

مجله‌ی علمی پژوهشی «پژوهش‌های برنامه‌ی درسی»
انجمن مطالعات برنامه‌ی درسی ایران
دوره‌ی نهم، شماره‌ی دوم، پیاپی ۱۸، پاییز و زمستان ۱۳۹۸
صفحه‌های ۲۰۰-۲۲۴

بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های تصویری بر توانایی حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان

مهران عزیزی محمودآباد* محمدجواد لیاقت‌دار** حمیدرضا عریضی***

چکیده

هدف این مطالعه، بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های تصویری بر توانایی حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی بوده است. این پژوهش از نوع تحلیل محتوا و طرح‌های نیمه آزمایشی از نوع پیش‌آزمون-پس‌آزمون-پیگیری با گروه کنترل است. پس از مطالعه و طراحی آموزشی، ۴۰ نفر از دانش‌آموزان پسر پایه ششم ابتدایی مشغول به تحصیل در یک آموزشگاه در سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶ در شهر یاسوج به‌صورت داوطلب آزاد در این پژوهش شرکت کردند. مشارکت‌کنندگان با انتساب تصادفی به دو گروه آزمایش و کنترل تقسیم شده و گروه آزمایشی برای ۹ جلسه (هر هفته یک جلسه) با استفاده از روش آموزش بازنمایی‌محور تحت آموزش قرار گرفتند. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها در تحلیل محتوا از تکنیک آنروپی شانون و در بخش نیمه‌آزمایشی از آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شد. نتایج تحلیل محتوا نشان داده است، بیش‌ترین توجه برای توزیع و حضور مسائل کلامی به ترتیب به مسائل بازنمایی عریان، بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک‌کننده و در نهایت به مسائل بازنمایی بی‌فایده شده است. همچنین نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر نشان داد که تفاوت معناداری در میانگین تمام مؤلفه‌های توانایی حل مسائل کلامی ($P < 0.05$) بین گروه کنترل و آزمایش وجود دارد؛ لذا آموزش بازنمایی‌های تصویری موجب افزایش توانایی حل مسائل کلامی ریاضی در دانش‌آموزان شده است. به‌علاوه نتایج نشان می‌دهد که استفاده از بازنمایی‌های تصویری در حل مسائل کلامی در طول زمان ثبات دارد؛ و نهایتاً نتایج مقایسه زوجی بازنمایی‌های متفاوت نشان می‌دهد اثرات بازنمایی‌های متفاوت یکسان نمی‌باشند.

واژه‌های کلیدی: مسائل کلامی، بازنمایی عریان، تصاویر بی‌فایده، بازنمایی کمک‌کننده، تصاویر ضروری.

*دانشجوی دکتری برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی. Azizi8175@yahoo.com

**استاد گروه علوم تربیتی، دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی. (نویسنده مسئول). javad@edu.ui.ac.ir

***استاد گروه روانشناسی، دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی. dre.orezyi@edu.ui.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۸/۲/۷

تاریخ دریافت مقاله نهایی: ۹۷/۱۲/۷

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۸/۲۲

مقدمه

ریاضیات ریشه در قوه تعقل انسانی و نقشی مؤثر در درک قانونمندی طبیعت دارد. ریاضیات به عنوان علم مطالعه الگوها و ارتباطات، هنری دارای نظم و برخوردار از سازگاری درونی، زبانی دقیق برای تعریف اصطلاحات و نمادها و ابزار کار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها تعریف شده است (سند برنامه درسی ملی، ۱۳۹۱). از این حیث ریاضیات نیازمند توجه ویژه‌ای در بین علوم است. در آموزش ریاضی، آموزش حل مسئله مقدمه‌ی یادگیری تمام مهارت‌ها و محتوای ریاضیات است (کلاین، ۲۰۰۳). رویکردهای مختلفی برای حضور حل مسئله در برنامه درسی ریاضی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به آموزش حل مسئله^۱، آموزش ریاضی به منظور حل مسئله^۲ و آموزش از طریق حل مسئله^۳ اشاره نمود. در تحقیقات اخیر آموزش از طریق حل مسئله را بیش از رویکردهای دیگر مورد تأکید قرار می‌دهند (کای و لستر^۴، ۲۰۱۰). پژوهشگران و آموزشگران در خصوص آموزش حل مسئله تقریباً اتفاق نظر دارند اما نظر آنها در خصوص چگونگی انجام این کار متفاوت است (ریاضی ششم ابتدایی، ۱۳۹۶). در کتب ریاضی مسائل کلامی جایگاه ویژه‌ای دارند. مسائل کلامی، نوع خاصی از مسائل ریاضی است که به توصیف موقعیتی از دنیای واقعی می‌پردازند. دانش‌آموزان برای حل این نوع مسائل، نیاز به استفاده از عملگرهای ریاضی و داده‌های موجود در متن مسئله دارند (لیو^۵، ۱۹۹۲). از طرفی جامعه متخصصان حوزه آموزش و تدریس ریاضی بر نقش بازنمایی‌ها^۶ در تسهیل فرایند حل مسئله تأکید کردند (مونواییو، پاپاجیورجیو و گاتسیس^۷، ۲۰۰۷). همچنین پژوهش‌های حوزه روان‌شناسی هم بر نقش استفاده از بازنمایی‌ها بر تسهیل و فهم این فرایند تأکید دارند (جولو^۸، ۲۰۰۲). دویندت-کینگ و گلدین^۹ (۲۰۰۳) ادعان داشتند که به هر ساختاردهی و پیکربندی از ویژگی‌ها و صفات متمایز، تصاویر، اشکال و اهداف عینی که انعکاس دهنده محتوا و مفاد یک موضوع است بازنمایی گفته می‌شود. روش‌های بازنمایی ایده‌های ریاضی، مبنایی برای فهم و استفاده از این ایده‌ها است و این بازنمایی‌ها سبب افزایش

¹Klein

²Teaching about problem solving

³Teaching mathematics for problem solving

⁴Teaching via problem solving

⁵Cai & Lester

⁶lave

⁷Representations

⁸Monoyiou, Papageorgiou & Gagatsis

⁹Julo

¹⁰DeWindt-King & Goldin

توانمندی در حل مسئله می‌شوند (ملونی، ورشافل و ون دوران، ۲۰۱۷). بسیاری از بازنمایی‌هایی که ما استفاده می‌کنیم (مانند کسرها، نمودارها، نمادهای جبری، بازنمایی‌های تصویری و ...) نتیجه‌ی فرایند پالایشی است که در طول سال‌ها اتفاق می‌افتد. زمانی که دانش‌آموزان بازنمایی‌های ریاضی و ایده‌های آن را کسب می‌کنند، در واقع آنها در حال دریافت یک مجموعه از ابزارهایی هستند که به صورت معناداری ظرفیت تفکر آنها را توسعه می‌دهد (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۰۰). لذا درک صورت مسئله که بیان، تعریف و بازنمایی یا بازنمود کردن نامیده می‌شود، از اهمیت خاصی برخوردار است. روش‌های مختلفی برای بازنمایی مسائل ریاضی وجود دارد. یکی از این روش‌ها، بازنمایی تصویری است. مسائل کلامی اغلب با تصاویر همراه هستند. البته تصاویر می‌توانند محدود به سرگرمی بوده و تصاویری آموزنده برای حصول پاسخ صحیح نباشند. اغلب ادعا می‌شود که این تصاویر مهارت‌های حسابی را به صورت کلی بهبود می‌دهند. هر چند این سؤال هم مطرح است که آیا بازنمایی‌های تصویری برای خود فرایند یادگیری هم سودمند هستند؟ (کریپس و سووری، ۲۰۰۶؛ سوفرت، جانن و برانکن، ۲۰۰۷؛ پارمار و سیکنر، ۲۰۰۵؛ راس ماسن و بیزانس، ۲۰۰۵).

در آموزش ریاضی بازنمایی تصویری از دو جهت مهم است: اول اینکه یک کمک حمایتی برای انعکاس داده‌های مسئله است و دوم اینکه معنا و مفهومی برای ارتباط ایده‌های ریاضی است؛ بنابراین پژوهشگران معتقدند که بازنمایی‌های تصویری یک کمک مهم برای یادگیری ریاضی (دلوچی، ۱۹۹۱) و حل مسئله (دویندت-کینگ و گلدین، ۲۰۰۳؛ دیزمان و انگلیش، ۲۰۰۱) است. از طرفی هر کدام از سبک‌های چندگانه بازنمایی یک مسئله کلامی برخی از ابعاد مسئله را روشن می‌کند که سبب تسهیل مسئله برای فراگیر خواهد شد (انیسورث، وود و بایی، ۱۹۹۷؛ الیا، گاگاتسیس و دمتریو، ۲۰۰۷؛ شنتز، ۲۰۰۲).

