پژوهشنامهٔ بیمه/ سال سی‌وسوم / شمارهٔ ۳/ پاییز ۱۳۹۷/ شمارهٔ مسلسل ۱۳۱/ صفحات ۵۹ تا ۸۰
کد شناسایی دیجیتال (DOI): 10.22056/jir.2018.89129.2091

پیش‌بینی مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی با استفاده از مدل ذخیره‌سازی زیان جمعی

محمد ذکایی[۱]
محمدرضا کردباقری[۲]
علیرضا کردباقری[۳]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۳/۲۲
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۵/۰۹

چکیده

توانگری مالی یکی از مباحث مهم در مدیریت مخاطرهٔ مؤسسات مالی به‌ویژه شرکتهای بیمه است. در بررسی توانگری مالی، ذخایر فنی یکی از مهم‌ترین بخشها و عناصری است که همواره مورد تأکید بوده و در قوانین و مقررات به آن پرداخته می‌شود. هدف از این مقاله، مدل‌سازی مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی بر اساس رویکرد بیم‌سنجی در زمینهٔ چندساله است. دیدگاه‌های مختلفی در بررسی زمانی مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی وجود دارد. در روشهای سنتی، تنها دیدگاه نهایی مورد بررسی قرار می‌گرفت؛ به این معنی که عدم اطمینان از مخاطره تا تسویهٔ نهایی تعیین می‌شد. اخیراً بر اساس توانگری مالی، این مخاطره‌ها باید در یک دیدگاه یک‌ساله ارزیابی و مشخص شوند. شرکتهای بیمه برای مدیریت بهتر مخاطره‌ها به‌ویژه در تصمیم‌گیریهای اقتصادی، نیازمند بررسی مخاطره‌ها در چند سال آتی هستند. برای مدل‌بندی مخاطره‌ها از روش ذخیره‌سازی تصادفی زیان جمعی که یکی از روشهای بیم‌سنجی است، استفاده می‌کنیم و فرمولهای تحلیلی بسته‌ای بر اساس آن برای محاسبهٔ مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی چندساله ارائه می‌شود. مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی از جمع دو مخاطرهٔ ذخیره (تسویهٔ ادعای معوق) و حق‌بیمه (تسویهٔ ادعای آتی) تشکیل می‌شود. با استفاده از مثال عددی مربوط به بیمه‌نامهٔ شخص ثالث اتکایی، مخاطره‌های غیرزندگی را در افقهای زمانی یک‌ساله، نهایی و چندساله برآورد می‌کنیم.

واژگان کلیدی: *مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی، ذخیره‌سازی تصادفی ادعاه، مدل ذخیره‌سازی زیان جمعی*

---

۱. دانشیار گروه بیم‌سنجی، دانشکدهٔ علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی(نویسندهٔ مسئول)، zokaei@sbu.ac.ir
۲. کارشناس ارشد بیم‌سنجی، دانشگاه شهید بهشتی، m.kordbaghri@mail.sbu.ac.ir
۳. کارشناس ارشد بیم‌سنجی، دانشگاه شهید بهشتی، a.kordbaghri@mail.sbu.ac.ir

۱. مقدمه

مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی بر اساس تعریف اولسن و لازینگس[1] (۲۰۰۹)، به دو مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه تقسیم می‌شوند. برای تعیین ذخایر بیم‌سنجی دیدگاه‌های متفاوتی وجود دارد، در ابتدا برای تعیین مخاطرهٔ ذخیره در روشهای سنتی از دیدگاه نهایی[2]، یعنی عدم اطمینان از مخاطرهٔ ذخیره تا تسویهٔ نهایی استفاده می‌کردند. برای مدل‌سازی مخاطرهٔ ذخیره در دیدگاه نهایی، از روشهای مختلف ذخیره‌سازی تصادفی ادعا استفاده کرده‌اند، از جمله: خودگردان‌سازی، رگرسیون و روشهای بیزی که توسط انگلند و ورال[3] (۲۰۰۲ و ۲۰۰۶) و وتریچ و مرز[4] (۲۰۰۸) ارائه شده‌اند. در ادامه بر اساس هدف توانگری مالی، برای مثال، در توانگری مالی ۲ و آزمون توانگری شواز که توسط ایلینگ[5] ارائه شده است، مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی را در یک دیدگاه یک‌ساله بررسی می‌کنند. بر این اساس عدم اطمینان از مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی باید در سال تقویمی آتی تعیین شود. با توجه به کوتاه‌کردن دورهٔ بررسی از دیدگاه نهایی به دیدگاه یک‌ساله، بحثهای گسترده‌ای در زمینهٔ نحوهٔ تعیین مخاطره‌های بیمه در دیدگاه یک‌ساله ایجاد شده است. افراد زیادی از جمله مرز و وتریچ (۲۰۰۷، ۲۰۰۹)، اولسن و همکاران (۲۰۰۹)، و گولت و همکاران[6] (۲۰۱۰) در این زمینه کار کرده‌اند.

بررسی هر دو دیدگاه نهایی و یک‌ساله سبب درک بهتری از مخاطرهٔ ذخیره در بیمه غیرزندگی شده است. در این مقاله با افزودن چند سال به سالهای تصادف، به تعیین عدم اطمینان مخاطرهٔ ذخیره و مخاطرهٔ حق‌بیمه، در یک افق زمانی چندساله (دورهٔ تقویمی m ساله) پرداخته می‌شود. در ابتدا نظریهٔ پایه‌ای مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی را بررسی می‌کنیم و در ادامه روشهای ایجاد این دیدگاه را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

---

1. Ohlsson and Lauzeningks
2. Ultimo Perspective
3. England and verall
4. Merz and Wüthrich
5. Eling
6. Gault

برای بررسی روشها، دیدگاه یک‌ساله را در نظر گرفته، سپس به تعیین عدم اطمینان در افقهای زمانی دلخواه می‌پردازیم.

بر اساس تعریف مرز و وتریچ (۲۰۱۰)، روش ذخیره‌سازی زیان جمعی یک روش ذخیره‌سازی کلاسیک در بیمهٔ غیرزندگی است و برای تعیین بهترین برآورد پرداختهای آتی ادعای معوق مناسب است. مدل تصادفی ساده‌ای است که مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی را در نتایج توسعهٔ ادعای چندساله بررسی می‌کند.

بوم[1] (۲۰۰٦)، روشی تحلیلی را برای محاسبهٔ پیشگویی عدم اطمینان نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله در مدل نردبان زنجیری معرفی کرد. مرز و وتریچ (۲۰۱۰) و مک[2] (۲۰۰۹)، روشی تحلیلی را برای محاسبهٔ پیشگویی عدم اطمینان نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله در مدل جمعی ارائه دادند. مدلهای ارائه‌شده در گذشته تنها مخاطرهٔ ذخیره را مورد بررسی قرار می‌دادند و مخاطرهٔ حق‌بیمه را نادیده می‌گرفتند.

در این مقاله از رویکرد بیم‌سنجی برای برآورد ذخایر غیرزندگی استفاده شده است و هدف آن ارائهٔ فرمهای تحلیلی بسته برای تعیین مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی در دیدگاه‌های نهایی، یک‌ساله و چندساله بر اساس مدل زیان جمعی است. با استفاده از یک مثال عددی نتایج بررسی و مشخص می‌شوند.

