

## تعیین بهترین توالی انجام چند کار در محیط جریان کارگاهی تک ماشینی با استفاده از روش ارزیابی چند معیاره فازی

نسیم اکرام نصرتیان \*

چکیده

یکی از مراحل اصلی برنامه ریزی تولید، تعیین توالی عملیات است. توالی عملیات توسط یک سری از شاخص‌های کارایی مانند میانگین زمان تکمیل کارها، حداکثر دیر کرد کارها و میانگین دیر کرد کارها و ... ارزیابی می‌شود. جهت برآورده ساختن هریک از شاخص‌های کارایی، یک سری قاعده یا الگوریتم هیوریستیک ارائه شده است (به طوری که هر قاعده یک سری از شاخص‌ها که معادل یکدیگر هستند را کمینه می‌کند)، مانند قاعده کوتاهترین زمان انجام سفارش که شاخص میانگین تکمیل کار و شاخص حداکثر دیر کرد کارها توسط قاعده زودترین موعد تحویل کمینه می‌شود. روش فرایند سلسله مراتبی فازی با درنظر گرفتن اثر هم زمان کلیه شاخص‌های کارایی و مقایسه امتیازات، بهترین توالی انجام کارها را از بین توالی‌های موجود انتخاب می‌نماید. در این مقاله پس از معرفی شاخص‌های کارایی در تعیین توالی عملیات و تشریح مختصر روش فرآیند سلسله مراتبی فازی و چگونگی استفاده از این روش، بهترین توالی از بین توالی‌های موجود در کارگاه تک ماشین با توجه به تأثیر تمامی شاخص‌های کارایی انتخاب می‌گردد.

واژگان کلیدی: فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی (AHP)، کوتاه‌ترین زمان انجام سفارش (SPT)، بهترین طریق بعدی (NBR)، زودترین موعد تحویل (EDD)

\* کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران (مسئول مکاتبات)  
E-Mail: nasim\_nosratian@yahoo.com  
تاریخ پذیرش: ۸۹/۱/۲۱ تاریخ دریافت: ۸۸/۷/۲۵

## مقدمه

زمان بندی و توالی عملیات شامل دو مرحله است. در ابتدا سفارش‌ها یا کارها به منابع تخصیص داده شده و سپس در هر مرکز کاری، برای دستیابی به بهترین روش استفاده از ظرفیت موجود، اولویت بندی سفارش‌ها یا کارها انجام می‌شود. همچنین در کل یک سری اهداف مانند دستیابی به موعدهای تحويل، کمینه کردن شناوری و ... دنبال می‌شوند. سؤالی که در اینجا مطرح می‌گردد، این است که اگر تعداد  $n$  تا سفارش یا کار وجود داشته باشد، ترتیب  $n$  کار به چه نحوی باید باشد تا این اهداف را برآورده کند [۱].

جهت ارزیابی توالی عملیات از یک سری شاخص‌های کارایی استفاده می‌شود به گونه‌ای که هر شاخص یا شاخص‌های معادل به وسیله یک قاعده یا الگوریتم محاسبه می‌شوند، به طور مثال قاعده کوتاه ترین زمان انجام سفارش، شاخص‌های میانگین زمان گردش و تکمیل کار و مغایرت زمان تکمیل از موعد تحويل را کمینه می‌کنند. البته روش‌هایی مانند برنامه‌ریزی دوهدفه نیز وجود دارند که با رعایت قاعده زودترین موعد تحويل، توالی را ارائه می‌کنند که بیشترین نزدیکی با قاعده کوتاهترین زمان انجام سفارش را داشته باشد ولی می‌توان یک قاعده مثلاً قاعده زودترین موعد تحويل را در اولویت قرار داد. این کار باعث می‌شود که تصمیم گیرنده در اولویت دهی هیچ نفعی نداشته باشد، همچنین این روش زمانی که هزینه راه اندازی ماشین آلات مهم باشد کارایی ندارد، از این رو گستردگی شاخص‌های کارایی، تصمیم گیری را درمورد انتخاب توالی مورد نظر دشوار می‌سازد، لذا لازم است روشی انتخاب شود تا اثر کلیه شاخص‌های کارایی به طور همزمان در نظر گرفته شود. استک در سال ۱۹۸۵ [۱۳] از دو روش پیشنهادی با نامهای فرآیند تحلیل سلسه مراتبی و اسمارت در حالت غیر فازی برای انتخاب بهترین توالی در محیط سیستم‌های تولیدی انعطاف پذیر استفاده کرد. نتایج آزمایش‌ها نشان داد که مدل‌های پیشنهادی از مدل‌های مختلف هیورستیک موجود بهتر بوده است.

به دلیل آنکه اتخاذ تصمیم صحیح و به موقع می‌تواند تأثیر بسزایی در رسیدن به هدف داشته باشد، ضرورت وجود یک تکنیک قوی که بتواند انسان را در این زمینه

یاری کند، کاملاً محسوس است. یکی از کارآمدترین این تکنیک‌ها فرایند تحلیل سلسله مراتبی است که برای اولین بار توسط توomas ال ساعتی در سال ۱۹۸۰ [۴] مطرح شد. فرآیند تحلیل سلسله مراتبی به علت ماهیت ساده و در عین حال جامع خود، مورد استقبال مدیران و کاربران مختلف واقع شده است [۱۵]. ساختار کلی این فرایند از سه جزء هدف، معیارها و گزینه‌ها تشکیل شده است و قضاوت‌ها با مقادیر کلی ۱ تا ۹ از طریق مقایسات زوجی انجام می‌گیرد. بدین صورت که ابتدا ماهیت معیارها در متریس‌های مقایسات زوجی، ارائه شده و در نهایت وزن معیارها و گزینه‌ها مشخص می‌گردد [۵,۳]. از مزایای این روش نسبت به سایر روش‌ها می‌توان به سادگی و قابل درک بودن آن، امکان محاسبه ناسازگاری قضاوت‌ها، ساختار سلسله مراتبی فرایند و امکان درنظرگرفتن معیارهای کمی و کیفی اشاره کرد. یکی دیگر از دلایل انتخاب این روش، ساختاری است که برای مشارکت گروهی فراهم می‌کند.

