فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال هشتم، شماره ۲۰، بهار ۹۰
صفحات ۱۹۵ تا ۲۱٤

ارائه‌ی الگوریتم تئوری محدودیت‌های اصلاح شده برای مسائل ترکیب تولید با ظرفیت و تقاضای فازی

ناصر حمیدی *
پروانه سموئی **
مهدی اقبالی ***

چکیده

یکی از مسائلی که همواره ذهن محققین عرصه‌ی تولید را به خود مشغول کرده، یافتن پاسخ مناسب برای تعیین مقدار تولید هر محصول بوده است. چنین مسائلی با نام ترکیب تولید شهرت یافته‌اند و برای حل آن روش‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از این روش‌ها، تئوری محدودیت‌هاست که یک تئوری ساده، قابل فهم و در عین حال کاربردی است. اما متاسفانه با تمام مزایایی که این الگوریتم دارد در برخی شرایط نظیر حالات چندگلوگاهی و یا زمانی که یک محصول جدید به خط تولید اضافه می‌شود کارایی خود را از دست می‌دهد. از این رو برخی محققان، نقایص این تئوری را برطرف کرده و با نام تئوری محدودیت‌های اصلاح شده منتشر کرده‌اند که یکی از بهترین روش‌های حل مسائل ترکیب تولید به شمار می‌رود و در برخی موارد نتایجی به خوبی برنامه‌ریزی خطی ارائه می‌دهد. اما با این وجود، تئوری برای زمانی که تمام پارامترها قطعی هستند، ارائه شده است. در حالی‌که در دنیای واقعی تولید، خیلی از پارامترها نظیر ظرفیت و تقاضا غیرقطعی هستند. در چنین شرایطی مجموعه‌های فازی می‌تواند به منزله‌ی ابزار بسیار مفیدی مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله سعی شده است الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌های اصلاح شده و منطق فازی ارائه گردد. نتایج نشان‌دهنده‌ی کارایی و انعطاف این الگوریتم است.

واژگان کلیدی: تئوری محدودیت‌های اصلاح شده (RTOC)، ترکیب تولید، تقاضای فازی، ظرفیت فازی

---

* استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران
** مدرس دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران (مسئول مکاتبات) E.Mail: Samouei_parvaneh@yahoo.com
*** کارشناس مهندسی صنایع ـ عضو باشگاه پژوهشگران جوان، قزوین، ایران

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۰/۱٤ تاریخ پذیرش: ۸۹/۵/۹

مقدمه

به دلیل اهمیتی که مسائل ترکیب تولید در دنیای واقعی دارند، روش‌های مختلفی برای حل این گونه مسائل ارائه شده‌است که از میان این روش‌ها می‌توان به تئوری محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی، جستجوی ممنوعه و الگوریتم ژنتیک اشاره نمود(برای مطالعه‌ی بیشتر می‌توانید به مراجع [۵]، [۶]، [۸] و [۱۰] مراجعه نمایید). یکی از ساده‌ترین روش‌هایی که برای حل مسائل ترکیب تولید به کار رفته، روش تئوری محدودیت‌ها است. اما متاسفانه این روش در برخی از شرایط خاص نظیر مسائل چندگلوگاهی و یا مسائلی که یک محصول جدید به خط تولید اضافه می‌شود، کارایی لازم را ندارد [۴]. لذا جهت افزایش کارایی این تئوری، الگوریتمی به نام تئوری محدودیت‌های اصلاح شده توسط فردندال و لی در سال ۱۹۹۷ ارائه گردیده است که هم مشکلات اولیه‌ی این تئوری را حل کرده و هم یکی از بهترین جواب‌ها را برای حل مسائل ارائه می‌دهد [۶]. اما این الگوریتم تنها برای حالات قطعی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد در حالی که در دنیای واقعی خیلی از پارامترها نظیر تقاضا و ظرفیت دارای خاصیت عدم قطعیت هستند. در چنین مواقعی یکی از ابزارهای سودمندی که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، تئوری مجموعه‌های فازی است. لذا در این مقاله سعی شده برای مسائل ترکیب تولید با ظرفیت و تقاضای فازی، الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌های اصلاح شده ارائه شود.

در این مقاله از میان تمام پارامترهایی که می‌توانند در تولید، به صورت فازی باشند، ظرفیت و تقاضا انتخاب شده‌اند. عوامل بسیار زیادی در فازی بودن این پارامترها تاثیرگذارند، که برخی از آنها به شرح زیر است:

- همواره عواملی نظیر شرایط سیاسی، اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی می‌توانند در استقبال و یا عدم استقبال عمومی مردم به یک سری کالاها تاثیر بسزایی داشته باشند. به گونه‌ای که با تغییرات اندک این شرایط، می‌توان با کاهش و یا افزایش چشمگیر میزان تقاضای مشتریان مواجه شد. چنین چیزی باعث می‌شود که همواره نتوان میزان تقاضا را مقداری قطعی و از پیش تعیین شده دانست.

- در فاز برنامه‌ریزی برای احداث و یا توسعه‌ی واحد تولیدی نیز مقادیر واقعی و دقیق از ظرفیت و تقاضا ممکن است در دسترس نباشند. در چنین مواقعی تخمین حدودی از تقاضا و ظرفیت می‌تواند بسیار مفید باشد.

برای این پارامترهای فازی، تابع عضویت مثلثی در نظر گرفته شده است. زیرا علاوه بر کارایی لازم، قابلیت محاسباتی بالاتری نسبت به سایر توابع عضویت فازی داراست.