۲. مبانی نظری

در گذشته برای بررسی ذخایر به منظور حفظ منافع بیمه‌گذاران و سهام‌داران تنها چشم‌انداز نهایی را مدنظر داشتند که مخاطرهٔ نهایی یا مخاطرهٔ تمام مثلث نامیده می‌شود. در این رویکرد، مقدار پرداختی لازم برای حل‌وفصل نهایی تمامی خسارتهای هر سال تصادف تعیین می‌شود. در اروپا قوانین جدیدی به نام مقررات توانگری مالی ۲ در سال ۲۰۱۲ برای ارزیابی و مدیریت مخاطرهٔ شرکتهای بیمه به منظور تضمین توانایی و امنیت مالی آنها و حفظ منافع بیمه‌گذاران و سهام‌داران ارائه شده است. بر

1. Böhm
2. Mack

اساس این مقررات یک چشم‌انداز یک‌ساله در نظر گرفته شده است، یعنی شرکت بیمه باید میزان مخاطرهٔ موجود در طول یک سال آتی را مشخص و برای آن ذخیرهٔ کافی اعلام کند. برای مدل‌بندی ذخایر با رویکرد بیم‌سنجی، بهترین برآورد ادعا را معرفی می‌کنیم. در این مقاله با گسترش قانون توانگری مالی ۲، به جای بررسی یک سال آتی، مخاطره‌ها را در چند سال آتی تعیین و به آن پرداخته می‌شود.

بر اساس رویکرد بیم‌سنجی در بیمهٔ غیرزندگی با مخاطره‌های ذخیره ($\widehat{CDR}_{PY}$)، حق‌بیمه ($\widehat{CDR}_{NY}$)، و فاجعه‌آمیز مواجه هستیم و به دلیل متفاوت‌بودن مدل‌بندی مخاطرهٔ فاجعه‌آمیز با دیگر مخاطره‌ها، در این مقاله به برآورد دو مخاطرهٔ اول پرداخته شده است. مخاطرهٔ ذخیره، پوشش ادعای خسارتی را که در گذشته (قبل از سال جاری) اتفاق افتاده‌اند، در نظر می‌گیرد و بر روی پرداختیهای آتی به منظور حل‌وفصل نهایی خسارتها تمرکز دارد. مخاطرهٔ حق‌بیمه (همچنین مخاطرهٔ قیمت‌گذاری یا مخاطرهٔ بیمه‌گری نامیده می‌شود)، برآورد پرداختی ادعای خسارتی که در سالهای آتی رخ می‌دهند است. در زمینهٔ غیرزندگی این دو مخاطره عمده‌ترین مخاطره‌ها را تشکیل می‌دهند و برای تعیین مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه از روشهای ذخیره‌سازی تصادفی که نقش اصلی در مدل‌سازی مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی در رویکرد بیم‌سنجی دارند، استفاده می‌کنیم.

فرض می‌کنیم مدیران شرکت بیمه نیازمند بررسی مدیریت مخاطره در یک افق زمانی چندساله ($m>1$) هستند. دایرس[1] (۲۰۱۱)، مدل داخلی درآمد اقتصادی mساله $ECE_{[0,m]}$ را در یک افق چندساله به صورت تغییرات ارزش دارایی خالص در افق زمانی آتی $[0,m]$ تعریف کرد. درنتیجه با جمع‌کردن نتایج سرمایه‌گذاری $I_{[0,m]}$ و ذخایر فنی در طول دورهٔ mساله $T_{[0,m]}$ می‌توان درآمد اقتصادی را به صورت

$$T_{[0,m]} + ECE_{[0,m]} = NAV_m - NAV_0,$$

به دست آورد.

1. Diers

برای سادگی روند، محاسبهٔ مالیات، سود سهام، اثرات تنزیل و تورم در مدل نادیده گرفته می‌شود. درآمد اقتصادی چندساله با دیدگاه یک‌ساله رابطه دارد، بنابراین درآمدهای اقتصادی mساله را می‌توان با جمع درآمدهای اقتصادی هر سال تقویمی t به صورت $ECE_1+\ldots+ECE_m$ به دست آوریم. مقدار ذخایر فنی در طول m سال $(T_{[0,m]})$ با جمع نتایج بیمه‌گری mساله $(U_{[0,m]})$ و نتایج توسعهٔ ادعای mساله $(CDR_{[0,m]})$ به صورت

$$T_{[0,m]}=U_{[0,m]}+CDR_{[0,m]},$$

محاسبه می‌شود. برای بررسی اندازه‌گیری سودآوری کسب‌وکار در یک افق زمانی m ساله، بر مدل‌سازی ذخایر فنی mساله تمرکز می‌کنیم. برای بررسی نتایج بیمه‌گری از تعریف نتایج توسعهٔ ادعا (CDR) استفاده می‌کنیم.

۲-۱. مدل پایه

در ادامه به بررسی نمادها بر اساس مدل مک (۲۰۰۲) می‌پردازیم. برای دستیابی به این هدف، مدلی آماری برای برآورد، بهترین برآورد ذخایر و توصیف تسویهٔ تصادفی ادعای خسارت آتی و پیشین معرفی می‌کنیم. اگر $S_{i,k}$ نمایانگر پرداختی افزایشی برای سال تصادف $i\in\{1,\ldots,n\}$ و $k\in\{1,\ldots,K\}$ باشد، پرداختی تجمعی $C_{i,j}$ به صورت

$$C_{i,k}=\sum_{j=1}^{k}S_{i,j},$$

است و قرارداد می‌کنیم، $U_i:=C_{i,K}$، مقدار ادعای نهایی برای سال تصادف i است. مجموعهٔ تمام مشاهده‌های پیشین از سالهای توسعهٔ ادعای $1\le n\le K$ در زمان $T=n$، مشاهده شده‌اند و با نماد Δ_n به صورت

$$\Delta_n=\{C_{i,k}:1\le i\le n,\ 1\le k\le n-i+1\},$$

نمایش داده می‌شود. در ضمن از سال تقویمی $i\in\{2,\ldots,n\}$ و سال توسعهٔ $j\in\{n-i+2,\ldots,n\}$، پرداخت ادعای خسارت آتی $C_{i,j}$ و ادعای خسارت نهایی U_i در زمان $T=n$ نامعلوم است.

