فصلنامه علمی ـ پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال نهم، شماره ۲۲، پاییز ۹۰
صفحات ۲۰۹ تا ۲۳۵

توسعه یک مدل موجودی چند هدفه احتمالی فازی

محمد امین نایبی*
عباس پناهی‌نیا**

چکیده

در این مقاله یک مدل موجودی در ترکیبی از فضای نادقیقی و عدم قطعیت توسعه یافته است. مدل ارائه شده توسعه مدل (r,Q) بوده و به صورت چند کالایی و چند هدفه و در دو حالت تقاضای پس افت و فروش از دست رفته مدلسازی شده است. اهداف مدل کمینه سازی هزینه‌ها و سطح خطر و محدودیت‌های آن شامل: بودجه در دسترس، حداقل سطح عملکرد، فضای انبار و تعداد کمبود مجاز بوده و تقاضا نمایی است. فضای انبار پارامتری احتمالی ـ فازی با توزیع نرمال است. پارامترهای بودجه در دسترس و حداکثر کمبود مجاز فازی و از نوع مثلثی می‌باشد. ابتدا مدل قطعی و سپس مدل احتمالی ـ فازی توسعه یافته است. در متدولوژی حل با استفاده از روش نافازی سازی محدودیتهای فازی و روش برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی، مدل به یک مسئله قطعی چند هدفه تبدیل شده و سپس از طریق روش فازی حل می گردد. در پایان یک مثال عددی جهت توصیف مدل در حالت تقاضای پس افت و فروش از دست رفته ارائه شده که با نرم افزار لینگو حل شده است.

واژگان کلیدی: مدل کنترل موجودی (r,Q)، تقاضای پس افت[۱]، فروش از دست رفته[۲]، برنامه‌ریزی چند هدفه[۳]، برنامه‌ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی[۴]

---

* عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی قزوین باشگاه پژوهشگران جوان، قزوین، ایران. m.a.nayebi@Qiau.ac.ir
** عضو هیئت علمی دپارتمان مدیریت صنعتی دانشگاه آزاد اسلامی نقده

1- Backlogging
2- Lost Sales
3- Multi Objective Programming
4- Fuzzy Chance-Constrained Programming

تاریخ دریافت: ۸۸/٤/۱۵ تاریخ پذیرش: ۸۹/۸/۱۷

مقدمه

پس از آنکه هریس مدل EOQ را مطرح نمود تغییرات و پیچیدگی‌های زیادی موجب عدم کارایی و لزوم توسعه این مدل گردید [۲۶و۲۷]. پیچیدگی در مدل سازی یک موقعیت واقعی در محیط کنترل موجودی به علت وجود برخی اطلاعات غیر قابل تشخیص و شناسایی افزایش یافته است به این مفهوم که مدل‌های سنتی به تنهایی قادر به اعمال دقت و قطعیت منطق ریاضی کلاسیک نیستند. در واقع زمانی که نادقیقی[1] و عدم قطعیت[2] به دلیل ساختار مدل نادیده انگاشته می‌شود، این مدل زیاد هم واقعی نیست [۱۸]. یکی از موضوعات مورد مطالعه در ادبیات موجودی مدل (r,Q) است. این مدل از ابتدای تئوری موجودی در مکاتب آموزشی و کاربردی شناخته شده است و روش‌های محاسباتی متعددی در کتاب‌های درسی و مقالات پژوهشی برای تعیین پارامترهای میزان سفارش و نقطه سفارش مجدداً منظور شده است. در مدل (r,Q) با توجه به تقاضای احتمالی، هرگاه "موجودی" به سطح "r" یا کمتر از آن برسد به مقدار ثابت "Q" سفارش داده می شود [۳۵]. بهینه سازی یک سیستم موجودی، دستیابی به سطحی از r و Q است که متوسط هزینه هر دوره را کمینه نماید [۲۰]. اما در دنیای واقعی تصمیم گیرنده علاوه بر کاهش هزینه با اهداف و محدودیت‌های دیگری نیز مواجه است. از طرف دیگر با ظهور مجموعه‌های فازی استفاده از این منطق در دستیابی به یک تصمیم بهینه در مدیریت موجودی بیشتر احساس می‌شود. در ادامه، مروری بر ادبیات مرتبط در این زمینه ارائه می‌شود. پس از ارائه مدل کلاسیک EOQ توسط هریس، تحقیقات زیادی بر روی این مدل انجام شده است که نتایج این تحقیقات در کتاب‌های مرجع و مقالات پژوهشی در دسترس هستند [۲۷، ۲۲، ۳۲ و ۱۷]. مطالعات زیادی از جمله داس و همکاران [۱۸]، گوسوامی و گادهوری [۲۱]، هوونیا و مائیتی [۱۲] و بلخی و بنخروف [۱۰] مدل‌های موجودی را با نرخ جای‌گذاری[3] متغیر توسعه دادند. چنگ [۱۴] و چنگ [۱۳] برخی مدل‌های موجودی را در حالتی که تقاضا و هزینه تولید

1- Impression
2- Uncertainly
3- Replenishment

یک کالا وابسته به کالای دیگر است توسعه داده و توسط برنامه ریزی هندسی حل نمودند. مدلهای موجودی تحت محدودیت‌هایی همچون بودجه، فضای انبار، تعداد سفارشات و... در تحقیقاتی همچون سیلور و پترسون [۳۳]، نادور [۲۷]، هادلی و ویتین [۲۲] و چرچمن و همکاران [۱۶] ارائه شده است. بن دایا و رئوف [۱۱] یک مدل موجودی چند کالایی را با تقاضای احتمالی مورد بحث قرار داده و ابوالعطا و کاتب [۹] یک مدل موجودی قطعی را با دو محدودیت توسعه دادند. مجموعه‌های فازی برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط لطفی زاده بیان شد و زیمرمن [۳۸] این تئوری را برای حل مسائل تصمیم گیری بکار برد. نمونه‌هایی از کاربرد مجوعه های فازی در کنترل موجودی در مطالعاتی نظیر سرفراز [۴]، سرفراز و همکاران [۳۴] و یادولی و همکاران [۳۶] آمده است. داس و مائیتی [۱۸] در مطالعه خود تحت عنوان "مدل‌های کنترل موجودی احتمالی چند کالایی و احتمالی فازی با دو محدودیت" دو مدل موجودی ارائه کردند که در آنها دو محدودیت بودجه‌ای و فضای انبار به صورت فازی بوده و یک هدف کمینه سازی مجموع هزینه‌ها در نظر گرفته شده بود و مدل‌ها به عنوان مسائل احتمالی و غیر خطی مدل شده و در حل از روش محدودیت‌های احتمالی[1] و تکنیک گرادیان[2] استفاده شده بود. در بررسی یاهوآ [۲۰] دو رویه برای تعیین مقدار بهینه دو پارامتر r و Q در زمانی که هزینه نگهداری غیر محدب بودند، ارائه شده است. شکل جدیدی از خط مشی پس افت جزئی با حدود کنترلی پس افت دو قسمتی در پژوهش چو و همکاران [۱۵] معرفی شده است. در تحقیق ماناس و مانورانجان [۲۶] یک مدل موجودی فازی با دو انبار تحت محدودیت‌های احتمالی ارائه و توسط روش برنامه ریزی آرمانی و الگوریتم ژنتیک حل شده است. یک مدل موجودی احتمالی در مطالعه اویانگ و همکاران [۳۰] بحث شده و در آن سعی شده است مفهوم مجموعه فازی در ارتباط با عدم قطعیت با تقاضای پس افت یا فروش از دست رفته نشان داده شود. در بررسی هاریگا [۲۳] یک مدل احتمالی کنترل موجودی مرور دائمی (r,Q) ارائه شده و یک روش تعاملی برای تعیین مقدار بهینه اقتصادی سفارش توسعه داده شده است. یک سیستم

1- Chance Constrained Programming
2- Gradient Technique

مرور دوره‌ای با تقاضای احتمالی و هزینه‌های متغیر در مطالعه عینان و کراپ [۱۹] آورده شده که از بسط سری تیلور برای تقریب بخشی از تابع هزینه‌ها استفاده شده است. نمونه‌های دیگری از توسعه مدل‌های احتمالی کنترل موجودی در وو [۳۷]، اویانگ و چانگ [۳۰] و نیلسن و لارسن [۲۹] آورده شده است. در تحقیقات داخلی نیز نمونه‌هایی از مطالعات کنترل موجودی انتشار یافته است که از جمله می‌توان به مطالعه جولای و همکاران [۲] اشاره نمود. آنها یک مدل کنترل موجودی با سیاست مرور دائم برای اقلام فساد پذیر در حالت تقاضای احتمالی و کمبود غیر مجاز ارائه نمودند. در مطالعه سوخکیان و همکاران [۵] محققین به ارائه یک مدل کنترل موجودی با در نظر گرفتن هزینه‌های لجستیک در حالت منبع‌یابی چندگانه پرداختند. جولای و اسودی [۱] یک مدل کنترل موجودی دو سطحی برای اقلام فاسد شدنی با در نظر گرفتن اثرات تورمی ارائه نمودند. فاطمی قمی و اسدی [۶] به بررسی یک مدل کنترل موجودی با استفاده از یک مدل تصمیم‌گیری چند معیاره ـ چند تصمیم گیرنده در یک ساختار غیر سری با تقاضای احتمالی نرمال پرداختند. در یک بررسی فاطمی قمی و روغنی [۷] به مطالعه یک مدل کنترل موجودی دو سطحی با تقاضای احتمالی و بدون زمان تدارک و در مطالعه‌ای دیگر فاطمی قمی و روغنی [۸] همین مدل را با زمان تدارک ثابت توسعه بخشیدند. یک مدل کنترل موجودی در حالتی که تقاضا قطعی و هزینه‌های نگهداری و سفارش و قیمت هر کالا یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است، در مطالعه رضایی و فاطمی قمی [۳] آورده شده است. امروزه وجود یک محیط ترکیبی با همراهی عدم دقت و عدم قطعیت در یک مدل موجودی پدیده‌ای واقعی است [۱۸]. به همین منظور در این مقاله مدل کنترل موجودی (r,Q) با دو هدف بهینه سازی هزینه و سطح خطر به همراه محدودیت‌های بودجه در دسترس، سطح عملکرد، تعداد کمبود مجاز و محدودیت احتمالی ـ فازی فضای انبار توسعه یافته است. هزینه‌های موجودی وابسته به مقدار است. کمبود مجازاست. کمبود حاصل یکبار با فرض فروش از دست رفته و بار دیگر با فرض پس افت در نظر گرفته شده است. میزان بودجه در دسترس فازی بوده و فضای انبار نیز یک پارامتر احتمالی با میانگین و انحراف معیار فازی است. محدودیت فضای انبار به

صورت احتمالی ارضا شده و حداقل احتمال مجاز محدودیت یک عدد فازی و تعریف شده است. تمامی پارامترهای تصادفی مستقل بوده، پارامتر فضای انبار از توزیع نرمال و تقاضا از توزیع نمایی پیروی می‌کند. در این مدل مقدار سفارش ثابت بر اساس میزان سفارش اقتصادی محاسبه شده است. در این مقاله محدودیت‌های فازی از طریق نافازی سازی و محدودیت احتمالی ـ فازی فضای انبار توسط برنامه ریزی محدودیتهای احتمالی فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل شده و مدل حاصله که یک مدل برنامه ریزی چند هدفه قطعی است از طریق منطق فازی حل می‌گردد. در انتها یک مثال عددی جهت توصیف مدل و روش حل آمده که با نرم افزار لینگو ۸ حل شده است. این مقاله به صورت زیر سازماندهی می‌شود: در بخش اول به طور مختصر طبقه بندی سیستم‌های سفارشدهی و در بخش دوم نمادها وعلائم بیان می‌شود. در بخش سوم به توسعه مدل پرداخته، در بخش چهارم متدولوژی حل مطرح خواهد گردید و در بخش پنجم یک مثال عددی آورده می‌شود. در بخش نهایی نتیجه گیری و تحقیقات آتی بیان می‌گردد.

طبقه بندی سیستمهای موجودی

سیستم های مقدار سفارش ثابت[1]

در این نوع سیستم سفارش‌دهی مقدار سفارش ثابت می‌باشد و تصمیمات موجودی بر اساس این مقدار ثابت استوار است و هر گاه سطح موجودی به میزان مورد نظر برسد سفارش صادر می‌گردد.

سیستم‌های فاصله دو سفارش ثابت[2]

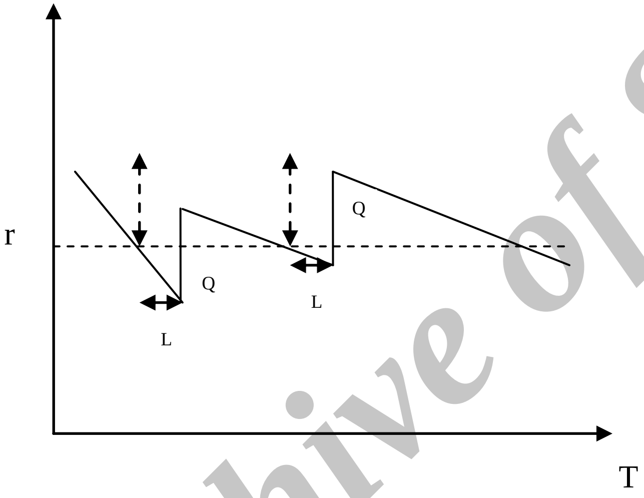
در این نوع سیستم سفارش دهی فاصله بین دو سفارش ثابت می‌باشد و تصمیمات موجودی بر اساس این بازه زمانی استوار بوده و به اندازه تفاوت سطح موجودی با نقطه مورد نظر، سفارش صادر می‌شود که در این حالت مفروضات زیر در نظر گرفته می‌شود:

1- Fixed Size Ordering
2- Fixed-Interval Ordering

۱.تقاضا (D) متغییری تصادفی است. ۲.مدت تحویل (L) مقداری ثابت است.

سیستم سفارش دهی (r,Q) [۳۵]

این سیستم، سفارش دهی با مقدار ثابت نام دارد و نوعی سیستم فاصله دو سفارش ثابت محسوب می‌شود، به طوری که هرگاه موجودی به مقدار از پیش تعیین شده r برسد در این صورت باید به اندازه مقدار ثابتQ سفارش داد. شکل ۱ این نوع سیستم سفارش دهی را نمایش می دهد.



$$Q = \begin{cases} 0...if..I > r \\ Q...if..I \le r \end{cases}$$

شکل۱. سیستم سفارش دهی (r,Q)

نماد ها و علائم

نمادها:

n: تعداد کالاها،

B: میزان بودجه در دسترس،

A: فضای در دسترس انبار،

~: نماد فازی

متغیر های تصمیم و پارامترها

متغیرهای تصمیم و پارامترها برای کالای iام (i=1,2,..,n) به قرار زیر است:

h_i: هزینه نگهداری سالیانه هر واحد از کالای iام

r_i: نقطه سفارش کالای iام

Q_i: مقدار سفارش کالای iام

A'_i : هزینه سفارش دهی کالای iام

λ_{Li}: نرخ تقاضای کالای iام در طی مدت تحویل L

a_i: فضای اشغالی توسط کالای iام

$1/\lambda_{Li}$: میانگین تقاضای کالای iام در طی مدت تحویل L

π_i: هزینه کمبود سالیانه کالای iام

PC_i:هزینه خرید هر واحد کالای iام

D_i: متوسط تقاضای سالیانه کالای iام

$P(D_{Li} > r_i)$: سطح خطر کالای iام

N_i : حداکثر کمبود مجاز کالای iام

$C(r)$: تابع هزینه سیستم (r,Q)

$\widetilde{P}_A$: حداقل احتمال مجاز محدودیت انبار

P_{0i} : حداقل سطح عملکرد مجاز کالای iام

S_i :فروش هر واحد کالای iام

ss_i :موجودی اطمینان کالای iام

$\bar{b}(r_i)$:متوسط کمبود کالای iام

مدل و مفروضات [۳۵]

مدل (r,Q) با تابع هزینه ای زیر مد نظر است:

$$\text{تابع هزینه (r,Q)} = C(r) = h.ss + \pi.\frac{D}{Q}.\bar{b}(r) \quad (۱)$$

و مفروضات مورد نظر شامل موارد ذیل است:

۱. r و Q مستقل از یکدیگر هستند.

۲. تقاضا متغیری احتمالی با تابع توزیع نمایی است

۳. تقاضای اضافی الف) با فروش از دست رفته، ب) با پس افت مواجه است.

توسعه مدل

برای توسعه مدل (r,Q) ابتدا به توسعه مدل قطعی پرداخته و پس از آن به ارائه مدل احتمالی ـ فازی پرداخته خواهد شد. بدین منظور برای توسعه مدل دو تابع هدف و شش محدودیت در نظر گرفته می شود.

توابع هدف

کمینه کردن هزینه ها

بدین منظور برای تابع هزینه زمانی که سیاست فروش از دست رفته است داریم:

$$Z_1 : \sum h_i SS_i + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)]\bar{b}\,(r_i)}{Q_i \lambda_{Li}} \quad (۲)$$

جایی که:
$$SS_i = r_i - 1/\lambda_{Li} \quad (۳)$$

با توجه به اینکه:

$$\bar{b}(r_i) = \int_r^{+\infty} (x-r)\lambda_{Li} e^{-\lambda x}.dx \quad (۴)$$

در نتیجه:
$$\Rightarrow \bar{b}(r_i) = \frac{1}{\lambda_{Li}} e^{-\lambda r} \quad (۵)$$

کمینه کردن سطح خطر

در یک سیستم موجودی سطح خطر زمانی بیش از صفر است که تقاضای کالا فراتر از نقطه سفارش باشد. برای کمینه سازی سطح خطر :

$$Min : P(D_L > r) = P((D - 1/\lambda_{Li}) > (r - 1/\lambda_{Li})) \quad (۶)$$

در حالت احتمالی بودن تقاضا، سطح خطر رابطه‌ای مستقیم با مقدار کمبود دارد و با تغییر کمبود همسو با آن تغییر خواهد نمود. به طوری که هر چه میزان کمبود افزایش یابد، سطح خطر نیز افزایش می‌یابد. بنابراین برای دستیابی به این هدف :

$$Z_2 : e^{-\lambda_{Li} r_i} \quad (۷)$$

محدودیت ها

بررسی ادبیات موضوعی مرتبط با مدل‌های کنترل موجودی، بکارگیری محدودیت‌های متعدی را نشان می‌دهد. در این مقاله شش محدودیت در نظر گرفته شده است:

محدودیت بودجه در دسترس دوره برای موجودی اطمینان:
$$\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) \le B \quad (۸)$$

محدودیت تعداد کمبود مجاز: $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_{Li}} e^{-\lambda_{Li} r_i} \leq N_i$ (۹)

محدودیت فضای انبار: $\sum_{i=1}^{n} a_i I_{\max_i} \leq A$ (۱۰)

جایی که: $I_{\max i} = r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i$ (۱۱)

محدودیت سطح خدمت:

برای این منظور : $P(D_{Li} \leq r_i) \geq P_{0i}$ (۱۲)

بنابراین برای این محدودیت از رابطه مقابل استفاده می‌شود: $(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \geq P_{0i}$ (۱۳)پ

در این پژوهش فرض بر این است که : $Q_i = Q_{wilson}$ ، بنابراین از فرمول EOQ به عنوان یک محدودیت استفاده خواهد شد:

جاییکه: $Q_i = \sqrt{\frac{2D_i A'_i}{h_i}}$ (۱۴)

محدودیت آخر مربوط به فضای احتمالی است. به دلیل اینکه احتمال عددی در بازه [۰،۱] است، باید محدودیت زیر را در نظر گرفت: $0 \leq e^{-\lambda_{Li} r_i} \leq 1$ (۱۵)

با توجه به موارد مذکور مدل توسعه یافته قطعی (r,Q) به صورت زیر است:

$$Min: Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - 1/\lambda_{Li}) + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)] D_i e^{-\lambda_{Li} r_i}}{Q_i \lambda_{Li}}$$

$$Min: Z_2 = e^{-\lambda_{L_i} r_i}$$

$$S.t:$$

$$\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) PC_i \leq B$$

$$(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \geq P_{0i}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i (r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i) \leq A$$

$$1/\lambda_i \, e^{-\lambda_{Li} r_i} \leq N_i$$

$$Q_i = \sqrt{\frac{2D_i A'_i}{h_i}}$$

$$0 \leq e^{-\lambda_{Li} r_i} \leq 1$$

(۱۶) $r_i \geq 0$

مدل احتمالی ـ فازی

در این بخش برای توسعه مدل در فضای فازی و احتمالی میزان بودجه در دسترس و حداکثر کمبود مجاز به صورت یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده و به ترتیب با نمادهای $\tilde{B}$ و $\tilde{N}_i$ نشان داده می‌شود. فضای انبار یک پارامتر احتمالی نرمال با میانگین فازی $\tilde{m}_A$ و واریانس فازی $\tilde{\sigma}_A{}^2$ در نظر گرفته شده $\tilde{A} \sim N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}_A{}^2)$ و حداقل احتمال مجاز آن نیز یک عدد فازی با نماد $\tilde{P}_A$ می باشد. با توجه به مفروضات بالا مدل احتمالی- فازی (r,Q) در حالت تقاضای فروش از دست رفته به صورت زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min : Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - 1/\lambda_{Li}) + \frac{[\pi_i + (S_i - PC_i)] D_i e^{-\lambda_{Li} r_i}}{Q_i \lambda_{Li}} \\
&Min : Z_2 = e^{-\lambda_{Li} r_i} \\
&S.t: \\
&\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) PC_i \le \tilde{B} \\
&(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \ge P_{0i} \\
&\tilde{P}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i (r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i) \le \tilde{A} \approx N(\tilde{m}_A, \tilde{\sigma}^2)\right) \ge \tilde{P}_A \\
&1/\lambda_i \, e^{-\lambda_{Li} r_i} \le \tilde{N}_i \\
&Q_i = \sqrt{\frac{2 D_i A_i'}{h_i}} \\
&0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1 \\
&r_i \ge 0
\end{aligned}
\qquad (۱۷)
$$

اگر سیاست موجودی سازمان بر اساس پس افت باشد، تابع هزینه متفاوت خواهد بود و به جای معادله (۲) از معادله روبرو استفاده می‌شود:

$$Z_1 : \sum h_i SS_i + \frac{\pi_i D_i \bar{b}_i(r)}{Q_i \lambda_{Li}} \quad (۱۸)$$

بنابراین مدل توسعه یافته در حالتی که تقاضا با پس افت مواجه گردد به صورت زیر خواهد بود:

$$Min: Z_1 = \sum_{i=1}^{n} h_i (r_i - 1/\lambda_{Li}) + \frac{\pi_i D_i e^{-\lambda_{Li} r_i}}{Q_i \lambda_{Li}}$$
$$Min: Z_2 = e^{-\lambda_{Li} r_i}$$
$$S.t:$$
$$\sum_{i=1}^{n} (r_i - 1/\lambda_{Li}) PC_i \le \widetilde{B}$$
$$(1 - e^{-\lambda_{Li} r_i}) \ge P_{0i}$$
$$\widetilde{P}(\sum_{i=1}^{n} a_i (r_i - 1/\lambda_{Li} + Q_i) \le \widetilde{A} \approx N(\widetilde{m}_A, \widetilde{\sigma}^2) \ge \widetilde{P}_A$$
$$1/\lambda_i \, e^{-\lambda_{Li} r_i} \le \widetilde{N}_i$$
$$Q_i = \sqrt{\frac{2 D_i A'_i}{h_i}}$$
$$0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1$$
$$r_i \ge 0 \quad (۱۹)$$

متدولوژی حل

برای حل مدل احتمالی ـ فازی توسعه یافته ابتدا باید مدل مذکور به یک مدل قطعی مبدل گشته و سپس با یکی از روشهای حل بر نامه ریزی چند هدفه حل گردد. مراحل پیشنهادی حل مدل طبق گامهای زیر می‌باشد:

گام اول : نافازی سازی محدودیتهای فازی

اگر یک مدل بر نامه ریزی به شکل زیر باشد [۲۴]

$$Max: Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$
$$s.t: \sum_{i=1}^{n} (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) x_{ij} \le (t_i, u_i, v_i) \quad (۲۰)$$
$$x \ge 0 \; (i \in N_m) \; (j \in N_n)$$

در جایی که در عدد فازی مورد نظر از سمت چپ عدد اول عدد میانه با درجه عضویت یک ($\mu = 1$)، عدد دوم فاصله عدد اول تا کران چپ و عدد سوم فاصله

عدد اول تا کران راست باشد، برای حل مدل و نافازی سازی محدودیت‌ها رابطه زیر برقرار است :

$$Max: Z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \quad (۲۱)$$
$$s.t: \sum_{i=1, j=1}^{n} s_{ij} x_j \le t_i$$
$$\sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - l_{ij}) x_{ij} \le t_i - u_i$$
$$\sum_{i=1}^{n} (s_{ij} - r_{ij}) x_i \le t_i - v_i$$
$$x_i \ge 0$$

گام دوم : تبدیل محدودیت احتمالی ـ فازی به یک محدودیت قطعی

برنامه ریزی محدودیت احتمالی ـ فازی

یک مسئله برنامه ریزی مقید شده تصادفی(CCP) قطعی نوعی از برنامه‌ریزی احتمالی است که به شکل زیر می‌باشد :

$$Mininmise \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \quad (۲۲)$$
$$\text{Subject to: } P(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i) \ge P_i$$
$$\sum_{j=1}^{n} b_{kj} x_j \ge h_k, k \ne i$$
$$i = 1,2,...m, k = 1,2,...k, 0 \le P_i \le 1, x_j \in R$$

که در آن حداقل یکی از c_j، a_{ij}، b_iها یک متغیر تصادفی هستند. حالت خاص محدودیت انبار در این مطالعه، حالتی است که b_i ها متغیرهای تصادفی فازی هستند. فرض می‌شود مقادیر سمت راست محدودیت iام یک متغیر تصادفی فازی[1] (FRV) است و به صورت $\tilde{b}_i$ نشان داده می‌شود. یک متغیر تصادفی فازی یک تابع اندازه گیری از فضای احتمالی با مجموعه اعداد فازی است [۲۸]. با توجه به این حالت خاص محدودیت iام مسئله CCP به صورت زیر است :

$\tilde{b}_i$ یک متغیر تصادفی فازی (FRV) با توزیع نرمال است (در حقیقت می‌توان هر نوع از متغیر تصادفی فازی را در نظرگرفت) که میانگین و واریانس آن اعداد فازی

1- Fuzzy Random Variable

$\tilde{m}_{bi}$ و $\tilde{\sigma}_{bi}$ می‌باشند. α –برش دو پارامتر مذکور به قرار زیر است:

$$\tilde{m}_{bi}[\alpha]=[m_{bi*}(\alpha),\tilde{m}_{bi}{}^{*}(\alpha)],\tilde{\sigma}_{bi}{}^{2}[\alpha]=[\sigma^{2}{}_{bi*}(\alpha),\sigma^{2*}{}_{bi}],\tilde{P}_{i}[\alpha]=[P_{i*}(\alpha),P_{i}^{*}(\alpha)] \quad (۲۳)$$

قضیه: اگر $\tilde{b}_i$ یک متغیر تصادفی فازی (FRV) با توزیع نرمال باشد نامساوی مذکور برابر است با [۲۸]:

$$F\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j-m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right)\le 1-P_i^{*}(\alpha) \quad (۲۴)$$

در نهایت نامساوی مذکور به صورت مقابل خواهد شد :

$$1-F\left(\frac{h_i-m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right)\ge P_i^{*}(\alpha) \quad (۲۵)$$

در نتیجه CCP قطعی برای هر $\alpha\in[0,1]$ به صورت زیر است:

$$\begin{gathered}Mininmise\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\\ S.t:1-F\left(\frac{h_i-m_{bi*}(\alpha)}{\sigma_{bi*}(\alpha)}\right)\ge P_i^{*}(\alpha) \quad (۲۶)\\ \sum_{j=1}^{n}b_{kj}x_j\ge h_k,k\ne i\\ i=1,2,...m,k=1,2,...k,0\le P_i\le 1,x_j\in R\end{gathered}$$

این مسئله را می‌توان با استفاده از روش برنامه ریزی احتمالی[1] حل نمود.

گام سوم : حل مسئله برنامه‌ریزی چند هدفه قطعی:

در این مرحله مدل احتمالی ـ فازی تبدیل به یک مسئله قطعی چندهدفه شده و می بایست با یکی از روش‌های حل بر نامه ریزی چند هدفه به جواب می‌رسد که در اینجا از روش منطق فازی استفاده می گردد.

روش منطق فازی برای حل یک مسئله تصمیم گیری چند هدفه (MODM) [۳۸]

مسئله تصمیم گیری چند هدفه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{gathered}Max:Z=f_i(x_1,x_2...x_n),i=1,2,...k \quad (۲۷)\\ \text{Subject to:}\\ g_i(x_1,x_2,...x_n)\le b_i,i=1,2,...m\end{gathered}$$

که n تعداد متغیرها ، m تعداد محدودیت‌ها و k تعداد توابع هدف است.

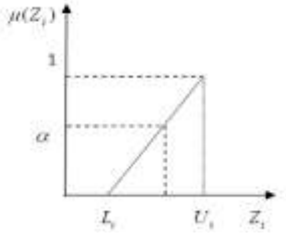
1- Stochastic Programming

۱.ابتدا جدول ۱ را تشکیل دهید.

جدول ۱. محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف

	Z_1	Z_2 ---------- Z_k	$X_1, X_2, \ldots X_n$
$Maz: Z_1$ $Maz: Z_2$ $\vdots$ $Maz: Z_k$	$\vdots$	---------- ---------- ----------	---------- ---------- ----------
(L_i, U_i)	(L_1, U_1)	---------- (L_k, U_k) (L_2, U_2)	

سپس درجه عضویت تابع z_i به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل۲: تابع عضویت (Z_i)

به طوری که U_i بهترین و L_i بدترین مقدار و Δ_i تلورانس تابع iام است.

$$\Delta_i = U_i - L_i$$

$$\mu(Z_i) = \begin{cases} 0, where: Z_i \le L_i \\ \dfrac{Z_i - L_i}{U_i - L_i}, where: L_i \le Z_i \le U_i \\ 1, where: Z_i \ge U_i \end{cases} \qquad (۲۸)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow Max: \alpha \\ &S.t: \alpha \le \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \\ &g_i(x_1, x_2, \ldots x_n) \begin{smallmatrix} \le \\ \ge \end{smallmatrix} b_i, i = 1,2,\ldots m \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

$$\alpha \le \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \qquad (۳۰)$$

$$\alpha = Min\left(\mu(Z_1), \mu(Z_2), \ldots\ldots \mu(Z_k)\right) \qquad (۳۱)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \alpha \le \mu(Z_i) = \alpha \le \frac{Z_i - L_i}{U_i - L_i} \\ &\Rightarrow Z_i \ge U_i - \Delta_i(1 - \alpha) \end{aligned} \qquad (۳۲)$$

α= در صدی است که اهداف به حالت بهینه خود رسیده‌اند و در صورتی که αها یکسان نباشند خواهیم داشت: (۳۳)

$$\begin{aligned} &Max: \sum \alpha_i \\ &\alpha_i \le \mu(Z_i), i = 1,2,\ldots k \end{aligned}$$

در ادامه به ذکر یک مثال عددی جهت بکارگیری مدل و حل آن پرداخته شده است.

مثال عددی

اطلاعات زیر در مورد یک سازمان در دسترس است. مدیریت به دنبال تعیین نقطه سفارش بهینه دو کالا با دو هدف کمینه سازی هزینه‌ها و سطح خطر با دوسیاست فروش از دست رفته و پس افت است.

$\tilde{B}=(350000000,400000000,450000000)$	$PC_2=11700000$	$h_2=600$
$\tilde{A}\sim N((1500,1700,1800),(20,24,31)^2)$	$a_1=6.5$	$P_{02}=0.8$
$\tilde{N}_1=(15,15,20)$	$a_2=8$	$P_{01}=0.7$
$S_2=13000000$	$\tilde{N}_2=(8,8,9)$	$h_1=500$
$S_1=7300000$	$\alpha=0.7$	$\pi_2=2300000$
$\tilde{P}_A=(0.83,0.85,1)$	$PC_1=6570000$	$\pi_1=1730000$
$D_{L1}\sim Exp(1/20)$	$D_{L2}\sim Exp(1/15)$	

با توجه به اطلاعات مسئله در مورد نقطه سفارش در حالتی که تقاضای اضافی با فروش از دست رفته مواجه است بصورت مدل سمت چپ می باشد و با توجه به متدولوژی مذکور مدل چند هدفه قطعی به صورت مدل سمت راست خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
&Min: Z_1=500(r_1-20)\frac{[2460000]300e^{-0.05r_1}}{0.05Q_1}+600(r_2-15)+\frac{[3600000]200e^{-0.066r_2}}{0.066Q_2}\\
&Min: Z_2=e^{-0.05r_1}\\
&Min: Z_3=e^{-0.066r_2}\\
&S.t:\\
&(r_1-20)6570000+(r_2-15)11700000\le(350000000,400000000,450000000)\\
&(1-e^{-15r_1})\ge 0.7\\
&(1-e^{-20r_2})\ge 0.8\\
&\tilde{p}((6.5((r_1-15)+Q)_1)+(8((r_2-20)+Q_2))\le((1500,1700,1800),(20,24,3)^2)\ge(0.83,0.85,1)\\
&20e^{-0.2r_1}\le(15,15,20)\\
&15e^{-0.066r_2}\le(8,8,9)\\
&Q_1=11\\
&Q_2=15\\
&0\le e^{-\lambda_i r_i}\le 1\\
&r_i\ge 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&Min: Z_1 = 500(r_1-20) + \frac{[2460000]300e^{-0.05r_1}}{0.05Q_1} + 600(r_2-15) + \frac{[3600000]200e^{-0.066r_2}}{0.066Q_2} \\
&Min: Z_2 = e^{-0.05r_1} \\
&Min: Z_3 = e^{-0.066r_2} \\
&S.t: \\
&6570000(r_1-20) + 11700000(r_2-15) \le 450000000 \\
&6570000(r_1-20) + 11700000(r_2-15) \le 400000000 \\
&6570000(r_1-20) + 11700000(r_2-15) \le 350000000 \\
&(1-e^{-15r_1}) \ge 0.7 \\
&(1-e^{-20r_2}) \ge 0.8 \\
&6.5r_1 + 8r_2 \le 1710.468 \\
&20e^{-0.05r_1} \le 15 \\
&20e^{-0.05r_1} \le 20 \\
&15e^{-0.066r_2} \le 8 \\
&15e^{-0.066r_2} \le 9 \\
&Q_1 = 11 \\
&Q_2 = 15 \\
&0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1 \\
&r_i \ge 0
\end{aligned}
$$

حال یک مسئله برنامه ریزی چند هدفه قطعی موجود است که با استفاده از منطق فازی حل شده و نتایج آن در جدول ۲ آمده است.

	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	r_1	r_2
Z_{11}	827356.6	827356.6	827356.6	0.12873	0.12873	0.12873	0.11327	0.11327	0.11327	41	33
Z_{12}	712119	712119	712119	0.116497	0.116497	0.116497	0.09292	0.09292	0.09292	43	36
Z_{13}	613733	613733	613733	0.09071	0.09071	0.09071	0.0814	0.0814	0.0814	47	38
Z_{21}	1010472	1010472	1010472	0.639331	0.639331	0.639331	0.192059	0.192059	0.192059	55	25
Z_{22}	962623	962623	962623	0.42856	0.42856	0.42856	0.192059	0.192059	0.192059	63	25
Z_{23}	934990	934990	934990	0.302005	0.302005	0.302005	0.192059	0.192059	0.192059	70	25
Z_{31}	1147959	1147959	1147959	0.122464	0.122464	0.122464	0.6254202	0.6254202	0.6254202	42	25
Z_{32}	105351	1095351	105351	0.10026	0.10026	0.10026	0.48031	0.48031	0.48031	46	25
Z_{33}	1052641	1052641	1052641	0.82091	0.82091	0.82091	0.36886	0.36886	0.36886	50	25
U		1147959			0.82091			0.6254202			
L		613733			0.09071			0.0814			
Δ		534226			0.7302			0.54402202			

جدول ۲. محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف مثال عددی در حالت فروش از دست رفت

برای هریک از اهداف با توجه به جدول شماره ۲ به تعریف توابع عضویت فازی پرداخته می‌شود:

$$\mu(Z_2)=\begin{cases}1, where: Z_2 \le 0.09071\\ \dfrac{0.82091-z_2}{0.07302}, \qquad where \qquad 0.09071 \le Z_2 \le 0.82091\\ 0, where: Z_2 \ge 0.82091\end{cases}$$

$$\mu(Z_1)=\begin{cases}0, where: Z_1 \ge 1147959\\ \dfrac{1147959-Z_1}{534226}, \qquad where \qquad 613733 \le Z_1 \le 1147959\\ 1, where: Z_1 \le 613733\end{cases}$$

$$\mu(Z_3)=\begin{cases}1, where: Z_3 \le 0.0814\\ \dfrac{.6254202-z_3}{0.54402202}, \qquad where \qquad 0.0814 \le Z_3 \le 0.82091\\ 0, where: Z_3 \ge 0.6254202\end{cases}$$

در نتیجه مدل حاصل به صورت ذیل خواهد بود که پس از حل در نرم افزار لینگو نتایج حل آن در جدول ۳ آمده است.

جدول۳. خروجی لینگو با فرض فروش از دست رفته

Variable	Value	Reduce Cost
α	0.2180067	0.000000
R1	27.27858	0.000000
R2	24.38616	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.2180067	1.000000
2	772008.6	0.000000
3	0.5759298E-02	0.000000
4	0.000000	-1.838168
5	0.2923617E+09	0.000000
6	0.2423617E+09	0.000000
7	0.1923617E+09	0.000000
8	0.4433518E-01	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	1338.068	0.000000
11	14.88670	0.000000
12	9.886704	-1.838168
13	4.886704	0.000000
14	6.000000	0.000000
15	5.000000	0.000000
16	4.000000	0.000000
17	0.2180067	0.000000
18	0.7819933	0.000000
19	0.2556648	0.000000
20	0.2000000	0.000000
21	0.8000000	0.000000
22	0.7443352	0.000000

$$
\begin{aligned}
&Max:\alpha\\
&S.t:\\
&Z_1 \geq 613733+534226\alpha\\
&Z_2 \geq 0.090719+0.730191\alpha\\
&Z_3 \geq 0.0814+0.54402\alpha\\
&6570000(r_1-20)+11700000(r_2-15)\leq 450000000\\
&6570000(r_1-20)+11700000(r_2-15)\leq 400000000\\
&6570000(r_2-20)+11700000(r_2-15)\leq 350000000\\
&(1-e^{-15r_1})\geq 0.7\\
&(1-e^{-20r_2})\geq 0.8\\
&6.5r_1+8r_2\leq 1710.468\\
&20e^{-0.05r_1}\leq 15\\
&20e^{-0.05_{r1}}\leq 20\\
&15e^{-0.066r_2}\leq 8\\
&15e^{-0.066r_2}\leq 9\\
&Q_1=11\\
&Q_2=15\\
&0\leq e^{-\lambda_i r_i}\leq 1\\
&r_i\geq 0
\end{aligned}
$$

در حالت سیاست موجوی پس افت مدل سمت چپ حاصل می شود که با توجه به متدولوژی مذکور مدل چند هدفه قطعی به صورت مدل سمت راست خواهد بود:

$$Min: Z_1 = 500(r_1 - 20) + \frac{[1730000]300e^{-0.05r_1}}{0.05Q_1} + 600(r_2 - 15) + \frac{[2300000]200e^{-0.066r_2}}{0.066Q_2}$$
$$Min: Z_2 = e^{-0.05r_1}$$
$$Min: Z_3 = e^{-0.066r_2}$$
$$S.t:$$
$$(r_1 - 20)6570000 + (r_2 - 15)11700000 \le (350000000, 400000000, 450000000)$$
$$(1 - e^{-15r_1}) \ge 0.7$$
$$(1 - e^{-20r_2}) \ge 0.8$$
$$\tilde{p}((6.5((r_1 - 15) + Q_1)) + (8((r_2 - 20) + Q_2)) \le ((1500,1700,1800), (20,24,3)^2) \ge (0.83, 0.85, 1)$$
$$20e^{-0.2r_1} \le (15,15,20)$$
$$15e^{-0.066r_2} \le (8,8,9)$$
$$Q_1 = 11$$
$$Q_2 = 15$$
$$0 \le e^{-\lambda_i r_i} \le 1$$
$$r_i \ge 0$$
$$Min: Z_1 = 500(r_1 - 20) + \frac{[1730000]300e^{-0.05r_1}}{0.05Q_1} + 600(r_2 - 15) + \frac{[2300000]200e^{-0.066r_2}}{0.066Q_2}$$
$$Min: Z_2 = e^{-0.05r_1}$$
$$Min: Z_3 = e^{-0.066r_2}$$
$$S.t:$$
$$6570000(r_1 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \le 450000000$$
$$6570000(r_1 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \le 400000000$$
$$6570000(1_2 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \le 350000000$$
$$(1 - e^{-15r_1}) \ge 0.7$$
$$(1 - e^{-20r_2}) \ge 0.8$$
$$6.5r_1 + 8r_2 \le 1710.468$$
$$20e^{-0.05r_1} \le 15$$
$$20e^{-0.05r_1} \le 20$$
$$15e^{-0.066r_2} \le 8$$
$$15e^{-0.066r_2} \le 9$$
$$Q_1 = 11$$
$$Q_2 = 15$$
$$0 \le e^{-\lambda_{Li} r_i} \le 1$$
$$r_i \ge 0$$

حال یک مسئله برنامه ریزی چند هدفه قطعی موجود است که با استفاده از منطق فازی حل و نتایج آن در جدول ۴ آمده است. برای هریک از اهداف با توجه به جدول ۴ به تعریف توابع عضویت فازی می پردازیم:

$$\mu(Z_2)=\begin{cases}1, where: Z_2 \le 0.10026\\ \dfrac{0.953759-z_2}{0.853499}, \quad where \quad 0.10026 \le Z_2 \le 0.853499\\ 0, where: Z_2 \ge 0.953759\end{cases}$$

$$\mu(Z_1)=\begin{cases}0, where: Z_1 \ge 758947\\ \dfrac{4170667-Z_1}{341883}, \quad wher \quad 4170667 \le Z_1 \le 758947\\ 1, where: Z_1 \le 4170667\end{cases}$$

$$\mu(Z_3)=\begin{cases}1, where: Z_3 \le 0.113275\\ \dfrac{0.992681-z_3}{0.889406}, \quad where \quad 0.113275 \le Z_3 \le 0.992681\\ 0, where: Z_3 \ge 0.992681\end{cases}$$

جدول٤. محاسبه مقادیر و متغیرهای توابع هدف مثال عددی در حالت تقاضای پس افت

	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	r_1	r_2
Z_{11}	556664.9	556664.9	556664.9	0.128742	0.128742	0.128742	0.1132753	0.1132753	0.1132753	41	33
Z_{12}	480833.1	480833.1	480833.1	0.1054064	0.1054064	0.1054064	0.992681	0.992681	0.992681	45	35
Z_{13}	417066.7	417066.7	417066.7	0.953759	0.953759	0.953759	0.8143709	0.8143709	0.8143709	47	38
Z_{21}	664188.4	664188.4	664188.4	0.6393315	0.6393315	0.6393315	0.1920954	0.1920954	0.1920954	55	25
Z_{22}	631725.3	631725.3	631725.3	0.428561	0.428561	0.428561	0.1920954	0.1920954	0.1920954	63	25
Z_{23}	613331.1	613331.1	613331.1	0.302005	0.302005	0.302005	0.1920954	0.1920954	0.1920954	70	25
Z_{31}	758947.1	758947.1	758947.1	0.12246	0.12246	0.12246	0.6254202	0.6254202	0.6254202	42	25
Z_{32}	722543.9	722543.9	722543.9	0.10026	0.10026	0.10026	0.48031	0.48031	0.48031	46	25
Z_{33}	693101.8	693101.8	693101.8	0.8209118	0.8209118	0.8209118	0.3688683	0.3688683	0.3688683	50	25
U		758947			0.953759			0.992681			
L		417066.7			0.10026			0.113275			
Δ		341880.3			0.853499			0.889406			

در نتیجه مدل حاصل به صورت ذیل خواهد بود که پس از حل در نرم افزار لینگو نتایج آن در جدول ۵ آمده است.

$$
\begin{aligned}
&Max : \alpha \\
&S.t : \\
&Z_1 \geq 4170667 + 341883\alpha \\
&Z_2 \geq 0.10026 + 0.853499\alpha \\
&Z_3 \geq 0.113275 + 0.992681\alpha \\
&6570000(r_1 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \leq 450000000 \\
&6570000(r_1 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \leq 400000000 \\
&6570000(r_2 - 20) + 11700000(r_2 - 15) \leq 350000000 \\
&(1 - e^{-15r_1}) \geq 0.7 \\
&(1 - e^{-20r_2}) \geq 0.8 \\
&6.5r_1 + 8r_2 \leq 1710.468 \\
&20e^{-0.05r_1} \leq 15 \\
&20e^{-0.05_{r1}} \leq 20 \\
&15e^{-0.066r_2} \leq 8 \\
&15e^{-0.066r_2} \leq 9 \\
&Q_1 = 11 \\
&Q_2 = 15 \\
&0 \leq e^{-\lambda_i r_i} \leq 1 \\
&r_i \geq 0
\end{aligned}
$$

جدول۵. خروجی لینگو با فرض پس افت

Variable	Value	Reduce Cost
α	0.1087524	0.000000
R1	27.27858	0.000000
R2	24.38616	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.1087524	1.000000
2	623684.7	0.000000
3	0.6258479E-01	0.000000
4	0.000000	-1.124346
5	0.2923617E+09	0.000000
6	0.2423617E+09	0.000000
7	0.1923617E+09	0.000000
8	0.4433518E-01	0.000000
9	0.000000	-1.124346
10	1338.068	0.000000
11	14.34294	0.000000
12	5.891248	0.000000
13	0.1087524	0.000000
14	0.8912476	0.000000
15	0.2556648	0.000000
16	0.2000000	0.000000
17	0.8000000	0.000000
18	0.7443352	0.000000

با توجه به نتایج حاصل از حل مدل‌ها، مدیریت می‌تواند با توجه به محدودیتهای مدل مقادیر مختلفی از نقاط سفارش کالای اول (r_1) و کالای دوم (r_2) را استفاده نماید، بدون آنکه سطح بهینگی مدل تغییر کند. به همین منظور تحلیل حساسیت مدلهای مذکور به قرار زیر است:

الف) مدل حل شده با فرض تقاضای فروش از دست رفته: مدیریت می‌تواند مقادیری بین ۲۴/۰۶ تا ۲۸/۰۶۰۵۹ را برای r_1 انتخاب کند. در این صورت r_2 می‌تواند صرفا" مقدار ۲۴/۹۹۹ بخود بگیرد و یا r_1 را معادل ۲۸/۶۰۵ اتخاذ نماید و برای کالای دوم نقطه سفارش یا r_2 در بازه ۲۴/۳۸ تا ۲۵ باشد.

ب) مدل حل شده با فرض تقاضای پس افت: با توجه به سیاست پس افت، مدیریت اگر بخواهد بدون تغییر در بهینگی اهداف اعمال تصمیم نماید باید r_2 را برابر ۲۴/۹۹ در نظر گرفته و r_1 را در بازه ۲۴ تا ۳۳/۶۹۹ تغییر دهد و یا r_1 را برابر ۲۶/۰۳۷۴۸ اتخاذ کرده و r_2 را در بازه ۲۴/۳۸۷ تا ۲۵ انتخاب نماید.

نتیجه گیری و تحقیقات آتی

در این مقاله مدل سنتی کنترل موجودی (r,Q) با دو هدف کمینه سازی هزینه‌ها و سطح خطر و محدودیت‌های بودجه‌ای، فضای انبار، تعداد کمبود مجاز و حداقل سطح عملکرد مجاز و در دو حالت تقاضای پس افت و فروش از دست رفته توسعه یافت که برخی پارامترها به صورت فازی در نظر گرفته شده بود. محدودیت انبار در فضای احتمالی ـ فازی بیان گردید که با استفاده از روش برنامه ریزی محدودیت‌های احتمالی فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل و در نهایت مدل چند هدفه قطعی با روش منطق فازی حل گردید. در تحقیقات آتی می‌توان به توسعه مدل (R,T) پرداخته و مفروضات متفاوتی را به مسئله اضافه نمود. از توابع دیگری همچون ارلانگ، پواسون و... در مورد توزیع تقاضا و فضای انبار استفاده نمود و می‌توان اهداف و محدودیتهای دیگری را در نظر گرفت. به جای فازی مثلثی از ذوزنقه‌ای استفاده نمود، پارامترهای دیگری را بصورت فازی در نظر گرفت، از سایر روش‌های حل برنامه ریزی چند هدفه همچون برنامه ریزی هندسی، روش تابع مطلوبیت و روش لکسیکوگراف استفاده و نتایج حل را با یکدیگر مقایسه کرد.

منابع و مآخذ

۱. جولای، فریبرز و اسودی کرمانی، تورج(۱۳۸۳)، **"مدل کنترل موجودی دو سطحی اقلام فاسد شدنی با در نظر گرفتن اثرات تورم"، دانشکده فنی دانشگاه تهران ، ۳۸ (۱** (پیاپی۸۳): ۱۲۱-۱۳۲.

۲. جولای، فریبرز؛ ربانی، مسعود و هنرور، محبوبه(۱۳۸۵)، **"مدل کنترل موجودی مرور دایم برای اقلام فاسد شدنی در حالت بدون کمبود با تقاضای احتمالی و امکان تسریع در سفارش"، دانشکده فنی دانشگاه تهران مهر ۱۳۸۵; ۴۰**(۴ (پیاپی ۹۸ (ویژه مهندسی صنایع): ۴۸۷ -۴۹۴.

۳. رضایی، جعفر و فاطمی قمی، سیدمحمدتقی(۱۳۸۲)، **" ارایه یک مدل کنترل موجودی فازی همراه با یک مورد کاربرد واقعی"، امیرکبیر ; ۱۴**(د-۵۵):۹۲۴-۹۳۶.

۴. سر فراز، امیر همایون(۱۳۸۴)."**توسعه مدلهای EOQ و EPQ در محیط فازی**".رساله دکتری تخصصی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.

۵. سوخکیان، محمدعلی؛ ربیعه، مسعود و افسر، امیر(۱۳۸۶)، **"طراحی مدل کنترل موجودی با در نظر گرفتن هزینه های کل لجستیک در حالت منبع یابی چندگانه"،** علوم اجتماعی و **انسانی دانشگاه شیراز ، ۲۶**(۱) پیاپی ۵۰)):۷۵-۹۴.

۶. فاطمی قمی، سیدمحمدتقی و اسدی، نگین(۱۳۸۵)، **"طراحی یک مدل تصمیم گیری چند معیاره ـ چند تصمیم گیرنده برای کنترل موجودی در یک ساختار غیرسری زنجیره عرضه با تقاضای احتمالی دارای توزیع نمایی"، مجله بین المللی علوم مهندسی،** ۱۷(۴):۱۳-۲۱

۷. فاطمی قمی، سیدمحمدتقی و روغنی، مرتضی(۱۳۸۱)، **" توسعه مدل کنترل موجودی دو سطحی با تقاضای احتمالی و بدون زمان تدارک"، مجله بین المللی علوم مهندسی،** ۱۳(۴):۱۲۵-۱۳۳.

۸. فاطمی قمی، سیدمحمدتقی و روغنی، مرتضی(۱۳۸۱)، **"توسعه مدل کنترل موجودی دو سطحی با تقاضای احتمالی و زمان تدارک ثابت"، امیرکبیر** تابستان ،۱۳(۵۱):۴۷۵-۴۹۰.

9. Abou-El-Ata, MO & Kotb, KAM (1997) ."**Multi-item inventory model with varying holding cost under two restrictions : A geometric programming approach** ".production planning and control.

10. Balkhi ,Zt & Benkherof , L(1998)."**A production lot size inventory model for deteriorating items and arbitrary production and demand rates** ". European journal of operation research;92:302-9.

11. Ben-daya,M & Raouf ,A(1993)."On the constrained multi-item single-

period inventory problem" .**International journal of general system**; 13:104-12

12. Bhunia,Ak & Maiti,M (1997).**"Deterministic inventory models for variable production"** . Journal of operational research society ; 48: 221-4.
13. Cheng ,Tce.(1989**).**"An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit cost"**. European journal of operation research;40:452-6.
14. Cheng ,Tce. (1991).**"An Economic Order Quantity model with demand-dependent unit production cost and imperfect production process"**. **IIE transactions** ; 23:23-7.
15. 15-Chu,C.W & Patuwo,B.E & Mehrez,A.Robinowitz(1999).**"A dynamic two-segment partial backorder control of (r,Q) inventory system"**.**Computers & Operation Research** 28, 935-953.
16. Churchman ,CW & Ackoff ,RL & Arnoff EL(1957)."**Introduction to operation research**". New York :Wiely,603-8.
17. Clark , Aj(1972).**"An informal survey of multi-echelon inventory theory"**. Naval research logistics quarterly ;19:621-50.
18. Das,k & Roy,T.K & Maiti,M (2004) .**"Multi-item stochastic and fuzzy-stochastic inventory models under two restrictions"**. Computer and operation research journal . 31: 1793-1806.
19. Eynan,Amit & Kropp, Dean.H (2006)."Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems". **European Journal of Operation Research** .Article in press..
20. Yauhua, Frank Chen, (2005). **"Fractional programming approach to two stochastic inventory problems"**. **European journal of operation research**.
21. Goswami,A & Chaudhuri,KS(1991**).**"An EOQ model for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand"**. **Journal of operational research society** ;42:1105-10.
22. Hadely , G & Whitin ,T.M(1963). "**Analysis of inventory systems**" . Englewood Cliffs ,NJ:Prentice-Hall.
23. Hariga,M.A(1999).**"A stochastic inventory model with lead time and lot size interaction"**. **Production planning & control** , vol. 10, No. 5,434-438.
24. Kilir,Gorge J & Yuan,Bo (2001)."**Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications**".Prentice,Hall of India . New Dehli.
25. Lewise,Cd(1970) ."**Sientific inventory control** ".London :Butterworth's.
26. Manas.Kumar & Maiti,Manoranjan (2005)**"Fuzzy inventory model with two warehouses under possibility constraints"**.**Fuzzy Sets and systems** 157,52-73.
27. Naddor, E(1986). "**Inventory systems**". New York :Wiely.
28. Nanda,S & Panda,G & Dash, J.K(2006**).**"A new solution method for fuzzy chance constrained programming problem"**. **Fuzzy Optim Decision Making**.5:355-370.
29. Nielsen,Christina & Larsen,Christian (2004**).**"An analytical study of Q (s,S) policy applied to the joint replenishment**

problem".**European Journal of Operation Research** 163,721-732.

30. Ouyang,Liang-yuh & Wu,Kun - Shan & Ho.Chia-Huei (2003). **"Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time"**.**Int.J.Production Economics** 92.,255-266.
31. