تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمهٔ ایران با استفاده از توابع مفصل (رویکرد توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی)

محمد میرباقری جم[١]

محمدنبی شهیکی تاش[٢]

غلامرضا زمانیان[٣]

امیر صفری[٤]

تاریخ دریافت: ١٣٩٣/١١/٢٧

تاریخ پذیرش: ١٣٩٤/١١/٢٦

چکیده

در این تحقیق، ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با دو رویکرد متفاوت، تجمیع همزمان با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی و تجمیع سلسله‌مراتبی با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی (HAC)، انجام شده و بر این اساس، حداقل سرمایهٔ لازم برای صنعت بیمه برآورد شده است. نتایج تجمیع و مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری با داده‌های ضریب خسارت طی سال‌های ١٣٩٢-١٣٥٤ نشان می‌دهد که به‌علت تفاوت نوع ساختار وابستگی، حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده با رویکردها و توابع مفصل مختلف، متفاوت است. حداقل سرمایهٔ لازم برای پوشش ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه با مدل استاندارد آیین‌نامهٔ ٦٩ بیمهٔ مرکزی و با داده‌های سال ١٣٩٢ در حدود ٩٦،٩٤٣،٣٩١ میلیون ریال محاسبه شده است؛ در حالی که حداقل سرمایهٔ برآورد شده با سنجهٔ ریسک ارزش در معرض خطر (VaR) در سطح اطمینان ٩٥ درصد با توابع مفصل بیضوی در رویکرد تجمیع همزمان و با توابع مفصل کلایتون و جوی در هر دو رویکرد، کمتر از این مقدار است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از این توابع مفصل در تعیین حداقل سرمایهٔ لازم، توانگری مؤسسات بیمه را بیشتر از حد برآورد شده با روش تجمیع ساده و خطی مدل استاندارد نشان خواهد داد.

واژگان کلیدی: *ریسک بیمه‌گری، توابع مفصل، توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی، تجمیع ریسک‌ها، ساختار وابستگی*

---

١. دانشجوی دکتری دانشگاه سیستان و بلوچستان (نویسندهٔ مسئول)mohammad.mirbagherijam@gmail.com

٢. دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه سیستان و بلوچستان mohammad_tash@eco.usb.ac.ir

٣. استادیار گروه اقتصاد دانشگاه سیستان و بلوچستان .zamanian@eco.usb.ac.ir

٤. سرپرست پژوهشکدهٔ بیمه safari@irc.ac.ir

۱- مقدمه

«بیمه‌گری» و «سرمایه‌گذاری» به‌عنوان دو نوع فعالیت عمده و مرتبط با هم در مؤسسات بیمه مطرح است. فعالیت‌های بیمه‌گری مربوط به صدور بیمه‌نامه‌ها و قبول تعهد پرداخت خسارت به مشتریان در قبال دریافت حق بیمه از آنها است. فعالیت‌های سرمایه‌گذاری نیز مربوط به سرمایه‌گذاری (مازاد) وجوه دریافتی از بیمه‌گذاران (مشتریان) است. در فعالیت‌های بیمه‌گری مؤسسات بیمه، موضوع تجمیع ریسک‌ها یا به عبارت دیگر، تخمین دقیق توزیع توأم ریسک‌ها بسیار مهم است؛ چون‌که این مؤسسات در فعالیت‌های خود با ریسک‌های بسیار زیادی مواجه هستند[۱] و ماهیت ریسکی فعالیت‌های بیمه‌گری آنها باعث شده تا تجمیع ریسک‌ها در مؤسسات بیمه برای قیمت‌گذاری صحیح بیمه‌نامه‌ها، تعیین میزان نگهداری ذخایر فنی[۲] و ارزیابی توانگری مالی و دیگر تصمیمات مهم مؤسسات، بسیار بااهمیت جلوه نماید.

ماهیت ریسکی فعالیت مؤسسات بیمه باعث شده تا نتوان ارزش ریالی دارایی‌ها و بدهی‌های مؤسسات بیمه را به‌صورت قطعی معین کرد، و ممکن است ارزش ریالی دارایی‌ها و بدهی‌های آنها هر یک دارای توزیع آماری خاص خود باشند. بنابراین فرض کنید تحت نگاشت $\rho(\cdot)$ اندازهٔ ریالی دارایی‌ها و بدهی‌های ریسکی در سطح اطمینان α به‌ترتیب به‌صورت $\rho(A_X)$ و $\rho(L_X)$ به دست آید.[۳] آن‌گاه شرط توانگری مالی مؤسسهٔ بیمه ایجاب می‌کند که در هر دوره اندازهٔ ریالی دارایی‌های ریسکی بزرگ‌تر از اندازهٔ ریالی بدهی‌های ریسکی باشد؛ یعنی

---

۱ ناکادا و همکاران (۱۹۹۹) ریسک‌های مؤسسات بیمه را به ریسک‌های سرمایه‌گذاری، ریسک‌های بیمه‌گری و ریسک‌های عملیاتی دسته‌بندی کرده‌اند.

[2] technical provisions

[۳] نگاشت $\rho(\cdot)$، اندازهٔ متغیر تصادفی (ریسک) X را می‌سنجد و به عبارت $\rho_\alpha(X)$، اندازهٔ ریسک X در سطح اطمینان α گفته می‌شود.

$\rho(A_X) > \rho(L_X)$، عبارت $K_\alpha(X) = \rho(A_X) - \rho(L_X)$ را حاشیهٔ توانگری مالی[1] یا سرمایهٔ لازم[2] گویند و این عبارت یک مفهوم کلّی است که از آن می‌توان در تعریف حداقل سرمایهٔ مورد نیاز از نگاه دستگاه نظارتی، یا در تعریف سرمایهٔ اقتصادی یا رتبه‌بندی مؤسسات بیمه استفاده کرد.

بنابراین با توجه به اهمیتی که تجمیع ریسک‌ها در تصمیم‌های مهم مؤسسات بیمه دارد، در این تحقیق ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمهٔ کشور، به‌عنوان یک مؤسسهٔ بیمهٔ فرضی بزرگ و فعال در همهٔ رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای با توابع مفصل و با دو رویکرد متفاوت تجمیع می‌شود. در رویکرد اول از توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی استفاده شده، ریسک‌های بیمه‌گری همزمان تجمیع می‌شوند. در رویکرد دوم، تجمیع ریسک‌ها سلسله‌مراتبی و با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی[3] (HAC) انجام می‌شود. استفاده از توابع مفصل در تجمیع ریسک‌ها در مقایسه با روش ساده و خطی تجمیع، دارای چندین مزیت است. اول این‌که در تجمیع ریسک با توابع مفصل، طبق قضیهٔ بنیادی اسکلار[4] (۱۹۵۹) می‌توان ساختار و اندازهٔ وابستگی بین ریسک‌ها را بر اساس توزیع حاشیه‌ای هر یک از آنها تعیین کرد. دوم، با تعیین توزیع توأم همهٔ ریسک‌ها، امکان برآورد دقیق‌تر حداقل سرمایهٔ لازم بنگاه نسبت به روش تجمیع خطی فراهم می‌شود.