برای تعیین متوسط پرداختهای آتی پایین مثلث از روشهای ذخیره‌سازی تصادفی بیم‌سنجی استفاده می‌کنیم. در این مقاله از روش ذخیره‌سازی تصادفی زیان جمعی به‌عنوان یکی از روشهای بیم‌سنجی استفاده می‌شود. نتایج بهترین برآورد ذخایر (باز) با $^{(n)}\hat{R}_i$ و برآورد نهایی با $^{(n)}\hat{U}_i$ نشان داده می‌شود. و ارتباط بین آنها به صورت

$$^{(n)}\hat{U}_i = C_{i,n-i+1} + {}^{(n)}\hat{R}_i,$$

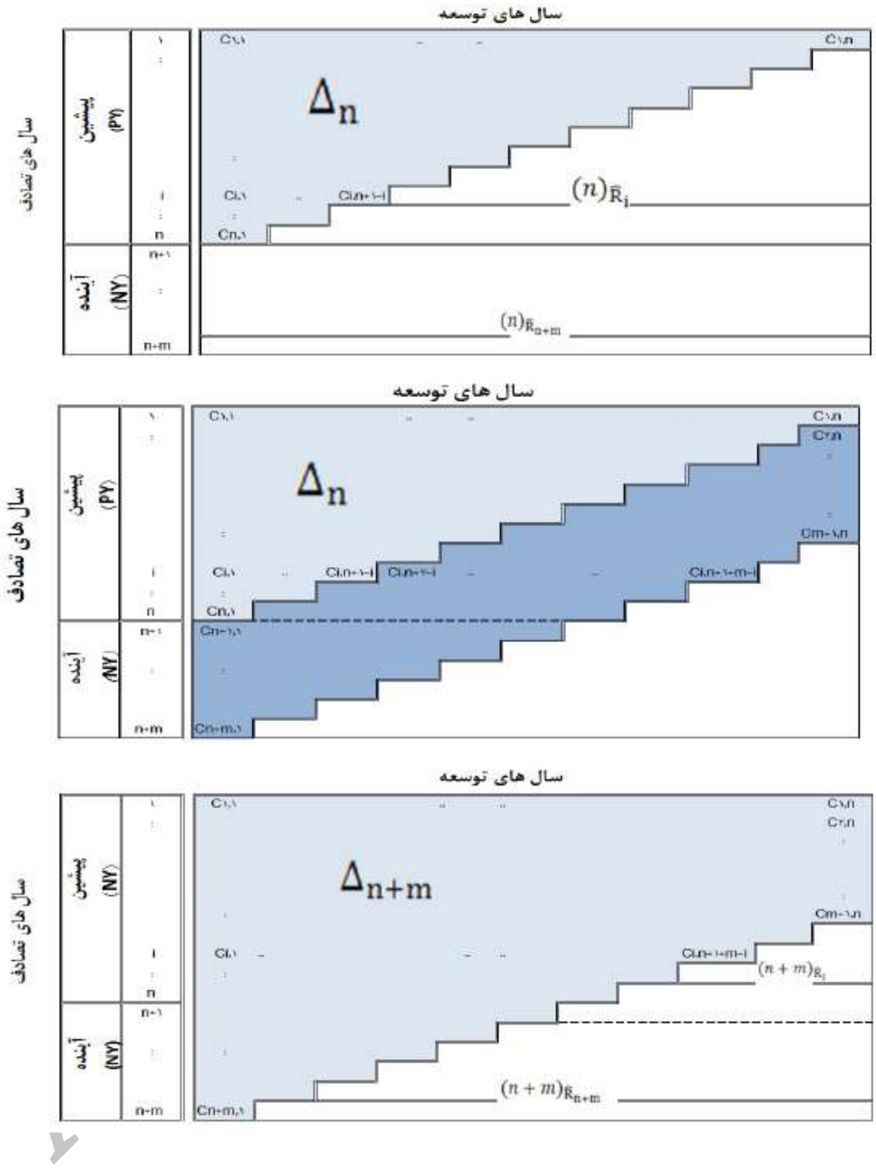
است. اگر از زمان $T=n$ به مدت mسال جلوتر رویم یعنی در زمان $T=n+m$، آنگاه با یک مجموعهٔ جدیدی از پرداختیها در سالهای تقویمی $\{n+1,\ldots,n+m\}$ مواجه هستیم، بنابراین در پایان دورهٔ $T = n+ n$ مثلث ادعای خسارت Δ_{n+m} براساس شکل ۲-۱ (روند کامل پرداختیها در طول mسال آتی را مشاهده می‌کنید) به صورت

$$\Delta_{n+m} = \left\{C_{i,k} : i+k-1 \le n+m, 1 \le i \le n+m, 1 \le k \le K\right\},$$

اصلاح می‌شود. پرداختهای آتی $C_{i,j}$ برای سالهای توسعهٔ $j \in \{n+2+m-i,\ldots,n\}$ نامعلوم است. فرض می‌کنیم برای برآورد نتایج در طول m سال آتی، مجدداً از روش ذخیره‌سازی زیان اولیه (جمعی) استفاده شود، با توجه به اطلاعات مثلث ادعای خسارت Δ_{n+m}، بهترین برآورد ذخایر(بسته) $^{(n+m)}\hat{R}_i$ و برآورد ادعای نهایی جدید را به صورت

$$^{(n+m)}\hat{U}_i = C_{i,n+1+m-i} + {}^{(n+m)}\hat{R}_i,$$

به دست می‌آوریم.



شکل ۲-۱. روند کامل پرداختیها در طول m سال آتی (Diers and Linde, 2013)

برای مدل‌سازی مخاطره‌های بیمهٔ غیرزندگی به تعاریف پایه‌ای زیر نیاز داریم:

تعریف۲-۱. (نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سال تصادف منفرد). نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شدهٔ m برای سال تصادف i به صورت

$$^{(\mathrm{n}\to n+m)}\widehat{CDR}_i := {}^{(\mathrm{n})}\widehat{U}_i - {}^{(\mathrm{n+m})}\widehat{U}_i$$

$$= {}^{(\mathrm{n})}\widehat{R}_i - \left(\sum_{t=1}^{\min(m,i-1)} S_{i,n-i+t+1}\right) - {}^{(\mathrm{n+m})}\widehat{R}_i,$$

تعریف می‌شود. بر اساس مدل پایه، تسویهٔ نهایی در سال تصادف i در دورهٔ $m=i-1$است، بنابراین در پایان زمان $T=n+i-1$ بهترین برآورد ذخیرهٔ بسته وجود ندارد، لذا

$$^{(\mathrm{n\to n+i-1})}\widehat{CDR}_i = {}^{(\mathrm{n})}\widehat{R}_i - \left(\sum_{t=1}^{i-1} S_{i,n-i+t+1}\right). \tag{۱}$$

تعریف۲-۲. (نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سالهای تصادف پیشین). نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده شده mساله $^{(\mathrm{n}\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}$ برای ادعای خسارت معوق سالهای تصادف پیشین $\{2,\ldots,n\}$ به صورت

$$^{(\mathrm{n}\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY} := \sum_{i=2}^{n} {}^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_i,$$

تعریف می‌شود.

تعریف۲-۳. (نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سالهای تصادف آتی). مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای mسالهٔ $^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{NY}$ برای سالهای تصادف آتی $\{n+1,\ldots,n+m\}$ به صورت

$$^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{NY} := \sum_{i=n+1}^{n+m} {}^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_i,$$

تعریف می‌شود.