در یک طبقه‌بندی که چارچوب نظری پژوهش حاضر هم بر آن استوار است، برنڈز و لیشت^{۱۱}

^۱Mellone, Verschaffel & Van Dooren

^۲Crisp & Sweiry

^۳Seufert & Janen & Brunken

^۴Parmar & Signer

^۵Rasmussen & Bisanz

^۶DeLoache

^۷Diezmann & English

^۸Ainsworth, Wood & Bibby

^۹Elia

^{۱۰}Schnotz

^{۱۱}Berends & Lieshout

(۲۰۰۹) سیستمی با چهار طبقه از تصاویر شامل تصاویر عریان^۱ بی‌فایده^۲، کمک‌کننده^۳ و ضروری^۴ ارائه دادند که در زیر تشریح شده است.

نوع اول از تصاویر شامل یک بازنمایی نمادین انتزاعی از مسئله است. از آنجایی که ویژگی و اطلاعات تصویری خاصی برای جلب توجه دانش‌آموزان در این نوع تصاویر وجود ندارد، به این تصاویر اصطلاح ساده (عریان) داده شده است. در بازنمایی عریان دانش‌آموزان نیازمند صورت مسئله برای حصول پاسخ صحیح هستند. به‌علاوه اگر چک کردن اطلاعات از صورت سؤال برای دانش‌آموزان ثقیل باشد، می‌توان صورت مسئله را با نمادین‌سازی به‌صورت ساده و قابل فهم ارائه داد. در اینجا برخی اطلاعات اضافی موجود است، اما این اطلاعات از مرحله‌ی اول مسئله است که دانش‌آموزان قبل از خواندن صورت مسئله و قسمت نمادین‌سازی انتزاعی آن، از آن آگاهی نداشتند؛ مگر اینکه اطلاعات مسئله را تحلیل و تفسیر می‌کردند. با اضافه کردن بازنمایی نمادی به مسئله، فهم دانش‌آموزان افزایش یافته و این در عملکرد دانش‌آموزان مؤثر و مفید واقع می‌شود؛ بنابراین انتظار می‌رود که این نوع از بازنمایی مسائل کلامی منجر به پردازش مؤثر و کارآمد (برای مثال سرعت و دقت بالاتر) شود. برای مثال به سؤال زیر توجه کنید.

در یک کلاس درس شش عدد نیمکت وجود دارد. اگر دو عدد از نیمکت‌ها را از کلاس خارج

کنیم، چند درصد از نیمکت‌ها از کلاس خارج شده است؟

$$\frac{2}{6} = \frac{?}{100} = \dots \%$$

پاسخ برابر است با ...

نوع دوم از تصاویر به اصطلاح بی‌فایده نامیده می‌شود؛ چراکه مسائل همراه با تصویری هستند که حاوی اطلاعات حسابی از مسئله نمی‌باشند و اطلاعاتی به مسئله اضافه نکرده است. جهت حصول پاسخ صحیح، دانش‌آموز مسئله را تحلیل می‌کند و اطلاعات حسابی را روشن کرده و به نتیجه‌ای دست می‌یابد که فقط مربوط به اطلاعات ارائه شده در صورت مسئله است. انتظار می‌رود که این نوع تصاویر نسبت به تصاویر ساده مشکلات بیش‌تری داشته باشند؛ به این دلیل که محاسبات اصولی نیازمند استدلال و استنتاج هستند و نیاز است که اطلاعات تصویری بی‌ربط، نادیده انگاشته شود (شکل ۱).

^۱Bare

^۲Useless

^۳Helpful

^۴Essential



شکل ۱- تصویر بدون فایده

در یک کلاس درس شش عدد نیمکت وجود دارد. اگر دو عدد از نیمکت‌ها را از کلاس خارج کنیم، چند درصد از نیمکت‌ها از کلاس خارج شده است؟ پاسخ برابر است با ...

سومین نوع تصاویر به اصطلاح کمک‌کننده نامیده می‌شود. این نوع تصاویر شبیه تصاویر قبلی است با این تفاوت که این تصاویر حاوی اطلاعات عددی مطرح شده در مسئله هستند. با استفاده از تصاویر کمک‌کننده، دانش‌آموزان تصاویر را با اطلاعات حسابی که می‌تواند بر روی مسئله نگاشته شود، تحلیل می‌کنند. اطلاعات اضافی بی‌ربط همانند انواع قبلی نادیده گرفته شده و نهایتاً محاسبه اصلی نیازمند استدلال و اجراست (شکل ۲).



شکل ۲- تصویر کمک‌کننده

صورت مسئله: مسئله ارائه شده متناسب با تصویر شکل (۱) به انضمام شکل (۲) چهارمین نوع از تصاویر، تصاویر ضروری نامیده می‌شود که شامل مسئله ناقص به انضمام تصویری است که دربرگیرنده اطلاعات عددی مجهول از مسئله است. در تصاویر مذکور پیشین، صورت مسئله شامل همه اطلاعات ضروری برای حل مسئله بود؛ اما در تصاویر ضروری دانش‌آموزان متوجه می‌شوند اطلاعاتی از صورت مسئله از دست رفته است و باید متعاقباً از

تصویر استنتاج شود. همچنین دانش‌آموزان اطلاعات بی‌ربط تصویر را نادیده گرفته، اطلاعات را از دو منبع (شکل و صورت مسئله) تلفیق و استنباط کرده و مسئله را حل می‌کنند (شکل ۳).



شکل ۳- تصویر ضروری

در یک کلاس درس شش عدد نیمکت وجود دارد. تعدادی از نیمکت‌ها را از کلاس خارج کنیم، چند درصد از نیمکت‌ها از کلاس خارج شده است؟ پاسخ برابر است با ...

در طبقه‌بندی مشابه دیگری، برنرز و لیشات (۲۰۰۹) سیستمی با چهار طبقه استفاده کردند. ۱- تصاویر ساده و روشن مانند نشانه‌ها ۲- تصاویر بدون فایده ۳- تصاویر کمک‌کننده و مفید و ۴- تصاویر ضروری و اساسی (شامل اطلاعات شمارشی و عددی که در بخشی از مسائل کلامی ضروری است). مهم‌ترین تمایز بین تصاویر بدون فایده و کمک‌کننده این است که تصاویر بدون فایده حاوی اطلاعات تصویری بی‌ربط می‌باشند درحالی‌که تصاویر کمک‌کننده اطلاعات عددی مفیدی از مسئله نمایش می‌دهند. در یک طبقه‌بندی دیگر گاکاتسیس و الیا (۲۰۰۴) اصطلاح زینتی را معادل تصاویر بدون فایده و اصطلاح آگاهی‌دهنده را معادل تصاویر ضروری در طبقه‌بندی برنرز و لیشات معرفی کردند. همچنین کارنی و لوین (۲۰۰۲) در طبقه‌بندی دیگری پنج عملکرد از تصاویر در فرایند حل مسئله را ارائه دادند: تزئینی، بازنمودی، سازمانی، تفسیری و انتقالی. تصاویر تزئینی به سادگی صفحه را تزئین کرده و رابطه اندکی یا هیچ رابطه‌ای با محتوای متن ندارند. تصاویر بازنمودی، قسمتی یا همه محتوای متن را نشان می‌دهند. تصاویر سازمانی چارچوب ساختاری مفیدی برای محتوای متن فراهم می‌کنند. تصاویر تفسیری به روشن شدن مشکلات متن کمک می‌کنند و نهایتاً تصاویر انتقالی شامل ترکیبات حفظی است که برای بهبود

¹Carney & Levin

یادآوری اطلاعات طراحی شده‌اند.

در پژوهش‌های متعددی کارایی این بازنمایی‌ها نمایان شده است. مثلاً کای و لستر (۲۰۰۵) تفاوت قابل ملاحظه‌ای در این که چگونه معلمان آمریکایی و چینی با استفاده از این بازنمایی‌ها به دانش‌آموزان خود کمک می‌کنند، تشریح کردند. معلمان چینی بازنمایی‌های تصویری را برای تسهیل درک دانش‌آموزان از مسائل کلامی ترجیح می‌دهند. کای و لستر مثال‌های معمولی ارائه دادند که چگونه معلمان چینی یک آرایش اعداد شبیه نمودار را برای نشان دادن روابط کمی استفاده می‌کردند. بر عکس معلمان آمریکایی معمولاً از نمودارها برای بازنمایی‌های ترسیمی در تمرینات کلاسی استفاده می‌کنند.

در مجموع با توجه به اهمیتی که حل مسئله و مسائل کلامی در برنامه درسی ریاضی داشته و نقشی که انواع بازنمایی‌های تصویری در تسهیل و درک فرایند حل مسائل کلامی ایفا می‌کنند؛ هدف پژوهش حاضر تبیین استفاده از بازنمایی‌های تصویری در کتاب ریاضی ششم ابتدایی و تحلیل تأثیر آموزش بازنمایی‌های تصویری در تسهیل حل مسائل کلامی است. همچنین مهم‌تر از این موارد فراهم آوردن داده‌هایی برای روشن کردن برخی از نقاط تیره و رها شده‌ی پژوهش‌های قبلی در عدم توجه به توانایی استفاده مجدد از این بازنمایی‌ها بعد از گذشت یک دوره زمانی (عدم توجه به پژوهش‌های گذشته به دوره پیگیری و اجتناب از کارهای تکراری) است. به عبارت دیگر سؤالات اصلی پژوهش این است که:

۱- میزان توجه به هر کدام از انواع بازنمایی‌های تصویری در کتاب ریاضی ششم ابتدایی

چقدر است؟

۲- آیا آموزش بازنمایی‌های تصویری در تسهیل حل مسائل کلامی مؤثر است؟

۳- آیا تأثیر حاصل شده در این فرایند در استفاده مجدد در گذر زمان پایدار می‌ماند؟ یا به

عبارتی آیا استفاده مجدد دانش‌آموزان از این بازنمایی‌ها مؤثر واقع می‌شود؟

۴- آیا بازنمایی‌های متفاوت اثرات متفاوتی در تسهیل حل مسائل کلامی دارند؟

روش پژوهش

این پژوهش، از لحاظ ماهیت و هدف از نوع کاربردی و از لحاظ طرح تحقیق در قالب دو مطالعه کمی است. یکی شامل تحلیل محتوا و دیگری شامل پژوهش نیمه آزمایشی با طرح پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری با گروه کنترل است که طی آن تأثیر متغیر مستقل (آموزش بازنمایی‌های تصویری) بر روی متغیر وابسته پژوهش (توانایی حل مسائل کلامی مرتبط با بازنمایی‌های متفاوت) در دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی بررسی شده است.

جامعه، مشارکت‌کنندگان و روش انتخاب آنها: در بخش تحلیل محتوا، جامعه آماری کتاب ریاضی ششم ابتدایی بود. جامعه آماری این پژوهش در بخش نیمه آزمایشی را کلیه دانش‌آموزان پسر پایه ششم ابتدایی شهرستان بویراحمد به تعداد ۲۳۴۳ نفر در سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶ تشکیل دادند. مشارکت‌کنندگان مورد نظر از دانش‌آموزان داوطلب آزاد مورد استفاده قرار گرفت. در پژوهش‌هایی که نیاز به تلاش زیاد آزمودنی‌ها دارد مشارکت‌کنندگان داوطلب بهترین گزینه انتخابی برای حضور در پژوهش می‌باشند (گال و همکاران، ۲۰۰۴). با توجه به این که در تحقیقات نیمه آزمایشی باید حجم هر گروه حداقل ۱۵ نفر باشد (گال و همکاران، ۲۰۰۴)، مشارکت‌کنندگان پژوهش به حجم ۴۰ نفر (دو گروه ۲۰ نفره برای آزمایش و کنترل) انتخاب شدند. برای انتخاب مشارکت‌کنندگان، دانش‌آموزان پسر یکی از مدارس ابتدایی شهر یاسوج به عنوان مشارکت‌کنندگان در دسترس انتخاب و پس از این که ۴۰ نفر به صورت داوطلب آزاد در این پژوهش شرکت کردند، با انتساب تصادفی به دو گروه آزمایش و کنترل تقسیم شدند. شایان ذکر است در طول فرایند مداخله، ریزشی در تعداد شرکت‌کنندگان رخ نداد و در نهایت مداخله با بیست نفر در هر یک از گروه‌های آزمایش و کنترل به پایان رسید.

ابزار اندازه‌گیری

آزمون محقق‌ساخته توانایی حل مسائل کلامی: این آزمون با ۱۲ سؤال تشریحی (هر بازنمایی تصویری در قالب سه سؤال) در سه مرحله پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری در ابتدای دوره آموزشی (پیش‌آزمون) و پس از اتمام دوره (پس‌آزمون) و مجدداً بعد از دو ماه (پیگیری) به اجرا در آمد. هدف از اجرای این آزمون بررسی توانایی حل مسئله دانش‌آموزان با استفاده از بازنمایی‌های تصویری بود. حداکثر نمره این آزمون در توانایی حل مسائل کلامی هر کدام از

¹semi-experimental

بازنمایی‌ها ۲۰ و زمان پاسخ‌گویی به ۱۲ سوال آزمون ۶۰ دقیقه است. به دلیل عدم وجود یک آزمون استاندارد شده در این خصوص، از بین سؤالات پژوهش‌های معادل خارجی (مانند برندز و لیسات، ۲۰۰۹) و آزمون محقق‌ساخته داخلی (مبنی بر کتاب درسی ریاضی ششم ابتدایی متناسب با آموزش موضوعات تدریس شده) ۳۲ سؤال استخراج و ارائه گردید. به این ترتیب از سؤالاتی که از قدرت تمیز بالا و سطح دشواری متوسط برخوردار بودند ۱۲ سؤال انتخاب شد. ضریب دشواری و تمیز این سؤالات در جدول (۱) گزارش شده است.

روایی آزمون محقق ساخته: برای تعیین روایی این آزمون، از قضاوت متخصصان استفاده شده است. برای این منظور شش نفر متخصص با تجربه (دو متخصص موضوعی (آموزشگر ریاضی)، دو متخصص برنامه‌ریزی درسی و دو معلم خبره ابتدایی) روایی صوری و محتوایی آزمون را پس از اصلاحات تأیید کردند.

پایایی آزمون محقق ساخته: برای تعیین پایایی آزمون محقق ساخته از شاخص پایایی مصححان استفاده شد. همبستگی بین نمرات مصححان مختلف پایایی مصححان به حساب می‌آید. میزان ضریب همبستگی بین نمرات داده شده توسط دو مصحح (متخصص موضوعی) بر اساس کلید نمره‌گذاری برای بازنمایی عریان ۰/۸۴، بازنمایی بی‌فایده ۰/۹۱، بازنمایی کمک‌کننده ۰/۸۱ و بازنمایی ضروری ۰/۸۱ بوده است.

در بخش تحلیل محتوا برای محاسبه قابلیت اعتماد از روش کدگذاری مجدد توسط سه کدگذار استفاده شده است و ضریب پایایی با استفاده از فرمول ویلیام اسکات ۹۶٪ به دست آمده است.

جدول ۱. ضریب دشواری و تمیز سؤالات آزمون محقق ساخته توانایی حل مسائل کلامی

سؤالات	ضریب دشواری	ضریب تمیز
۱	۰/۳۹	۰/۶۹
۲	۰/۴۱	۰/۷۱
۳	۰/۳۸	۰/۶۸
۴	۰/۳۷	۰/۶۷
۵	۰/۳۹	۰/۶۳
۶	۰/۳۸	۰/۶۶
۷	۰/۴۱	۰/۷۹
۸	۰/۴۴	۰/۷۶
۹	۰/۴۲	۰/۷۷
۱۰	۰/۴۱	۰/۶۶
۱۱	۰/۴۰	۰/۷۰
۱۲	۰/۴۲	۰/۶۳

روند اجرای آموزش

در مرحله مداخله با پشتوانه نظریه «برندز و لیشات، ۲۰۰۹» در مورد بازنمایی‌های تصویری به آموزش بازنمایی محور پرداخته شد و پیش‌آزمون - پس‌آزمون‌ها طراحی شدند. مداخله‌ی بازنمایی محور مبتنی بر چهار بازنمایی عریان، بدون فایده، کمک‌کننده و ضروری در برگرنده ۹ جلسه به مدت ۶۰ دقیقه بود که هفته‌ای یک بار برگزار می‌شد. در این ۹ جلسه ۶۰ دقیقه‌ای در هر جلسه تکالیف خانگی مرتبط با بازنمایی‌های تصویری به دانش‌آموزان ارائه گردید. در جلسه اول قبل از آغاز جلسه پیش‌آزمون ارائه شد و پس از پایان جلسه نهم از آنها پس‌آزمون گرفته شده است. در پایان هر جلسه بازخورد مشارکت‌کنندگان در مورد جلسه دریافت شده است. در آغاز هر جلسه خلاصه‌ای از جلسات قبل و تکالیف هفته پیش مرور شده است. جهت پیگیری اثرات مداخله آزمایشی، پیگیری دو ماه بعد صورت گرفت. روند مختصری از جلسات آموزشی در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. مختصری از ساختار و محتوای جلسات آموزش بازنمایی محور		
عنوان	هدف	محتوا
جلسه اول	برقراری ارتباط و ایجاد آمادگی	اجرای پیش‌آزمون-آشنایی با کاربرد انواع تصاویر، نقشه‌ها و نمودارها در حل مسائل- ارائه تکلیف
جلسه دوم	تعریف بازنمایی و تصاویر	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، تاریخچه استفاده از انواع تصاویر، آشنایی با انواع تصاویر
جلسه سوم	تحلیل تصاویر متفاوت	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، ارائه تعریف تصویر و اهمیت آن - کاربرد آن- تفاوت و شباهت‌های آن با نقشه، نقاشی، عکس- طراحی یک تصویر از کلاس درس با تعداد اجزاء و موقعیت موجود آن‌ها- بیان کاربرد تصویر در زندگی
جلسه چهارم	آشنایی با بازنمایی عریان	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، آشنایی با بازنمایی عریان و کاربرد آن در مسائل- حل مسئله- ارائه تکلیف
جلسه پنجم	آشنایی با بازنمایی بدون فایده	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، آشنایی با بازنمایی بی‌فایده و کاربرد آن در مسائل- حل مسئله- ارائه تکلیف
جلسه ششم	آشنایی با بازنمایی کمک‌کننده	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، آشنایی با بازنمایی کمک‌کننده و کاربرد آن در مسائل- حل مسئله- ارائه تکلیف
جلسه هفتم	آشنایی با بازنمایی ضروری	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، آشنایی با بازنمایی ضروری و کاربرد آن در مسائل- حل مسئله- ارائه تکلیف
جلسه هشتم	تحلیل چهار نوع تصویر	یادآوری مطالب و مرور تکالیف، تحلیل جامعی از انواع تصاویر
جلسه نهم	سنجش کیفیت مطالب ارائه شده و ارائه بازخورد	مرور کلی بر کلیه‌ی جلسات، بررسی مقید بودن تکالیف خانگی و جمع‌بندی نظرات افراد و اجرای پس‌آزمون

تجزیه و تحلیل داده‌ها

به منظور پاسخگویی به سؤال پژوهش در قسمت تحلیل محتوا از روش تحلیل محتوا با تکنیک آنتروپی شانون و در قسمت پژوهش نیمه آزمایشی از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شده است.

یافته‌ها

سؤال اول: میزان توجه به هر کدام از انواع بازنمایی‌های تصویری در کتاب ریاضی ششم ابتدایی چقدر است؟

یافته‌های حاصل از تحلیل محتوای مسائل کلامی کتاب ریاضی ششم مرحله اول: جدول توزیع فراوانی توجه به مؤلفه‌های پژوهش در صفحات کتاب ریاضی ششم ابتدایی: روی هم رفته تعداد کل مسائل کتاب درسی در بخش تمرین و کار در کلاس ۳۷۵ مسئله کلامی است که به تفکیک در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳. فراوانی مؤلفه‌های پژوهش در کتاب ریاضی ششم

مؤلفه	بازنمایی ضروری	بازنمایی کمک‌کننده	بازنمایی بی‌فایده	بازنمایی عربان	جمع کل
تمرین	۵۰	۹	۲۱	۱۲۵	۲۰۵
کاردرکلاس	۳۴	۱۵	۷	۱۱۴	۱۷۰
جمع کل	۸۴	۲۴	۲۸	۲۳۹	۳۷۵

مرحله دوم: جدول داده‌های بهنجار شده مؤلفه‌های پژوهش ماتریس فراوانی‌های جدول ۳ به هنجار شده و در جدول ۴ ارائه شده است. بدین منظور از فرمول شماره ۱ استفاده شده است.

$$P_{ij} = \frac{F_{ij}}{\sum_{i=1}^m F_{ij}} \quad (1)$$

جدول ۴. داده‌های بهنجار شده مؤلفه‌های پژوهش

مؤلفه	بازنمایی ضروری	بازنمایی کمک‌کننده	بازنمایی بی‌فایده	بازنمایی عربان
تمرین	۰/۶۰	۰/۳۷	۰/۷۵	۰/۵۲
کاردرکلاس	۰/۴۰	۰/۶۳	۰/۲۵	۰/۴۸

مرحله سوم: جدول میزان عدم اطمینان (E_j) حاصل از هر یک از مقوله‌ها

بار اطلاعاتی مقوله j محاسبه گردید بدین منظور از رابطه‌ی شماره ۲ استفاده شده است.

$$(۲) \quad E = -K \sum_{i=1}^m [P_{ij} \ln P_{ij}] \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad \text{که در آن، } k = 1 / \ln M \text{ است.}$$

جدول ۵. میزان عدم اطمینان E_j حاصل از هر یک از مقوله‌ها

مقوله	بازنمایی ضروری	بازنمایی کمک‌کننده	بازنمایی بی‌فایده	بازنمایی عریان
E_j	۰/۴۶۴	۰/۴۵۴	۰/۳۸۸	۰/۴۷۸

مرحله چهارم: جدول ضریب اهمیت (W_j) هر یک از مقوله‌ها با استفاده از بار اطلاعاتی مقوله‌ها ضریب اهمیت هر یک از مقوله‌ها محاسبه گردیده است. هر مقوله‌ای که دارای بار اطلاعاتی بیش‌تری باشد دارای ضریب اهمیت بیش‌تری خواهد بود. که از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$W_j = \frac{E_j}{\sum_{j=1}^n E_j}$$

W_j شاخصی است که ضریب اهمیت هر مقوله J ام را در یک پیام با توجه به کل پاسخگوها مشخص می‌کند. از طرفی می‌توان با توجه به بردار W مقوله‌های حاصل از پیام را نیز رتبه‌بندی نمود.

جدول ۶. ضریب اهمیت W_j هر یک از مقوله‌ها

مقوله	بازنمایی ضروری	بازنمایی کمک‌کننده	بازنمایی بی‌فایده	بازنمایی عریان
W_j	۰/۲۶۰	۰/۲۵۴	۰/۲۱۷	۰/۲۶۸

با توجه به یافته‌های حاصل از جدول (۶)، می‌توان چنین استنباط کرد که بیش‌ترین توجه برای توزیع و حضور مسائل کلامی به ترتیب به مسائل بازنمایی عریان، بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک‌کننده و در نهایت به مسائل بازنمایی بی‌فایده پرداخته شده است.

سؤالات دوم و سوم: آیا آموزش بازنمایی‌های تصویری در تسهیل حل مسائل کلامی مؤثر

است؟

آیا تأثیر حاصل شده در این فرایند در استفاده مجدد در گذر زمان پایدار می‌ماند؟ یا به عبارتی آیا استفاده مجدد دانش آموزان از این بازنمایی‌ها مؤثر واقع می‌شود؟ در ادامه پژوهش با توجه به این که یک متغیر وابسته کلی (شامل چهار متغیر جزئی) و سه مرحله (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) وجود داشت از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده شده است. نتایج تحلیل شاخص‌های توصیفی بازنمایی‌های تصویری در حل مسائل کلامی در جدول (۷) ارائه شده است.

جدول ۷. شاخص‌های توصیفی بازنمایی‌های تصویری در حل مسائل کلامی

گروه	تعداد (نفر)	انواع متغیر	پیش آزمون		پس آزمون		پیگیری	
			انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین	انحراف استاندارد	میانگین
آزمایش	۲۰	بازنمایی عربی	۱/۲۳	۷/۵۵	۱/۰۵	۱۷/۹۵	۱۷/۷۵	۱/۱۶
کنترل	۲۰		۱/۲۹	۸/۲۵	۱/۰۴	۹/۶۰	۱۰/۱۵	۰/۸۱۲
آزمایش	۲۰	بازنمایی بی‌فایده	۱/۹۰	۶/۹۵	۱/۲۳	۱۷/۰۵	۱۶/۸۰	۱/۱۹
کنترل	۲۰		۱/۲۵	۷/۱۰	۱/۲۰	۸/۱۰	۸/۹۰	۰/۹۱
آزمایش	۲۰	بازنمایی کمک‌کننده	۱/۵۵	۶/۷۰	۰/۸۳	۱۸/۷۰	۱۸/۵۵	۰/۸۱
کنترل	۲۰		۱/۷۵	۶/۴۰	۱/۰۹	۷/۵۵	۸/۴۵	۰/۸۸
آزمایش	۲۰	بازنمایی ضروری	۱/۲۱	۷/۳۰	۰/۹۲۳	۱۶/۳۰	۱۵/۹۰	۱/۴۸
کنترل	۲۰		۱/۰۵	۷/۴۵	۰/۵۱	۸/۴۵	۹/۶۰	۰/۸۲

همان‌طور که مشاهده می‌شود جدول (۷) شاخص‌های توصیفی را نشان داده است که شامل میانگین و انحراف استاندارد دو گروه آزمایش و کنترل در سه مرحله (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) است. با توجه به جدول (۷) میانگین بازنمایی عربی در گروه آزمایشی در پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری به ترتیب ۷/۵۵، ۱۷/۹۵ و ۱۷/۷۵، بازنمایی بی‌فایده ۶/۹۵، ۱۷/۰۵ و ۱۶/۸۰، بازنمایی کمک‌کننده ۶/۷۰، ۱۸/۷۰ و ۱۸/۵۵ و بازنمایی ضروری ۷/۳۰، ۱۶/۳۰ و ۱۵/۹۰ است که نشان‌دهنده این است که روند میانگین نمره‌ها در سه مرحله تفاوت داشته است. همچنین در گروه کنترل میانگین بازنمایی عربی در پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری به ترتیب ۸/۲۵، ۹/۶۰ و ۱۰/۱۵، بازنمایی بی‌فایده ۷/۱۰، ۸/۱۰ و ۸/۹۰، بازنمایی کمک‌کننده ۶/۴۰، ۷/۵۵ و ۸/۴۵ و بازنمایی ضروری ۷/۴۵، ۸/۴۵ و ۹/۶۰ است. مقادیر بیان شده نشان می‌دهد که نمره‌ی هم‌هی

بازنمایی‌های تصویری گروه آزمایش از پیش‌آزمون به پس‌آزمون و از پیش‌آزمون به پیگیری افزایش یافته است؛ ولی در گروه کنترل تغییر محسوسی احساس نمی‌شود.

نتایج بررسی پیش‌فرض‌های آزمون تحلیل واریانس با سنجش مکرر در پیش‌آزمون

برای استفاده از تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر باید دو پیش‌فرض نرمال بودن داده‌ها و یکنواختی کوواریانس‌ها تأیید شود. برای تأیید نرمال بودن داده‌ها از آزمون شاپیرو-ویلکس و برای یکنواختی کوواریانس‌ها از آزمون ام‌باکس و کرویت‌ماچلی استفاده شده است.

نتایج آزمون شاپیرو-ویلکس برای متغیر بازنمایی عریان $(p=0/513)$ ، بازنمایی بی‌فایده $(p=0/411)$ ، بازنمایی کمک‌کننده $(p=0/714)$ و بازنمایی ضروری $(p=0/789)$ نشان می‌دهد که فرض مبتنی بر نرمال بودن توزیع نمره‌های پیش‌آزمون در تمام متغیرها باقی است؛ یعنی توزیع نمره‌ها نرمال و همسان با جامعه است (همه سطوح معناداری در آزمون شاپیرو-ویلکس بزرگ‌تر از $0/05$ است).

همچنین نتایج آزمون باکس مربوط به همسانی ماتریس‌های کوواریانس در بازنمایی عریان با آماره $1/79$ $(p=0/696)$ ، بازنمایی بی‌فایده با آماره $3/59$ $(p=0/561)$ ، بازنمایی کمک‌کننده با آماره $4/65$ $(p=0/711)$ و بازنمایی ضروری با آماره $1/91$ $(p=0/674)$ بزرگ‌تر از سطح معناداری پیش‌فرض به میزان $0/05$ است، لذا نتیجه می‌شود که تساوی کوواریانس‌ها رعایت شده است و کاربرد تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر مجاز است.

نتایج آزمون لامبدای ویلکز و همچنین مقدار مجذور اتای تفکیکی به منظور تعیین میزان تفاوت متغیرها در مرحله قبل و بعد از آموزش بازنمایی‌محور در جدول (۸) ارائه شده است.

جدول ۸ نتایج آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر برای بازنمایی‌های تصویری

متغیر	مقدار لامبدای ویلکز	آماره F	درجه آزادی	سطح معناداری	مجذور اتای تفکیکی
بازنمایی عریان	۰/۱۶۸	۲۵۲/۸۰۲	۲	۰/۰۰۱	۰/۹۳۲
بازنمایی بی‌فایده	۰/۱۶۷	۲۵۶/۸۹۸	۲	۰/۰۰۱	۰/۹۳۳
بازنمایی کمک‌کننده	۰/۱۶۳	۲۷۶/۲۰۵	۲	۰/۰۰۱	۰/۹۳۷
بازنمایی ضروری	۰/۱۹۱	۱۸۴/۷۸۶	۲	۰/۰۰۱	۰/۹۰۹

با توجه به جدول (۸) مقدار لامبدای ویلکز برای بازنمایی عریان برابر $۰/۱۶۸$ ، بی‌فایده $۰/۱۶۷$ ، کمک‌کننده $۰/۱۶۳$ و ضروری $۰/۱۹۱$ است که در سطح $۰/۰۰۱$ معنادار می‌باشند. بدین معنی که تفاوت بین توانایی حل مسئله همه بازنمایی‌های تصویری گروه آزمایش که تحت آموزش بازنمایی محور قرار گرفتند و گروه کنترل که چنین آموزشی ندیدند، معنادار است. همچنین مجذور اتای تفکیکی برای بازنمایی عریان $۰/۹۳۲$ ، بی‌فایده $۰/۹۳۳$ ، کمک‌کننده $۰/۹۳۷$ و ضروری $۰/۹۰۹$ است که این مقادیر اثرات بسیار بالایی محسوب می‌شوند؛ به این معنا که ۹۳% از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون متغیر بازنمایی عریان، بازنمایی بی‌فایده، بازنمایی کمک‌کننده و ۹۰% از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون متغیر بازنمایی ضروری با تأثیر آموزش بازنمایی محور تبیین می‌شود.

در ادامه برای بررسی فرض یکنواختی کوواریانس از آزمون کرویت‌ماچلی نیز استفاده شده است که نتایج آن در جدول زیر آمده است. اگر p در آزمون کرویت‌ماچلی کم‌تر از $۰/۰۵$ باشد نشان‌دهنده تخطی از مفروضه کرویت‌ماچلی است و به طور معمول از آزمون‌های محافظه‌کارانه‌ای چون گرین‌هاووس-گیسر برای تحلیل واریانس اندازه‌گیری مکرر استفاده می‌شود؛ اما اگر آزمون کرویت‌ماچلی معنادار نشد یا به عبارتی، هنگامی که فرض همگنی کوواریانس‌ها برقرار است از فرضیه کرویت برای تفسیر نتایج استفاده می‌شود.

نتایج آزمون ماچلی در اندازه‌گیری‌های مکرر بازنمایی‌های تصویری در مراحل مختلف (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) نشان می‌دهد که همه بازنمایی‌ها از جمله بازنمایی عریان با $۰/۶۶۸$ ($p=۰/۰۰۱$)، بازنمایی بی‌فایده با $۰/۷۶۲$ ($p=۰/۰۰۱$)، بازنمایی کمک‌کننده با $۰/۶۱۰$ ($p=۰/۰۰۱$) و بازنمایی ضروری با $۰/۵۶۵$ ($p=۰/۰۰۱$) گویای آن است که آماره ماچلی در سطح $\alpha=۰/۰۰۱$ معنادار است. با توجه به معنادار بودن آزمون ماچلی همگنی کوواریانس‌ها برقرار نیست و از آزمون محافظه‌کارانه‌ی گرین‌هاووس-گیسر برای تحلیل واریانس اندازه‌گیری مکرر استفاده می‌شود.

جدول ۹. نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر با آزمون گرین‌هاوس-گیسر

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	سطح معناداری
بازنمایی عریان	۵۰۴/۵۱۷	۱/۵۰۲	۳۳۵/۲۵۸	۴۰۳/۶۱۳	۰/۰۰۰
بازنمایی بی‌فایده	۴۹۵/۷۱۷	۱/۶۱۶	۳۰۶/۷۶۵	۳۱۳/۰۸۴	۰/۰۰۰
بازنمایی کمک‌کننده	۷۳۴/۳۱۳	۱/۴۳۹	۵۱۰/۴۵۴	۴۵۳/۹۷۰	۰/۰۰۰
بازنمایی ضروری	۳۶۰/۰۱۷	۱/۳۹۴	۲۵۸/۲۶۷	۱۶۹/۱۰۵	۰/۰۰۰

نتایج جدول (۹) نشان می‌دهد که اثر اصلی بازنمایی عریان $F=403/613$ و $p<0/05$ ، بازنمایی بی‌فایده $F=313/084$ و $p<0/05$ و بازنمایی کمک‌کننده $F=453/970$ و $p<0/05$ ، و بازنمایی ضروری $F=169/105$ و $p<0/05$ ، معنادار است. در فرضیه کروییت مقدار P-value به دست آمده برابر ۰/۰۰۰ است. لذا فرض تأثیرگذاری آموزش همه بازنمایی‌های تصویری پذیرفته می‌شود؛ به این معنا که بین گروه آزمایش و کنترل در توانایی حل مسائل کلامی در هر کدام از بازنمایی‌های تصویری به تفکیک (عریان، بی‌فایده، کمک‌کننده و ضروری) تفاوت معناداری وجود دارد. لذا دانش‌آموزان گروه آزمایش توانایی بیش‌تری در پاسخگویی به مسائل کلامی بازنمایی‌های تصویری در قیاس با گروه کنترل داشتند.

سؤال چهارم: آیا بازنمایی‌های متفاوت اثرات متفاوتی در تسهیل حل مسائل کلامی دارند؟

جدول ۱۰. نتایج مقایسه زوجی مراحل مختلف (پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری) در بازنمایی‌های تصویری گروه آزمایش

آزمون‌ها	پیش‌آزمون			پس‌آزمون			پیگیری		
	تفاوت میانگین	انحراف معیار	سطح معناداری	تفاوت میانگین	انحراف معیار	سطح معناداری	تفاوت میانگین	انحراف معیار	سطح معناداری
بازنمایی عریان - بی‌فایده	۰/۶۰*	۰/۲۴۵	۰/۰۲۴	۰/۹۰۰*	۰/۳۹۰	۰/۰۳۲	۰/۹۵۰*	۰/۳۵۲	۰/۰۱۴
بازنمایی عریان - کمک‌کننده	۰/۸۵	۰/۵۵۴	۰/۱۴۱	-۰/۷۵۰*	۰/۲۷۰	۰/۰۱۲	-۱/۱۰*	۰/۳۷۶	۰/۰۰۹
بازنمایی عریان - ضروری	۰/۲۵	۰/۴۳۵	۰/۵۷۲	۱/۶۵۰	۰/۲۶۴	۰/۰۰۰	۱/۸۵۰*	۰/۴۰۶	۰/۰۰۰
بازنمایی بی‌فایده - کمک‌کننده	۰/۲۵	۰/۵۳۷	۰/۶۴۷	-۱/۶۵۰*	۰/۳۲۷	۰/۰۰۰	-۲/۵۰*	۰/۲۸۵	۰/۰۰۰
بازنمایی بی‌فایده - ضروری	-۰/۳۵	۰/۴۴۳	۰/۴۳۹	۰/۷۵۰*	۰/۳۵۴	۰/۰۴۸	۰/۹۰۰	۰/۴۴۷	۰/۰۵۸
بازنمایی بی‌فایده - کمک‌کننده	-۰/۶۰	۰/۲۹۴	۰/۰۵۵	۲/۴۰۰*	۰/۲۲۲	۰/۰۰۰	۲/۹۵۰*	۰/۳۹۴	۰/۰۰۰

*= $p \leq 0/05$

در جدول (۱۰) مشخص شده است که در مرحله پیش‌آزمون بین میانگین نمرات بازنمایی عریان و بی‌فایده در گروه آزمایش تفاوت معناداری وجود داشته است؛ به این معنا که میانگین نمرات بازنمایی عریان در مقایسه با بازنمایی بی‌فایده به طور معناداری بیش‌تر است و دانش‌آموزان توانایی بیش‌تری در پاسخگویی به سؤالات بازنمایی عریان در قیاس با بازنمایی بی‌فایده داشتند. همچنین در مرحله‌ی پس‌آزمون بین میانگین نمرات بازنمایی عریان-بی‌فایده، بازنمایی عریان-کمک‌کننده، بازنمایی بی‌فایده-کمک‌کننده، بازنمایی بی‌فایده-ضروری و بازنمایی کمک‌کننده-ضروری (به این معنا که میانگین نمرات بازنمایی عریان بیش‌تر از بی‌فایده، بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از عریان، بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از بی‌فایده، بازنمایی بی‌فایده بیش‌تر از ضروری و نهایتاً بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از ضروری) و در دوره‌ی پیگیری بین میانگین نمرات بازنمایی عریان-بی‌فایده، بازنمایی عریان-کمک‌کننده، بازنمایی عریان-ضروری، بازنمایی بی‌فایده-کمک‌کننده و بازنمایی کمک‌کننده-ضروری در گروه آزمایش تفاوت معنادار وجود دارد؛ در واقع

میانگین نمرات بازنمایی عریان بیش‌تر از بی‌فایده، بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از عریان، بازنمایی عریان بیش‌تر از ضروری، بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از بی‌فایده و بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از ضروری است ($p \leq 0/05$).

جدول ۱۱. تغییرات بازنمایی‌های تصویری هر آزمون به صورت جداگانه در مراحل پیش‌آزمون،

پس‌آزمون و پیگیری گروه آزمایش

آزمون‌ها	مراحل		خطای استاندارد	سطح معناداری	فاصله اطمینان	
	مرحله A	مرحله B			حد بالا	حد پایین
بازنمایی عریان	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	۰/۳۰۳	۰/۰۰۰	-۱۱/۰۳	-۹/۷۶
	پیش‌آزمون	پیگیری	۰/۳۱۳	۰/۰۰۰	-۱۰/۸۵	-۹/۵۴
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۲۰	۰/۳۳	۰/۲۱۹	۰/۶۱۹
بازنمایی بی‌فایده	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	۰/۴۰*	۰/۰۰۰	۹/۳۷	۱۰/۸۲
	پیش‌آزمون	پیگیری	۰/۲۰*	۰/۰۰۰	-۱۰/۶۹	-۹/۰۰
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۲۵۰	۰/۳۸۳	۰/۸۳۶	۰/۳۳
بازنمایی کمک‌کننده	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	۰/۴۳۵	۰/۰۰۰	۱۲/۹۱	-۱۱/۰۸
	پیش‌آزمون	پیگیری	۰/۳۳۵	۰/۰۰۰	-۱۲/۸۵	-۱۱/۴۵
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۲۰۹	۰/۴۸۱	-۰/۲۸۷	۰/۵۸۷
بازنمایی ضروری	پیش‌آزمون	پس‌آزمون	۰/۱۵	۰/۰۰۰	-۹/۶۸	-۸/۲۱
	پیش‌آزمون	پیگیری	۰/۲۰*	۰/۰۰۰	-۹/۶۰	-۷/۶۰
	پس‌آزمون	پیگیری	۰/۴۰	۰/۱۳۴	-۰/۱۳۵	۰/۹۳۵

*= $p \leq 0/05$

نتایج جدول (۱۱) نشان می‌دهد در مراحل پیش‌آزمون و پس‌آزمون و همچنین پیش‌آزمون و پیگیری گروه آزمایش در چهار سطح بازنمایی تفاوت معنادار وجود دارد؛ به این معنا که میانگین نمرات پس‌آزمون و پیگیری هر چهار بازنمایی به طور قابل ملاحظه‌ای از مرحله پیش‌آزمون بازنمایی‌ها بیش‌تر است. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ارائه آموزش بر بهبود نمرات حل مسائل کلامی دانش‌آموزان مؤثر بوده است. این در حالی است که بین نمرات پس‌آزمون و پیگیری در گروه آزمایش تفاوت معناداری مشاهده نمی‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

حل مسئله برای دانش‌آموزان یک چالش است چرا که درک فرایندهای حل مسئله برای دانش‌آموزان با چالش همراه است (یو، چان فن و یی لین؛ ۲۰۱۴). در جهت کمک به حل این چالش یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین بازنمایی‌ها، بازنمایی تصویری است. بازنمایی‌های تصویری معمولاً یک شکل از نمایش غیرمستقیم جهان واقعی برای دانش‌آموزان است (بیومونت، مود، ترنر و بارنز؛ ۲۰۱۷).

هدف این مطالعه بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های تصویری بر توانایی حل مسائل کلامی دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی است. پس از مطالعه پیشینه‌ی پژوهش روش آموزشی مبتنی بر بازنمایی‌های تصویری طراحی و برای ۹ هفته تحصیلی به اجرا درآمد. در این راستا کتاب درسی ریاضی ششم ابتدایی هم توسط سه ارزیاب بررسی و تحلیل شده است. نتیجه تحلیل محتوای کتاب درسی نشان داده است بیش‌ترین توجه برای توزیع و حضور مسائل کلامی به ترتیب به مسائل بازنمایی عریان، بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک‌کننده و در نهایت به مسائل بازنمایی بی‌فایده پرداخته شده است. در واقع می‌توان بیان کرد که بازنمایی عریان اولویت بالاتری را در کتب درسی به خود اختصاص داده است (به این معنا که بازنمایی عریان در مسائل کتاب درسی از اهمیت بالاتری برخوردار است) و در ادامه بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک‌کننده و بازنمایی بی‌فایده به ترتیب در اولویت‌های بعدی مورد توجه قرار گرفته است.

نتایج توصیفی متغیرهای پژوهش مطابق با جدول (۷) نشان می‌دهد که میانگین نمرات دانش‌آموزان در مراحل پس‌آزمون و پیگیری در گروه آزمایش در همه بازنمایی‌های عریان، ضروری، کمک‌کننده و بی‌فایده از گروه کنترل بیش‌تر بود؛ ولی تفاوت محسوسی در نمرات پیش‌آزمون، پس‌آزمون و پیگیری در گروه کنترل قابل مشاهده نمی‌باشد. لذا آموزش بازنمایی‌های تصویری (هر چهار مورد) سبب ارتقاء توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی می‌شود. این یافته‌ها با یافته‌های بیومونت و همکاران (۲۰۱۷) مبنی بر ارتقاء توانایی دانش‌آموزان در حل مسئله بر مبنای بازنمایی‌های تصویری همسو است.

نتایج استنباطی متغیرهای پژوهش (تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر مطابق جدول (۸)) نشان می‌دهد که تفاوت معناداری در همه متغیرهای پژوهش (بازنمایی‌های عریان، بی‌فایده،

¹Yu, Fan, & Lin

²Beaumont, Mudd, Turner & Barnes

کمک‌کننده و ضروری) بین گروه آزمایش و کنترل وجود دارد؛ یعنی در واقع آموزش بازنمایی‌های تصویری مختلف سبب اثربخشی و ارتقاء توانایی حل مسائل کلامی در دانش‌آموزان شده است. به علاوه بیش از ۹۳ درصد از تفاوت در نمره‌های پس‌آزمون همه بازنمایی‌های تصویری (ارتقاء توانایی حل مسائل کلامی) با تأثیر آموزش بازنمایی محور تبیین می‌شود.

همچنین بررسی جداگانه نتایج تغییرات توانایی حل مسائل کلامی (در هر کدام از بازنمایی‌های تصویری) گروه آزمایش نشان می‌دهد که هر کدام از بازنمایی‌های تصویری بین مراحل پیش‌آزمون - پس‌آزمون و پیش‌آزمون - پیگیری تفاوت معناداری دارد. به عبارت دیگر آموزش همه بازنمایی‌های تصویری از جمله بازنمایی عریان، ضروری، کمک‌کننده و بی‌فایده توانایی دانش‌آموزان را در حل مسئله افزایش می‌دهد. این نتایج با نتایج پژوهش بیومونت و همکاران (۲۰۱۷)، لین، ویلسن و چنگ، (۲۰۱۳)؛ الیا، گاگاتسیس و دمتریو، (۲۰۰۷)؛ سوفرت، جانن و برانکن، (۲۰۰۷)؛ کریپس و سوری، (۲۰۰۶)؛ شنتز، (۲۰۰۲) دلوچی، (۱۹۹۱)؛ مبنی بر افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان با استفاده از شیوه بازنمایی محور همسو است. در واقع پژوهشگران مذکور اذعان داشتند که بازنمایی تصویری در تسهیل حل مسئله عاملی مهم به شمار می‌آید.

بنابراین طرح مداخله بر اساس آموزش بازنمایی محور می‌تواند توانایی حل مسئله را افزایش دهد؛ چرا که بازنمایی‌های تصویری یک کمک حمایتی برای انعکاس داده‌های مسئله بوده و راهی اساسی برای نشان دادن مفاهیم ریاضی است. این یافته‌ها با نتایج پژوهش‌های همیلو و همکاران (۲۰۱۷) که نشان داده است، درگیر شدن دانش‌آموزان با این بازنمایی و مدل‌ها باعث بروز ایده‌های ناب دانش‌آموزان و توانمندتر شدن آنها در حل مسئله می‌شود، همسو است. همچنین نتایج این پژوهش با یافته دلینانی و همکاران (۲۰۱۶) همخوانی دارد. آنها نشان داده‌اند که اولین و مهم‌ترین عامل برای توضیح و تفسیر و افزایش توانایی حل مسئله توانایی بازنمایی نموداری و تصویری این مسائل است. نتایج پژوهش فلورس و همکاران (۲۰۱۵) هم‌راستا با نتایج پژوهش حاضر نشان دادند که گروهی که به شیوه بازنمایی محور آموزش دیده بودند توانمندی بیش‌تری برای حل مسائل داشتند.

همچنین مطابق با جدول (۱۰) نتایج این پژوهش مؤید این فرضیه است که بازنمایی‌های متفاوت (عریان، بی‌فایده، کمک‌کننده و ضروری) اثرات متفاوتی در پی دارند (برای نمونه در مرحله پس‌آزمون توانایی دانش‌آموزان در پاسخگویی به مسائل بازنمایی عریان بیش‌تر از بی‌فایده،

بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از عریان، بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از بی‌فایده، بازنمایی بی‌فایده بیش‌تر از ضروری و نهایتاً بازنمایی کمک‌کننده بیش‌تر از ضروری است که در حیث مجموع به ترتیب بازنمایی کمک‌کننده، عریان، بی‌فایده و ضروری در اولویت‌های اول تا چهارم قرار می‌گیرند؛ لذا دانش‌آموزان در پاسخگویی به مسائل کلامی مطابق با این اولویت‌ها از توانمندی بیش‌تری برخوردار می‌شوند. این نتایج با نتایج ایلیا، گاکاتسیس و دترمینو (۲۰۰۷) مبنی بر تأثیر متفاوت بازنمایی‌های متفاوت (شفاهی، تزئینی، اطلاعاتی و عددی) در تسهیل حل مسئله، هم‌راستا است.

با توجه به این که تأثیر بسیاری از مداخله‌های آموزشی تنها در هنگام اجرای آن روش‌ها پایدار است، در این پژوهش نتیجه مداخلات بعد از دو ماه مورد بررسی قرار گرفتند تا مشخص شود آیا تأثیر اجرای متغیر مستقل در طول زمان پایدار مانده است یا خیر. لذا از آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر استفاده نمودیم. هر چهار متغیر در سه نوبت اندازه‌گیری شدند. این سه نوبت عبارت بودند از: نمرات پیش‌آزمون، نمرات پس‌آزمون و نمرات پیگیری. همان‌گونه که ملاحظه شد نتایج تحلیل واریانس با اندازه‌گیری مکرر نشان داد که نمرات گروه آزمایش در متغیرهای مورد بحث و در اندازه‌گیری پیگیری با نمرات پیش‌آزمون تفاوت معناداری دارند. این عبارت به این معنی است که گذشت زمان اثربخشی آموزش‌های بازنمایی محور را تثبیت می‌کند.

در واقع می‌توان بیان کرد که مدل‌های مختلف بازنمایی تصویری از مسئله در کنار صورت مسئله، دانش‌آموزان را در کسب درک و فهم بهتری از مسئله و تسهیل فرایند حل آن کمک خواهد کرد و این تأثیر مثبت در طی گذشت زمان تقریباً ثابت خواهد ماند.

با توجه به این که یافته‌های پژوهش حاضر نشان داده است که روش‌های بازنمایی تصویری یک روش مؤثر برای کمک به دانش‌آموزان در توانایی حل مسائل کلامی ریاضی است، توصیه می‌شود که معلمان و دبیران ریاضی، در آموزش‌های خود، از این روش‌ها برای توسعه درک دانش‌آموزان استفاده کرده، دانش‌آموزان خود را نیز به استفاده از این روش‌ها تشویق کنند و چگونگی استفاده از آنها در حل مسائل کلامی ریاضی را به دانش‌آموزان آموزش دهند و تمرینات بیش‌تری برای یادگیری و ممارست دانش‌آموزان با آنها انجام دهند.

از محدودیت‌های پژوهش حاضر اجرای آموزش در سطح تنها یک شهر و یک آموزشگاه و فقط دانش‌آموزان پسر است. بنابراین این بررسی یک پژوهش مقدماتی در این زمینه محسوب

می‌شود و بدون شک یافته‌های تکمیلی و پژوهش‌های آتی می‌تواند نکات تازه‌ای را آشکار سازد. لذا در پایان پیشنهاد می‌شود بررسی‌های بعدی روی هر دو جنس، در پایه‌های تحصیلی متفاوت و در مناطق و شهرهای مختلف انجام گیرد. همچنین با انجام پژوهش‌های طولی تأثیر برنامه مداخله آموزش بازنمایی محور بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان در سال‌های تحصیلی بعدی بررسی شود که این خود می‌تواند زمینه‌ساز بستر مناسبی برای مقایسه بهتر و افزایش تعمیم‌پذیری نتایج شود.

منابع

- سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. (۱۳۹۶). ریاضی ششم ابتدایی. وزارت آموزش و پرورش. گال، مردیت. بورگ والتر و گال، جويس. (۱۳۸۳). روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی. ترجمه: احمدرضا نصر و همکاران، تهران، سمت، دانشگاه شهید بهشتی. وزارت آموزش و پرورش. سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. ۱۳۹۱.
- Ainsworth, S. E., Wood, D. J. & Bibby, P. A. (1997, August). Evaluating principles for multi-representational learning environments. In *7th European Conference for Research on Learning and Instruction, Athens, Greece*.
- Berends, I. E. & Van Lieshout, E. C. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction*, 19(4), 345-353.
- Beaumont, E. S., Mudd, P., Turner, I. J. & Barnes, K. (2017). Cetacean frustration: the representation of whales and dolphins in picture books for young children. *Early Childhood Education Journal*, 45(4), 545-551.
- Crisp, V. & Sweiry, E. (2006). Can a picture ruin a thousand words? The effects of visual resources in exam questions. *Educational Research*, 48(2), 139-154.
- Carney, R. N. & Levin, J. R. (2002). Pictorial illustrations still improve students' learning from text. *Educational psychology review*, 14(1), 5-26.
- Cai, J. & Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning. *National council of teachers of mathematics*, 13(12), 1-6.
- DeLoache, J. S. (1991). Symbolic functioning in very young children: Understanding of pictures and models. *Child development*, 62(4), 736-752.
- DeWindt-King, A. M. & Goldin, G. A. (2003). Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 2(1), 1-42.
- Diezmann, C. M. & English, L. D. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. *2001 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook: The Role of Representation in School Mathematics*, 77-89.
- Elia, I., Gagatsis, A. & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, 17(6), 658-672.
- Flores, R., Koontz, E., Inan, F. A. & Alagic, M. (2015). Multiple representation

- instruction first versus traditional algorithmic instruction first: Impact in middle school mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 89(2), 267-281.
- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes? [Specific learning for problem solving?]. *Grand N*, 69, 31-52.
- Hmelo-Silver, C. E., Jordan, R., Eberbach, C. & Sinha, S. (2017). Systems learning with a conceptual representation: a quasi-experimental study. *Instructional Science*, 45(1), 53-72.
- Klein, D. (2003). A brief history of American K-12 mathematics education in the 20th century. *Mathematical cognition*, 175-259.
- Lin, Y. H., Wilson, M. & Cheng, C. L. (2013). An investigation of the nature of the influences of item stem and option representation on student responses to a mathematics test. *European Journal of Psychology of Education*, 28(4), 1141-1161.
- Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. Context and cognition: Ways of learning and knowing, 74-92.
- Monoyiou, A., Papageorgiou, P. & Gagatsis, A. (2007). Students' and teachers' representations in problem solving. In Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Working Group (Vol. 1, pp. 141-151).
- Mellone, M., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2017). The effect of rewording and dyadic interaction on realistic reasoning in solving word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 46, 1-12.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics (Vol. 1). *Natl Council of Teachers of Mathematics*.
- Parmar, R. S. & Signer, B. R. (2005). Sources of Error in Constructing and Interpreting Graphs A Study of Fourth-and Fifth-Grade Students with LD. *Journal of learning disabilities*, 38(3), 250-261.
- Rasmussen, C. & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of experimental child psychology*, 91(2), 137-157.
- Seufert, T., Jänen, I. & Brünken, R. (2007). The impact of intrinsic cognitive load on the effectiveness of graphical help for coherence formation. *Computers in Human Behavior*, 23(3), 1055-1071.
- Schnotz, W. (2002). Commentary: Towards an integrated view of learning from text and visual displays. *Educational psychology review*, 14(1), 101-120.
- Yu, K. C., Fan, S. C. & Lin, K. Y. (2015). ENHANCING STUDENTS' PROBLEM-SOLVING SKILLS THROUGH CONTEXT-BASED LEARNING. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(6), 1377-1401.

Investigating the effectiveness of illustration representation-based Instruction on word problem-solving ability in mathematics

* Mehran Azizi Mahmoodabad ** Mohammad Javad Liaghatdar
*** Hamid Reza Oreyzi

Abstract

The aim of the present study is to investigating the effectiveness of illustration representation-based Instruction on 6th grade students' word problem-solving ability in mathematics. This research is based content analysis and semi-experimental design of the pretest-post test type, follow up with the control group. After studying and designing 40 male student of the sixth grade elementary a school in the academic year of 1396-97 in yasouj participated in this study as volunteers. They were randomly assigned to experimental and control group and the experimental group were educated for 9 sessions (one session per week) using representation-based Instruction method. Shannon entropy technique was adopted in order to analyze data in content analysis, and variance analysis test with repeated measures was used for the semi-experimental part. The results of the content analysis show that the greatest attention for the distribution and the presence of word problems is respectively directed to bare representation, essential representation, helpful representation, and finally to useless representation respectively. In addition, the results of the variance analysis with repeated measures reveals that there is a significant difference between the averages of all the components of word problem-solving ability of control group and experimental group ($p < 0.05$). Therefore, it can be concluded that illustration representation Instruction increases students' word problem-solving ability in mathematics. Besides, the results indicate that the effect of using illustration representation will be consistent over time. The results of pairwise comparisons of different representations also show that the effects of different representations are not the same.

Keywords: Word Problems, Bare Representation, Useless Illustrations, Helpful Representation, Essential Illustrations.

* Ph.D Candidate of Curriculum Studies, University of Isfahan, Faculty of Education and Psychology.

Azizi8175@yahoo.com, azizi8175@edu.ui.ac.ir

** Professor, Department of Education, University of Isfahan, Faculty of Education and Psychology. javad@edu.ui.ac.ir

*** Professor, Department of Psychology, University of Isfahan, Faculty of Education and Psychology. dr.oreyzi@edu.ui.ac.ir