26. Schmidli, H 2002, *On minimizing the ruin probability by investment and reinsurance*, Preprint, University of Aarhus.
27. Suijs, J, Borm, P & De Waegenaere, A 1998, 'Stochastic cooperative games in insurance', *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 22, pp. 209–28.
28. Taksar, M & Markussen, C 2003, 'Optimal dynamic reinsurance policies for large insurance portfolios', *Finance and Stochastics*, vol. 7, no. 1, pp. 97–121.
29. Wang, S 1995, 'Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazards transforms', *Insurance Mathematics and Economics*, vol. 17, pp. 43–54.