تعریف۲-٤. (نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سالهای تصادف آتی و پیشین). با درنظرگرفتن تمامی سالهای تصادف $\{1,\ldots,n+m\}$، ذخایر فنی mساله را از ترکیب CDR مشاهده‌شدهٔ mساله برای سالهای تصادف پیشین و آتی به صورت

$$^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR} := {}^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{PY} + {}^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{NY},$$

تعیین می‌کنیم. نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله برای $i \in \{t+2, \ldots, n+t+1\}$ در سالهای تقویمی $n+t+1$ و $t \geq 0$ را می‌توان به صورت

$$^{(\mathrm{n+}t\to\mathrm{n+t+1})}\widehat{CDR}_i := {}^{(\mathrm{n+t})}\widehat{U}_i - {}^{(\mathrm{n+t+1})}\widehat{U}_i\,,$$

$$^{(\mathrm{n+t}\to\mathrm{n+t+1})}\widehat{CDR}_{PY} := \sum_{i=t+2}^{n} {}^{(\mathrm{n+t}\to\mathrm{n+t+1})}\widehat{CDR}_i,$$

$$^{(\mathrm{n+t}\to\mathrm{n+t+1})}\widehat{CDR}_{NY} := \sum_{i=n+1}^{n+t+1} {}^{(\mathrm{n+t}\to\mathrm{n+t+1})}\widehat{CDR}_i,$$

تعریف کرد. توجه داشته باشید که تفاوت بین سالهای تصادف پیشین و جدید همیشه مطابق $T = n$ است، به این معنی که حتی برای $t \geq 0$، سالهای تصادف $\{1, \ldots, n\}$ نمایانگر سالهای پیشین و $\{n+1, \ldots, n+m\}$ سالهای جدید است.

هدف از این مقاله محاسبه برآوردهایی برای واریانس نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شدهٔ m ساله و همچنین نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شدهٔ یک‌ساله است. مخاطرهٔ ذخیره از نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شده ($^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{PY}$) برای یک سال یا تمامی سالهای تصادف پیشین، مخاطرهٔ حق‌بیمه از نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شدهٔ ($^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}_{NY}$) برای یک سال یا تمامی سالهای تصادف آتی و مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی از نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شده ($^{(\mathrm{n\to n+m})}\widehat{CDR}$) برای درنظرگرفتن هم‌زمان سالهای تصادف آتی و پیشین اندازه‌گیری شده است.

۳. نتایج توسعهٔ ادعای چندساله در مدل زیان جمعی

روش ذخیره‌سازی زیان جمعی به دلیل ترکیب‌کردن ادعای خسارت پیشین با اطلاعات بیرونی (اندازهٔ حجم) در ذخیره‌سازی ادعای شرکتهای بیمه‌ای به طور گسترده‌ای در زمینهٔ غیرزندگی کاربرد دارد. در این بخش فرم تحلیلی بسته‌ای برای محاسبهٔ مخاطرهٔ چندساله بیان می‌کنیم و می‌توانیم نتایج نهایی و یک‌ساله را از آن نتیجه بگیریم. برای تعیین سطح سرمایهٔ موردنیاز در توانگری مالی ۲، مقدار مخاطرهٔ یک سال بعد مورد نیاز است، در ادامه این مخاطره را ارائه می‌دهیم.

۳-۱. مدل پایه

علاوه بر تعاریف بخش دوم، $\vartheta_i > 0$ اندازهٔ حجم مشخص (تعداد بیمه‌نامه یا حق‌بیمهٔ به‌دست‌آمده) برای سالهای تصادف $i \in \{1,\ldots,n+m\}$ است. تحلیل مدل ذخیره‌سازی زیان جمعی بر اساس اصول مک (۲۰۰۲) است.

تعریف۳-۱-۱. (مدل ذخیره‌سازی زیان جمعی). مدل جمعی بر پایهٔ مدل حجم و بر اساس فرضیه‌های زیر است:

- مقادیر افزایشی $S_{i,k}$ با $i \in \{1,\ldots,n+m\}$ و $k \in \{1,\ldots,n\}$ مستقل‌اند؛
- برای هر $k \in \{1,\ldots,n\}$، m_k وجود دارد به‌طوری که $E[S_{i,k}] = \vartheta_i m_k$؛
- برای هر $k \in \{1,\ldots,n\}$، $s_k^2 > 0$ وجود دارد به‌طوری که $V\left[S_{i,k}\right] = \vartheta_i s_k^2$.

یادآوری ۳-۱-۲. با توجه به فرضیه‌های بالا، مدل جمعی خواص زیر را دارد:

۱. برآوردگرهای ناریب برای پارامترهای مدل m_k و s_k^2 در زمان $T = n$، برای $k \in \{1,\ldots,n\}$ به صورت

- ${}^{(n)}\widehat{m}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k+1} s_{i,k}}{\sum_{i=1}^{n-k+1} v_i}$؛
- $\hat{s}_k^2 = \frac{1}{n-k}\sum_{i=1}^{n+1-k} v_i \left(\frac{s_{i,k}}{v_i} - {}^{(n)}\widehat{m}_k\right)^2$

است و بنا بر پیشنهاد مک $\hat{s}_n^2 := \min\{\hat{s}_1^2, \ldots, \hat{s}_{n-1}^2\}$ انتخاب می‌کنیم.

۲. برآوردگرهای ${}^{(n)}\widehat{m}_k$ از هم مستقل و دارای حداقل واریانس

$$V\left[{}^{(n)}\widehat{m}_k\right] = \frac{s_k^2}{\sum_{i=1}^{n+1-k} v_i}, \qquad (۲)$$

هستند.

۳. برآوردگرهای ناریب ${}^{(n)}\hat{R}_i$ و ${}^{(n)}\hat{R}$ در ذخیره‌سازی ادعای معوق (برای هر سال تصادف منفرد $2 \le i \le n+m$ و کل) در زمان $T = n$ به صورت

$${}^{(n)}\hat{R}_i := v_i \sum_{k=\max(n+2-i,1)}^{n} {}^{(n)}\widehat{m}_k \quad , \quad {}^{(n)}\hat{R} := \sum_{i=1}^{n} {}^{(n)}\hat{R}_i \,,$$

هستند. با توجه به قراردادهای مک (۲۰۰۹) داریم:

$$ {}^{(j)}S_{\le k} := \sum_{i=1}^{j+1-k} S_{i,k}, \quad {}^{(j)}\vartheta_{\le k} = \sum_{i=1}^{j+1-k} v_i, $$

$$ {}^{(j)}\vartheta_{+} := \sum_{i=1}^{j} v_i, \quad {}^{(j)}\vartheta_{>k} := \sum_{i=j+2-k}^{j} v_i = {}^{(j)}\vartheta_{+} - {}^{(j)}\vartheta_{\le k}. $$

تبصره ۳-۱-۳. (نتایج توسعهٔ ادعای چندساله در مدل جمعی). بر اساس تعریف ۲-۲ و یادآوری ۳-۱-۲، مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سالهای تصادف دلخواه $2 \le i \le n+m$ را می‌توان به صورت

$$ \widehat{CDR}_i^{(n\to n+m)} = {}^{(n)}\hat{R}_i - \Big(\sum_{t=1}^{\min(m,i-1)} S_{i,n+t-i+1}\Big) - {}^{(n+m)}\hat{R}_i $$

$$ = \sum_{t=1}^{\min(m,i-1)} \left[v_i\, {}^{(n)}\widehat{m}_{n+1+t-i} - S_{i,n+1+t-i}\right] + v_i \sum_{k=n+m+2-i}^{n} \left[{}^{(n)}\widehat{m}_k - {}^{(n+m)}\widehat{m}_k\right], $$

بیان کرد، که در آن

$$ {}^{(n+m)}\widehat{m}_k = \frac{{}^{(n+m)}S_{\le k}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}} = \frac{{}^{(n)}S_{\le k} + \sum_{t=1}^{m} s_{n+1+t-k,k}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}} = \frac{{}^{(n)}\vartheta_{\le k}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}}\, {}^{(n)}\widehat{m}_k + \frac{\sum_{t=1}^{m} s_{n+1+t-k,k}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}}, \tag{۳} $$

برآوردگر نااریب پارامتر m_k برای مشاهدات mسال آتی است و به صورت خطی با روش ذخیره‌سازی زیان جمعی محاسبه می‌شود. همچنین

$$ E\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i\right] = 0. \tag{٤} $$

نوسانهای تصادفی نتایج توسعهٔ ادعای چندسالهٔ مشاهده‌شده، به سبب عدم اطمینان از پیش‌بینی است. بنابراین فرض می‌شود متوسط مقادیر پیش‌بینی اطراف صفر باشد.

رایج‌ترین کمیت در پیش‌بینی، میانگین توان‌دوم خطاست که توسط مرز (۲۰۰۸) و مک(۲۰۰۲) به صورت:

$$msep_{(n\to n+m)\widehat{CDR}_i}(0) = E[\left({}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i - 0\right)^2 \Big| C_{i,1}, \dots, c_{i,n-i+1}\Big],$$

نشان داده می‌شود. توجه داشته باشید بر اساس تعریف ۳-۱-۱ و رابطهٔ (٤)، پرداختیهای منفرد در مدل جمعی مستقل‌اند؛ بنابراین

$$msep_{(n\to n+m)\widehat{CDR}_i}(0) = E\left[\left({}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i - 0\right)^2\right] = var\left({}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i\right),$$

که نشان می‌دهد برای محاسبهٔ اندازهٔ پیش‌بینی عدم اطمینان نتایج توسعهٔ ادعای چندساله کافی است واریانس را بدون قید و شرطی محاسبه کنیم.

۳-۱-۳. بررسی نتایج دیدگاه چندساله

واریانس نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله در مدل ذخیره‌سازی زیان جمعی قبلاً در سال ۲۰۰۹ توسط مک ارائه شده است. گزارهٔ زیر تعمیم آن به چندساله است. با استفاده از آن واریانس نتایج توسعهٔ ادعای چندساله را برای تمامی سالهای تصادف (پیشین و آتی) محاسبه می‌کنیم.

گزاره ۳-۱-٤. (برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای مشاهده‌شده برای سالهای پیشین و آتی). فرض کنیم m تعداد سالهای تقویمی آتی را نشان می‌دهد. در این صورت برآوردگری برای واریانس مشاهده نتایج توسعهٔ ادعای mساله ${}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i$ به صورت

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}\ \right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{{}^{(n+m)}\vartheta_+^2}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}\,{}^{(n)}\vartheta_{\le k}} \left(\sum_{t=1}^{m} v_{n+1+t-k}\right) \hat{s}_k^2.$$

حاصل می‌شود.

برهان: بر اساس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای چندساله در تعریف۲-٤ و با استفاده از رابطهٔ (۳) و سپس با توجه به استقلال منفردها، می‌توان ابتدا واریانسها را به طور جداگانه حساب کرد (از رابطهٔ (۲)) و مجموع آنها به صورت فوق به دست می‌آید.

با قرار دادن $m=1$ در گزارهٔ ۳-۱-٤، برآوردگر واریانس نتایج توسعهٔ ادعای یک ساله به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+1)}\widehat{CDR}\ \right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{{}^{(n+1)}\vartheta_+^+}{{}^{(n+1)}\vartheta_{<k}\,{}^{(n)}\vartheta_{<k}} v_{n+2-k}\, \hat{s}_k^2,$$

محاسبه می‌شود.

۳-۲. مخاطره چندساله برای یک سال تصادف منفرد

(برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای mساله برای یک سال تصادف منفرد). برآوردگر واریانس برای مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای m ساله ${}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i$ برای یک سال تصادف دلخواه $2 \le i \le n+m$ به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_i\right] = v_i \sum_{k=n+2-i}^{n+m+1-i} \left(1 + \frac{v_i}{{}^{(n)}\vartheta_{<k}}\right)\hat{s}_k^2 + \sum_{k=n+m+2-i}^{n} \frac{v_i}{{}^{(n+m)}\vartheta_{<k}\,{}^{(n)}\vartheta_{<k}} \left(\sum_{t=1}^{m} v_{n+1+t-k}\right)\hat{s}_k^2,$$

حاصل می‌شود.

تبصره۳-۲-۲. (مخاطرهٔ نهایی در مدل جمعی). اگر $2 \le i \le n+m$ سال تصادف منفرد دلخواه باشد، برآوردگر واریانس نتایج توسعهٔ ادعای نهایی از رابطهٔ (۱) به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+i-1)}\widehat{CDR}_i\right] = v_i \sum_{k=n+2-i}^{n} \left(1 + \frac{v_i}{{}^{(n)}\vartheta_{<k}}\right)\hat{s}_k^2,$$

به دست می‌آید.

۳-۳. مخاطرهٔ ذخیرهٔ چندساله

بر اساس گزارهٔ ۳-۱-٤ می‌توان واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای چندساله را برای سالهای تصادف پیشین به کار برد.

گزاره ۳-۳-۱. برآورد واریانس مشاهده نتایج توسعهٔ ادعای mساله برای سالهای پیشین به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}\right] = \sum_{k=2}^{n} \frac{{}^{(n)}\vartheta_+^2}{\min({}^{(n+m)}\vartheta_{<k}\,,\,{}^{(n)}\vartheta_+)} \left(\sum_{t=1}^{\min(k-1,m)} v_{n+1+t-k}\right)\hat{s}_k^2,$$

محاسبه می‌شود. اگر $m=1$، آنگاه همان مخاطرهٔ ذخیره یک‌ساله است.

۳-٤. مخاطرهٔ حق‌بیمهٔ چندساله

بر اساس گزارهٔ ۳-۱-٤ واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای چندساله برای سالهای تصادف آتی را برآورد می‌کنیم، محاسبهٔ مخاطرهٔ حق‌بیمهٔ چندساله به صورت زیر است:

گزارهٔ ۳-٤-۱. (برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعا برای سالهای تصادف آتی). برآوردگر واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای چندساله ${}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}$ برای سالهای تصادف آتی به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}\right] = \sum_{k=1}^{m}\left[\left(\sum\nolimits_{t=1}^{m-k+1}\vartheta_{n+t}\right)\frac{{}^{(n+m)}\vartheta_{+}^{2}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}^{2}} + {}^{(n)}\vartheta_{>k}\frac{{}^{(n+m)}\vartheta_{>k}^{2}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}^{2}}\right]\hat{S}_k^2$$
$$+\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{{}^{(n)}\vartheta_{\le k}}\left[\left(\sum_{t=1}^{m-k+1}\vartheta_{n+t}\right)\frac{{}^{(n+m)}\vartheta_{+}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}} + {}^{(n)}\vartheta_{>k}\frac{{}^{(n+m)}\vartheta_{>k}}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}}\right]^2\hat{S}_k^2$$
$$+\sum_{k=m+1}^{n}\frac{\left(\sum_{t=1}^{m}\vartheta_{n+t}\right)^2}{{}^{(n+m)}\vartheta_{\le k}\,{}^{(n)}\vartheta_{\le k}}\left(\sum_{t=1}^{m}\vartheta_{n+t+1-k}\right)\hat{S}_k^2.$$

به دست می‌آید و با قرار دادن $m=1$، مخاطرهٔ حق‌بیمهٔ یک‌ساله محاسبه می‌شود.

