چشم‌انداز مدیریت دولتی
شماره ۸ ـ زمستان ۱۳۹۰
ص‌ص ۹۸ -۸۳

مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی: رویکرد بهینه‌سازی استوار

عادل آذر[*]، سجاد نجفی[**]

چکیده

امروزه تخصیص منابع، غالباً ذهنی، تجربی و مبتنی بر روش‌های کهنه است و لذا به رضایت عمومی نمی‌انجامد و قابلیت تعمیم‌پذیری و انطباق ریاضی ندارد. از این رو استفاده از نظریه‌های کمی برای نزدیک کردن کمیت و کیفیت استدلال انسانی، ضروری است. قوانین بودجه، مبتنی بر پیش‌بینی‌هایی است که همواره با خطا و عدم قطعیت همراه هستند. این خطاها در پیش‌بینی داده‌ها، در اندازه‌گیری و سنجش آن‌ها، و همچنین پیاده‌سازی بودجه وجود دارد. بنابراین، کمترین تغییرات در مقادیر پیش‌بینی شده موجب تردید در بهینگی و موجه بودن فضای قانون بودجه خواهد شد. هدف از این مقاله، یافتن مدلی برای بودجه‌ریزی در بخش عمومی است که بتواند عدم قطعیت را به نحوی لحاظ کند که ضمن حفظ بهینگی و موجه بودن فضای تخصیص در برابر تغییرات، انعطاف‌پذیری آن را نیز در اجرا تضمین کند. رویکردهای مختلفی برای لحاظ کردن اثر عدم قطعیت وجود دارد. در این مقاله، رویکرد بهینه سازی استوار انتخاب شده است .مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی با مدل های استوار سویستر، بن- تال و نمیروفسکی، و برتسیماس و سیم توسعه داده شده است تا براساس میزان محافظه‌کاری تصمیم‌گیران - در زمینه وضعیت حال و آینده کشور- بتوان از تک تک مدل‌ها استفاده کرد.

کلیدواژه‌ها: مدل ریاضی بودجه‌ریزی؛ بودجه عمومی؛ بهینه‌سازی استوار.

تاریخ دریافت مقاله: ۸۹/۱۱/۰۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۰/۷/۰۳.

* استاد، دانشگاه تربیت مدرس.

** دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهد (نویسنده مسئول).

Email: S_najafi_20@yahoo.com

۱. مقدمه

بودجه عمومی دولت، بودجه‌ای است که در آن، برای اجرای برنامه سالانه، منابع مالی لازم پیش‌بینی می‌شود و اعتبارات هزینه‌ای (جاری) و تملک دارایی‌های سرمایه‌ای (عمرانی) دستگاه‌های اجرایی تعیین می‌شود. برای درک اهمیت برنامه‌ریزی در بودجه باید مراحل مختلف و سیر تکوین جنبه‌های فنی بودجه‌ریزی را بیان کرد.

در دوره ۳۵-۱۹۲۰، چون محیط سازمان، آرام و باثبات تلقی می‌شد، بودجه‌ریزی از پیچیدگی خاصی برخوردار نبود و برای پیش‌بینی هزینه‌ها معمولاً از روند گذشته و روش‌های ذهنی، نظیر بودجه متداول [۳۹]، استفاده می‌شد. با پیدایش بودجه‌ریزی بر مبنای عملکرد و بودجه‌ریزی برنامه‌ای [۳۹]، بودجه به‌عنوان ابزاری برای بهبود مدیریت معرفی شد و استفاده از سری‌های زمانی برای پیش‌بینی‌های کوتاه مدت هزینه در تصمیم‌گیری‌ها رواج یافت. در دوره یاد شده، پیچیدگی‌های محیط افزایش یافت ولی هنوز از ثبات و آرامش برخوردار بود. مرحله سوم از سال ۱۹۶۵ در قالب و با عنوان نظام بودجه‌ریزی طرح و برنامه[1] (PPBS) [۲، ۱۳و ۲۶] مطرح گردیدکه در آن، به موازات توجه به برنامه‌ریزی، مدیریت و نظارت نیز مورد توجه ویژه قرار می‌گرفت. در همین دوره،" دانتزیگ" روش برنامه‌ریزی خطی را به شکل کاملاً کاربردی بهبود داد و روش‌های مبتنی بر نظریه صف، نظریه بازی و شبیه‌سازی در گستره‌ای وسیع مورد استفاده قرار گرفت. محیط سازمانی، در مقایسه با مراحل قبلی، پیچیده‌تر شد؛ متغیرهای تصمیم‌گیری افزایش چشمگیری یافتند؛ و نگرش سیستمی در مدیریت رواج پیدا کرد. از زمانی که محیط سازمانی متلاطم و آشفته شد و تغییرات و تحولات بنیادی در آن به وجود آمد، برنامه‌ریزی راهبردی در مدیریت متولد شد. در این دوره، بودجه به‌عنوان یک ابزار و عامل استراتژیک مورد استفاده قرار گرفت. بودجه بر مبنای صفر (ZBB) در ۱۹۷۳[۲۹] ارائه شد و پس از آن، استفاده از مدل‌های ریاضی چند هدفی برای تدوین بودجه رواج یافت.

با توجه به این امر در این مقاله با انتخاب رویکرد بهینه‌سازی استوار، مدل بودجه‌ریزی عمومی در بخش دولتی با مدل‌های استوار سوسیستر، بن-تال و نمیروفسکی و برتسیماس توسعه داده شده است.

۲. مبانی و چارچوب نظری تحقیق

مدل‌های ریاضی بودجه‌ریزی. معتبرترین مدل ریاضی که تاکنون برای نظام بودجه طرح و برنامه ارائه شده است، مدل چارنز و کوپر [۱۶] است که آن را در ۱۹۷۱ ، با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، برای بودجه ارتش آمریکا ارائه دادند. در ۱۹۸۴ ، "لی و شیم" یک مدل

1. Planning, Programing, Budgeting System

ریاضی بودجه‌ریزی بر مبنای صفر را طراحی کردند که سه دسته محدودیت آرمانی اساسی داشت: برنامه‌ها یا فعالیت‌های لازم برای دستیابی به هدف، رسیدن به بسته تصمیم، و آرمان سقف بودجه [۳۳]. حبیب (۱۹۹۱) مدلی آرمانی برای اقتصاد نیجریه ارائه کرد [۲۲]. زاناکیس (۱۹۹۱) با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، مدلی را برای تخصیص بودجه در کتابخانه مرکزی یونان ارائه داد. از دیگر پژوهش‌ها درباره بودجه‌بندی می‌توان به گرین‌برگر و نوناماکار (۱۹۹۴) اشاره کرد [۴۰]. آن‌ها نیز یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی و چند معیاره را برای تخصیص بهینه بودجه در بخش عمومی پیشنهاد کردند. عادل آذر (۱۳۷۴) مدل ریاضی تخصیص بودجه در سازمان‌های دولتی در حالت قطعی را با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی طراحی نمود و آن را با استفاده از رویکرد استنتاج فازی توسعه داد. او با استفاده از رویکرد فازی توانست مدلی را ارائه دهد که بتواند با عدم قطعیت داده‌های مبهم سازمان‌ها سازگار شود [۱]. بدیهی است که اگر فعالیت‌ها و محیط تصمیم‌گیری از پیچیدگی برخوردار نباشد، استفاده از مدل‌های ریاضی چندان اهمیت ندارد.