بیان مفاهیم و تحقیقات پیشین

تئوری محدودیت‌ها و تئوری محدودیت‌های اصلاح شده

تئوری محدودیت‌ها یک فلسفه‌ی مدیریتی است که با شناسایی گلوگاه‌ها و محدودیت‌های سیستم، آن‌را در راستای کسب پول هدایت می‌کند[۴]. این تئوری، گلوگاه تولیدی را نقطه‌ای از فرآیند تولید می‌داند که مقدار محصولی را که یک کارخانه می‌تواند تولید کند، پایین نگه می‌دارد. به عبارت دیگر منبعی است که مانع عملکرد بهتر سیستم جهت رسیدن به اهدافش می‌گردد. بر اساس این تئوری اگر محدودیتی در سیستم وجود نداشته باشد، خروجی می‌تواند به طور نامحدودی افزایش یافته و یا به صفر برسد. این تئوری، وجود محدودیت‌ها را نشان‌دهنده پتانسیلی برای رشد و انجام تغییرات نتیجه بخش می‌داند و برای این کار نیز از شاخص‌های نظیر سود خالص، بازگشت سرمایه و جریان نقدی بهره می‌گیرد. به علاوه، طبق این تئوری، برای مدیریت محدودیت‌ها ۵ مرحله‌ی زیر را پیشنهاد می‌شود:

۱. شناسایی محدودیت‌های سیستم؛
۲. تصمیم گیری در زمینه‌ی چگونگی محافظت و ارتقای محدودیت‌های سیستم؛
۳. هدایت همه‌ی عوامل در جهت قدم دوم؛
۴. از میان برداشتن محدودیت‌های سیستم؛
۵. بازگشت به قدم اول، در صورت از بین رفتن محدودیتی در قدم قبل.

اما با تمام کاربردهایی که تئوری محدودیت‌ها در حل مشکلات و مسائل تولیدی

ممکن است داشته باشد، دارای نقاط ضعفی است به طوری که به راحتی نمی‌توان از آن‌ها چشم‌پوشی نمود. برای مثال از نقص‌های این تئوری می‌توان به ناتوانی در حل مسائل چندگلوگاهی اشاره نمود. این در حالی است که در اغلب موارد سیستم‌ها، تک گلوگاهی نیستند. همچنین این تئوری در مسائلی که یک محصول جدید به خط تولید اضافه می‌شود، کارایی لازم را ندارد[۴]. برای رفع این نواقص، الگوریتم تجدیدنظر شده‌ی تئوری محدودیت‌ها (RTOC) ارائه شده است تا ضمن استفاده از نقاط مثبت تئوری محدودیت‌ها نظیر سادگی و قابل فهم بودن آن، کارایی این الگوریتم نیز افزایش یابد[۸].

تعاریف و روابط

در این مقاله تعاریف و روابط زیر برای الگوریتم پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است:

عدد فازی: عدد فازی $\tilde{M}$ از نوع L-R است و به شکل $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ نشان داده می‌شود، اگر تابع L برای سمت چپ، تابع R برای سمت راست و اعداد اسکالر $\alpha>0$ و $\beta>0$ با شرایط زیر موجود باشند:

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases} L(\frac{m-x}{\alpha}); & x\le m, \alpha>0 \\ R(\frac{x-m}{\beta}); & x\ge m, \beta>0 \end{cases}$$

در این رابطه m مقدار میانی عدد فازی $\tilde{M}$ نامیده می‌شود. به علاوه مقادیر m ، α و β به مجموعه اعداد حقیقی تعلق دارند[۹].

جمع و تفریق اعداد فازی: چنانچه $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو عدد فازی از نوع L-R و $\lambda \in R$ مقداری اسکالر باشد. در چنین حالتی روابط زیر برقرار است[۷]:

$$\tilde{M}=(m,\alpha,\beta)_{LR}$$
$$\tilde{N}=(n,\alpha',\beta')_{LR}$$

آنگاه

$$\lambda.(m,\alpha,\beta)_{LR}=(\lambda m,\lambda\alpha,\lambda\beta)_{LR} \qquad \lambda\ge 0$$
$$(m,\alpha,\beta)_{LR}+(n,\alpha',\beta')_{LR}=(m+n,\alpha+\alpha',\beta+\beta')_{LR}$$

$(m,\alpha,\beta)_{LR} - (n,\alpha',\beta')_{LR} = (m-n,\alpha+\beta',\beta+\alpha')_{LR}$

ترتیب اعداد فازی: برای رتبه‌بندی فازی روش‌های مختلفی وجود دارد، اما روشی که در این مقاله برای مرتب کردن اعداد فازی به کار می‌رود دارای **۳** معیار است. در صورتی که با به کاربردن معیار اول (سطح محصور)، تعدادی از اعداد مرتب نشده باشند به ترتیب از معیارهای دوم (مد) و معیار سوم (دامنه) استفاده می‌شود[۱].

مروری بر تحقیقات پیشین

در سال **۱۹۹۳** لی و پلنرت[1] به بررسی کارایی روش TOC، زمانی که یک محصول جدید به خط تولید اضافه می‌شود، پرداختند. آنها نشان دادند برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ابزار مناسب‌تری در دستیابی به سود ماکزیمم است[۱۰]. پس از چندی مجدداً پلنرت نشان داد که روش TOC حل بهینه را در مسائل چندگلوگاهی در اختیار قرار نمی‌دهد[۱۲]. از این‌رو فِردِندال و لی[2] الگوریتم RTOC را برای مسائل ترکیب تولیدی که نمی‌توانستند با روش TOC حل شوند، ارائه کردند. نتایج به دست آمده ازRTOC در اغلب موارد با نتایج برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برابر بود[۸].

پس از آن اُنووبولو[3] روش جستجوی ممنوعه را برای حل مسائل چندگلوگاهی پیشنهاد داد. روش او بهتر از روش TOC سنتی است ولی به خوبی روش‌های RTOC و ILP نیست [۱۱]. آریانژاد و رشیدی کمیجان یک الگوریتم بهبود دهنده ارائه دادند که توانایی دستیابی به حل بهینه‌ی ترکیب تولید تحتTOC داشت. آنها کارایی این الگوریتم را در حل بهینه با روش ILP فردندال و لی نیز مقایسه کردند[۳].

چان و همکارانش[4] نیز برای حل مسائل ترکیب تولید چندگلوگاهی، روشHybrid Tabu-SA را که از ترکیب دو روش جستجوی ممنوعه وSA به دست می‌آمد پیشنهاد دادند. الگوریتم آنها با توجه به تئوری محدودیت‌ها، مورد

1- Lee and Plenert
2- Fredendall and Lea
3- Onwubolu
4- Chan et al

استفاده قرار گرفت و پاسخ به‌دست‌آمده نیز با روشهای TOC، RTOC، ILP، SA و TS مقایسه شد[۶].

پس از آن چهارسوقی و جعفری از الگوریتم SA برای حل مسائل ترکیب تولید استفاده نمودند. آنها پاسخ‌های خود را با روش‌های TOC، RTOC، ILP، TSو GA نیز مقایسه کردند. نتایج حاصل از مقاله‌ی آنها نشان داد، برای شرایطی که تعداد ماشین آلات و محصولات زیاد هستند نتایج روشSA بهتر از جواب‌های به دست آمده از روش‌های TS و الگوریتم ژنتیک هستند[۵].

قاضی‌نوری و همکاران نیز به ارائه‌ی الگوریتم تئوری محدودیت‌های فازی پرداختند و نتایج حاصل را با برنامه‌ریزی خطی فازی مقایسه نمودند. آنها این الگوریتم را در دو حالت مسائل تک گلوگاهی و چندگلوگاهی بررسی کردند[۲].

مطالعات نشان می‌دهد روش‌های مختلفی نظیر TOC ساده، TOC اصلاح شده، برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، جستجوی ممنوعه، SA و Hybrid Tabu SA برای حل مسائل ترکیب تولید ارائه شده‌اند. اما در میان این روش‌ها تئوری محدودیت‌های اصلاح شده، مشکلات مربوط به تئوری محدودیت‌ها را نداشته و در عین سادگی روش، نتایجی به خوبی روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح دارد[۸]. با این اوصاف در مقالاتی که از روش تئوری محدودیت‌های اصلاح شده برای حل مسائل ترکیب تولید استفاده شده، به خاصیت عدم‌قطعیت ظرفیت و تقاضا توجه نشده است. به علاوه به دلیل آنکه تئوری مجموعه‌ی فازی نیز یکی از بهترین و کاراترین ابزارها در حالت عدم قطعیت است، در این تحقیق سعی می‌شود الگوریتم تئوری محدودیت‌های اصلاح شده توسط فِردِندال و لی را برای حل مسائل با تقاضا و ظرفیت فازی توسعه داد.

ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی

قبل از آنکه الگوریتم پیشنهادی ارائه شود لازم است تا پیش‌فرض‌ها و پارامترهای لازم معرفی شوند. پیش‌فرض‌ها عبارتند از:

۱. میزان تقاضا و ظرفیت مقادیری فازی با تابع عضویت مثلثی می‌باشند.

۲. ظرفیت کل خط وابسته به ظرفیت ایستگاه گلوگاه است و با تغییر ظرفیت این ایستگاه، ظرفیت کل خط دچار تغییر می‌شود.
۳. هزینه‌ی عملیاتی مقداری ثابت است.
۴. مقادیر زمان پردازش و سودمقادیری مشخص و قطعی می‌باشد.
۵. تمام محصولات دارای یک due date هستند.
۶. کسری از واحد کالا بی‌معناست به عبارت دیگر متغیرهای تصمیم از نوع عدد صحیح می‌باشند.

اما پارامترهای این الگوریتم نیز به شرح زیر می‌باشند:

$\tilde{b}_j$: ظرفیت منبع j ام، که به شکل عدد فازی مثلثی (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) نشان داده می‌شود؛

D_i: تقاضای محصول نوع i ، که با عدد فازی مثلثی (D_{i1}, D_{i2}, D_{i3}) نشان داده می‌شود؛

n: تعداد منابع؛

m: تعداد نوع محصولات

Q_i: متغیر تصمیم که نشان دهنده‌ی تعداد محصول نوع i است؛

C_i: سود حاصل از تولید محصول i؛

$\tilde{O}$:هزینه‌ی عملیاتی کل سیستم؛

$\widetilde{NP}$: سود خالص سیستم.

در روش تئوری محدودیت‌های اصلاح شده m محصول روی n منبع زمان‌بندی می‌شوند. هر محصول نیز دارای تقاضای D_i $(i = 1, 2, ..., m)$ و سود (C_i) می‌باشد، که این مقدار از تفاوت قیمت فروش (SP_i) و قیمت مواد خام (RM_i) به دست می‌آید. هچنین هر منبع دارای یک ظرفیت فازی b_j $(j = 1, 2, ..., n)$ می‌باشد که به شکل (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) ارائه شده است. علاوه بر این پارامترها، زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه j برای تولید یک واحد از محصول نوع i با $\tilde{T}_{ij}$ نشان داده شده است.

گام‌هایی که برای الگوریتم پیشنهادی مد نظر قرار گرفته است، عبارتند از:

مرحله ۱: شناسایی محدودیت‌های سیستم

a) برای هر ایستگاه میزان ظرفیت مورد نیاز از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{m} D_i \widetilde{T}_{ij} = \sum_{i=1}^{m} (D_{i1}T_{ij}, D_{i2}T_{ij}, D_{i3}T_{ij}) = (\sum_{i=1}^{m} D_{i1}T_{ij}, \sum_{i=1}^{m} D_{i2}T_{ij}, \sum_{i=1}^{m} D_{i3}T_{ij}) \qquad j=1,2,...,n$$

b) برای هر ایستگاه تفاوت ظرفیت مورد نیاز و ظرفیت در دسترس محاسبه شده و به شکل (s_{1j}, s_{2j}, s_{3j}) نشان داده می‌شود.

$$(b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) - (\sum_{i=1}^{m} D_{i1}T_{ij}, \sum_{i=1}^{m} D_{i2}T_{ij}, \sum_{i=1}^{m} D_{i3}T_{ij}) =$$

$$(b_{j1} - \sum_{i=1}^{m} D_{i3}T_{ij},\ b_{j2} - \sum_{i=1}^{m} D_{i2}T_{ij},\ b_{j3} - \sum_{i=1}^{m} D_{i1}T_{ij}) = (s_{1j}, s_{2j}, s_{3j}) = W_j \quad j=1,2,...,n$$

آیا مقادیر s_{1j}،s_{2j} و s_{3j} برای تمام ایستگاه‌ها مثبت هستند؟ اگر همه مثبت هستند پس می‌توان کل تقاضای محصولات را تامین نمود. اما اگر حداقل یکی از این مقادیر برای ایستگاه یا ایستگاه‌هایی منفی است، مقدار $\frac{s_{1j} + 2s_{2j} + s_{3j}}{4}$ محاسبه شود، چناچه این مقدار منفی باشد، آن ایستگاه در مجموعه‌ی منابع محدود(CR) قرار داده می‌شود.

c) مجموعه‌ی منابع محدود $CR=\{BN_1, BN_2, ..., BN_q\}$ به گونه‌ای تشکیل شود که $q \le n$ و $W_1 \le W_2 \le ... \le W_q$ باشند. برای رتبه بندی مقادیر W از روابط زیر استفاده گردد.

i) مقدار $\frac{s_{1k} + 2s_{2k} + s_{3k}}{4}$ برای $k=1, 2, ..., q$ محاسبه شده و به طور صعودی مرتب شوند. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به مرحله (ii) و در غیر این صورت به مرحله‌ی ۲ مراجعه گردد.

ii) مقادیر مُد اعداد باقیمانده مقایسه شده و به همراه اعداد مرحله‌ی قبل رتبه‌بندی گردند. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به مرحله (iii) و در غیر این صورت به مرحله‌ی ۲ مراجعه شود.

iii) دامنه‌ی داده‌ها مقایسه شده و به همراه اعداد به دست آمده در مراحل (i) و (ii) رتبه‌بندی گردند.

مرحله ۲: تصمیم‌گیری در مورد چگونگی ارتقای محدودیت‌های سیستم

(a) فرض کنید که BN_1، گلوگاه مسلط سیستم باشد. در این صورت میزان نسبت سود به زمان پردازش به دست آمده و با R_i نشان داده می‌شود.

(b) با استفاده از مراحل زیر بررسی کنید که آیا BN_1 گلوگاه مسلط سیستم است یا خیر؟

i) اگر تعداد منابع (q) در CR برابر با ۱ می‌باشد، آنگاه آن محدودیت، گلوگاه مسلط یا BN_1 است. در این صورت به قسمت (c) مراجعه شود.

ii) اگر q بیش از یک عدد باشد و تمام محصولات از همه‌ی منابع استفاده می‌کنند، آنگاه BN_1 و منابع محدود BN_2، BN_3 و ...BN_q را مرتب کرده و به قسمت (c) مراجعه شود.

iii) در غیر این صورت گلوگاه مسلط به شکل زیر تعیین می‌شود:

۱. محصولات با توجه به R_i غیرصعودیشان مرتب شوند. چنانچه دو محصول دارای یک R_i باشند، محصولی ابتدا زمان‌بندی می‌شود که دارای سود بیشتری است. این کار باید تا زمانی انجام شود که یکی از دو شرط زیر برآورده شود:

a) تقاضا تامین شود.

b) حداقل یکی از منابع محدود، ظرفیت کافی برای تولید محصولات بیشتر را نداشته باشند.

۱. چنانچه منبع اول به اتمام رسیده، BN_1 نبود، این منبع را به عنوان BN_1 در نظر گرفته شود. BN_1 موجود نیز از رتبه‌ی ۱ به ۲ تبدیل می‌گردد. سایر گلوگاه‌ها نیز به روش مشابه رتبه‌بندی شوند. مقدار R_i برای گلوگاه مسلط مجدداً محاسبه شده و به قسمت (c) مراجعه گردد.

(c) تمام محصولاتی را که برای تولید نیازمند ایستگاه گلوگاه مسلط هستند به شکل نزولی و با توجه به میزان R_i آنها زمان‌بندی شوند. سپس برای هر محصول، بیشترین مقداری که می‌توان تولید نمود، اختصاص داده شود. اگر دو محصول

دارای R_i مشابه بودند، ابتدا محصولی زمان‌بندی شود که دارای C_i بیشتری است.

(d) زمانی که ایستگاه گلوگاه مسلط نتواند حتی یک واحد محصول تولید کند، BN_2 به عنوان گلوگاه جدید در نظر گرفته می‌شود و مراحل (2c) و (2d) تا جایی تکرار می‌گردند که یا نتوان محصول دیگری تولید کرد و یا محصول دیگری برای تولید باقی نمانده باشد.

(e) محصولات آزاد زمان‌بندی شوند تا تقاضایشان برآورده شود(محصولات آزاد، محصولاتی هستند که از هیچ یک از ایستگاه‌های محدود استفاده نمی‌کنند).

(*f*) زمان باقیمانده گلوگاه k به کمک روابط زیر به دست آورده شوند:

$$T_{left,BN_k} = (b_{1BN_k}, b_{2BN_k}, b_{3BN_k}) - (\sum_{i=1}^{m} Q_{i1}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k}, \sum_{i=1}^{m} \mathrm{Q}_{\mathrm{i2}}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k}, \sum_{i=1}^{m} \mathrm{Q}_{\mathrm{i3}}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k}) =$$
$$(b_{1BN_k} - \sum_{i=1}^{m} Q_{i3}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k},\ b_{2BN_k} - \sum_{i=1}^{m} \mathrm{Q}_{\mathrm{i2}}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k},\ b_{3BN_k} - \sum_{i=1}^{m} \mathrm{Q}_{\mathrm{i1}}\mathrm{T}_{\mathrm{i}BN_k})$$

در این روابط Q_i تعداد محصولات زمان‌بندی شده‌اند. توجه شود برای محصولاتی که در اولویت‌های پایین‌تر قرار گرفته‌اند و امکان تولید آن محصول به تعداد تقاضا فراهم نیست، مقدار حداکثری تولید گردد که زمان باقیمانده گلوگاه به طور میانگین بزرگتر یا مساوی صفر شود(استثنائاً تعداد تولید این محصول مقداری قطعی است). در چنین شرایطی رابطه‌ی زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{(T_{left1,BN_k} + 2T_{left2,BN_k} + T_{left3,BN_k})}{4} \geq 0$$

(*g*) در این مرحله باید شرایط کاهش Q_p و افزایش Q_i را برای $i > p$ بررسی نمود تا مشخص شود آیا کاهش بعضی محصولات و افزایش محصولات دیگر باعث افزایش سود کل می‌شود، یا خیر؟ برای این کار از یک روش جستجوی همسایگی استفاده می‌شود. در این مقاله، همسایگی محصول p نزدیکترین همسایگی رو به پایین است و می‌توان آن‌را به شکل $p + 1$ نشان داد.

فرض شود X مجموعه‌ای از محصولات باشند که بتوان برای $(i > p)$ در ازای کاهش Q_p مقدار Q_i را افزایش داد، تا بتوان در صورت ممکن سود را بالا برد.

مجموعه‌ی X به شکل زیر تعیین می‌شود:

i. برای $k = 1$ تا q

برای $i = 1$ تا $(m - 1)$

اگر $T_{(i+1),BN_k} > 0$

سپس اگر $R_{i+1} \times \frac{(T_{left1,BN_k} + 2T_{left2,BN_k} + T_{left3,BN_k}) + 4T_{i,BN_k}}{4.C_i} \geq 1$ به مرحله (ii) مراجعه شود

وگرنه $i= i+1$

وگرنه $k= k+1$

ii. اگر $(Q_{i1}, Q_{i2}, Q_{i3}) < (D_{i1}, D_{i2}, D_{i3})$ یا

$(Q_{i+1,1}, Q_{i+1,2}, Q_{i+1,3}) < (D_{i+1,1}, D_{i+1,2}, D_{i+1,3})$

در این صورت $p = i$ و به مرحله‌ی (iii) رفته و

در غیر این صورت $i = i + 1$ و به مرحله (i) مراجعه شود.

iii. مجموعه‌ی $X = \{P_p, P_{p+1}, ..., P_m\}$ تشکیل شود. اگر $X =\Phi$ ترکیب تولید موجود بهینه بوده پس باید توقف کرد. در غیر این باید به مرحله‌ی 2(h) رفت.

(*h*) مقدار Q_p محصول P_p در هر بار یک واحد کاهش می‌یابد. با توجه به زمان در دسترس محصولات و نرخ غیر صعودی R_i، محصولات P_{p+1}، P_{p+2}،... و P_m به کمک روشی که در مرحله‌ی 2c بیان شد، زمان‌بندی می‌گردند. در صورتی رسیدن به حل نشدنی مثل $(Q_{p3}>D_{p3})$ نیز رسیدید توقف شود.

(*i*) برای محاسبه‌ی سود خالص نیز مقدار هزینه‌ی عملیاتی از مقدار سود حاصل کسر شود.

مثال عددی

کارخانه‌ای را در نظر بگیرید که ۵ نوع محصول A، B، C، D و E تولید می‌کند. هر یک از این محصولات برای تکمیل خود نیازمند پردازش در ایستگاه‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ هستند. زمان پردازش محصولات در ایستگاه‌ها و ظرفیت هر منبع در جدول۱ آمده است. همچنین میزان تقاضا، قیمت فروش و قیمت مواد خام هر محصول در جدول ۲ آمده است. میزان تولید هر محصول را به دست آورید.

جدول ۱. زمان پردازش محصولات و ظرفیت هر ایستگاه

ایستگاه	محصول					ظرفیت
	A	B	C	D	E	
۱	۲.۵	۵.۵	۳.۵	۲	۱۰	(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰)
۲	۹.۵	۳.۵	۸.۵	۸	۲۰	(۱۷۲۵, ۱۸۲۵, ۱۸۷۵)
۳	۶.۵	۱.۵	۹.۵	۱۰	۱۵	(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰)
۴	۱۲	۱۶	۲۵	۳۰	۰	(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰)
۵	۴	۱	۲	۱	۱۰	(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰)
۶	۳۰	۱۰	۹	۱۰	۲	(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰)

جدول۲. میزان تقاضا و سود هر محصول

	A	B	C	D	E
تقاضا	(۱۸, ۲۰, ۲۲)	(۲۵, ۳۰, ۳۵)	(۳۸, ۴۰, ۴۵)	(۲۹, ۳۰, ۳۱)	(۵۰, ۶۰, ۶۵)
قیمت فروش	۳۰	۵۰	۵۰	۴۰	۲۰
قیمت مواد خام	۱۰	۴۲	۲۵	۲۵	۱۵
سود	۲۰	۸	۲۵	۱۵	۵

حل مسئله

مرحله ۱: شناسایی محدودیت‌های سیستم

a. ظرفیت مورد نیاز در جدول۳ نشان داده شده است:

جدول۳. ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه

	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳	ایستگاه٤	ایستگاه۵	ایستگاه٦
A	(۴۵,۵۰,۵۵)	(۱۷۱,۱۹۰,۲۰۹)	(۱۱۷,۱۳۰,۱۴۳)	(۲۱۶,۲۴۰,۲۶۴)	(۷۲,۸۰,۸۸)	(۵۴۰,۶۰۰,۶۶۰)
B	(۱۶۵ ۱۳۷.۵,۱۹۲.۵)	(۸۷.۵,۱۰۵,۱۲۲.۵)	(۳۷.۵,۴۵,۵۲.۵)	(۴۰۰,۴۸۰,۵۶۰)	(۲۵,۳۰,۳۵)	(۲۵۰,۳۰۰,۳۵۰)
C	(۱۳۳,۱۴۰,۱۵۷.۵)	(۳۲۳,۳۴۰,۳۸۲.۵)	(۳۶۱,۳۸۰,۴۲۷.۵)	(۹۵۰,۱۰۰۰,۱۱۲۵)	(۷۶,۸۰,۹۰)	(۳۴۲,۳۶۰,۴۰۵)
D	(۵۸,۶۰,۶۲)	(۲۳۲,۲۴۰,۲۴۸)	(۲۹۰,۳۰۰,۳۱۰)	(۸۷۰,۹۰۰,۹۳۰)	(۲۹,۳۰,۳۱)	(۲۹۰,۳۰۰,۳۱۰)
E	(۵۰۰,۶۰۰,۶۵۰)	(۱۰۰۰,۱۲۰۰,۱۳۰۰)	(۷۵۰,۹۰۰,۹۷۵)	(۰,۰,۰)	(۵۰۰,۶۰۰,۶۵۰)	(۱۰۰,۱۲۰,۱۳۰)
جمع	(۸۷۳.۵,۱۰۱۵,۱۱۱۷)	(۱۸۱۳.۵,۲۰۷۵,۲۲۶۲)	(۱۵۵۵.۵,۱۷۵۵,۱۹۰۸)	(۲۴۳۶,۲۶۲۰,۲۸۷۹)	(۷۰۲,۸۲۰,۸۹۴)	(۱۵۲۲,۱۶۸۰,۱۸۵۵)

b. تفاوت ظرفیت واقعی و مورد نیاز در زیر آمده است:

(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰) -(۸۷۳.۵, ۱۰۱۵, ۱۱۱۷)= (۱۲۳۳, ۱۳۸۵, ۱۵۷۶.۵)

(۱۷۲۵, ۱۸۲۵, ۱۸۷۵) -(۱۸۱۳.۵, ۲۰۷۵, ۲۲۶۲)= (-۵۳۷, -۲۵۰, ۶۱.۵)

(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰) -(۱۵۵۵.۵, ۱۷۵۵, ۱۹۰۸) = (۴۲۲, ۶۴۵, ۸۹۴.۵)

(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰) -(۲۴۳۶, ۲۶۲۰, ۲۸۷۹)= (-۵۲۹, -۲۲۰, ۱۴)

(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰) -(۷۰۲, ۸۲۰, ۸۹۴)= (۱۴۵۶, ۱۵۸۰, ۱۷۴۸)

(۲۳۵۰, ۲۴۰۰, ۲۴۵۰) -(۱۵۰۲, ۱۶۸۰, ۱۸۷۵)= (۴۷۵, ۷۲۰, ۹۴۸)

c. به دلیل آنکه مقادیر S_{12}، S_{22}، S_{14} و S_{24} منفی هستند، ایستگاه‌های ۲ و ۴ گلوگاه می‌باشند. لذا داریم:

BN= {ایستگاه۲ ,ایستگاه۴}　　q=۲

d. برای شناسایی BN_1 لازم است که گلوگاه‌ها را رتبه‌بندی نماییم:

ایستگاه ۲: $\frac{-۵۳۷-۲\times ۲۵۰+۶۱.۵}{۴}=-۲۴۳.۸۷۵$

ایستگاه ۴: $\frac{-۵۲۹-۲\times ۲۲۰+۱۴}{۴}=-۲۳۸.۷۵$

و در مجموعه‌ی CR ایستگاه‌های ۲ و ۴ را به ترتیب خواهیم داشت.

مرحله ۲: تصمیم در مورد چگونگی ارتقای محدودیت‌های سیستم

a. نسبت R_i که حاصل تقسیم سود بر زمان پردازش محصولات است با توجه به ایستگاه ۲(BN_1) محاسبه گردیده‌اند. این مقادیر عبارتند از:

R_A=۲۰÷ ۹.۵ = ۲.۱

R_B=۸÷ ۳.۵ = ۲.۲۸۵

R_C=۲۵÷ ۸.۵= ۲.۹۴۱

R_D=۱۵÷ ۸= ۱.۸۷۵

R_E=۵÷ ۲۰ = ۰.۲۵

با توجه به محاسبات انجام شده اولویت تولید محصولات به شکل زیر خواهد بود:

C≥B≥A≥D≥E

b. از آنجا که q = 2 و محصول E از همه‌ی ایستگاه‌های محدود در CR استفاده نمی‌کند، لذا باید به مرحله‌ی 2b(iii) رفت. محاسبات لازم در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول٤. مرحله‌ی 2b از الگوریتم پیشنهادی

محصول	تقاضا	MPS	ایستگاه۲(BN_1)		ایستگاه٤(BN_2)	
			زمان استفاده شده	زمان باقیمانده	زمان استفاده شده	زمان باقیمانده
C	(۳۸,۴۰,۴۵)	(۳۸,۴۰,۴۵)	(۳۲۳,۳۴۰,۳۸۲.۵)	(۱۳۴۲.۵,۱۴۸۵,۱۵۵۲)	(۹۵۰,۱۰۰۰,۱۱۲۵)	(۱۲۲۵,۱۴۰۰,۱۵۰۰)
B	(۲۵,۳۰,۳۵)	(۲۵,۳۰,۳۵)	(۸۷.۵,۱۰۵,۱۲۲.۵)	(۱۲۲۰,۱۳۸۰,۱۴۶۴.۵)	(۴۰۰,۴۸۰,۵۶۰)	(۶۶۵,۹۲۰,۱۱۰۰)
A	(۱۸,۲۰,۲۲)	(۱۸,۲۰,۲۲)	(۱۷۱,۱۹۰,۲۰۹)	(۱۰۱۱,۱۱۹۰,۱۲۹۳.۵)	(۲۱۶,۲۴۰,۲۶۴)	(۴۰۱,۶۸۰,۸۸۴)
D	(۲۹,۳۰,۳۱)	(۲۹,۳۰,۳۱)	(۲۳۲,۲۴۰,۲۴۸)	(۷۶۳,۹۵۰,۱۰۶۱.۵)	(۸۷۰,۹۰۰,۹۳۰)	**(-۵۲۹,-۲۲۰,١٤)**
E	(۵۰,۶۰,۶۵)	(۴۶,۴۶,۴۶)	(۹۲۰,۹۲۰,۹۲۰)	(-۱۵۷,۳۰,۱۴۱.۵)	(۰,۰,۰)	**(-۵۲۹,-۲۲۰,١٤)**

کاملاً واضح است که ایستگاه ۴ زودتر از ایستگاه ۲ با کمبود ظرفیت مواجه می‌شود. با این اوصاف در مرحله‌ی بعد ایستگاه ۴ گلوگاه مسلط (BN_1) و ایستگاه ۲ با BN_2 می‌شود. چون مراحل انجام شده باید با توجه به ایستگاه ۴ نیز صورت پذیرد، بایستی ابتدا مقدار R_i را برای ایستگاه ۴ محاسبه نمود. این محاسبات در زیر آمده است:

R_A=۲۰÷۱۲ =۱.۶۶۷

R_B=۸÷۱۶ =۰.۵

R_C=۲۵÷۲۵ =۱

R_D=۱۵÷۳۰ =۰.۵

R_E=۵ ÷۰ =—

با این اوصاف اولویت تولید محصولات به شکل زیر خواهد شد:

A≥C≥D≥B≥E

c. با توجه به اولویت‌های به دست آمده در ایستگاه ۴، جدول 5 را می‌توان مشاهده نمود:

جدول۵. مرحله‌ی 2c تا 2f از الگوریتم پیشنهادی

محصول	تقاضا	زمان پردازش	زمان استفاده شده	MPS	زمان باقیمانده	سود واحد	سود تجمعی
A	(۱۸,۲۰,۲۲)	۱۲	(۲۱۶,۲۴۰,۲۶۴)	(۱۸,۲۰,۲۲)	(۲۰۸۶,۲۱۶۰,۲۲۳۴)	۲۰	(۴۴۰،۴۰۰،۳۶۰)
C	(۳۸,۴۰,۴۵)	۲۵	(۹۵۰,۱۰۰۰,۱۱۲۵)	(۳۸,۴۰,۴۵)	(۹۶۱,۱۱۶۰,۱۲۸۴)	۲۵	(۱۵۶۵،۱۴۰۰،۱۳۱۰)
D	(۲۹,۳۰,۳۱)	۳۰	(۸۷۰,۹۰۰,۹۳۰)	(۲۹,۳۰,۳۱)	(۳۱,۲۶۰,۴۱۴)	۱۵	(۲۰۳۰،۱۸۵۰،۱۷۴۵)
B	(۲۵,۳۰,۳۵)	۱۶	(۲۴۰,۲۴۰,۲۴۰)	(۱۵,۱۵,۱۵)	(-۲۰۹,۲۰,۱۷۴)	۸	(۲۱۵۰،۱۹۷۰،۱۸۶۵)
E	(۵۰,۶۰,۶۵)	۰	(۰,۰,۰)	(۴۶,۴۶,۴۶)	(-۲۰۹,۲۰,۱۷۴)	۵	(۲۳۸۰،۲۲۰۰،۲۰۹۵)

d. زمان باقیمانده در ایستگاه ۴ برای تولید محصول بیشتر کافی نمی‌باشد. برنامه‌ریزی تولید محصول E را نیز باید با توجه به ایستگاه ۲ انجام داد.
e. محصول آزادی نیز برای زمان‌بندی وجود ندارد.
f. زمان باقیمانده در ایستگاه ۴ برابر با (۱۷۴, ۲۰, ۲۰۹-) می‌باشد. سود نهایی حاصل از این ترکیب تولید نیز برابر با (۲۳۸۰، ۲۲۰۰، ۲۰۹۵) می‌باشد.
g. با توجه به جدول 6 کاهش و افزایش تولیدات را باید برای مجموعه‌ی X = {D,B,E} محاسبه نمود. تا بتوان دستیابی به سود بیشتر را مورد بررسی قرار داد.

جدول٦. تعیین مجموعه‌ی X

محصول	$R_{i,BN1}$	$R_{i,BN2}$	زمان پردازش	سود واحد	$R_{i+1} \times \frac{(T_{left1,BN_k} + 2T_{left2,BN_k} + T_{left3,BN_k}) + 4T_{i,BN_k}}{4.C_i}$
A	۱.۶۶۷	—	۱۲	۲۰	$1\times\frac{(-209+2\times20+174)+4\times12}{4\times20}\le1$
C	۱	—	۲۵	۲۵	$0.5\times\frac{(-209+2\times20+174)+4\times25}{4\times25}\le1$
D	۰.۵	—	۳۰	۱۵	$0.5\times\frac{(-209+2\times20+174)+4\times30}{4\times15}\ge1$
B	۰.۵	—	۱۶	۸	——
E	—	۰.۲۵	۰	۵	——

h. این مرحله در جدول ۷ آورده شده است.