تبصره ۳-٤-۲. (ارتباط بین مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه). پارامترهای پیش‌بینی بهترین برآورد ادعای معوق و ادعای آتی در مدل شبیه به هم است، بنابراین نتایج توسعهٔ ادعای برای سالهای تصادف پیشین و جدید مستقل از هم نیست. ضریب همبستگی خطی پیرسون بین مخاطرهٔ ذخیره (با $\widehat{CDR}_{PY}$ نشان داده شده است) و مخاطرهٔ حق‌بیمه (با $\widehat{CDR}_{NY}$ نشان داده شده است) را می‌توان به صورت:

$$\widehat{corr}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}, {}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}\right]$$
$$=\frac{\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}\right]-\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}\right]-\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}\right]}{\sqrt{\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}\right]\hat{V}\left[{}^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}\right]}},$$

محاسبه کرد.

۳-۵. نتایج دیدگاه یک‌ساله

واریانس نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله برای محاسبهٔ تقریبی سرمایهٔ مورد نیاز توانگری، سرمایهٔ حاشیه‌ای برای ادعای مثلث و همچنین به دلیل بررسی‌کردن هم‌زمان سالهای تصادف پیشین و آتی برای برنامه‌ریزی و فرایند توانگری مالی مفید است.

گزارهٔ ۳-۵-۱. (برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای یک سال آتی برای سالهای پیشین و آتی). یک برآوردگر بررسی تغییرات یک‌ساله مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعا در دورهٔ تقویمی آتی $n+t+1$ که $t \in N_0$ به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}\right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{{}^{(n+t+1)}\vartheta_{+}^{2}}{{}^{(n+t)}\vartheta_{\leq k}\,{}^{(n+t+1)}\vartheta_{\leq k}}\,\vartheta_{n+t+2-k}\,\hat{S}_k^2,$$

به دست می‌آید.

گزارهٔ ۳-۵-۲. (برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای یک سال آتی برای یک سال منفرد). یک برآوردگر برای بررسی تغییرات یک‌ساله مشاهده نتایج توسعهٔ ادعای در دورهٔ تقویمی آتی $n+t+1$ که $t \in N_0$ به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}_i\right] = \vartheta_i\left(1+\frac{\vartheta_i}{{}^{(n+t)}\vartheta_{\leq k}}\right)\hat{S}_{n+t+2-i}^2$$
$$+\vartheta_i^2\sum_{k=n+t+3-i}^{n}\frac{\vartheta_{n+t+2-k}}{{}^{(n+t)}\vartheta_{\leq k}^2}\left(1+\frac{\vartheta_{n+t+2-k}}{{}^{(n+t)}\vartheta_{\leq k}}\right)\hat{S}_k^2\,,$$

محاسبه می‌شود.

گزارهٔ ۳-۵-۳. (برآورد واریانس مشاهدهٔ نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله برای سالهای پیشین). برآوردگر بررسی تغییرهای نتایج توسعهٔ ادعای یک‌ساله $0\leq t\leq n-2$ را می‌توان به صورت:

$$\hat{V}\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}_{PY}\right] = \sum_{k=t+2}^{n} \frac{{}^{(n)}\vartheta_{+}^{2}}{{}^{(n+t)}\vartheta_{\leq k}\,{}^{(n+t+1)}\vartheta_{\leq k}}\,\vartheta_{n+t+2-k}\,\hat{S}_k^2,$$

به دست آورد.

٤. نتایج تحلیلی

در این بخش، برای بیشتر ملموس‌کردن نتایج نظری مخاطرهٔ بیمه غیرزندگی چندساله در بخش سوم یک مثال عددی ارائه می‌شود. در این مقاله به دلیل درنظرگرفتن مخاطرهٔ حق‌بیمه همراه با مخاطرهٔ ذخیره، برای اجرا مدل فرض می‌کنیم به اندازهٔ $m=5$ سال به سالهای تصادف افزوده می‌شود. همان‌طور که در بخشهای قبل ارائه شد، در قوانین جدید توانگری مالی عدم اطمینان از مخاطره‌ها باید در سال آتی مشخص شود اما بر اساس مدل معرفی‌شده نتایج تا پنج سال آتی گسترش می‌یابد. همچنین می‌توان نتایج یک‌ساله را از این مدل نتیجه گرفت که در ادامه نشان داده شده است. در این مقاله از داده‌های منتشرشدهٔ انجمن بیمهٔ اتکایی آمریکا RAA استفاده شده است. مقدار حق‌بیمه به‌عنوان معیار اندازه‌گیری حجم در روش ذخیره‌سازی تصادفی جمعی تعیین می‌شود.

برای تعیین مقادیر حق‌بیمه در پنج سال آتی دو فرضیه در نظر می‌گیریم، در حالت اول فرض می‌کنیم حق‌بیمه‌ها دارای یک رشد خطی‌اند و برای برآورد مقادیر آتی از رگرسیون خطی استفاده می‌کنیم و در حالت دوم فرض می‌کنیم حق‌بیمه‌ها دارای یک رشد غیرخطی‌اند و برای برآورد مقادیر آتی از رگرسیون غیرخطی (چندجمله‌ای) استفاده می‌کنیم؛ نتایج برای هر دو بخش جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

٤-۱. فرض اول: حق‌بیمه دارای رشد خطی

فرض می‌کنیم که مقادیر حق‌بیمه برای پنج سال بعدی دارای رشد خطی‌اند و از طریق رگرسیون خطی پیش‌بینی شده‌اند.

٤-۱-۱. نتایج ذخایر چندساله

در جدول ٤-۱ مقادیر مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه و همچنین ضریب همبستگی بین آنها برای هر سال تصادف به‌ترتیب بر اساس گزاره‌های ۳-۳-۱، ۳-٤-۱و ۳-۱-٤ محاسبه و ارائه شده است.

نتایج جدول ٤–١ مقادیر مخاطرهٔ ذخیره، حق‌بیمه و غیرزندگی را در ١٨ سال آتی (به دلیل بسته‌شدن تمامی پرونده‌های گذشته و ٥ سال تصادف اضافی) نشان می‌دهد.

جدول ٤–١. خطای استاندارد مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمهٔ چندساله و همبستگی بین آنها در سالهای تصادف آتی

سال آتی m	مخاطرهٔ ذخیرهٔ چندساله $s.e\left[^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{PY}\right]$	مخاطرهٔ حق‌بیمهٔ چندساله $s.e\left[^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}_{NY}\right]$	مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی $s.e\left[^{(n\to n+m)}\widehat{CDR}\right]$	ضریب مبستگی مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه
١	٧٠٣٣٢	٣٨٦١١	٨٨٤٣٨	٠/٢٥
٢	٨٧٦٩٧	٧٤٨٧٣	١٣٣٠٦٥	٠/٣٤
٣	٩٧٤٤٢	١١٠٩٥٢	١٧٣٦٩٢	٠/٣٩
٤	١٠٢٩٩٢	١٤٨٠٤٩	٢١٢٧٨٦	٠/٤٢
٥	١٠٥٥٦١	١٨٧١٢٣	٢٥١٥٧٣	٠/٤٣
٦	١٠٦٦٨٤	١٩٩٢٨٠	٢٦١٨٩٩	٠/٤١
٧	١٠٧٤٣٧	٢٠٥٩٠٠	٢٦٧٧٣٧	٠/٤٠
٨	١٠٧٩٤٣	٢١٠١١٤	٢٧١٥٠٠	٠/٣٩
٩	١٠٨٣١٠	٢١٢٦٨٣	٢٧٣٨٦١	٠/٣٩
١٠	١٠٨٤٦٦	٢١٣٩٨٣	٢٧٥٠٢٨	٠/٣٩
١١	١٠٨٥٧٥	٢١٤٥١٩	٢٧٥٥٥٤	٠/٣٩
١٢	١٠٨٦٠٦	٢١٤٩٣٠	٢٧٥٩٠٥	٠/٣٩
١٣	١٠٨٦٢٠	٢١٥١٩٥	٢٧٦١٢٦	٠/٣٩
١٤	١٠٨٦٢٠	٢١٥٤١٥	٢٧٦٢٩٧	٠/٣٩
١٥	١٠٨٦٢٠	٢١٥٤٩٩	٢٧٦٣٦٢	٠/٣٩
١٦	١٠٨٦٢٠	٢١٥٥٦٣	٢٧٦٤١٢	٠/٣٩
١٧	١٠٨٦٢٠	٢١٥٥٨٠	٢٧٦٤٢٦	٠/٣٩
١٨	١٠٨٦٢٠	٢١٥٥٨٨	٢٧٦٤٣٢	٠/٣٩

به طور مثال، زمانی که $m=1$ است، حداکثر مقادیر مخاطره در سال ٢٠٠١ تعیین می‌شود. حداکثر مقدار مخاطرهٔ ذخیره در این سال برابر ٧٠٣٣٢، مخاطرهٔ حق‌بیمه برابر ٣٨٦١١، مخاطرهٔ غیرزندگی برابر ٨٨٤٣٨ است. نکتهٔ دیگری که باید توجه کنیم، انتظار داریم با جمع حداکثر مقدار مخاطرهٔ ذخیره و مخاطرهٔ حق‌بیمه، مخاطرهٔ بیمهٔ

غیرزندگی محاسبه شود اما در عمل مشاهده می‌کنیم، جمع دو مخاطره با مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی برابر نمی‌شود. به‌طور مثال برای سال بعد، ۸۸٤۳۸ ≠۳۸٦۱۱+۷۰۳۳۲ است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، همبستگی بین مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه وجود دارد و همبستگی بین دو مخاطرهٔ حق‌بیمه و ذخیره در همان جدول نشان داده شده است. در سال اول همبستگی ۲۵ درصد است. با افزایش m می‌توانیم مقادیر مخاطره در سالهای بعدی را مشاهده کنید. اگر دقیق‌تر به جدول نگاه کنیم، از سالهای ۱۳ به بعد مقادیر مخاطرهٔ ذخیره شبیه به هم‌اند، زیرا حداکثر سالهای تصادف در مثال ارائه‌شده برابر ۱٤ است، بنابراین حداکثر تا ۱۳ سال بعد تمام پرداختی خسارتهای پیشین تکمیل می‌شود. از آنجا که فقط پنج سال به سالهای تصادف اضافه شده است مقادیر پنج سال اول نتایج بخش چندساله است.

٤-۱-۲. نتایج دیدگاه یک‌ساله (توانگری)

در این بخش نتایج دیدگاه یک‌ساله ارائه شده و سرمایهٔ مورد نیاز توانگری برای هر سال را محاسبه می‌کنیم. در کنار تعیین عدم اطمینان مخاطره‌ها در افق چندساله به پیش‌بینی مخاطره‌ها در دیدگاه یک‌ساله، برای گزارش‌نویسی استاندارد و دقت در اندازه‌گیری نیازمندیم. هدف از ارائهٔ این روش تجزیه‌کردن مخاطرهٔ چندساله در بازه‌های حسابرسی مختلف یک‌سالهٔ $T=n+t$ و $T=n+t+1$ برای $t\geq 0$ است. مقادیر مخاطرهٔ ذخیره و مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی به‌ترتیب بر اساس گزاره‌های ۳-۵-۲ تعیین می‌شود و اگر $i=n+1$ و $t=0$ قرار دهیم، با حالت خاص گزارهٔ ۳-٤-۱ که $m=1$ است، برابر خواهد بود و از این طریق مخاطرهٔ حق‌بیمه یک‌ساله محاسبه خواهد شد. نتایج ۱۸ سال آتی در جدول ٤-۲ نشان داده شده است. مقادیر هر سه مخاطره برای هر سال آتی(یک سال یک سال) محاسبه شده است. اولین سال آتی همان حداکثر مقدار مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی در توانگری مالی است. بر این اساس مقدار مخاطرهٔ ذخیره در سال آتی ۷۰۳۳۲ است و با افزایش زمانهای حسابرسی مقدار مخاطرهٔ ذخیره کاهش پیدا می‌کند، زیرا با افزایش زمان بیشتر بدهیها پرداخته شده و پرونده‌ها تکمیل می‌شوند. حداکثر

مقدار مخاطرهٔ حق‌بیمه برای سال آتی ۳۸٦۱۱ است و با افزایش زمان حسابرسی این مقدار کاهش پیدا می‌کند زیرا با گذشت زمان بدهیها پرداخت می‌شوند. ستون سوم این جدول، مقدار مخاطرهٔ غیرزندگی در هر سال حسابرسی را نشان داده است. در سال آتی حداکثر مقدار مخاطرهٔ غیرزندگی برابر ۸۸٤۳۸ که معادل مقدار سرمایهٔ غیرزندگی در توانگری است. از آنجا که هدف ما تعیین حداکثر مقدار مخاطره در پنج سال آتی بود، پنج مقدار اول ستون مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی به‌عنوان حداکثر مخاطره برای هر سال تعیین می‌شود.

تمامی نتایج بر اساس فرض اول (رگرسیون ساده) بود، در ادامه از رگرسیون چندجمله‌ای برای پیش‌بینی حق‌بیمه استفاده می‌کنیم و تمامی نتایج را بر اساس این فرض دنبال می‌کنیم.

جدول ٤-۲. خطای استاندارد مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمهٔ یک‌ساله

سال حسابداری	مخاطرهٔ ذخیرهٔ یک‌ساله $s.e\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}_{PY}\right]$	مخاطرهٔ حق‌بیمهٔ یک‌ساله $s.e\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}_{NY}\right]$	مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی $s.e\left[{}^{(n+t\to n+t+1)}\widehat{CDR}_{PY}\right]$
۰	۷۰۳۳۲	۳۸٦۱۱	۸۸٤۳۸
۱	۵۲۳۸۵	۳۷۷٦٤	۸۷۹۸۱
۲	٤۲٤۷۷	۲۵۰۱٦	۸۹۳۲٤
۳	۳۳۳۵۲	۲۰۷۹۲	۸۹٤٦۲
٤	۲۳۱٤٦	۲۱٦۰۸	۸۹٦٤٦
۵	۱۵٤۳۹	۱۵۸۲٤	۷۲۸۱۷
٦	۱۲۷۰۲	۷۱۳٤	۵۵٦۰۳
۷	۱۰٤۳۳	٦٤٤۳	٤۵۰۵۰
۸	۸۹۱۵	۳۰۱۱	۳۵۸۸۲
۹	۵۸۰۸	٦٦۷٤	۲۵۳۰۹
۱۰	٤۸۵۷	۱۹۲٤	۱۷۰۰۸
۱۱	۲٦۲۸	٤۰۲۱	۱۳۹۲۸
۱۲	۱٦۹۰	۱۷٤۰	۱۱۰۲۵
۱۳		۱۷۲۳	۹۷۱۹
۱٤			٦۰۲۹
۱۵			۵۲٤۵
۱٦			۲۷٤۰
۱۷			۱۸۵۷

٤-۲. فرض دوم: حق‌بیمهٔ آتی دارای رشد غیرخطی

در این قسمت فرض می‌کنیم که حق‌بیمهٔ پیش‌بینی‌شده دارای رشد نسبتاً زیاد و غیرخطی است.

٤-۲-۱. نتایج ذخایر چندساله

مقادیر مخاطرهٔ ذخیره و حق‌بیمه و همچنین ضریب همبستگی بین آنها برای هر سال تصادف به‌ترتیب بر اساس گزاره‌های ۳-۳-۱، ۳-٤-۱ و ۳-۱-٤ محاسبه می‌شوند. مخاطرهٔ حق‌بیمه به دلیل ثابت‌بودن حق‌بیمه‌های پیشین تغییری پیدا نمی‌کنند، اما با تغییر حق‌بیمه‌های آتی، مخاطرهٔ حق‌بیمه و مخاطرهٔ غیرزندگی در معرض تغییر قرار گرفته‌اند. مخاطرهٔ حق‌بیمه و مخاطرهٔ غیرزندگی افزایش پیدا کرده‌اند و همچنین ضریب همبستگی بین دو مخاطرهٔ حق‌بیمه و ذخیره با افزایش حق‌بیمه، افزایش پیدا کرده است.

٤-۲-۲. نتایج دیدگاه یک‌ساله (توانگری)

مقادیر مخاطرهٔ ذخیره و مخاطرهٔ بیمهٔ غیرزندگی به‌ترتیب بر اساس گزاره‌های ۳-۵-۳ و ۳-۵-۱ محاسبه می‌شوند. مخاطرهٔ حق‌بیمه بر اساس گزارهٔ ۳-۵-۲۳ تعیین می‌شود و اگر $i=n+1$ و $t=0$ قرار دهیم، با حالت خاص گزارهٔ ۳-٤-۱ که $m=1$ است، برابر خواهد بود و از این طریق مخاطرهٔ حق‌بیمه یک‌ساله محاسبه خواهد شد در طول ۱۸ سال آتی نشان داده می‌شود. مقادیر هر سه مخاطره برای هر سال آتی (یک سال به یک سال) محاسبه شده است. اولین سال آتی همان حداکثر مقدار مخاطرهٔ بیمه غیرزندگی در توانگری مالی است. حداکثر مقدار مخاطرهٔ ذخیره برای سال اول ۷۰۳۳۲ است و با افزایش حق‌بیمه تغییری ایجاد نشده است .

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله از روش ذخیره‌سازی زیان جمعی برای بررسی عدم اطمینان مخاطره‌ها در چند سال بعد استفاده و فرمولهای تحلیلی بسته‌ای برای پیش‌بینی خطا در افق چندساله محاسبه شده است. این فرمولها برای مخاطرهٔ ذخیره و مخاطرهٔ حق‌بیمه ارائه شده و با

درنظرگرفتن هم‌زمان آنها برای مخاطرهٔ بیمه غیرزندگی مدل‌سازی صورت گرفت. نتایج دیدگاه چندساله می‌تواند در برنامه‌ریزیهای آتی و مدیریت بهتر منابع و بدهیها به‌ویژه در توانگری مالی ۲ مناسب باشد. در روند مدل‌سازی محدودیتهایی گذاشته شده و فرض شده پرتفوی همگن و پایا باشد. همچنین برای بررسی تسویهٔ ادعای خسارت بزرگ باید رفتارشان جدا از ذخیره‌سازی زیان بررسی شود. فرمولهای تحلیلی به‌دست‌آمده با سایر روشهای ذخیره‌سازی نیز قابل بررسی و مقایسه است. همچنین با تعمیم روش ذخیره‌سازی زیان جمعی به چندمتغیره یا تعمیم روشهای دیگری از جمله نردبان زنجیری، می‌توان چند پرتفوی وابسته را هم‌زمان مورد بررسی و ارزیابی قرار داد.

منابع

1. Böhm, H. and Glaab, H., 2006. Risk modelling with triangulation data.In *Annual Meeting of the German Actuarial Society, ASTIN-Tagung*.

2. Diers, D., 2011. Management strategies in multi-year enterprise risk management. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Issues and Practice*, 36(1), pp. 107-125.

3. Diers, D. and Linde, M., 2013. The multi-year non-life insurance risk in the additive loss reserving model. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(3), pp. 590-598.

4. Diers, D., Eling, M., Kraus, C. and Linde, M., 2013. Multi-year non-life insurance risk. *The Journal of Risk Finance*, 14(4), pp. 353-377.

5. Eling, M., Gatzert, N. and Schmeiser, H., 2009. Minimum standards for investment performance: A new perspective on non-life insurer solvency. *Insurance: Mathematics and Economics*, 45(1), pp.113.

6. England, P.D. and Verrall, R.J., 2002. Stochastic claims reserving in general insurance. *British Actuarial Journal*, 8(03), pp. 443-518.

7. England, P.D. and Verrall, R.J., 2006. Predictive distributions of outstanding liabilities in general insurance.*Annals of Actuarial Science*, 1(02), pp. 221-270.

8. Gault, T., Llaguno, L., and Lowe, S., 2010. A structural simulation modelfor measuring general insurance risk.*Casualty Actuarial Society E-Forum*, pp. 1-57.

9. Mack, T., 2002. Schadenversicherungsmathematik; Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, DGVM, VVW Karlsruhe, Heft 28, 2.

10.Mack, T., 2009. *Das Kalenderjahr–RisikoimZuwachsquoten-Modell*.Annual Meeting of the German Actuarial Society, ASTIN-Tagung 2009.

11. Merz, M. and Wüthrich, M.V., 2007. Prediction error of the expected claims development result in the chain ladder method. *Bulletin of Swiss Association of Actuaries*, 1(2007), pp. 117-137.

12.Merz, M. and Wüthrich, M.V., 2009. Prediction error of the multivariate additive loss reserving method for dependent lines of business. *Variance*, 3(1), pp. 131-151.

13. Merz, M. and Wüthrich, M.V., 2010. *One-year and full reserve risk for credibility based additive loss reserving method*. Working Paper, ETH Zürich.

14.Ohlsson, E. and Lauzeningks, J., 2009. The one-year non-life insurance risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 45(2), pp. 203-208