رویکردهای کلاسیک برای مقابله با عدم قطعیت. مسائل تصمیم‌گیری به چهار طبقه تقسیم می‌شوند: قطعی، ریسکی، عدم قطعیت، و فازی [۲۸]. بهینه‌سازی در شرایط غیرقطعی با کارهای بیل [۴]، بلمن [۵]، بلمن و زاده [۶]، چارنز و کوپر [۱۷]، دانتزیگ [۱۸] و تینتنر [۳۸] در اواخر دهه ۱۹۵۰ شروع شد و هم به‌طور نظری و هم در زمینه الگوریتم به سرعت پیشرفت کرد. امروزه نیز با کارهای لاستینگ [۲۵]، بیکسبی [۱۵]، لوکوویتس و میترا [۲۴] و مالوی [۲۷] پیشرفت‌های زیادی در زمینه حل مسائل برنامه‌ریزی احتمالی صورت گرفته است.

رویکردهای بسیاری برای بهینه‌سازی در شرایط غیرقطعی به کار رفته است که از آن جمله، کمینه کردن امید ریاضی، کمینه کردن انحراف از آرمان‌ها، و کمینه‌کردن بیشترین هزینه‌ها را می‌توان نام برد. در این میان، سه رویکرد اصلی را می‌توان متمایز کرد: برنامه‌ریزی احتمالی، برنامه‌ریزی فازی، و برنامه‌ریزی پویای احتمالی [۳۲]. کارهای انجام شده در زمینه برنامه‌ریزی احتمالی عبارتند از برنامه‌ریزی خطی احتمالی [۱۴و ۲۳]، برنامه‌ریزی عدد صحیح احتمالی [۱۷و ۲۴]، برنامه‌ریزی غیرخطی احتمالی [۳] و برنامه‌ریزی احتمالی استوار [۲۷]. در برنامه‌ریزی تصادفی، محدودیت‌های مسأله به صورت مجموعه‌ای از محدودیت‌های شانس در نظر گرفته می‌شود که باید از یک پایایی خاص از پیش تعیین شده برخوردار باشد [۳۰و ۳۱]. در برنامه‌ریزی فازی، پارامترهای تصادفی به‌عنوان اعداد فازی در نظر گرفته می‌شوند و با محدودیت‌ها به‌عنوان مجموعه‌های فازی رفتار می‌شود. در برنامه‌ریزی فازی، تابع هدف به

صورت یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و یا بزرگ‌تر یا مساوی در نظر گرفته می‌شود [۳۷،۱۰،۲۴و ۳۶]. در روش‌های کلاسیک، برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها، از رویکرد تحلیل حساسیت نیز بهره گرفته می‌شود. اما تحلیل حساسیت، تنها ابزاری برای تحلیل خوب بودن جواب است و نمی‌توان از آن برای تولید جواب‌های استوار استفاده کرد. علاوه بر آن، انجام تحلیل حساسیت توأم -در مدل‌هایی که داده‌های غیر قطعی فراوان دارند- عملی نمی‌باشد.

رویکرد بهینه‌سازی استوار. اگر داده‌های موجود در تابع هدف، غیرقطعی باشند، با تغییر مقادیر اسمی، بهینگی جواب به‌دست آمده برای مسأله اسمی به خطر می‌افتد و اگر داده‌های محدودیت‌ها قطعی نباشند، نگران موجه بودن جواب می‌شویم. این مشاهده به یک سؤال طبیعی برای طراحی رویکردهایی به‌منظور یافتن جوابی بهینه -که در مقابل عدم قطعیت داده‌ها ایمن- باشد منتج می‌شود. این‌گونه جواب‌ها را استوار می‌نامند. برای تبیین اهمیت استوار بودن جواب در کاربردهای عملی از یک مطالعه موردی [۱۰] مطلب زیر را نقل می‌کنیم: "در کاربردهای عملی برنامه‌ریزی خطی نمی‌توان این امکان را نادیده گرفت که عدم قطعیت ناچیز در داده‌ها می‌تواند جواب بهینه معمولی را از دیدگاه علمی، کاملاً بی‌معنی کند."

بررسی یاد شده [۱۰] نشان می دهد که ۰/۰۱ درصد نوسان در داده‌های آشکارا غیرقطعی، موجه بودن جواب بهینه به دست آمده برای داده‌های اسمی را -با یک احتمال مثلا۵۰٪ که قابل صرف نظر کردن نیست- دچار مخاطره می‌کند. همچنین شواهدی در دست نیست که نشان دهد با تنظیمات و تغییرات اندک در جواب بهینه به‌دست آمده برای داده‌های اسمی می‌توان مانع بروز این مشکلات شد و مواردی وجود دارد که در آن‌ها باید جواب بهینه به دست آمده برای داده‌های اسمی را به کلی تغییر داد. رویکردی که در سال‌های اخیر برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها بسط داده شده‌است، بهینه‌سازی استوار نام دارد. در این رویکرد به دنبال جواب‌هایی نزدیک به بهینه هستیم که با احتمال بالا موجه باشند. به‌عبارت دیگر، با کمی صرف نظر از تابع هدف، موجه بودن جواب به‌دست آمده را تضمین می‌کنیم. البته در مورد عدم قطعیت در ضرایب تابع هدف، با کمی صرف نظر از تابع هدف بهینه، به دنبال جوابی هستیم که با احتمال بالا، بهتر از آن جواب باشند.

در اوایل دهه ۱۹۷۰، سویستر [۳۴] یک مدل بهینه‌سازی خطی را ارائه کرد که بهترین جواب موجه برای همه داده‌های ورودی را به‌دست می‌دهد، به طوری که هر داده ورودی می‌تواند هر مقداری از یک بازه را بگیرد. این رویکرد به یافتن جواب‌هایی تمایل دارد که بیش – محافظه‌کارانه می‌باشند؛ بدین معنی که برای اطمینان از پایدار بودن جواب، در این رویکرد،

از بهینگی مسأله اسمی بسیار دور می‌شویم. بن- تال و نمیروفسکی [۷، ۸و ۹] و ال‌قائویی [۲۰و۱۹] با فرض اینکه داده‌ها در مجموعه‌های بیضوی دارای عدم قطعیت هستند، الگوریتم‌های کارایی را برای حل مسائل بهینه‌سازی محدب تحت عدم‌قطعیت داده‌ها ارائه نموده‌اند. فرموله‌بندی‌های استوار به‌دست آمده از این روش، از نوع درجه دو مخروطی می‌باشند [۸]. برتسیماس و سیم [۱۲] رویکرد متفاوتی را برای کنترل سطح محافظه‌کاری معرفی کرده‌اند. که مزیت آن این است که منجر به یک مدل بهینه‌سازی خطی می‌گردد و لذا قابل اعمال در مدل‌های بهینه‌سازی گسسته نیز می‌باشد.

۳. روش‌شناسی تحقیق

مدل ریاضی برای بودجه‌ریزی در بخش عمومی. به‌طور خلاصه، موضوع این مقاله را می‌توان این‌گونه بیان کرد: تعیین میزان بودجه هر فصل با توجه به مطلوبیت‌های حاصل از هر ریال بودجه اختصاصی به موارد بودجه. هدف از این مدل، حداکثر کردن مطلوبیت کل حاصل از هر ریال اختصاص داده شده به سال، بلوک و فصول در افق برنامه‌ریزی می‌باشد.
مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی در این مقاله به صورت زیر است:

$$\text{Maximize } \propto_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} U_{tij}x_{tij} + \propto_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} U_{ti.}\,x_{ti.} + \propto_3 \sum_{t=1}^{T} U_{t..}\,x_{t..}$$

Subject to :

$$L_{...}^{x} \le \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{...}^{x}$$

$$L_{t..}^{x} \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{t..}^{x} \qquad \text{for } t$$

$$L_{ti.}^{x} \le \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{ti.}^{x} \qquad \text{for } t, i$$

$$L_{tij}^{x} \le x_{tij} \le U_{tij}^{x} \qquad \text{for } t, i, j$$

$$x_{...} = \sum_{t=1}^{T} x_{t..}$$

$$x_{t..} = \sum_{i=1}^{m} x_{ti.} \qquad \text{for } t$$

$$x_{ti.} = \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \qquad \text{for } t$$

$$\sum_{k=1}^{3} \propto_k = 1 \;, \sum_{j=1}^{n} U_{tij} = 1 \,, \sum_{i=1}^{m} U_{ti.} = 1 \;, \sum_{t=1}^{T} U_{t..} = 1$$

که در آن:

اندیس سال‌ها	$t = 1, 2..., T$
اندیس بلوک‌ها	$i = 1, 2..., n$
اندیس فصول	$j = 1, 2..., m$

و پارامترهای مدل به شرح زیر می‌باشند:

$U_{t..}$: مطلوبیت هر ریال بودجه اختصاصی به سال t

$U_{ti.}$: مطلوبیت هر ریال بودجه اختصاصی به بلوک i در سال t

U_{tij}: مطلوبیت هر ریال بودجه اختصاصی به فصل j در بلوک i در سال t

$\propto_k$: وزنی داده شده به سطح k ام در ساختار بودجه داده‌می‌شود

$U^x_{...}$: حد بالای کل بودجه قابل تخصیص در سال‌های ۱ تا T

$L^x_{...}$: حد پایین کل بودجه قابل تخصیص در سال‌های ۱ تا T

$U^x_{t..}$: حد بالای بودجه قابل تخصیص در سال t

$L^x_{t..}$: حد پایین بودجه قابل تخصیص در سال t

$U^x_{ti.}$: حد بالای بودجه قابل تخصیص بلوک i در سال t

$L^x_{ti.}$: حد پایین بودجه قابل تخصیص بلوک i در سال t

U^x_{tij}: حد بالای بودجه قابل تخصیص فصل j در بلوک i در سال t

L^x_{tij} : حد پایین بودجه قابل تخصیص فصل j در بلوک i در سال t

متغیرهای تصمیم‌گیری نیز به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$x_{...}$: کل بودجه قابل تخصیص در سال‌های ۱ تا T

$x_{t..}$: بودجه قابل تخصیص به سال t

$x_{ti.}$: بودجه قابل تخصیص به بلوک i در سال t

x_{tij}: بودجه قابل تخصیص به فصل j در بلوک i در سال t

ساختار تابع هدف. تابع هدف مدل به‌صورت بیشینه‌سازی مطلوبیت کل حاصل از بودجه اختصاص داده شده به سال، بلوک و فصل است. تعیین مطلوبیت‌های مدل، رابطه تنگاتنگی با این‌ها دارد: اهمیت خاص یک بلوک در رشد زمینه‌های اقتصادی، فرهنگی، اجتماعی و ... ؛

تکالیف دولت درخصوص توسعه منطقه‌ای خاص در برخی زمینه‌ها، میزان رشد و توسعه یافتگی بلوک در آن فصل، انواع ریسک‌های مالی از قبیل ریسک بازار، ریسک شکل، ریسک تغییرپذیری بازار، ریسک بخش، ریسک اعتبار و ریسک باقی‌مانده و .... $\propto_k$ در تابع هدف، نشان‌دهنده درجه تمرکز (یاعدم تمرکز) بودجه‌ریزی و مطلوبیت حاصل از آن در سازمان برنامه‌ریزی کننده است. به‌عنوان مثال، اگر $\propto_3 = 1$ باشد، درجه تمرکز صددرصد خواهد بود و کل مطلوبیت از سطح اول ساختار بودجه حاصل می‌شود؛ حال آنکه $\propto_1 = 1$، بیانگر عدم تمرکز کامل است که در بودجه‌ریزی، سبک تفویضی حاکم است.

ساختار محدودیت‌ها. اگر تنها حداکثر کردن مطلوبیت کل در نظر گرفته شود، فقط پرمطلوبیت‌ترین تخصیص انتخاب می‌شود و کل بودجه به آن تخصیص می‌یابد. عملاً چنین تخصیصی به دلایل مختلف – از قبیل محدود بودن منابع و مصارف قابل تخصیص، در نظر گرفتن ریسک ناشی از عوامل مختلف در سرمایه‌گذاری‌های تک بعدی، و همچنین محدودیت‌های قانونی– امکان‌پذیر نیست. از این‌رو لازم است محدودیت‌هایی اعمال شود تا جواب داده‌شده توسط مدل، قابل پیاده‌سازی باشد. این امر با در نظر گرفتن دسته محدودیت‌های اول، دوم، سوم و چهارم در مدل لحاظ شده است. دسته محدودیت چهارم، از جمله ویژگی‌های بودجه‌ریزی در کشورهایی است که کمتر می‌توانند فعالیت یا برنامه‌ای را تعطیل کنند و لذا حداقل بودجه را به آن اختصاص می‌دهند. این نوع محدودیت، بیشتر برگرفته از رویکرد PPBS است، درحالی که در نگرش ZBB، هر برنامه یا فعالیتی می‌تواند مقداری چون صفر داشته باشد. دسته محدودیت‌های پنجم، ششم و هفتم برای برقراری تعادل در مدل و دسته محدودیت‌های باقی‌مانده، شروط لازم برای حل مسأله هستند.

همتای استوار مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی. عدم قطعیت در موضوع این مقاله، در ضرایب تابع هدف (مطلوبیت‌ها) و نیز حدود بالا و پایین بودجه تخصیصی وجود دارد. هدف از نوشتن همتای استوار مدل پایه در این مقاله آن است که بودجه‌ریزی در بخش عمومی به نحوی صورت گیرد که در هنگام اجرای قانون بودجه توسط دولت، با توجه به عدم قطعیت‌های فراوانی که وجود دارند و به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود، موجه بودن ناحیه جواب و بهینگی تابع هدف قانون بودجه همچنان حفظ گردد. در این‌ها فرض‌های زیر را درباره محیط تصمیم‌گیری انجام می‌دهیم [۱۱]:

– تصمیم در حال حاضر و قبل از مشخص شدن مقادیر دقیق داده‌های مسأله گرفته می‌شود.

– فرد تصمیم گیرنده تنها در صورتی کاملاً مسؤل عواقب تصمیم‌ها است که داده‌های واقعی به مجموعه عدم قطعیت‌ها تعلق داشته باشند.

- اگر داده‌های واقعی به مجموعه عدم قطعیت‌ها تعلق داشته باشند، محدودیت‌های مسأله برنامه‌ریزی خطی غیرقطعی، سخت و غیرقابل گذشت هستند و حتی اندکی تخطی مجاز نیست.

موارد زیر را می‌توان از جمله دلایل اصلی عدم قطعیت در داده‌های مسأله بودجه‌ریزی دانست:

- خطای پیش‌بینی: برخی از داده‌ها (مانند حدود بالا و پایین بودجه آتی فصول بلوک‌ها) در هنگام حل مسأله وجود ندارد و باید پیش‌بینی شوند.
- خطای اندازه‌گیری: برخی از داده‌ها (از قبیل پارامترهای مطلوبیت‌های هریک از فصول بودجه) را نمی‌توان به طور دقیق اندازه گرفت و آن‌ها را حول یک مقدار اسمی گرد می‌کنند.
- خطای پیاده‌سازی: در بعضی موارد، متغیرهای تصمیم را نمی‌توانیم به همان‌گونه که محاسبه شده‌اند پیاده‌سازی کنیم.

بازه تغییرات در پارامترهای غیرقطعی تابع هدف و محدودیت‌ها در مدل‌های استوار به شکل زیر است:

- مطلوبیت‌های سطر تابع هدف به صورت احتمالی با توزیع نامشخص ولی متقارن و به صورت مستقل در بازه‌های زیر تغییر می‌کنند:

$$\forall t,i,j : U_{tij} \in \left[U_{tij} - \widehat{U}_{tij}, U_{tij} + \widehat{U}_{tij}\right] = \left[U_{tij}^{-}, U_{tij}^{+}\right]$$
$$\forall t,i : U_{ti.} \in \left[U_{ti.} - \widehat{U}_{ti.}, U_{ti.} + \widehat{U}_{ti.}\right] = \left[U_{ti.}^{-}, U_{ti.}^{+}\right]$$
$$\forall t : U_{t..} \in \left[U_{t..} - \widehat{U}_{t..}, U_{t..} + \widehat{U}_{t..}\right] = \left[U_{t..}^{-}, U_{t..}^{+}\right]$$

- حدود بالا و پایین مقادیر بودجه به صورت احتمالی با توزیع نامشخص ولی متقارن در بازه‌های زیر به صورت مستقل از هم تغییر می‌کنند:

$$\mathrm{U}_{...} \in \left[\mathrm{U}_{...}^{x} - \widehat{\mathrm{U}}_{...}^{x}, \mathrm{U}_{...}^{x} + \widehat{\mathrm{U}}_{...}^{x}\right] = \left[\mathrm{U}_{...}^{x-}, \mathrm{U}_{...}^{x+}\right]$$
$$\mathrm{L}_{...} \in \left[\mathrm{L}_{...}^{x} - \widehat{\mathrm{L}}_{...}^{x}, \mathrm{L}_{...}^{x} + \widehat{\mathrm{L}}_{...}^{x}\right] = \left[\mathrm{L}_{...}^{x-}, \mathrm{L}_{...}^{x+}\right]$$
$$\forall t : \mathrm{U}_{t..} \in \left[\mathrm{U}_{t..}^{x} - \widehat{\mathrm{U}}_{t..}^{x}, \mathrm{U}_{t..}^{x} + \widehat{\mathrm{U}}_{t..}^{x}\right] = \left[\mathrm{U}_{t..}^{x-}, \mathrm{U}_{t..}^{x+}\right]$$
$$\forall t : \mathrm{L}_{t..} \in \left[\mathrm{L}_{t..}^{x} - \widehat{\mathrm{L}}_{t..}^{x}, \mathrm{L}_{t..}^{x} + \widehat{\mathrm{L}}_{t..}^{x}\right] = \left[\mathrm{L}_{t..}^{x-}, \mathrm{L}_{t..}^{x+}\right]$$
$$\forall t,i : \mathrm{U}_{ti.} \in \left[\mathrm{U}_{ti.}^{x} - \widehat{\mathrm{U}}_{ti.}^{x}, \mathrm{U}_{ti.}^{x} + \widehat{\mathrm{U}}_{ti.}^{x}\right] = \left[\mathrm{U}_{ti.}^{x-}, \mathrm{U}_{ti.}^{x+}\right]$$
$$\forall t,i : \mathrm{L}_{ti.} \in \left[\mathrm{L}_{ti.}^{x} - \widehat{\mathrm{L}}_{ti.}^{x}, \mathrm{L}_{ti.}^{x} + \widehat{\mathrm{L}}_{ti.}^{x}\right] = \left[\mathrm{L}_{ti.}^{x-}, \mathrm{L}_{ti.}^{x+}\right]$$
$$\forall t,i,j : \mathrm{U}_{tij} \in \left[\mathrm{U}_{tij}^{x} - \widehat{\mathrm{U}}_{tij}^{x}, \mathrm{U}_{tij}^{x} + \widehat{\mathrm{U}}_{tij}^{x}\right] = \left[\mathrm{U}_{tij}^{x-}, \mathrm{U}_{tij}^{x+}\right]$$
$$\forall t,i,j : \mathrm{L}_{tij} \in \left[\mathrm{L}_{tij}^{x} - \widehat{\mathrm{L}}_{tij}^{x}, \mathrm{L}_{tij}^{x} + \widehat{\mathrm{L}}_{tij}^{x}\right] = \left[\mathrm{L}_{tij}^{x-}, \mathrm{L}_{tij}^{x+}\right]$$

همان‌طور که بیان شد، سه مدل اصلی و مبنا در روش‌های استوار مبتنی بر عدم قطعیت بازه‌ای عبارتند از مدل سویستر، مدل بن–تال و نمیروفسکی، و مدل برتسیماس و سیم. در بخش‌های بعد، مدل پایه بودجه‌ریزی بر اساس روش‌های مذکور توسعه داده می‌شود.

همتای استوار مدل بر اساس روش سویستر. بر اساس آنچه در [۳۴] آمده است و از آن‌جا که مسأله پایه از نوع بیشینه‌سازی است و از طرف دیگر، متغیرها از نوع بزرگتر یا مساوی هستند، همتای استوار مسأله پایه به‌صورت زیر فرموله خواهد شد.

$$\text{Maximize } \propto_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} U_{tij}^{-} x_{tij} + \propto_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} U_{ti.}^{-} x_{ti.} + \propto_3 \sum_{t=1}^{T} U_{t..}^{-} x_{t..}$$

$$\text{Subject to :}$$

$$L_{...}^{x+} \le \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{...}^{x-}$$

$$L_{t..}^{x+} \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{t..}^{x-} \qquad \text{for } t$$

$$L_{ti.}^{x+} \le \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{ti.}^{x-} \qquad \text{for } t, i$$

$$L_{tij}^{x+} \le x_{tij} \le U_{tij}^{x-} \qquad \text{for } t, i, j$$

$$x_{...} = \sum_{t=1}^{T} x_{t..} \;, x_{ti.} = \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \;, x_{t..} = \sum_{i=1}^{m} x_{ti.} \;, \sum_{k=1}^{3} \propto_k = 1$$

این روش، محافظه‌کارانه‌ترین شیوه برای استوارسازی است و بدترین تابع هدف را از دست می‌دهد. لذا هزینه استوارسازی، از این طریق، بسیار بالاست. با توجه به آنچه بیان شد، می‌توان نتیجه گرفت که از این روش عملاً هنگامی استفاده می‌شود که عدم قطعیت بالایی وجود دارد و فضای کشور، به لحاظ اقتصادی، به شدت بی‌ثبات است.

همتای استوار مدل بر اساس روش بن–تال و نمیروفسکی. گرچه روش سویستر حداکثر حفاظت را موجب می‌شود، عملاً محافظه‌کارانه‌ترین شیوه می‌باشد و مقدار تابع هدف آن، بسیار بدتر از مقدار تابع هدف در مسأله بهینه‌سازی خطی اسمی است. برای حل این مشکل، بنتال و نمیروفسکی همتای استوار را برای مسأله بهینه‌سازی خطی اسمی ارائه کردند

[۱۲و ۱۳]. این مدل، محافظه‌کاری کمتری در مقایسه با مدل سویستر دارد و تک تک جواب‌های موجه به‌دست آمده در آن، در مدل سویستر نیز موجه است.

همتای استوار مدل پایه، با استفاده از روش بن- تال و نمیروفسکی، به صورت زیر است.

$$\text{Maximize} \quad \propto_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} U_{tij}x_{tij} + \propto_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} U_{ti.}\, x_{ti.} + \propto_3 \sum_{t=1}^{T} U_{t..}\, x_{t..}$$

$$-\propto_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \widehat{U}_{tij}q_{tij} - \propto_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} \widehat{U}_{ti.}\, q_{ti.} -$$

$$\propto_3 \sum_{t=1}^{T} U_{t..}\, q_{t..} - \Omega_1 \sqrt{\propto_1^2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \left[\widehat{U}_{tij}z_{tij}\right]^2}$$

$$-\Omega_2 \sqrt{\propto_2^2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} \left[\widehat{U}_{ti.}z_{ti.}\right]^2} - \Omega_3 \sqrt{\propto_3^2 \sum_{t=1}^{T} \left[\widehat{U}_{t..}z_{t..}\right]^2}$$

Subject to :

$$-q_{tij} \le x_{tij} - z_{tij} \le q_{tij}$$

$$-q_{ti.} \le x_{ti.} - z_{ti.} \le q_{ti.}$$

$$-q_{t..} \le x_{t..} - z_{t..} \le q_{t..}$$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{...}^{x} m_{...} - \Omega_{...}\sqrt{\left[\widehat{U}_{...}^{x} w_{...}\right]^2} - \widehat{U}_{...}^{x} y_{...}^{u}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{t..}^{x} m_{t..} - \Omega_{t..}\sqrt{\left[\widehat{U}_{t..}^{x} w_{t..}\right]^2} - \widehat{U}_{t..}^{x} y_{t..}^{u} \qquad \text{for} \quad t$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \le U_{ti.}^{x} m_{ti.} - \Omega_{ti.}\sqrt{\left[\widehat{U}_{ti.}^{x} w_{ti.}\right]^2} - \widehat{U}_{ti.}^{x} y_{ti.}^{u} \qquad \text{for} \quad t, i$$

$$x_{tij} \le U_{tij}^{x} m_{tij} - \Omega_{tij}\sqrt{\left[\widehat{U}_{tij}^{x} w_{tij}\right]^2} - \widehat{U}_{tij}^{x} y_{tij}^{u} \qquad \text{for} \quad t, i, j$$

$$L_{...}^{x} n_{...} + \acute{\Omega}_{...}\sqrt{\left[\widehat{L}_{...}^{x} \acute{w}_{...}\right]^2} + \widehat{L}_{...}^{x} y_{...}^{l} \le \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij}$$

$$L_{t..}^{x} n_{t..} + \acute{\Omega}_{t..}\sqrt{\left[\widehat{L}_{t..}^{x} \acute{w}_{t..}\right]^2} + \widehat{L}_{t..}^{x} y_{t..}^{l} \le \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \qquad \text{for} \quad t$$

$$L_{ti.}^{x} n_{ti.} + \acute{\Omega}_{ti.}\sqrt{\left[\widehat{L}_{ti.}^{x} \acute{w}_{ti.}\right]^2} + \widehat{L}_{ti.}^{x} y_{ti.}^{l} \le \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \qquad \text{for} \quad t, i$$

$$L^{x}_{tij} n_{tij} + \acute{\Omega}_{tij}\sqrt{\left[\hat{L}^{x}_{tij}\acute{w}_{tij}\right]^{2}} + \hat{L}^{x}_{tij} y^{l}_{tij} \le x_{tij} \qquad \text{for } \; t, i, j$$
$$-y^{u}_{...} \le m_{...} - w_{...} \le y^{u}_{...}$$
$$-y^{u}_{t..} \le m_{t..} - w_{t..} \le y^{u}_{t..} \qquad \text{for } \; t$$
$$-y^{u}_{ti.} \le m_{ti.} - w_{ti.} \le y^{u}_{ti.} \qquad \text{for } \; t, i$$
$$-y^{u}_{tij} \le m_{tij} - w_{tij} \le y^{u}_{tij} \qquad \text{for } \; t, i, j$$
$$-y^{l}_{...} \le n_{...} - \acute{w}_{...} \le y^{l}_{...}$$
$$-y^{l}_{t..} \le n_{t..} - \acute{w}_{t..} \le y^{l}_{t..} \qquad \text{for } \; t$$
$$-y^{l}_{ti.} \le n_{ti.} - \acute{w}_{ti.} \le y^{l}_{ti.} \qquad \text{for } \; t, i$$
$$-y^{l}_{tij} \le n_{tij} - \acute{w}_{tij} \le y^{l}_{tij} \qquad \text{for } \; t, i, j$$
$$x_{...} = \sum_{t=1}^{T} x_{t..} \;, x_{ti.} = \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \;, x_{t..} = \sum_{i=1}^{m} x_{ti.} \;, \sum_{k=1}^{3} \alpha_k = 1$$
$$m_{...}, m_{t..}, m_{ti.}, m_{tij}, n_{...}, n_{t..}, n_{ti.}, n_{tij} = 1$$
$$Z_0 \ge 0, q_{tij} \ge 0, q_{ti.} \ge 0, q_{t..} \ge 0, y^{u}_{...} \ge 0, y^{u}_{t..} \ge 0, y^{u}_{ti.} \ge 0, y^{u}_{tij} \ge 0, y^{l}_{...} \ge 0, y^{l}_{t..} \ge 0, y^{l}_{ti.} \ge 0, y^{l}_{tij} \ge 0$$

عبارت زیر رادیکال، در واقع، مانند انحراف معیار تابع هدف عمل می‌کند. بر اساس مدل فوق، بن–تال و نمیروفسکی نشان دادند که احتمال نقض شدن محدودیت i ام حداکثر برابر $\exp(-\frac{\Omega_i^2}{2})$ است.

همتای استوار مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی بر اساس روش برتسیماس و سیم.

این مدل که در ۲۰۰۴ ارائه شد، برای هر سطر i ، پارامتر Γ_i –که لزوماً عدد صحیح نمی‌باشد– تعریف می‌شود، به‌طوری‌که $\Gamma_i \in [0, |J_i|]$. J_i به صورت مجموعه ضرایب غیر قطعی در سطر i تعریف می‌گردد. در واقع، نقش Γ_i ها در محدودیت‌ها تنظیم میزان استواری روش پیشنهادی در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب است. نشان داده شده است (به [۳۴] مراجعه شود) که ممکن است با احتمال اندکی، تمامی ضرایب، در آن واحد، دچار عدم قطعیت شوند. به عبارت دیگر، فرض می‌کنیم فقط یک زیرمجموعه از ضرایب اجازه دارند که تأثیر ناخوشایند در حل مسأله بگذارند. با این فرض، تضمین می‌کنیم اگر همین اتفاق درحالت واقعی روی دهد، جواب بهینه استوار ما قطعاً موجه خواهد بود. همچنین با توجه به توزیع متقارن متغیرها –حتی اگر تعداد ضرایبی که تغییر می‌کنند، بیشتر از $[\Gamma_i]$ شود– جواب بهینه، با احتمال خیلی بالا، موجه خواهد ماند. لذا Γ_i را سطح حفاظت برای محدودیت i ام می‌نامیم. پارامتر Γ_0 سطح استواری در تابع هدف را کنترل می‌کند. لذا می‌خواهیم مقدار جواب بهینه را در حالت‌هایی پیدا کنیم که Γ_0 تا از ضرایب تابع هدف تغییر می‌کنند و بیشترین تاثیر را بر جواب می‌گذارند. در

حالت کلی، مقادیر بالاتر Γ_0، سطح محافظه‌کاری را در مقابل هزینه بیشتری که به ازای آن باید در تابع هدف پرداخت کنیم بالا می‌برد. Γ_0 لزوماً باید عدد صحیح باشد ولی اگر Γ_i ها می‌توانند صحیح یا غیرصحیح باشند. همتای استوار مدل پایه بودجه‌ریزی در بخش عمومی، بر اساس روش برتسیماس و سیم، به‌صورت زیر است:

$$Maximize\ \ \propto_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} U_{tij}x_{tij} + \propto_2 \sum_{\boldsymbol{t=1}}^{\boldsymbol{T}}\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{U_{ti.}\,x_{ti.}} + \propto_3 \sum_{\boldsymbol{t=1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{U_{t..}\,x_{t..}} - Z_0\Gamma_0 - \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{tij} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} q_{ti.} - \sum_{t=1}^{T} r_{t..}$$

$Subject\ to:$

$$Z_0 + p_{tij} \geq \propto_1 \hat{U}_{tij}y_{tij} \qquad for\ \ t,i,j$$
$$-y_{tij} \leq \boldsymbol{x_{tij}} \leq y_{tij} \qquad for\ \ t,i,j$$
$$Z_0 + q_{ti.} \geq \propto_2 \hat{U}_{ti.}y_{ti.} \qquad for\ \ t,i$$
$$-y_{ti.} \leq \boldsymbol{x_{ti.}} \leq y_{ti.} \qquad for\ \ t,i$$
$$Z_0 + r_{t..} \geq \propto_2 \hat{U}_{t..}y_{t..} \qquad for\ \ t$$
$$-y_{t..} \leq \boldsymbol{x_{t..}} \leq y_{t..} \qquad for\ \ t$$
$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} + Z_{...}\Gamma_{...} + w_{...} \leq U_{...}^{x}m_{...}$$
$$Z_{...} + w_{...} \geq \hat{U}_{...}^{x}y_{...}^{u}$$
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} + Z_{t..}\Gamma_{t..} + w_{t..} \leq U_{t..}^{x}m_{t..} \qquad for\ \ t$$
$$Z_{t..} + w_{t..} \geq \hat{U}_{t..}^{x}y_{t..}^{u} \qquad for\ \ t$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{tij} + Z_{ti.}\Gamma_{ti.} + w_{ti.} \leq U_{ti.}^{x}m_{ti.} \qquad for\ \ t,i$$
$$Z_{ti.} + w_{ti.} \geq \hat{U}_{ti.}^{x}y_{ti.}^{u} \qquad for\ \ t,i$$
$$x_{tij} + Z_{tij}\Gamma_{tij} + w_{tij} \leq U_{tij}^{x}m_{tij} \qquad for\ \ t,i,j$$
$$Z_{tij} + w_{tij} \geq \hat{U}_{tij}^{x}y_{tij}^{u} \qquad for\ \ t,i,j$$
$$L_{...}^{x}n_{...} \leq \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} - \acute{Z}_{...}\acute{\Gamma}_{...} - \acute{w}_{...}$$
$$\hat{L}_{...}^{x}y_{...}^{l} \leq \acute{Z}_{...} + \acute{w}_{...}$$
$$L_{t..}^{x}n_{t..} \leq \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} - \acute{Z}_{t..}\acute{\Gamma}_{t..} - \acute{w}_{t..} \qquad for\ \ t$$
$$\hat{L}_{t..}^{x}y_{t..}^{l} \leq \acute{Z}_{t..} + \acute{w}_{t..} \qquad for\ \ t$$

$$L^{x}_{ti.}n_{ti.} \le \sum_{j=1}^{n} x_{tij} - \acute{Z}_{ti.}\acute{\Gamma}_{ti.} - \acute{w}_{ti.} \qquad for \;\; t,i$$
$$\hat{L}^{x}_{ti.}y^{l}_{ti.} \le \acute{Z}_{ti.} + \acute{w}_{ti.} \qquad for \;\; t,i$$
$$L^{x}_{tij}n_{tij} \le x_{tij} - \acute{Z}_{tij}\acute{\Gamma}_{tij} - \acute{w}_{tij} \qquad for \;\; t,i,j$$
$$\hat{L}^{x}_{tij}y^{l}_{tij} \le \acute{Z}_{tij} + \acute{w}_{tij} \qquad for \;\; t,i,j$$
$$-y^{u}_{...} \le m_{...} \le y^{u}_{...}$$
$$-y^{u}_{t..} \le m_{t..} \le y^{u}_{t..} \qquad for \;\; t$$
$$-y^{u}_{ti.} \le m_{ti.} \le y^{u}_{ti.} \qquad for \;\; t,i$$
$$-y^{u}_{tij} \le m_{tij} \le y^{u}_{tij} \qquad for \;\; t,i,j$$
$$-y^{l}_{...} \le n_{...} \le y^{l}_{...}$$
$$-y^{l}_{t..} \le n_{t..} \le y^{l}_{t..} \qquad for \;\; t$$
$$-y^{l}_{ti.} \le n_{ti.} \le y^{l}_{ti.} \qquad for \;\; t,i$$
$$-y^{l}_{tij} \le n_{tij} \le y^{l}_{tij} \qquad for \;\; t,i,j$$
$$x_{...} = \sum_{t=1}^{T} x_{t..} \quad , \quad x_{t..} = \sum_{i=1}^{m} x_{ti.} \quad , \quad x_{ti.} = \sum_{j=1}^{n} x_{tij} \quad , \quad \sum_{k=1}^{3} \propto_k = 1$$
$$m_{...}, m_{t..}, m_{ti.}, m_{tij}, n_{...}, n_{t..}, n_{ti.}, n_{tij} = 1$$
$$Z_0 \ge 0 \;\; , p_{tij} \ge 0 \;\; , q_{ti.} \ge 0 \;\; , r_{t..} \ge 0 \;\; , Z_{...} \ge 0 \;\; , \acute{Z}_{...} \ge 0 \;\; , w_{...} \ge 0 \;\; , \acute{w}_{...} \ge 0 \;\; , Z_{t..} \ge 0 \;\; , \acute{Z}_{t..} \ge 0 \;\; , w_{t..} \ge 0 \;\; , \acute{w}_{t..} \ge 0 \;\; , Z_{ti.} \ge 0 \;\; , \acute{Z}_{ti.} \ge 0 \;\; , w_{ti.} \ge 0 \;\; , \acute{w}_{ti.} \ge 0 \;\; , Z_{tij} \ge 0 \;\; , \acute{Z}_{tij} \ge 0 \;\; , w_{tij} \ge 0 \;\; , \acute{w}_{tij} \ge 0$$

این مدل، شامل دو دسته متغیر است. دسته اول، دربردارنده متغیرهای اصلی مسأله است که میزان بودجه تخصیصی را مشخص می‌کنند. دسته دوم، متغیرهای کمکی هستند که برای استوارسازی مسأله به کار می‌روند. برای تعیین میزان Γ_0، ابتدا تعدادکل داده‌های غیرقطعی در تابع هدف را به دست می‌آوریم. لذا خواهیم داشت:

تعداد کل داده های غیر قطعی تابع هدف $= (\mathrm{m} \times \mathrm{n} \times \mathrm{T}) + (\mathrm{m} \times \mathrm{T}) + \mathrm{T}$

پس $\Gamma_0 \in [0, (\mathrm{m} \times \mathrm{n} \times \mathrm{T}) + (\mathrm{m} \times \mathrm{T}) + \mathrm{T}]$ خواهد بود. در حالت کلی، مقادیر بالاتر Γ_0، سطح محافظه‌کاری را در مقابل هزینه بیشتری که به ازای آن باید در تابع هدف پرداخت کنیم بالا می‌برد. از آنجا که در هر یک از محدودیت‌های مسأله، یک پارامتر غیرقطعی وجود دارد، سطح محافظه‌کاری برای پارامترهای غیرقطعی $\Gamma \in [0,1]$ است. Γ_0 لزوماً باید عدد صحیح باشد ولی اگر Γ ها می‌توانند صحیح یا غیرصحیح باشند.

سطح حفاظت بر اساس میزان پذیرفته شده از احتمال نقض بهینگی و موجه بودن در نزد تصمیم‌گیران و به تناسب شرایط تعیین می‌شود. براساس آنچه در [۱۲] آمده است، فرمول‌هایی برای تعیین سطح محافظه‌کاری Ω در مدل بن-تال و نمیروفسکی و Γ در مدل برتسیماس و سیم وجود دارند که دقیق نیستند و تقریبی بیان شده‌اند. سطح حفاظت مناسب برای تابع هدف و محدودیت‌ها به‌وسیله شبیه‌سازی انتخاب می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

بودجه، مهم‌ترین برنامه راهبردی هر کشور است. گستردگی بسیار مواد بودجه و عدم کارایی مدل‌های کیفی، مشکلات فراوانی را پیش روی دولت‌ها برای تخصیص بهینه بودجه به فعالیت‌های رقیب ایجاد کرده است. مدل‌های ریاضی گوناگونی برای بودجه‌ریزی بیان شده‌اند که مهم‌ترین نارسایی در بیشتر آن‌ها منظور نکردن عدم قطعیت پارامترهای بودجه است. طراحی مدل ریاضی فازی بودجه‌ریزی در سازمان‌های دولتی توسط عادل آذر نیز به علت عدم‌اطلاع از تابع عضویت داده‌های غیرقطعی و همچنین در مواقعی که داده‌ها با عدم قطعیت تصادفی مواجهند با نارسایی‌هایی در دنیای واقعی مواجه است. با توجه به این عدم قطعیت‌ها و با استفاده از مدل‌های استوار بیان شده در متن مقاله می‌توان بودجه‌های سایه را بر اساس سناریوهایی -که پیش‌بینی می‌گردد در طول اجرای قانون بودجه به وجود آیند- تعریف کرد تا کشور آمادگی مواجه شدن با شرایط مختلف را داشته باشد و از انعطاف لازم برخوردار گردد. به‌عنوان مثال، در بحران‌های اقتصادی شدید می‌توان بودجه‌ریزی را براساس مدل سویستر انجام داد و در شرایط اقتصادی دیگر، با توجه به شدت خوش‌بینی و بدبینی به اوضاع اقتصادی، سیاسی و ... در آینده، سطح محافظه‌کاری را در مدل‌های بن-تال و نمیروفسکی و برتسیماس و سیم می‌توان به‌نحوی تنظیم کرد که پاسخ‌گوی شرایط مختلف عدم قطعیت باشد.

منابع

۱. آذر، عادل (۱۳۷۵). "طراحی مدل ریاضی برنامه‌ریزی هزینه در سازمان‌های دولتی"، *دانش مدیریت*، شماره ۳۴ و ۳۵.

۲. صراف، فریدون (۱۳۶۳). *بودجه‌نویسی دولتی و نظام بودجه‌ای ایران*، تهران: انتشارات مدرسه عالی بازرگانی ایران، ص ۱۳۲.

3. Bastin, F. (2001). “Nonlinear stochastic programming”, Ph.D. thesis, Department de Mathematique, Faculte des Sciences, Facultes Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgium.
4. Beale, E. M. (1955). “On minimizing a convex function subject to linear inequalities”, *Journal of the Royal Statistical Society* 17(2):173–184.
5. Bellman, R. (1957). *Dynamic programming*. Princeton University Press, Princeton, New York.
6. Bellman, R.. & Zadeh, L. (1970). “Decision-making in a fuzzy environment”, *Management Science* 17:141-161.
7. Ben-Tal, A. & Nemirovski, A. (1998). “Robust convex optimization”, *Mathematics of Operations research* 23:769-805.
8. Ben-Tal, A. & Nemirovski, A. (1999).” Robust solutions of uncertain linear programs”, *Operations Research Letters* 25:1-13.
9. Ben-Tal, A. & Nemirovski, A. (2000). “Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data” *Mathematical programming* 88: 411-424.
10. Ben-Tal, A., Boyd, S., Nemirovski, A. (2006). “Extending Scope of Robust Optimization: Comprehensive Robust Counterparts of Uncertain Problems”, *Mathematical Programming* 107(1): 63-89.
11. Ben-Tal, A., Bertsimas, D., El Ghaoui, L., Nemirovski, A., Sim, M. (2009). *Robust Optimization*, Princeton University Press.
12. Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). “The Price of the Robustness”, *Operations Research* 52(1): 35-53.
13. Bevan, G. R. (1983).” The System Approch In Government? Two Case Studies of Program Budgeting”, *Journal of Operations Research Society* 34, (20): 729-738.
14. Birge, J., & Louveaux, F. (1997). *Introduction to stochastic programming*, New York, NY: Springer.
15. Bixby, R., Gregory, J., Lustig, I.I., Marste, R., & Shanno, D. (1992). “Very large scale linear programming: A case study in combining interior point and simplex methods”, *Operations Research* 40(5): 885-897.
16. Charnes A., Cooper, W. W. (1971). *Studies In Mathematical and Managerial Economics*, s.l. : North-Holland Publishing Company, PP. 166-180.
17. Charnes, A., & Cooper, W. (1959). “Chance-constrained programming”, *Management Science* 6(1): 73-79.
18. Dantzig, G. (1955). Linear programming under uncertainty, *management Science* 1: 197–206
19. El-Ghaoui, L., & Lebret, H. (1997). “Robust solutions to least-square problems with uncertain data”, *Matrices* 18(4): 1035-1064.

20. El-Ghaoui, L., Oustry, F., & Lebret, H. (1998). “Robust solutions to uncertain semidefnite programs”, *SIAM Journal on Optimization* 9(1):33-52.
21. Fisher, M., Jansen, M.L. , Lageweg, L., Lenstra, B.J., Rinnooy Kan, J. K., & Dempster, A.H.G. (1981). “Analytical evaluation of hierarchical planning systems”, *Operations Research* 29:707-716.
22. Habeeb,Y.A. (1991). “Adapting Multi-Criteria Planning to the Nigerian Economy”, *Journal of Operational Research Society* 42(10): 885-888.
23. Kall, P., & Wallace, S. (1994). *Stochastic programming*, New York, NY: Wiley.
24. Levkovitz, R., & Mitra, G. (1993). “Solution of large scale linear programs: A review of hardware, software and algorithmic issues”, In: Ciriani T and Leachman RC (eds). *Optimization in Industry, Mathematical Programming and Modelling Techniques in Practice*, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England: 139-171.
25. Lusting, I., Mulvey, J., & Carpenter, T. (1991). “Formulating stochastic programs for interior point methods”, *Operations Research* 39: 757-770.
26. Miller J. F. & Lyden, E. G.(1989). *Planning, Programming, Budgeting: A System Approach to Management*, Chicago : Markham Publishing Company.
27. Mulvey, J., Vanderbei, R., & Zenios, S. (1995). “Robust optimization of large-scale systems”, *Operations Research* 43(2): 264-281.
28. Pentico, D. W.(2007).” Assignment Problems: A golden anniversary Survey”, *European Journal of Operational Research* 17(6): 774-793.
29. Pyhrr A.P. (1970). “Zero-Base Budgeting”, *Harvard Business Review* November/December: 111-121.
30. Prékopa, A. (1971). “Logarithmic concave measures with applications to stochastic programming”, *Acta Scientiarum Mathematicarum* 32: 301–316.
31. Prékopa, A. (1995). *Stochastic programming*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
32. Sahinidis, N. (2004). “Optimization under uncertainty: State-of-the-art and opportunities”, *Computers and Chemical Engineering* 28: 971-983.
33. Shim J. P., Lee M. S. (1984). “Zero-Base Budgeting: Dealing With conflicting Objective”, *Long Range Planning* 17(5): 103-110.
34. Soyster, A. (1973).” Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming”, *Operations Research* 21(5):1154-1157.
35. Spaccamela, A., Rinnooy Kan, A., & Stougie, L. (1984). “Hierarchical vehicle routing problems”, *Networks* 14:571-586.
36. Tanaka, H., Okuda, T., & Asai, K. (1974). “On fuzzy mathematical programming”, *Journal of Cybernetics* 3:37-46.
37. Tanaka, H. Asai, K. (1984). “Fuzzy linear programming problems with fuzzy numbers”, *Fuzzy Sets and Systems* 13: 1-10
38. Tintner, G. (1955). “Stochastic linear programming with applications to agricultural economics”, *Proceedings of 2nd Symposium on Linear Programming*: 197–228.
39. Wildavsky, A. (1974). *The Politics of the Budgetary Process*, Second Edition.
40. Zanakis H.S. (1991). “A Multicriteria Approach for Library Needs Assesment and Budget Allocation”, *Socio-Economic Planning Science* 25(3): 233-245.