هدف تحقیق، تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمهٔ کشور با لحاظ وابستگی بین ریسک‌ها است. بدین منظور، در ابتدا ساختار وابستگی ریسک‌ها در رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف صنعت بیمه با توابع مفصل مدل‌سازی و بر اساس سنجه‌هایی مانند ضریب تاو کندال (τ)، اندازهٔ وابستگی بین ریسک‌ها سنجش می‌شود. سپس با استفاده از توزیع توأم ریسک‌ها، تجمیع ریسک‌ها صورت

---

[1] solvency margin
[2] required capital
[3] hierarchical archimedean copula (HAC)
[4] Sklar (1959)

می‌پذیرد و حداقل سرمایهٔ مورد نیاز مؤسسه با یک سنجهٔ منسجم ریسک برآورد می‌شود.

۲- پیشینهٔ پژوهش

تابع مفصل اولین بار توسط اسکلار (۱۹۵۹) مطرح شد و امروزه در علوم مختلف به‌ویژه در حوزهٔ بیمه و بازارهای مالی از انواع توابع مفصل در مدل‌سازی ساختار وابستگی متغیرهای تصادفی (مانند بازده سهام و ریسک)، تعیین پورتفولیو مناسب و برآورد سرمایهٔ اقتصادی استفاده می‌شود. با وجود این‌که در خارج از کشور مطالعات متعددی در استفاده از انواع توابع مفصل در حوزهٔ بیمه و بازارهای مالی انجام یافته، تا کنون در ایران پژوهشی در استفاده از توابع مفصل در بیمه انجام نشده است.[۱]

تنگ و والدز[۲] (۲۰۰۹) با استفاده از توابع مفصل کوشی، نرمال و t-استیودنت، و با داده‌های نسبت خسارت ۱۹ سال متوالی در پنج رشته‌فعالیت مختلف، ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمهٔ کشور استرالیا را تجمیع کرده‌اند. آنها نتایج تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل را با نتایج تجمیع ساده و خطی ریسک‌ها مقایسه کرده و نشان داده‌اند که سرمایهٔ اقتصادی لازم در مؤسسات بیمه با لحاظ وابستگی بین ریسک‌ها در رشته‌فعالیت‌های مختلف، کمتر از حالتی است که ساختار وابستگی لحاظ نشده است. ساولی و کلمنت[۳] (۲۰۱۰) با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی سلسله‌مراتبی (HAC)، ریسک‌های حق بیمهٔ تولیدی رشته‌فعالیت‌های بیمه‌های غیر زندگی را برای مؤسسات بزرگ بیمهٔ اتحادیهٔ اروپا تجمیع کرده و نشان

---

[۱] صفری (۱۳۹۲) در طرح پژوهشی با عنوان «مطالعه و طراحی سیستم نظارت مالی بر مؤسسات بیمهٔ ایرانی با استفاده از تجربهٔ سایر کشورها» با روش تجمع ساده، ریسک‌های بیمه‌گری را برای رشته‌فعالیت‌های مختلف و برای کلّ صنعت بیمه محاسبه کرده است. آیین‌نامهٔ شماره ٦۹ بیمهٔ مرکزی کشور در ارزیابی توانگری مالی مؤسسات بیمه بر اساس نتایج مطالعهٔ او تنظیم و تصویب شده است.

[2] Tang and Valdez

[3] Savelli and Clemente

داده‌اند که تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل در مقایسه با مدل استاندارد نظارت مالی توانگری مالی ۲ (Solvency II)، سرمایهٔ لازم مؤسسات بیمه را کمتر ارزیابی می‌کند.

نجینو و مولیناری[1] (۲۰۱۱) ایراد اساسی در استفاده از مدل استاندارد توانگری مالی ۲ در نظارت مالی مؤسسات بیمه را مطرح کردند. در این استاندارد، سطح اطمینان توانگری مالی ۹۵ درصد در نظر گرفته شده است. همچنین وابستگی بین ریسک‌های بیمه‌گری، ریسک‌های اعتبار، ریسک‌های بازار و ریسک‌های عملیاتی مؤسسات بیمه، خطی و ساده فرض شده است. لذا آنها با تجمیع این ریسک‌ها با توابع مفصل نشان داده‌اند که استفاده از توابع مفصل در هر سطح از تجمیع، سطح توانگری مالی مؤسسات بیمه را بیشتر از روش فرمول استاندارد نشان می‌دهد.

سزادو[2] و همکاران (۲۰۱۲) در رشته‌فعالیت بیمه‌ای «حوادث خودرو» کلّ زیان و خسارت ناشی از حوادث خودرو در کشور آلمان را با استفاده از توابع مفصل مختلط و با داده‌های روزانهٔ تعداد دفعات وقوع حادثه و شدت حادثه مدل‌سازی کرده‌اند. بدین منظور آنها در ابتدا توزیع حاشیه‌ای پواسون متغیر تعداد دفعات وقوع حادثه و توزیع حاشیه‌ای گامای متغیر اندازهٔ خسارت هر حادثه را با یک تابع مفصل نرمال ترکیب نموده، وابستگی بین این دو متغیر را تعیین کرده، مدل‌سازی را انجام داده‌اند.

۳- مدل‌سازی و سنجش ساختار وابستگی متغیرهای تصادفی

۳-۱- توابع مفصل

تابع مفصل، یک تابع توزیع احتمال چندمتغیره است که تابع توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها دارای توزیع یکنواخت است. فرض کنید F تابع توزیع تجمعی توأم بردار متغیرهای تصادفی $X = (X_1, \dots, X_d)$ با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_1, \dots, F_d$ باشد.

[1] Nguyen and Molinari
[2] Czado

آن‌گاه بر اساس قضیهٔ بنیادی اسکلار (۱۹۵۹) یک تابع مفصل مانند C وجود خواهد داشت به‌طوری که برای هر x در $\mathbb{R}$،

$$F(X) = C\big(F_1(X_1), \dots, F_d(X_d)\big), \qquad (۱)$$

و اگر F_1 و F_2 و ... و F_d پیوسته باشند، C یکتا خواهد بود.[۱] بنابراین با دانستن توزیع حاشیه‌ای هر یک از ریسک‌ها و استفاده از یک تابع مفصل معین مناسب مانند C می‌توان به توزیع توأم ریسک‌ها دست یافت و از آن برای تعیین حداقل سرمایهٔ لازم استفاده کرد. توابع مفصل بسیار متنوع‌اند و هر یک از آنها بیان‌کنندهٔ الگوی خاصی از ساختار وابستگی بین متغیرها است. خانواده‌های معروف توابع مفصل شامل توابع مفصل ضربی، توابع مفصل بیضوی، توابع مفصل تک‌پارامتری ارشمیدسی، توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی و توابع مفصل تاکی[۲] است.

در الگوی تابع مفصل ضربی، مجموعهٔ متغیرهای تصادفی مستقل از هم هستند. در الگوی توابع مفصل بیضوی (نرمال و t–استیودنت) توزیع توأم، مجموعهٔ متغیرهای تصادفی توزیع نرمال و t–استیودنت چندمتغیره است.[۳] توابع مفصل ارشمیدسی بسیار انعطاف‌پذیرند و دامنهٔ وسیعی از ساختار وابستگی‌ها به‌ویژه وابستگی دنباله‌ای توزیع متغیرهای تصادفی را مدل‌سازی می‌کنند. فرم کلّی آنها به‌صورت زیر است:

$$C(u_1, \dots, u_d, \theta) = \psi_\theta\big(\textstyle\sum_{d=1}^{D} \psi_\theta^{-1}(u_d)\big), u_d \in [0,1] \qquad (۲)$$

---

[۱] علاوه بر این اگر F پیوستهٔ اکید باشد، تابع چگالی مشترک بردار تصادفی **X** به‌صورت زیر است:

$$f(x_1, \dots, x_d) = \big[\textstyle\prod_{k=1}^{d} f_k(x_k)\big] \times c\big(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)\big)$$

یعنی تابع چگالی هر توزیع چندمتغیره را می‌توان به‌صورت حاصل‌ضرب دو مؤلفهٔ ساختار وابستگی و توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی نوشت. در رابطهٔ بالا حروف کوچک دلالت بر تابع چگالی دارد.

[2] vine copulas

[۳] تابع مفصل t چندمتغیره دارای دو پارامتر ضریب همبستگی پیرسون ρ و درجهٔ آزادی v است. با افزایش درجهٔ آزادی تابع مفصل t–استیودنت به سمت تابع مفصل نرمال همگرا می‌شود.

که در آن $\psi:[0,\infty)\to[0,1]$ و ψ تابع کاهشی و پیوسته است به‌طوری که $\psi(0)=1$ و $\psi(\infty)=0$ و معکوس آن ψ^{-1} است که در بازهٔ $[۰,\infty)$ یکنوا و محدب است. $\psi_\theta(t)$ تابع گشتاور توابع مفصل ارشمیدسی تک‌پارامتری است. با قرار دادن $\psi(t)=(-\log t)^\theta$ و با فرض $\theta\geq 1$ در رابطهٔ فوق، تابع مفصل گومبل[1] به دست می‌آید. همچنین با قرار دادن $\psi(t)=\frac{t^{-\theta}-1}{\theta}$ و با فرض $\theta>0$ در رابطهٔ (۲) خانوادهٔ توابع مفصل کلایتون به دست می‌آید. تابع مفصل کلایتون برعکس تابع مفصل گومبل فقط وابستگی دنباله‌ای پایین متغیرها را نشان می‌دهد.

اگر $\psi(t)=-\log\left(\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}\right)$ و با فرض $\theta\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$، تابع مفصل فرانک به دست می‌آید. تابع مفصل فرانک همانند تابع مفصل نرمال وابستگی دنباله‌ای بالا و پایین ندارد. در جدول ۱ ویژگی‌های توابع مفصل دومتغیرهٔ خانوادهٔ ارشمیدسی و بیضوی با هم مقایسه شده است.

جدول ۱. خلاصهٔ ویژگی‌های توابع مفصل خانوادهٔ ارشمیدسی و بیضوی

تابع مفصل	وابستگی مثبت	وابستگی منفی	تقارن دم توزیع	وابستگی در دم پایین	وابستگی در دم بالا
N	✓	✓	✓	–	–
t	✓	✓	✓	✓	✓
C	✓	–	–	✓	–
G	✓	–	–	–	✓
F	✓	✓	✓	–	–
J	✓	–	–	–	✓

چندین محدودیت در مدل‌سازی ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی با توابع مفصل بیضوی و توابع مفصل ارشمیدسی تک‌پارامتری وجود دارد. اول این‌که در این نوع توابع مفصل ساختار وابستگی متغیرها تنها با یک یا دو پارامتر انجام می‌شود. ثانیاً ساختار وابستگی نسبت به جایگشت متغیرها متقارن است (اوخرین و

[1] Gumbel copula

همکاران، ۲۰۱۳). لذا در همین راستا توابع مفصل جدیدی به وجود آمدند که خانوادهٔ توابع مفصل HAC از مهم‌ترین آنها است. به خانوادهٔ توابع مفصل HAC بر اساس الگوی ساخت آنها، توابع مفصل ارشمیدسی تودرتو[1] هم گفته می‌شود. فرض کنید مجموعه‌ای متشکل از ٤ متغیر تصادفی با توزیع‌های حاشیه‌ای (u_1, u_2, u_3, u_4) داشته باشیم، آن‌گاه این مجموعه را با $C_1^4 = 4$ حالت می‌توان به مجموعه‌های ۱ عضوی و ۳ عضوی افراز کرد. بنابراین اگر مثلاً با مجموعهٔ سه‌عضوی (u_1, u_2, u_3) و پارامتر θ_{123} تابع مفصل ارشمیدسی $C_{123,\theta_{123}}$ را ایجاد کنیم، می‌توانیم با توزیع حاشیه‌ای این تابع مفصل و توزیع حاشیه‌ای متغیر مجموعهٔ ۱ عضوی و با پارامتر $\theta_{123,4}$ تابع مفصل ارشمیدسی جدید $C_{\{123\},\{4\},\theta_{123,4}}$ را ایجاد کنیم. به تابع مفصل ساخته‌شدهٔ اخیر، تابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی گفته می‌شود. بنابراین بر اساس نحوهٔ افراز مجموعهٔ متغیرهای تصادفی و نوع تابع مفصل و پارامتر استفاده‌شده در هر مرحله از ایجاد تابع مفصل جدید، خانواده‌ای از توابع مفصل HAC با ساختارهای مختلف درختی خواهیم داشت.[2] برای مطالعهٔ بیشتر در تخمین و انتخاب ساختار درختی مناسب برای هر یک از خانواده‌های HAC به مقالهٔ اوخرین و همکاران (۲۰۱۳) مراجعه کنید.

۳-۲- سنجش وابستگی متغیرهای تصادفی

وابستگی بین متغیرهای تصادفی را با سنجه‌های مختلفی می‌سنجند. در تعریف برخی از این سنجه‌ها، فقط بر وابستگی بین میانگین توزیع متغیرها تأکید می‌شود؛ مانند ضریب همبستگی خطی پیرسون.[3] در برخی دیگر از سنجه‌های وابستگی مانند

---

[1] nested

[2] در ساخت خانوادهٔ توابع مفصل HAC فرض می‌شود که در همهٔ مراحل ساخت، فقط از یک نوع تابع مفصل ارشمیدسی استفاده شده است و تابع مفصل HAC ساخته‌شده بر اساس همان نام‌گذاری می‌شود؛ مانند HAC-Frank که با تابع مفصل فرانک ساخته شده است.

[3] Pearson linear correlation coefficient

ضریب تاو کندال[1] (τ) و ضریب رو اسپیرمن[2] (ρ) وابستگی در کلّ دامنهٔ توزیع مورد نظر است. ضریب تاو کندال برای دو بردار مستقل از هم با توزیع‌های یکسان (X_1, Y_1) و (X_2, Y_2) به‌صورت احتمال انطباق توزیع‌ها منهای احتمال عدم انطباق توزیع‌ها تعریف می‌شود. یعنی:

$$\tau_{X,Y} = P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \quad (۳)$$

در سنجه‌هایی مانند وابستگی دنباله‌ای بالا (Λ_U) و دنباله‌ای پایین (Λ_L) فقط به‌اندازهٔ وابستگی در دم سمت راست و چپ تابع توزیع تمرکز می‌شود.[3]

٤- سنجش اندازهٔ ریسک‌ها و روش‌های تجمیع آنها

٤-١- اندازه‌گیری ریسک

سنجش و تعیین اندازهٔ ریسک بسیار مهم است؛ چون با تعیین اندازهٔ ریسک ها امکان مقایسهٔ ریسک ها در دارایی‌های مختلف فراهم می‌شود و از اندازهٔ ریسک در تعیین سرمایهٔ اقتصادی، قیمت گذاری منصفانهٔ بیمه نامه ها و مدیریت ریسک استفاده می‌شود. سنجه های متداول اندازهٔ ریسک عبارت‌اند از: انحراف معیار[4] (σ)، ارزش در معرض خطر[5] (VaR) و کمبود انتظاری[6] (ES)، و از بین آنها فقط کمبود انتظاری ویژگی‌های یک سنجهٔ ریسک منسجم[7] را دارد. در صورتی که یک سنجهٔ ریسک منسجم نباشد نمی‌توان از آن در سنجش اندازهٔ ریسک های تجمیع‌شده استفاده کرد؛ چون‌که اندازهٔ ریسک‌های تجمیع‌شده ممکن است نامتناهی شود.

---

[1] Kendall's tau
[2] Spearman's rho
[3] برای توضیح بیشتر دیگر سنجه‌های وابستگی به مقالهٔ Embrechts et al. (1999) مراجعه کنید.
[4] volatility
[5] value-at-risk (VaR)
[6] expected shortfall (ES)
[7] coherent risk measure

٤-٢- تجمیع ریسک‌ها و سنجش اندازهٔ آن

تجمیع ریسک ها ممکن است مبتنی بر روش ساده و خطی باشد یا با استفاده از توابع مفصل انجام شود. فرض کنید مجموعهٔ بردارهای تصادفی n متغیرهٔ $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ بیان‌کنندهٔ مجموعهٔ ریسک‌های بیمه‌گری یک مؤسسهٔ بیمهٔ فرضی باشد و هدف، سنجش اندازهٔ این مجموعهٔ ریسک ها به‌منظور تعیین حداقل سرمایهٔ مورد نیاز بنگاه است.

اندازهٔ تجمیع سادهٔ ریسک‌ها

در روش تجمیع ساده و خطی، نخست اندازهٔ هر یک از ریسک‌ها با سنجه‌هایی مانند VaR و ES محاسبه می‌شود و سپس با در نظر گرفتن همبستگی خطی بین ریسک‌ها، اندازهٔ تجمیع آنها با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:[1]

$$VaR(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} VaR_{\alpha}^{2}(X_i) + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} VaR_{\alpha}(X_i) VaR_{\alpha}(X_j)} \quad (٤)$$

که در آن VaR_i اندازهٔ ریسک X_i، و ρ_{ij} ضریب همبستگی بین ریسک‌های X_j و X_i است و $VaR_{\alpha}(X)$ اندازهٔ ریسک‌های تجمیع شدهٔ مجموعهٔ X در سطح اطمینان α است، و در صورتی که $\rho_{ij} = 1$ باشد، داریم:[2]

$$VaR_{\alpha}(X) = \sum_{i=1}^{n} VaR_{\alpha}(X_i) \quad (٥)$$

رابطهٔ فوق اندازهٔ مجموعهٔ ریسک های مؤسسهٔ بیمه را وقتی که بین ریسک ها وابستگی خطی، کامل و مثبت وجود دارد، بیان می‌کند. ولی ممکن است وابستگی بین ریسک‌ها کامل و مثبت نباشد و غیرخطی باشد. در آن صورت تجمیع ریسک‌ها با استفاده از توابع مفصل و با لحاظ ساختار وابستگی بین آنها انجام می‌شود.

---

۱ برای اثبات این روابط به صفحهٔ ٢٦ مقاله Dhaene et al. (2002) مراجعه کنید.

۲ در صورت استفاده از سنجهٔ ES، و با فرض $\rho_{ij} = 1$، داریم: $ES_{\alpha}(X) = \sum_{i=1}^{n} ES_{\alpha}(X_i)$.

اندازهٔ ریسک‌های تجمیع‌شده با توابع مفصل

در این‌جا برای تعیین اندازهٔ مجموعهٔ ریسک‌های $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ نخست ساختار وابستگی بین متغیرها با استفاده از توزیع حاشیه‌ای هر یک از ریسک‌ها و با یک تابع مفصل معین مانند C مدل‌سازی می‌شود. سپس براساس توزیع حاشیه‌ای تابع مفصل ساخته‌شده، که به‌نوعی توزیع توأم ریسک‌ها را نشان می‌دهد، اندازهٔ ریسک‌های تجمیع‌شدهٔ مجموعهٔ X با تابع مفصل مطلوب را با یکی از سنجه‌های منسجم ریسک تعیین می‌کنیم.

فرض کنید $VaR_\alpha(\mathrm{X}^c)$ اندازهٔ مجموعهٔ ریسک‌های تجمیع شده مؤسسهٔ بیمه با استفاده از توابع مفصل باشد. آن گاه در صورتی که فرض کنیم سنجهٔ VaR یک سنجهٔ منسجم از ریسک باشد، تفاضل $VaR_\alpha(\mathrm{X}^c)$ از رابطهٔ (۵)، اندازهٔ منفعت حاصل از تجمیع ریسک ها با در نظر گرفتن ساختار وابستگی بین آنها با توابع مفصل را به دست می‌دهد؛ چون بنا به اصل جمع‌پذیری سنجهٔ منسجم ریسک و رابطهٔ (۵) داریم:

$$VaR_\alpha(X^c) \leq \sum_{i=1}^{n} VaR_\alpha(X_i) = VaR_\alpha(X) \qquad (٦)$$

بنابراین عبارت $VaR_\alpha(\mathrm{X}) - VaR_\alpha(\mathrm{X}^c)$ که اندازهٔ منفعت حاصل از تجمیع ریسک ها با توابع مفصل را می‌سنجد همواره مقداری مثبت است. پس در صورتی که مؤسسات بیمه تجمیع ریسک ها و تعیین حداقل سرمایهٔ لازم را با استفاده از توابع مفصل انجام دهند، به حداقل سرمایهٔ کمتری در مقایسه با حالتی که تجمیع ریسک ساده و خطی انجام می‌شود نیاز دارند و می‌توانند از تنوع فعالیت‌های خود در رشته فعالیت‌های مختلف بهره ببرند. بنابراین انتظار می‌رود که ارزیابی توانگری مالی مؤسسات بیمه با روش‌های جدید و با استفاده از توابع مفصل، توانگری مالی آنها را بیشتر از قبل نشان دهد.

۵- داده‌ها و نتایج تجربی

۵-۱- توصیف آماری داده‌ها

شاخص نسبت خسارت به صورت نسبت خسارت پرداخت شده به حق بیمهٔ دریافت شده تعریف می‌شود و این شاخص در هر رشته فعالیت نمایانگر ریسک بیمه گری متناظر در آن رشته‌فعالیت است و استفاده از آن معیار مناسبی برای مقایسهٔ شدت تهدید ریسک‌های بیمه گری در هر رشته‌فعالیت است. بنابراین در این پژوهش از داده‌های نسبت خسارت در رشته‌فعالیت‌های مختلف طی سال‌های ١٣٥٤-١٣٩٢ که از سایت بیمهٔ مرکزی قابل دسترس می‌باشد در تجمیع ریسک های بیمه گری صنعت بیمه استفاده شده است. برای محاسبهٔ شاخص نسبت خسارت صنعت بیمه داریم:

$$LR_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} IC_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}} = \sum_{i=1}^{n} LR_{i,t} \times \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}} = \sum_{i=1}^{n} LR_{i,t} \times w_{i,t} \qquad (۷)$$

که در آن $IC_{i,t}$ و $EP_{i,t}$ به‌ترتیب بیان‌کنندهٔ خسارت پرداخت‌شده و حق بیمهٔ دریافت‌شده در دورهٔ t در رشته‌فعالیت i ام صنعت بیمه است و عبارت $w_{i,t} = \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}}$ سهم رشته فعالیت **i ام** در حق بیمهٔ تولیدی بنگاه است. رابطهٔ (۷) نشان می‌دهد که نسبت خسارت بنگاه برابر با میانگین وزنیِ نسبت خسارت هر یک از رشته فعالیت های شرکت بیمه است، که در آن وزن‌ها سهم حق بیمهٔ تولیدی هر یک از رشته‌فعالیت‌ها از کل حق بیمهٔ تولیدی است.