همچنین استدلال بر اساس تقریب‌ها، نقش عمده‌ای در تفکرات بشری دارد. هر چند که استباط آماری و احتمالی در تجزیه و تحلیل برخی داده‌ها نتایج مطلوبی دارد، با این وجود برخی اطلاعات تجربی وجود دارند که در قالب احتمالات قابل توجیه نبوده، بلکه نیازمند حالات دیگری از استدلال تقریبی هستند. در این باب پروفسور لطفی عسگرزاده می‌گوید: "بسیاری از استدلال‌های بشری به طور طبیعی به جای دقیق بودن، تقریبی هستند". بنابراین تجزیه و تحلیل سیستماتیک اطلاعات فازی با یکی از مهمترین وظایف تئوری منطق بشری مطابقت دارد. با این وجود تئوری امکان هنوز تکمیل نگردیده و محققان همواره درجهت بهبود و توسعه آن برای دستیابی به سیستم‌های قابل قبول قطعی و یا احتمالی هستند که تئوری مجموعه‌های فازی این واقعیت را بیان می‌کند [۲].

در ادامه مروی بر تحقیقات انجام گرفته و اهمیت موضوع تحقیق بیان می‌شود: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی یک ساختار در مسائل تصمیم گیری است که زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که تعداد محدودی گزینه با چند شاخص برای هر گزینه وجود داشته باشد. بیون در سال ۲۰۰۱ از این تکنیک در انتخاب بهترین گزینه برای

خرید ماشین استفاده کرده است. زیرا با توجه به فضای رقابتی بازار ماشین و اهمیت نوآوری در میزان تقاضای مشتریان، تصمیم‌گیری در این زمینه اهمیت زیادی دارد. در مقاله ذکر شده به توسعه یک روش جدید تحلیل سلسله مراتبی (AHP) برای انتخاب بهترین گزینه پرداخته شده است [۷].

در مسائل تصمیم‌گیری، انتخاب بهترین گزینه در مواردی که بین اهداف وابستگی وجود دارد مسئله مهمی است. کارلسون و فولر در سال ۱۹۹۵ این گونه مسائل را در علوم مدیریتی استفاده کردند. در مقاله آنها اندازه گیری وابستگی بین اهداف برای انتخاب بهتر گزینه برتر مورد مطالعه قرار گرفت تا بتوان جواب‌های مؤثر و صحیحتری را در مسئله‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه پیدا نمود [۹]. در مقاله کارلسون و دیگران در سال ۱۹۹۴ مسائل تصمیم‌گیری فازی چند شاخصه با تابع هدف‌های وابسته مورد مطالعه قرار گرفته است. در انتهای یک سری تابع‌های کاربردی برای انتخاب بهترین گزینه در یک مسئله سه شاخصه استفاده شده‌اند [۸]. همانگ و دیگران در سال ۲۰۰۸ از روش AHP فازی برای ارزیابی قضاوت‌های متخصصین استفاده نمودند. نتایج نشان داد که ارزیابی شاخص‌ها در محیط‌های متفاوت با اندازه ریسک‌های مختلف تغییر می‌کند [۱۱]. ونگ و دیگران در سال ۲۰۰۸ نشان دادند که کاربردی نبودن روش تحلیل توسعه داده شده در مقاله چنگ در سال ۱۹۹۶ باعث تصمیمات غلط خواهد شد و شاخص‌های تصمیم‌گیری و مقایسات زوجی فازی در نظر گرفته نشده‌اند. همچنین برای کاربردی شدن تکنیک، روش‌هایی ارائه گردیده است [۱۴].

کووا و دیگران در مقاله خود یک حالت شبیه سازی شده جریان کارگاهی با چند فرآیند را ارائه نمودند. سپس از روش تحلیل سلسله مراتبی و روش تاپسیس و طرح تاگوچی برای پیدا کردن بهترین قانون در هر ایستگاه کاری استفاده نمودند [۱۲]. همچنین در مقاله هالیکن و دیگران در سال ۲۰۰۹ نیز کاربرد روش ANP در مسائل توالی عملیات بیان شده است [۱۰].

تقریباً در همه موارد ذکر شده بالا از روش AHP فازی در رتبه بندی و انتخاب

۱- Analytic Hierarchy Process (AHP)

بهترین گزینه در مسائلی غیر از توالی عملیات استفاده شده است. لذا استفاده از این روش در مسائل برنامه‌ریزی تولید و مسائل توالی عملیات که در آنها از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه استفاده شده است، یکی از جنبه‌های نوآورانه و مهم تحقیق است. البته منابعی نیز که در آنها به نحوی از AHP در مسائل توالی عملیات استفاده شده، ذکر شده‌اند. لذا هدف این تحقیق آن است که از این روش در انتخاب بهترین توالی در کارگاه تک ماشین استفاده نموده و این امر، اهمیت انجام آن را نشان می‌دهد.