جدول۷. مرحله‌ی 2h الگوریتم پیشنهادی

سود	قانون توقف		واحد		
	gain	Qi≤Di3	E	B	D
(۲۰۹۵، ۲۲۰۰، ۲۳۸۰)	—	—	—	—	—
(۲۰۸۸، ۲۱۹۳، ۲۳۷۳)	-۷	YES	۰	۱	-۱
(۲۰۸۹، ۲۱۹٤، ۲۳۷٤)	-٦	YES	۰	۳	-۲
(۲۰۹۰، ۲۱۹٥، ۲۳۷٥)	-٥	YES	۰	٥	-۳
(۲۰۹۱، ۲۱۹٦، ۲۳۷٦)	-٤	YES	۰	۷	-٤
(۲۰۹۷، ۲۲۰۲، ۲۳۸۲)	۲	YES	۱	۹	-٥
(۲۰۹۸، ۲۲۰۳، ۲۳۸۳)	۳	YES	۱	۱۱	-٦
(۲۰۹۹، ۲۲۰٤، ۲۳۸٤)	٤	YES	۱	۱۳	-۷
(۲۱۰۰، ۲۲۰٥، ۲۳۸٥)	٥	YES	۱	۱٥	-۸
—	-۲	YES	۱	۱٦	-۹
توقف					

به کمک الگوریتم پیشنهادی، بهترین سود برابر با **(۲۳۸۵، ۲۲۰۵، ۲۱۰۰)** واحد پولی می‌باشد و میزان تولیدات نیز عبارتست از:

A= (۱۸, ۲۰, ۲۲)

B= (۳۰, ۳۰, ۳۰)

C= (۳۸, ۴۰, ۴۵)

D= (۲۱, ۲۲, ۲۳)

E= (۴۷, ۴۷, ۴۷)

به دلیل آنکه هزینه‌های عملیاتی در این مسئله صفر در نظر گرفته شده، میزان سود به دست آمده، همان سود خالص است. علاوه بر این جدول فوق نشان می‌دهد که این الگوریتم ۹ بار تکرار شده است. توقف نیز زمانی صورت پذیرفته که میزان gain که ما به التفاوت مقادیر سود است کاهش یافته است. همان‌طور که کاملاً مشخص است در ۸ مرحله‌ی قبل روندی صعودی وجود داشته است. بنابراین دلایل این الگوریتم تا ۹ مرحله تکرار گردید.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این مقاله یک روش ساده و قابل فهم برای حل مسائل ترکیب تولید با ظرفیت و تقاضای فازی ارائه شده است. این الگوریتم، علاوه بر اینکه مشکلات روش تئوری محدودیت‌ها در آن حل شده، دارای قابلیت انعطاف بالایی است. بدین معنا که می‌توان با اعمال تغییرات اندکی، این الگوریتم را برای سایر اعداد فازی و دیگر عملگرها و روش‌های رتبه‌بندی به کار برد.

در الگوریتم RTOC با داده‌های قطعی، مقدار gain یک قانون توقف است. به گونه‌ای که چنانچه این مقدار کوچکتر از صفر گردد، این الگوریتم متوقف می‌شود. اما در الگوریتم پیشنهادی، این مقدار، معیار مناسبی برای توقف نیست. همان‌طور که مشاهده می‌شود در ابتدا این مقدار منفی بود ولی با روند صعودی خود حداکثر سود را حاصل نمود.

برای تحقیقات آتی می‌توان پیشنهاد نمود که قوانین توقف دیگری برای مسئله ایجاد شود و یا این الگوریتم را برای پارامترهای فازی دیگر توسعه داد.

منابع و ماخذ

۱. آذر.ع، فرجی.ح.، (۱۳۸۶) ، **"علم مدیریت فازی"**، انتشارات مهربان ، صفحه ۷۴.

۲. قاضی‌نوری. س، صادقیان. ر ، سموئی. پ، (۱۳۸۹)، **"استفاده از برنامه‌ریزی خطی فازی و تئوری محدودیت‌ها در مسائل تولید ترکیبی فازی و مقایسه آنها"**، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید ـ شماره ۲ ـ جلد ۲۱ـ صفحات ۱-۱۰.

3. Aryanezhad, M. B., & Rashidi Komijan, A. R., (2004), "**An Improved Algorithm for Optimizing Product-Mix Under the Theory of Constraints**", International Journal of Production Research 42, 4221-4233.
4. Bhattacharya, A., & Vasant, P., (2007), "**Soft-Sensing of Level of Satisfaction in TOC Product-Mix Decision Heuristic Using Robust Fuzzy-LP**", European Journal of Operational Research 177, 55-70.
5. Chaharsooghi, S. K., & Jafari, N., (2007), "**A Simulated Annealing Approach for Product Mix Decisions**", Sciatica Iranica 3, 230-235.
6. Chan, F. T. S., & Mishara, N., & Prakash, & Tiwari, M. K. & Shankar, R., (2005), "**Hybrid Tabu-Simulated Annealing Based Approach to Solve Multi-Constraint Product-Mix Decision Problem**", Expert System with Application 29, 446-454.
7. Dubois, D., & Prade, H., (1978), "**Operations on Fuzzy Numbers**", International Journal of Systems Science 30, 613–626.
8. Fredendall, L. D., & Lea, B. R., (1997), **"Improving the Product-Mix Heuristic in the Theory of Constraints"**, International Journal of Production Research 35, 1535-1544.
9. Noora, A. A., & Karami, P., (2008), "**Ranking Functions and its Application to Fuzzy DEA**", International Mathematical Forum 3, no. 30, 1469 - 1480.
10. Lee, T. N., & Plenert, G., (1993), "**Optimizing Theory of Constraints When New Product Alternatives Exist**", Production and Inventory Management Journal 34, 51-57.
11. Onwubolu, G. C., (2001). "**Tabu Search-Based Algorithm for the TOC Product-Mix Decision**", International Journal of Production Research 39, 2065–2067.
12. Plenert, G. (1993). "**Optimized Theory of Constraints When Multiple Constrained Resources Exist**", European Journal of Operational Research 70, 126–133.