در این سال، درآمد حق بیمهٔ تولیدی صنعت بیمهٔ کشور با فعالیت در ١٦ رشته مختلف در حدود ١٢٨٤٦٢ میلیارد ریال بوده و حدود ۹۰ درصد از آن (١١٥١٢٣ میلیارد ریال) در جبران خسارت بیمه‌گران به آنها پرداخت شده است. بیشترین حق بیمهٔ تولیدی (به‌ترتیب با ٤٠ و ٢٣ درصد از کلّ حق بیمهٔ تولیدی) مربوط به رشته فعالیت های «بیمه شخص ثالث و مازاد» و «بیمهٔ درمان» است، و در این دو رشته فعالیت، خسارت پرداختی بیش از حق بیمهٔ تولیدی بوده و لذا نسبت خسارت آنها بزرگ‌تر از یک است. با توجه به این‌که بیش از ۹٦ درصد از حق بیمهٔ تولیدی

در ۱۰ رشته‌فعالیت x1 تا x10 است، برای سادگی کار، تجمیع ریسک بیمه‌گری فقط برای این ده رشته انجام شده است.

جدول ۲. حق بیمهٔ تولیدی و خسارت پرداخت‌شده در رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه در سال ۱۳۹۲

ریسک متناظر رشته‌فعالیت‌ها		حق بیمهٔ تولیدی	سهم از بازار	خسارت پرداختی	نسبت خسارت
شخص ثالث و مازاد	x1	51,745,766	0.4028	53,523,386	1.034
درمان	x2	30,500,851	0.2374	35,801,123	1.174
بدنهٔ اتومبیل	x3	10,287,407	0.0801	6,612,351	0.643
مسئولیت	x4	8,323,430	0.0648	6,834,766	0.821
حوادث راننده	x5	6,085,592	0.0474	2,781,557	0.457
آتش‌سوزی	x6	5,880,292	0.0458	2,457,451	0.418
زندگی (عمر)	x7	4,639,439	0.0361	3,322,801	0.716
نفت و انرژی	x8	2,047,877	0.0159	675,154	0.330
مهندسی	x9	1,984,672	0.0154	980,215	0.494
حوادث	x10	1,898,604	0.0148	656,572	0.346
کشتی	x11	1,726,179	0.0134	683,091	0.396
باربری	x12	1,598,649	0.0124	369,908	0.231
هواپیما	x13	1,349,454	0.0105	69,415	0.051
اعتبار	x14	202,878	0.0016	310,117	1.529
پول	x15	103,187	0.0008	20,015	0.194
سایر انواع	x16	88,067	0.0007	25,426	0.289
جمع صنعت بیمه		128,462,345	1	115,123,347	0.896

توضیحات: ارقام به میلیون ریال است. رشته‌فعالیت‌ها بر اساس اهمیت نسبی در تولید حق بیمه مرتب شده‌اند.

۵-۲- نتایج تجربی

در این بخش، نتایج مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه و تجمیع ریسک‌ها در رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای ارائه و تحلیل می‌شود.[۱]

[۱] محاسبات با استفاده از بسته‌های نرم‌افزاری HAC و Copula نرم‌افزار R انجام شده است.

نتایج مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری

فرض کنید مجموعهٔ ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در ده رشته‌فعالیت منتخب را با $X = \{X_1, \cdots, X_{10}\}$ نشان دهیم. به‌منظور مدل‌سازی ساختار وابستگی این ریسک‌ها با توابع مفصل لازم است که در ابتدا توزیع حاشیه‌ای هر یک از آنها را تعیین کنیم و سپس با الگوی یک تابع مفصل معین، توزیع توأم (مشترک) ریسک‌ها و ساختار وابستگی بین آنها را مشخص کنیم. البته همیشه تعیین نوع تابع توزیع حاشیه‌ای و پارامترهای آن از داده‌های واقعی کار آسانی نیست. لذا در این‌جا در مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌ها، از تابع توزیع حاشیه‌ای تجربی هر یک از ریسک‌ها استفاده شده است، که به‌طور تجربی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\hat{F}(x) = (n+1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} I(X_i \leq x), \qquad (۸)$$

که در آن n تعداد مشاهدات در متغیر تصادفی X بوده و $\hat{F}$ برآورد توزیع حاشیه‌ای تجربی متغیر تصادفی است. جدول ۳ نتایج مدل‌سازی همزمان ساختار وابستگی مجموعهٔ ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با توابع مفصل گوسی، t-استیودنت، گومبل، کلایتون، فرانک، جوی را خلاصه می‌کند. شکل‌های ۱ تا ٤ نیز نتایج مدل‌سازی ساختار وابستگی سلسله‌مراتبی ریسک‌های بیمه‌گری در رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای صنعت بیمه با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی را نشان می‌دهند. نتایج جدول ۳ و شکل‌های ۱ تا ٤ نشان می‌دهد که به‌علت تفاوت در الگوی هر یک از توابع مفصل، نتایج مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌ها با توابع مفصل مختلف، متفاوت است.

ضریب تاو کندال (τ) در جدول ۳ نشان می‌دهد که با احتمالی بیش از ۱۱ درصد، توزیع آماری ریسک ها بر یکدیگر انطباق دارد.[۱] علاوه بر این ضریب رو

---

[۱] تابع مفصل t-student انطباق توزیع‌های آماری ریسک‌های بیمه‌گری در رشته‌فعالیت‌های مختلف با احتمال بیش از ۱۱/۹٤ درصد را نشان می‌دهد.

اسپیرمن (ρ) حداقل وابستگی خطی ۱۸ درصدی را که با تـابع مفصـل t-student بـرآورد شده است، در بین ریسک‌های بیمه‌گری رشته‌فعالیت‌های مختلف نشان می‌دهد.

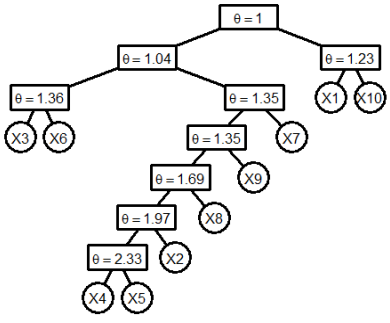
جدول ۳. نتایج مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با توابع مفصل

نوع تابع مفصل و پارامتر(های) آن		تخمین پارامتر	انحراف استاندارد	loglik	تخمین سنجه‌های وابستگی بین ریسک‌ها
Gussian		۰,۳۰۷۸۵۸۵	۰,۰۴۸۷۵	۱۸,۷۵۱۸۹	$\rho = 0.3078$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = 0$
t-student	ρ و v	۰,۱۸٦۵۸۹ و ٤	۰,۰۵۳۱۳	۱۵,٦۸۰۵۸	$\tau = 0.1194$ و $\rho = 0.1865$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = 0.1233$
AC Gumbel	θ	۱,۲۱۳٤۹	۰,۰٤۳۸۱	۱۹,۳۵۷٦۲	$\tau = 0.1759$ و $\rho = 0.2608$ و $\Lambda_U = 0.2296$ و $\Lambda_L = 0$
AC Clayton	θ	۰,۳۹٦۵۵٤٤	۰,۰۸۲۰٤	۲۱,۱۷۲۰۲	$\tau = 0.1654$ و $\rho = 0.2458$ و $\Lambda_U = 0$ و $\Lambda_L = 0.1741$
AC Frank	θ	۱,٤۷۵۰۷۲	NA	۱۹,۲۵۳۳	$\tau = 0.1604$ و $\rho = 0.2389$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = 0$
AC Joe	θ	۱,۳۰۰۰٤۳	NA	۱۵,۳۰۰۵۸	τ =0.1455 و $\Lambda_U = 0.2956$ و $\Lambda_L = 0$

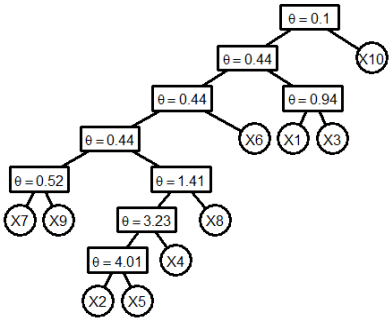
توضیحات: مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌ها در این‌جا با فرض نامعلوم بودن توزیع حاشیه‌ای ریسک ها بوده است. بنابراین تجمیع ریسک ها بر اساس رتبهٔ آماری (rank) هر یک از مشاهدات و داده‌های واقعی متغیرهای نسبت خسارت در هر یک از رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه انجام شده است. برای تابع مفصل Joe امکان تخمین سنجهٔ وابستگی رو اسپیرمن (ρ) وجود ندارد.

شکل‌های ۱ تا ٤. ساختار وابستگی سلسله‌مراتبی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه

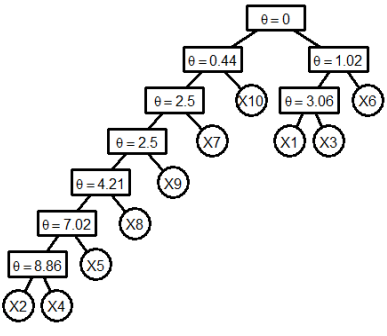
HAC Gumbel (۱)



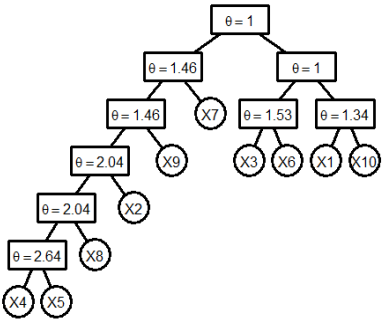
HAC Clayton (۲)



HAC Frank (۳)



HAC Joe (٤)



دقت کنید که ضرایب وابستگی تاو کندال و رو اسپیرمن محاسبه شده در دیگر توابع مفصل، بیش از تابع مفصل t-student است. ضریب وابستگی دنباله ای بالا (Λ_U) در توابع مفصل استیودنت، گومبل و جوی عددی غیر صفر و نسبتاً قابل ملاحظه است.

با توجه به این‌که متغیرهای تصادفی استفاده‌شده در مدل‌سازی وابستگی بین رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه، ضریب خسارت در آن رشته است، غیر صفر بودن و بزرگ بودن ضریب وابستگی دنباله ای بالا اشاره به این موضوع دارد که اگر در یک دوره مثلاً در یک رشته فعالیت، نسبت خسارت پرداخت‌شده به حق بیمهٔ دریافت شده به‌دلایلی افزایش یابد، مؤسسه یا صنعت بیمه باید انتظار افزایش ضریب خسارت در دیگر رشته‌فعالیت‌های خود را داشته باشد. در این‌جا هر اندازه ضریب

وابستگی دنباله‌ای بالا در بین ریسک بیمه‌گری رشته‌فعالیت‌ها بزرگ‌تر باشد، مؤسسهٔ بیمه باید تنوع فعالیت های خود را محدودتر کند تا بتواند از بروز زیان های بسیار بزرگ و همزمان در چندین رشته با هم پرهیز کند.

آماره لگاریتم تابع درست نمایی (loglik) متناظر با هر تابع مفصل، برآورد شده و در جدول ۳ ارائه شده است. بر اساس این آماره، تابع مفصل کلایتون با حداکثر مقدار آمارهٔ درست نمایی (۲۱/۱۷۲) در بین توابع مفصل، به عنوان تابع مفصل مناسب در مدل‌سازی همزمان وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری در بین رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف انتخاب می‌شود. در مدل‌سازی سلسله‌مراتبی وابستگی ریسک ها، به تعداد متغیرهای تصادفی (ریسک ها) منهای یک،[1] تابع درست نمایی برای تجمیع ریسک ها تعریف می‌شود. لذا در این رویکرد، انتخاب تابع مفصل مناسب بین چند تابع مفصل بر اساس آمارهٔ loglik امکان پذیر نیست؛ اگرچه از این آماره در انتخاب ساختار درختی مناسب یک تابع مفصل معین از بین چند ساختار درختی متناظر با همان تابع مفصل استفاده می‌شود. بنابراین همهٔ شکل‌های ۱ تا ٤ به‌نوعی ساختارهای درختی وابستگی مناسبی هستند که با توابع مفصل مختلف مدل‌سازی شده‌اند و ساختار وابستگی ریسک‌ها را در بین رشته‌فعالیت‌های مختلف نشان می‌دهند. برای هر یک از شکل‌های ۱ تا ٤، ماتریسی از سنجه های وابستگی تاو کندال، رو اسپیرمن و ضریب همبستگی دنباله‌ای بالا و پایین برآورد شده است. ماتریس سنجهٔ وابستگی متناظر هر نمودار اندازهٔ وابستگی بین ریسک‌ها را بر اساس ساختار درختی آن نمودار نشان می‌دهد.[2]

---

[1] به تعداد گره‌ها (یا مفصل‌ها) در هر ساختار درختی ممکن، تابع درست‌نمایی تعریف می‌شود.

[2] به‌علت محدودیت تعداد صفحات مقاله، تخمین ماتریس سنجه‌های وابستگی سلسله‌مراتبی ریسک‌ها برای شکل‌های ۱ تا ٤ ارائه نشده است.

نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری و برآورد حداقل سرمایهٔ لازم

در جدول ٤ نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با انواع توابع مفصل ارائه شده است. طبق قضیهٔ بنیادی اسکلار با معلوم بودن نوع تابع مفصل d متغیرهٔ C^* و ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی تشکیل‌دهندهٔ آن، می‌توان توزیع حاشیه ای هر یک از متغیرهای تصادفی X_i را به دست آورد. بنابراین در این جا بر اساس ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف برای هر تابع مفصل مندرج در جدول ۳ و شکل‌های ۱ تا ٤، توزیع حاشیه‌ای ریسک‌های بیمه‌گری هر یک از رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای صنعت بیمه با ۱۰۰۰ دادهٔ شبیه‌سازی‌شده در محیط نرم‌افزار R، مشخص شده است. ۱۰۰۰ دادهٔ شبیه‌سازی‌شده برای هر رشته‌فعالیت، همراه با ۱۰۰۰ دادهٔ توزیع تجمعی شبیه سازی‌شده با تابع مفصل C^* را به محیط نرم افزار Excel انتقال می‌دهیم و آنها را بر اساس ستون داده‌های توزیع تجمعی، به‌طور صعودی مرتب می‌کنیم.

داده‌های شبیه‌سازی‌شدهٔ توزیع حاشیه‌ای هر رشته‌فعالیت، ضریب خسارت آن رشته فعالیت است. لذا با مرتب‌سازی آنها بر اساس داده های توزیع تجمعی تابع مفصل C^* و با ضرب‌شان در دادهٔ حق بیمهٔ متناظر آن رشته، حداقل سرمایهٔ لازم متناظر در هر رشته‌فعالیت و در هر سطح از اطمینان به دست می‌آید. بنابراین بر اساس رابطهٔ (۷) در صورتی که داده‌های شبیه‌سازی‌شده و مرتب‌شدهٔ ضریب خسارت همهٔ رشته‌فعالیت‌ها را جمع وزنی کنیم، آن‌گاه ضریب خسارت کل صنعت بیمه به دست می آید که با ضرب آن در کلّ حق بیمهٔ صنعت، حداقل سرمایهٔ مورد نیاز برای پوشش ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در هر سطح اطمینان حاصل می‌شود.[۱]

---

[۱] بدین صورت که ارزش در معرض خطر ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در سطح اطمینان ۹۵ درصد، مشاهدهٔ ۹۵۰ ام داده‌های شبیه‌سازی‌شده و مرتب‌شدهٔ نسبت خسارت صنعت بیمه در محیط اکسل است و کمبود انتظاری (ES 95%) آن هم میانگین ساده داده‌های ردیف‌های ۹۵۱ تا ۱۰۰۰ ستون نسبت خسارت است.

جدول ٤. نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری و تعیین حداقل سرمایهٔ مورد نیاز صنعت بیمهٔ کشور

نوع تابع مفصل	ارزش در معرض خطر VaR 95%	کمبود انتظاری ES 95%	حداقل سرمایهٔ مورد نیاز (میلیون ریال)	منفعت حاصل از تجمیع ریسک	درصد منفعت
Gaussian	0.7734	0.8383	95,437,070	1,506,320	1.6
t-Student	0.6997	0.7615	86,344,618	10,598,773	10.9
AC Gumbel	0.8028	0.9111	99,064,473	(2,121,082)	(2.2)
AC Clayton	0.7851	0.7739	96,877,190	66,200	0.1
AC Frank	0.8202	0.7877	101,201,996	(4,258,605)	(4.4)
AC Joe	0.7784	0.8985	96,053,785	889,605	0.9
HAC Gumbel	0.8802	0.8033	108,608,219	(11,664,828)	(12.0)
HAC Clayton	0.7036	0.7873	86,823,246	10,120,145	10.4
HAC Frank	0.8943	0.7751	110,353,898	(13,410,507)	(13.8)
HAC Joe	0.7652	0.8146	94,423,138	2,520,253	2.6

توضیحات: مازاد حداقل سرمایهٔ لازم در مدل استاندارد (۹٦،۹٤۳،۳۹۱ میلیون ریال) از حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده با توابع مفصل به صورت منفعت تجمیع ریسک در نظر گرفته شده است. ارقام ستون درصد منفعت، به صورت نسبت منفعت حاصل از تجمیع ریسک به حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده با مدل استاندارد است.

در جدول ٤، حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده با سنجهٔ ریسک ارزش در معرض خطر (VaR) در سطح اطمینان ۹۵ درصد با توابع مفصل گوسی، t-استیودنت، کلایتون و جوی برای صنعت بیمه به‌منظور پوشش ریسک‌های بیمه‌گری سال ۹۲، کمتر از سرمایهٔ لازم برآورد شده با مدل استاندارد و دستورالعمل آیین نامهٔ ٦۹ بیمهٔ مرکزی است، که حدود ۹٦،۹٤۳،۳۹۱ ریال می‌باشد؛ در حالی که توابع مفصل گومبل و فرانک، حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده را بیشتر از مدل استاندارد نشان می‌دهند. بنابراین استفاده از توابع مفصلی مانند توابع مفصل گوسی، استیودنت، کلایتون و جوی در مدل‌سازی ساختار وابستگی و تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری منفعتی را به صورت برآورد کمتر حداقل سرمایهٔ لازم در مقایسه با مدل استاندارد و تجمیع خطی ریسک‌ها برای مؤسسات بیمه یا صنعت بیمهٔ کشور به‌عنوان یک مؤسسهٔ بیمهٔ فرضی بزرگ خواهد داشت.

جدول ۵ نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در همهٔ رشته‌ها با داده‌های واقعی سال ۱۳۹۲ را بر اساس ضرایب ریسک آیین‌نامهٔ شماره ٦٩ نشان می‌دهد. مطابق نتایج این جدول، اندازهٔ ریسک بیمه گری صنعت بیمه یا حداقل سرمایهٔ لازم در توانگری مالی یک‌سالهٔ صنعت بیمه با فعالیت در همهٔ رشته‌ها، در حدود ۹٦،۹٤۳،۳۹۱ میلیون ریال است. شایان ذکر است که این رقم سرمایه فقط برای پوشش ریسک‌های بیمه‌گری است و صنعت بیمه یا مؤسسات بیمه برای پوشش سایر ریسک‌ها غیر از ریسک بیمه‌گری به سرمایهٔ جداگانه احتیاج دارند.

جدول ۵. نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه بر اساس آیین‌نامهٔ ٦٩ بیمهٔ مرکزی

	نام رشته‌فعالیت	حق بیمهٔ دریافتی	ضریب ریسک حق بیمهٔ تولیدی	خسارت پرداختی	ضریب ریسک خسارت پرداختی	جذر توان دوم ریسک بیمه‌گری
	۱- آتش‌سوزی	۵،۸۸۰/۳	۱۷/۲	۲،٤٥۷/۵	۰/۲٤۵	۱۰۱۱/٤
	۲- باربری	۱،۵۹۸/٦	۱۲/۳	۳٦۹/۹	۰/۱۷۵	۱۹٦/٦
	۳- حوادث	۱،۸۹۸/٦	٦۷/۸	٦۵٦/٦	۰/۹٦۹	۱۲۸۷/۳
اتومبیل	٤- حوادث راننده	٦،۰۸۵/٦	۲۵	۲،۷۸۱/٦	۰/۳۵۸	۱۵۲۱/٤
اتومبیل	۵- بدنهٔ اتومبیل	۱۰،۲۸۷/٤	۳۰/۹	٦،٦۱۲/٤	۰/٤٤۲	۳۱۷۸/۸
اتومبیل	٦- شخص ثالث و مازاد	۵۱،۷٤۵/۸	۱۱۲/۷	۵۳،۵۲۳/٤	۱/٦۱	۸٦۱۷۲/۷
	۷- زندگی (عمر)	۳۰،۵۰۰/۹	۱۱٦/٤	۳،۳۲۲/۸	۱/٦٦۳	۵۵۲۵/۸
	۸- درمان	۱،۷۲٦/۲	۸۱/۵	۳۵،۸۰۱/۱	۱/۱٦۵	٤۱۷۰۸/۳
	۹- کشتی	۱،۳٤۹/۵	۲۱۸/۱	٦۸۳/۱	۳/۱۱٦	۳۷٦٤/۸
	۱۰- هواپیما	۱،۹۸٤/۷	۱۰۱/۷	٦۹/٤	۱/٤۵۳	۱۳۷۲/٤
	۱۱-مهندسی	۱۰۳/۲	۱۰۸/۸	۹۸۰/۲	۱/۵۵٤	۲۱۵۹/۳
	۱۲-پول	۸۸/۱	۲۹۲/۳	۲۰/۰	٤/۱۷٦	۳۰۱/٦
	۱۳-سایر انواع	۳۰،۵۰۰/۹	٦۸/٤	۲۵/٤	۰/۹۷۷	٦۰/۲
حوادث طبیعی و فاجعه‌آمیز	۱٤-آتش‌سوزی	۵،۸۸۰/۳	۵۸	۲،٤۵۷/۵	۰/۸٤۱	۳٤۱۰/٦
حوادث طبیعی و فاجعه‌آمیز	۱۵-مهندسی	۱،۹۸٤/۷	۵/۱	۹۸۰/۲	۰/۰۷٤	۱۰۱/۲
حوادث طبیعی و فاجعه‌آمیز	۱٦-شخص ثالث و مازاد	۵۱،۷٤۵/۸	۱٦	۵۳،۵۲۳/٤	۰/۲۳۲	۱۲٤۱۷/٤
حوادث طبیعی و فاجعه‌آمیز	۱۷-زندگی (عمر)	٤،٦۳۹/٤	۱۳	۳،۳۲۲/۸	۰/۱۸۸	٦۲٤/۷
	اندازهٔ ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه سال ۹۲ بر اساس ضرایب ریسک آیین‌نامهٔ ٦۹					۹٦،۹٤۳/۳۹۱

توضیحات: ارقام ستون دوم، چهارم و ششم جدول برحسب میلیارد ریال است. بر اساس آیین‌نامهٔ شماره ٦۹ بیمهٔ مرکزی، حاصل‌ضرب حق بیمهٔ تولیدی در ضریب ریسک آن با حاصل ضرب خسارت پرداختی در

ضریب ریسک آن در هر رشته‌فعالیت، با هم مقایسه می‌شود و هر کدام از حاصل‌ضرب‌ها که بزرگ‌تر بود آن اندازهٔ ریسک بیمه‌گری در رشته‌فعالیت مورد نظر است. اندازهٔ ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه هم از مجذور مجموع توان دوم ریسک‌های بیمه‌گری در همهٔ رشته‌فعالیت‌ها است.

٦- خلاصه و نتیجه‌گیری

نحوهٔ تجمیع ریسک‌ها، لحاظ همبستگی و عدم لحاظ ساختار وابستگی بین ریسک‌ها، در تجمیع ریسک‌ها نتایج متفاوتی از تخمین حداقل سرمایهٔ لازم برای مؤسسهٔ بیمه را به دنبال دارد. بنابراین، در این پژوهش برای آزمون این فرضیه، ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در رشته‌فعالیت‌های مختلف در دو حالت تجمیع شده است. در حالت اول تجمیع ریسک‌ها با روش سادهٔ خطی و عدم لحاظ ساختار وابستگی بین آنها انجام شده است. در حالت دوم، تجمیع ریسک‌ها با لحاظ ساختار وابستگی بین ریسک‌ها با استفاده از انواع توابع مفصل با دو رویکرد متفاوت تجمیع همزمان (با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی) و تجمیع سلسله‌مراتبی (با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله‌مراتبی) انجام شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد ساختار وابستگی بین ریسک‌ها غیرخطی است و حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده در روش‌های مختلف تجمیع به‌علت تفاوت نوع ساختار وابستگی مدل‌سازی شده، تفاوت اساسی با هم دارند.

مقایسهٔ نتایج تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل کلایتون و جوی در دو رویکرد تجمیع همزمان و تجمیع سلسله‌مراتبی نشان می‌دهد که حداقل سرمایهٔ لازم برآورد شده با توابع مفصل مذکور در رویکرد تجمیع سلسله‌مراتبی، به‌مراتب کمتر از رویکرد تجمیع همزمان ریسک‌ها است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از این نوع توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی در برآورد حداقل سرمایهٔ لازم، توانگری مالی مؤسسات بیمه را بیشتر از حد برآورد شده با رویکرد تجمیع همزمان و تجمیع خطی مدل استاندارد آیین‌نامهٔ ٦٩ نشان خواهد داد.

منابع

١. بیمه، شورای عالی. آیین‌نامهٔ شماره ٦٩- آیین‌نامهٔ نحوهٔ محاسبه و نظارت بـر تـوانگری مالی مؤسسات بیمه. تهران: بیمهٔ مرکزی جمهوری اسلامی ایران، ١٣٩٠.

٢. صفری، امیر؛ مطالعه و طراحی سیستم نظارت مالی بر مؤسسات بیمه ایرانی با استفاده از تجربه سایر کشورها. تهران: پژوهشکدهٔ بیمه، ١٣٩٢.

3. Czado, C., Kastenmeier, R., Brechmann, E. C., & Min, A. (2012). A mixed copula model for insurance claims and claim sizes. Scandinavian Actuarial Journal, 2012(4), 278-305.

4. Dhaene, J., Denuit, M., Goovaerts, M. J., Kaas, R., & Vyncke, D. (2002). The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory. Insurance: Mathematics and Economics, 31(1), 3-33.

5. Embrechts, P., Mcneil, E., & Straumann, D. (1999). Correlation: pitfalls and alternatives. In *Risk Magazine.*, 12, 69-71.

6. Forsberg, M. O. (2010). Solvency II/SST and Modeling of Risk Aggregation.

7. Li, J. (2006). Modelling dependency between different lines of business with copulas. Centre for Actuarial Studies, Department of Economics, University of Melbourne.

8. Nakada, P., Shah, H., Ugur Koyluoglu, H., & Collignon, O. (1999). P&C RAROC: A catalyst for improved capital management in the property and casualty insurance industry. *The Journal of Risk Finance*,*1*(1), 52-69.

9. Nguyen, T., & Molinari, R. D. (2011). Risk Aggregation by Using Copulas in Internal Models. Journal of Mathematical Finance, 1(03), 50.

10.Okhrin, O., Okhrin, Y., & Schmid, W. (2013). On the structure and estimation of hierarchical Archimedean copulas. Journal of Econometrics, 173(2), 189-204.

11.Rosenberg, J., & Schuermann, T. (2004). Integrated risk management using copulas. Preprint, Federal Reserve Bank of New York.

12.Savelli, N., & Clemente, G. P. (2011). Hierarchical structures in the aggregation of premium risk for insurance underwriting. Scandinavian Actuarial Journal, 2011(3), 193-213.

13.Shi, P., & Frees, E. W. (2011). Dependent loss reserving using copulas. Astin Bulletin, 41(02), 449-486.

14.Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. Université Paris 8.

15.Tang, A., & Valdez, E. A. (2009). Economic capital and the aggregation of risks using copulas. *Available at SSRN 1347675*.