در انتها لازم به ذکر است که در این مقاله ضمن معرفی روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی، چگونگی استفاده از این روش در انتخاب بهترین توالی از بین توالی‌های موجود در کارگاه تک ماشین با توجه به اینکه معیار هزینه راه اندازی ماشین آلات علاوه بر معیارهای دیگر از نظر تصمیم‌گیرنده مهم است، توضیح داده شده است.

ساختار مقاله به صورت زیر است:

در بخش ۲ کلیات مسائل توالی عملیات، شاخص‌ها و الگوریتم‌های مورد استفاده در مقاله بیان شده و سپس در بخش ۳ به توضیح روش تصمیم‌گیری فازی پرداخته شده است. همچنین در بخش ۴ یک مورد نمونه ارائه شده و حل گردیده و بخش‌های ۵ و ۶ نیز به ترتیب به پیشنهادها و منابع اختصاص داده شده‌اند.

## توالی عملیات

هنگام تخصیص کارها به منابع، باید برای دست یابی به بهترین روش استفاده از ظرفیت موجود در هر مرکز کاری، کارها را اولویت بندی کرد[۱۵].

نمایش عمومی توالی عملیات به شکل روبرو است:

n: تعداد کارها یا سفارش‌ها؛

m: تعداد ماشین‌ها یا منابع موجود؛

B: شاخص یا معیار بهینه سازی که می‌تواند میانگین زمان گردش کار و ... باشد؛

A: محیط اجرا که می‌تواند جریان کارگاهی یا کار کارگاهی و ... باشد.

نمادهای مورد استفاده به صورت زیر هستند:

(i) : اندیس شماره کارها؛

(j) : اندیس شماره ماشین‌ها یا منابع؛

$t_{ij}$ : زمان انجام کار  $i$  ام روی ماشین  $j$ ؛

$r_i$  : نقطه‌ای از زمان که کار  $i$  ام به کارگاه  $i$  می‌رسد و آمده پردازش است؛

$d_i$  : موعد تحویل کار  $i$  ام؛

$C_i$  : زمان تکمیل کار  $i$  ام؛

$F_i = c_i - r_i$  : مدت زمان گردش کار  $i$  ام؛

$L_i = c_i - d_i$  : مغایرت یا انحراف زمان تکمیل از موعد تحویل؛

$T_i = \max(L_i, 0)$  : دیر کرد کار  $i$  ام؛

$W_i = \sum_{i=1}^m w_i k$  : مجموع زمان انتظار کار  $i$  ام.

### شاخص‌های بهینه سازی در توالی عملیات

توالی‌های مختلف را معمولاً با معیارهایی که شامل اطلاعاتی راجع به کل کارائی باشد، مورد ارزیابی قرار می‌دهند. به طور کلی شاخص‌های تعیین توالی در دو دسته گنجانده می‌شوند:

الف: شاخص‌های کارایی مبتنی بر زمان تکمیل کارها عبارتند از: میانگین زمان گردش کار ( $\bar{F}$ )، میانگین زمان تکمیل کار ( $\bar{C}$ )، حداقل زمان گردش کار ( $F_{\max}$ )، حداقل زمان تکمیل کار ( $C_{\max}$ ).

ب: شاخص‌های کارایی مبتنی بر موعد تحویل کارها عبارتند از: میانگین مغایرت زمان تکمیل از موعد تحویل ( $\bar{L}$ )، حداقل مغایرت زمان تکمیل از موعد تحویل ( $L_{\max}$ ، میانگین دیر کرد کارها ( $\bar{T}$ )), حداقل دیر کرد کارها ( $T_{\max}$ ), تعداد کارهای با تاخیر ( $N_T$ )

### شاخص‌های معادل

دو شاخص را معادل می‌گویند اگر بهینه کردن یکی معادل بهینه کردن دیگری

باشد. شاخص‌های  $\bar{W}$ ،  $\bar{C}$ ،  $\bar{L}$  و  $\bar{F}$  معادلند، همچنین شاخص‌های  $L_{\max}$  و  $T_{\max}$  نیز معادلند به عبارتی :

$$\bar{W} \equiv \bar{C} \equiv \bar{L} \equiv \bar{F}$$

$$T_{\max} \equiv L_{\max}$$

حالت  $n$  کار و یک ماشین تحت فرضیاتی می‌تواند به ساده‌ترین شکل خود برسد که به شرح ذیل می‌باشد :

۱. تمامی کارها در ابتدای دوره برنامه‌ریزی در کارگاه موجودند. ( $r_i = 0$ )

۲. شرح عملیات کارها از قبل مشخص و زمان انجام کارها قطعی و معین است.

۳. زمان آماده سازی کارها مستقل از توالی انجام کارها است.

۴. بریدگی کار مجاز نیست.

۵. ماشین هیچ گاه بیکار نگه داشته نمی‌شود.

توالی که فرضیات بالا را رعایت می‌کند اصطلاحاً توالی‌های جایگشتی هستند که در صورت حذف فرضیات فوق تعداد توالی‌هایی که برای یافتن جواب بهینه لازم است بررسی شوند از  $n!$  به  $\infty$  حالت افزایش می‌یابد.

#### قاعده کوتاه‌ترین زمان انجام سفارش (SPT)

یکی از روش‌هایی که باعث کمینه کردن یک سری از شاخص‌های کارایی می‌شود قاعده کوتاه‌ترین زمان انجام سفارش است. طبق این روش کاری که مدت زمان کمتری طول می‌کشد اول انجام می‌شود.

$t[i]$ : زمان انجام کاری که در نوبت  $i$ ام قرار گرفته است.

$$\text{SPT} : t[1] \leq t[2] \leq t[3] \leq \dots \leq t[n]$$

در مساله  $n$  کار و یک ماشین، قاعده کوتاه‌ترین زمان انجام سفارش می‌تواند شاخص کارایی  $\bar{F}$  را کمینه کند ( $n/1 / \bar{F}$ ) و به لحاظ اینکه شاخص کارایی  $\bar{F}$  معادل با  $\bar{C}$ ،  $\bar{L}$ ،  $\bar{W}$  است می‌توان نتیجه گرفت که قاعده کوتاه‌ترین زمان انجام سفارش،  $\bar{C}$ ،  $\bar{L}$ ،  $\bar{W}$  را نیز کمینه می‌کند به عبارتی دیگر توالی ای که توسط این روش حاصل می‌شود، شاخص‌های معادل  $\bar{C}$ ،  $\bar{L}$ ،  $\bar{W}$  و  $\bar{F}$  را کمینه می‌کند.

### قاعده زودترین موعد تحویل (EDD)

یکی دیگر از روش هایی که منجر به کمینه شدن یک سری دیگر از شاخص های معادل می گردد روش زودترین موعد تحویل است. طبق این روش، کاری که موعد تحویل کمتری دارد اول انجام می شود.

[d]: موعد تحویل کاری که در نوبت ۱ ام قرار گرفته است.

$$EDD : d[1] \leq d[2] \leq d[3] \leq \dots \leq d[n]$$

در مسئله n کار و یک ماشین این روش می تواند دو شاخص  $L_{\max}$  و  $T_{\max}$  که معادل یکدیگرند را کمینه کند.

### قاعده بهترین طریق بعدی (NBR)

یکی دیگر از روش های تعیین توالی، بهترین طریق بعدی است. این روش زمانی می تواند مورد استفاده قرار بگیرد که هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات زیاد باشد. به عبارتی این روش یک روش هیوریستیک است و جواب آن نسبتا خوب است. در این روش، کار اول به صورت تصادفی انتخاب می شود و سپس کاری که کمترین هزینه راه اندازی را دارد به عنوان کار دوم قرار می گیرد و به همین ترتیب تا آخر این کار انجام می شود و در نهایت توالی ای ارائه می شود که شاخص هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات آن نسبت به توالی های دیگر نسبتا بهتر است.

### الگوریتم هاگسون و مور

با این الگوریتم شاخص کارایی تعداد کارهای با تاخیر ( $N_T$ ) کمینه می شود و قدم های آن به شرح ذیل است:

۱. ابتدا برنامه ای به روش زودترین موعد تحویل ایجاد می شود.
۲. اولین کاری که در این توالی دیر تمام می شود با  $[L][J]$  مشخص می شود.
۳. از میان کارهای مجموعه  $\{[L][J], [J][1], [J][2], \dots, [J]\}$  کاری که دارای بزرگترین زمان انجام t است انتخاب شده و از توالی خارج می شود.
۴. برای کارهای باقی مانده، محاسبات به روز شده و به قدم ۲ باز می گردد.

۵. این عملیات تا جایی ادامه می‌یابد که در توالی باقی مانده هیچ کاری تأخیر نداشته باشد.

توالی بهینه از توالی باقی مانده با الحاق کارهایی که از توالی خارج شده‌اند به دست می‌آید.

### روش تصمیم گیری فازی

در این بخش با به کار بردن مفاهیم پایه‌ای در مجموعه‌های فازی و تجزیه و تحلیل تصمیم گیری چند معیاره، یک رویکرد سیستماتیک برای انتخاب بهترین توالی از بین توالی‌های موجود در حالت تک ماشینی ارائه شده است. این روش برای تصمیم گیری در شرایط فازی بسیار مفید است [۶]. به دلیل وجود حالت فازی در مسئله انتخاب بهترین توالی، اهمیت وزن‌های معیارها به صورت متغیرهای زبانی در نظر گرفته شده و گروه تصمیم گیری شامل  $k$  نفر است. بنابراین می‌توان اهمیت هر معیار و رتبه هر آلتنتایو را به صورت زیر تعریف کرد:

۱. الگوریتم‌های مورد بررسی برای به دست آوردن توالی عملیات حل شده و نتایج شاخص‌ها درج می‌شود. به طور نمونه در این مقاله چهار الگوریتم (Hodgson, SPT, EDD, NBR) بررسی شده که پس از استفاده از هر کدام، نتایج شاخص‌های آن یادداشت می‌شود.

۲. برای اهمیت هر معیار، وزن مناسب و برای شاخص نیز، وزن مناسب اختصاص داده می‌شود.

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{k} [\tilde{x}_{ij}^1 (+) \tilde{x}_{ij}^2 (+) \dots (+) \tilde{x}_{ij}^k]$$

$$\tilde{w}_j = \frac{1}{k} [\tilde{w}_j^1 (+) \tilde{w}_j^2 (+) \dots (+) \tilde{w}_j^k]$$

که  $\tilde{w}_j$  درجه اهمیت معیار  $j$ ام و  $\tilde{x}_{ij}$  رتبه آلتنتایو  $i$ ام با توجه به معیار  $j$ ام از نظر تصمیم گیرنده  $k$ ام است.

فرض کنید  $A_1, A_2, \dots, A_m$  آلتنتایوهای ممکن و  $C_1, C_2, \dots, C_n$  معیارهایی باشند که آلتنتایوها با آنها ارزیابی خواهند شد. بدین ترتیب می‌توان ماتریس تصمیم  $\tilde{D}$  را به صورت زیر بیان کرد:

$$\tilde{D} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{pmatrix}$$

$\tilde{x}_{ij}$  نشان دهنده رتبه فازی آلترناتیو  $A_i$  با توجه به معیار  $C_j$  و  $\tilde{w}_j$  نیز وزن فازی معیار  $C_j$  است. این رتبه های فازی و وزن های فازی زبانی بوده که می توان آنها را با اعداد فازی مثلثی نشان داد:

$$\tilde{w}_j = (\tilde{w}_{j1}, \tilde{w}_{j2}, \tilde{w}_{j3})$$

$$\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$$

۳. برای ایجاد سازگاری میان معیاری کیفی و رتبه های زبانی معیارهای ذهنی، مقیاسهای متفاوت را میتوان با استفاده از متغیر مقیاس خطی به یک مقیاس تبدیل کرد. بنابراین می توان ماتریس فازی نرمال شده که با  $\tilde{R}$  نمایش داده می شود، به صورت زیر به دست آورد:

$$\tilde{R} = [r_{ij}]_{m \times n}$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left( \frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B \quad \tilde{r}_{ij} = \left( \frac{\bar{a_j}}{c_{ij}}, \frac{\bar{a_j}}{b_{ij}}, \frac{\bar{a_j}}{a_{ij}} \right), j \in C$$

$$c_j^* = \max_i C_{ij} \quad j \in B \quad \bar{a_j} = \min_i C_{ij} \quad j \in C$$

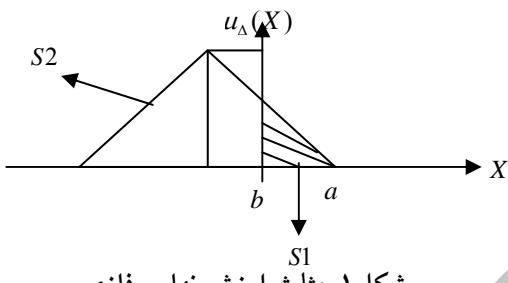
مجموعه معیارهای سود و C نیز مجموعه معیارهای هزینه است.

در اینجا روش نرمال سازی خطی به منظور حفظ خاصیت تعلق اعداد فازی نرمال شده به بازه [۰, ۱] مورد استفاده قرار گرفته است. با درنظر گرفتن اهمیت معیارها، ارزش نهایی فازی هر آلترناتیو را به صورت زیر می توان محاسبه نمود:

$$\tilde{P}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{r}_{ij}(\cdot) \tilde{w}_j, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

۴. پس از محاسبه ارزش نهایی فازی هر آلترناتیو می توان مقایسه زوجی ارجحیت میان آلترناتیوهای  $A_i$  و  $A_j$  را انجام داد. برای مقایسه عددهای فازی به دست آمده (ارزش نهایی هر آلترناتیو) از روش فازی، باید دو به دو اعداد را با یکدیگر مقایسه کرد تا بزرگترین عدد به دست آید. برای این کار دو عدد اولیه از یکدیگر کسر شده و مثلث فازی حاصله زیر به دست می آید (شکل ۱). سپس مساحت ناحیه های ۱ و ۲ حساب می شود. اگر مساحت ناحیه ۱ بزرگتر از ۲ باشد عدد فازی ۱ بزرگتر از عدد

فازی ۲ است و بالعکس.



شکل ۱. مثلث ارزش نهایی فازی

: مساحت قسمت هاشورخورده (ناحیه ۱)  $S_1 = \int_b^a \mu_A(X) dx$

(ناحیه ۲) : مساحت قسمت هاشورنخورده  $S_2 = S_T - S_1$  و  $S_2 + S_1 = 1$

$$S_2 > S_1 \Rightarrow \tilde{Z}_{ij} = \tilde{P}_i(-)\tilde{P} < 0 \Rightarrow \tilde{P}_1 < \tilde{P}_2$$

۵. آلتراستیوها را براساس صعودی مرتب کرده، بنابراین بزرگترین آلتراستیو بر اساس مقایسات فازی، انتخاب اول برای توالی است.

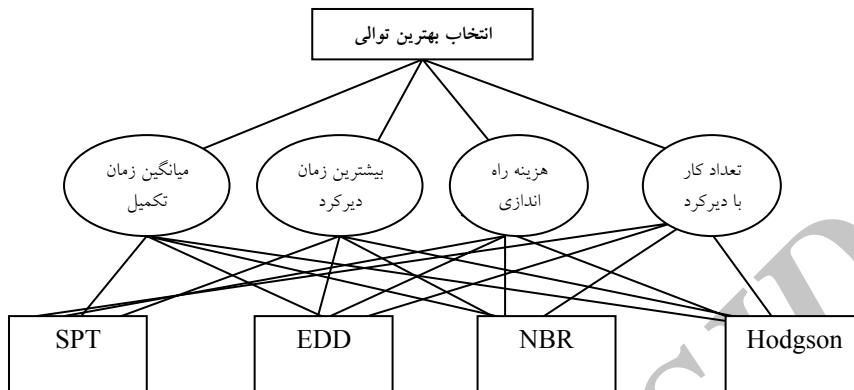
### حل یک مثال محاسباتی با استفاده از روش فازی

فرض کنید که چهار سفارش کاری موجود بوده و قرار است در کارگاهی روی یک ماشین پردازش شوند. زمان انجام هر کار بر روی ماشین و موعد تحویل در جدول ۱ و هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات (به هزار تومان) در جدول ۲ نشان داده شده است. ارزیابی توسط کمیته ای شامل سه تصمیم گیرنده  $D_3$ ,  $D_2$ ,  $D_1$  و  $D_0$  انجام می شود و برای انتخاب مناسب ترین توالی چهار معیار زیر در نظر گرفته شده است:

میانگین زمان تکمیل ( $\bar{C}$ ), بیشترین زمان دیر کرد ( $T_{\max}$ ), هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات و تعداد کار با دیر کرد ( $N_T$ ).

ساختار سلسله مراتبی در شکل ۲ نشان داده شده است. در این مرحله هدف آن است که از بین چهار توالی (هر توالی توسط یکی از الگوریتمهای SPT, EDD, NBR, Hodgson) به دست آمده و هر کدام یک شاخص را کمینه

می‌کند) یک توالی انتخاب شود.



شکل ۲. ساختار سلسله مراتبی

جدول ۱. زمان انجام ( $t$ ) و موعد تحويل (dd)

| شماره کار | زمان (t) | موعد تحويل (dd) |
|-----------|----------|-----------------|
| $j_1$     | ۱        | ۲               |
| $j_2$     | ۲        | ۷               |
| $j_3$     | ۳        | ۵               |
| $j_4$     | ۴        | ۶               |

جدول ۲. هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات

| $j_4$ | $j_3$ | $j_2$ | $j_1$ | هزینه راه اندازی |
|-------|-------|-------|-------|------------------|
| ۲     | ۲     | ۱     | ۰     | $j_1$            |
| ۲     | ۲     | ۱     | ۰     | $j_2$            |
| ۲     | ۲     | ۱     | ۰     | $j_3$            |
| ۲     | ۰     | ۲     | ۱     | $j_4$            |

حال به حل مثال مطرح شده در قسمت ۵ با استفاده از روش فازی پرداخته می‌شود. تصمیم گیرنده‌ها، متغیرهای زبانی وزن دهی را برای تخصیص اهمیت به معیارها مورد استفاده قرار می‌دهند (جدول ۴). به دلیل وجود حالت فازی در مساله،

وزن های اهمیت معیارها به صورت متغیرهای زبانی در نظر گرفته شده‌اند. فرض کنید متغیرهای زبانی وزن اهمیت معیارها به صورت اعداد فازی مثلثی در جدول ۳ نشان داده شود. انتخاب تعداد متغیرهای زبانی و بازه تغییرات اعداد فازی، دلخواه هستند و می‌توان با توجه به ماهیت مساله آنها را تغییر داد. وزن فازی محاسبه شده برای هر معیار در جدول ۵ آمده است.

جدول ۳. متغیرهای زبانی وزن اهمیت معیارها

| Very Low<br>VL | Low<br>L    | Medium Low<br>ML | Medium<br>M   | Medium high<br>MH | High<br>H  | Very high<br>VH |
|----------------|-------------|------------------|---------------|-------------------|------------|-----------------|
| (۰.۱،۰،۰)      | (۰.۳،۰.۱،۰) | (۰.۵،۰.۳،۰.۱)    | (۰.۷،۰.۵،۰.۳) | (۱،۰.۷،۰.۵)       | (۱۰.۹،۰.۷) | (۱،۱،۰.۹)       |

جدول ۴. وزن اهمیت معیارها

| شاخص ها \ تصمیم گیرنده ها | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|
| $\bar{C}$                 | H              | M              | VH             |
| $T_{max}$                 | H              | H              | H              |
| هزینه راه اندازی          | M              | H              | MH             |
| $N_T$                     | MH             | MH             | MH             |

جدول ۵. وزن فازی هر معیار

| شاخص \ وزن | $\bar{C}$      | $T_{max}$     | هزینه راه اندازی | $N_T$       |
|------------|----------------|---------------|------------------|-------------|
| وزن        | (۰.۸،۰.۶۴،۰.۹) | (۰.۹،۰.۷،۰.۱) | (۰.۷،۰.۵،۰.۹)    | (۰.۷،۰.۵،۱) |

#### محاسبه توالی های مورد نظر

در این قسمت چهار توالی مورد نظر به دست می‌آید که هر توالی به وسیله یکی از الگوریتم های Hodgson ، EDD ، NBR و SPT حاصل شده است و هر کدام یک شاخص را کمینه می‌کند. الگوریتم ها و شاخص های کمینه شده متناظر با آنها به صورت زیر هستند:

الگوریتم Hodgson شاخص  $N_T$  ، الگوریتم NBR شاخص هزینه راه اندازی،

الگوریتم EDD شاخص  $T_{\max}$  و الگوریتم SPT شاخص  $\bar{C}$  را کمینه می کند.  
به طور نمونه توالی که بر اساس بررسی قاعده زودترین زمان انجام سفارش حاصل می شود و میانگین زمان تکمیل کار( $\bar{C}$ ) را کمینه می کند، با استفاده از اطلاعات جدول ۶ محاسبه می شود:

جدول ۶. نمونه توالی قاعده

| شاخص<br>کار | t | C  | dd | $T_i$ | $L_i$ |
|-------------|---|----|----|-------|-------|
| $j_1$       | ۱ | ۱  | ۲  | ۰     | -۱    |
| $j_2$       | ۲ | ۲  | ۵  | ۰     | -۴    |
| $j_3$       | ۲ | ۶  | ۷  | ۱     | ۰     |
| $j_4$       | ۴ | ۱۰ | ۷  | ۴     | ۰     |

$$SPT : j_1 - j_2 - j_3 - j_4$$

$$\bar{C} = \frac{10+6+3+1}{4} = 5$$

$$T_{\max} = \max \{1, 4\} = 4$$

هزینه راه اندازی  $= 3+2+1=6$

$$N_T = Count\{T_i > 0\} = 2$$

چهار توالی مورد نظر که با الگوریتم های نام برد به دست می آیند، محاسبه شده و نتایج شاخص ها به صورت زیر هستند:

$$SPT : j_1, j_2, j_3, j_4, \bar{C} = 5, T_{\max} = 4, N_T = 2$$

$$EDD : j_1, j_3, j_4, j_2, \bar{C} = 5.6, T_{\max} = 3, N_T = 2$$

$$NBR : j_1, j_2, j_4, j_3, \bar{C} = 5.3, T_{\max} = 5, N_T = 2$$

$$Hodgson : j_1, j_3, j_2, j_4, \bar{C} = 5.25, T_{\max} = 4, N_T = 1$$

مطابق جدول ۵ ماتریس تصمیم فازی زیر ایجاد شده است. (جدول ۷)

جدول ۷. ماتریس تصمیم فازی

| وزن              | $W_1$     | $W_2$      | $W_3$            | $W_4$ |
|------------------|-----------|------------|------------------|-------|
| شاخص<br>الگوریتم | $\bar{C}$ | $T_{\max}$ | هزینه راه اندازی | $N_T$ |
| SPT              | ۵         | ۴          | ۶                | ۲     |
| EDD              | ۰.۶       | ۳          | ۷                | ۲     |
| NBR              | ۰.۳       | ۵          | ۳                | ۲     |
| Hodgson          | ۰.۲۵      | ۴          | ۵                | ۱     |

سپس ماتریس تصمیم فازی (جدول ۷) نرمال شده و نتایج در جدول ۸ نشان داده شده اند.

جدول ۸. ماتریس تصمیم فازی نرمال شده

| وزن              | $W_1$             | $W_2$           | $W_3$            | $W_4$         |
|------------------|-------------------|-----------------|------------------|---------------|
| شاخص<br>الگوریتم | (۰.۸۰، ۰.۶۴، ۰.۹) | (۰.۹، ۰.۷، ۰.۱) | (۰.۷، ۰.۵، ۰.۹)  | (۰.۷، ۰.۵، ۱) |
| $\bar{C}$        |                   | $T_{\max}$      | هزینه راه اندازی | $N_T$         |
| SPT              | ۱                 | ۰.۷۵            | ۰.۵              | ۰.۵           |
| EDD              | ۰.۸۹۲             | ۱               | ۰.۴۲۸            | ۰.۵           |
| NBR              | ۰.۹۴۳             | ۰.۶             | ۱                | ۰.۵           |
| Hodgson          | ۰.۹۵۲             | ۰.۷۵            | ۰.۶              | ۱             |

با استفاده از جداول ۵ و ۸ ارزش نهایی فازی هر چهار آلترناتیو را به صورت زیر می‌توان محاسبه نمود:

$$\tilde{P}_1 = W_1 * 1 + W_2 * 0.75 + W_3 * 0.5 + W_4 * 0.5$$

$$\tilde{P}_1 = (1.66, 2.17, 2.6)$$

$$\tilde{P}_2 = (1.72, 2.25, 2.67)$$

$$\tilde{P}_3 = (1.77, 2.34, 2.84)$$

$$\tilde{P}_4 = (1.93, 2.55, 3.14)$$

همان طور که در قسمت ۴ توضیح داده شد، اختلاف میان هر دو ارزش نهایی به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\begin{array}{ll} \tilde{P}_1(-)\tilde{P}_2 = (-1.01, -0.08, 0.88) & \tilde{P}_2(-)\tilde{P}_3 = (-1.12, -0.09, 0.9) \\ \tilde{P}_2(-)\tilde{P}_4 = (-1.42, -0.21, 0.074) & \tilde{P}_3(-)\tilde{P}_4 = (-1.37, -0.21, 0.91) \end{array}$$

و به همین ترتیب:

$$\begin{cases} \tilde{P}_2(-)\tilde{P}_3 \Rightarrow \tilde{P}_2 < \tilde{P}_3 \\ \tilde{P}_1(-)\tilde{P}_2 \Rightarrow \tilde{P}_1 < \tilde{P}_2 \\ \tilde{P}_3(-)\tilde{P}_4 \Rightarrow \tilde{P}_3 > \tilde{P}_4 \\ \tilde{P}_2(-)\tilde{P}_4 \Rightarrow \tilde{P}_2 < \tilde{P}_4 \end{cases}$$

۵. آلتنتاتیوها را براساس صعودی مرتب کرده، بزرگترین آلتنتاتیو بر اساس مقایسات فازی، انتخاب اول برای توالی است.

$\tilde{P}_3 > \tilde{P}_4 > \tilde{P}_2 > \tilde{P}_1$   
 بدین ترتیب رتبه های چهار آلتنتاتیو عبارتند از  $\tilde{P}_1 > \tilde{P}_3 > \tilde{P}_4 > \tilde{P}_2$  و چون رتبه  $\tilde{P}_3$  از همه بیشتر است، توالی ای که براساس قاعده بهترین طریق بعدی (NBR) به دست آمده به عنوان بهترین توالی انتخاب می شود.

### نتیجه گیری و پیشنهاد

همان طور که ملاحظه شد، در این مقاله برای حل مساله انتخاب بهترین توالی از بین چندین توالی در محیط کارگاه تک ماشین از روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی استفاده گردید. در انتخاب توالی، رتبه هر آلتنتاتیو با توجه به هر معیار و برآورد وزن های اهمیت هر معیار با استفاده از متغیرهای زبانی انجام شد. هفت سطحی که برای مقادیر زبانی در رتبه بندی در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است و انتخاب تعداد متغیرهای زبانی و بازه تغییرات اعداد فازی دلخواه بوده و می توان با توجه به ماهیت مسئله آنها را تغییر داد. به دلیل وجود حالت فازی در مسئله، وزن های اهمیت معیارها به صورت متغیرهای زبانی در نظر گرفته شده اند. در مثال عددی ذکر شده، زمان انجام هر کار بر روی ماشین، موعد تحويل،

هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات موجود بوده و سه تصمیم گیرنده وجود دارند. همچنین برای انتخاب مناسب ترین توالی چهار معیار میانگین زمان تکمیل ( $\bar{C}$ )، بیشترین زمان دیر کرد ( $T_{\max}$ )، هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات و تعداد کار با دیر کرد ( $N_T$ ) در نظر گرفته شد که توسط الگوریتم های Hodgson، NBR و SPT EDD کمینه شدند. در نهایت روش ارزیابی چند معیاره فازی برای انتخاب بهترین توالی بهترین توالی، کلیه شاخص های کارایی مورد نظر را هم زمان در نظر گرفته و در نهایت توالی به دست آمده از روش NBR که شاخص هزینه راه اندازی و تنظیم ماشین آلات را کمینه می کند، انتخاب گردید.

در تحقیقات آینده می توان از روش ارزیابی چند معیاره فازی در انتخاب بهترین توالی در محیط های مختلف مانند محیط کارگاهی، محیط هایی که شامل چندین نوع ماشین با قابلیت تولید چندین نوع محصول و انجام چندین سفارش هستند، استفاده نمود. همچنین می توان شاخص زمان حل را نیز به شاخص ها اضافه کرد. همچنین برای مسائل سخت مانند مسائلی که زمان آماده سازی وابسته به توالی است نیز می توان از روش ارزیابی چند معیاره فازی استفاده کرد.

## منابع

1. Baker, K.R., "Introduction to Sequencing and Scheduling", *John Wiley and sons Inc*, New York, 2<sup>nd</sup> edition, ISBN: 978-0471045557, pp 1-318 (1995).
2. Chen, S.J., Hwang, C.L., Hwang, F.P., "Fuzzy multiple attribute decision making methods and applications", *Springer-Verlag*, New York, 1<sup>st</sup> edition, ISBN: 978-0387549989, pp 1-536 (1992).
3. Hwang C.L., Yoon K., "Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications", *Springer-Verlag*, Berlin, 1<sup>st</sup> edition, ISBN: 978-3540105589, pp 1-259 (1981).
4. Saaty T.L., "The analytic hierarchy process: planning setting priorities and resources allocation", McGraw-Hill, New York, 1<sup>st</sup> edition, ISBN: 978-0070543713, pp 1-287 (1980).
5. Shi, Y., "Advances in Multiple Criteria Decision Making and Human Systems Management: Knowledge and Wisdom", IOS Press, 1<sup>st</sup> edition, ISBN 978-1-58603-748-2, pp 1-407 (2007).
6. Buckley, J. J., "Ranking alternatives: Using fuzzy numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, 15(1), pp 21-31 (1985).
7. Byun, D., "The AHP approach for selecting an automobile purchase model", *Information & Management Journal*, 38(5), pp 289-297 (2001).
8. Carlsson, C., Fuller, R., "Interdependence in fuzzy multiple objective programming", *Fuzzy Sets and Systems*, 65(1), pp 19-29 (1994).
9. Carlsson, C., Fuller, R., "Multiple criteria decision making: The case for interdependence", *Computers Operations Research*, 22(3), pp 251-260 (1995).
10. Hallikainen, P., Kivijärvi, H., Tuominen, M., "supporting the module sequencing decision in the ERP implementation process- An application of the ANP method", *International Journal of Production Economics*, 119(2), pp 259-270 (2009).
11. Huang, C.C., Chu, P.Y., Chiang, Y.H., "A fuzzy AHP application in government-sponsored R&D project selection", *Omega*, 36(6), pp 1038-1052 (2008).
12. Kuoa, Y., Yangb, T., Choc, C., Tsengb, Y.C., "Using simulation and multi-criteria methods to provide robust solutions to dispatching problems in a flow shop with multiple processors", *Mathematics and Computers in Simulation*, 78(1), pp 40-56 (2008).
13. Stecke, K.E., "Design, planning, scheduling, and control problems of flexible manufacturing systems", *Annals of Operations Research*, Springer Netherlands, 3(1), pp 1-12 (1985).
14. Wang, Y.M., Luo, Y., Hua, Z., "On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications", *European Journal of Operational Research*, 186(2), pp 735-747 (2008).
15. Zahedi, F., "The analytic hierarchy process: a survey of the method and its application", *Interfaces*, 16(4), pp 96-108 (1986).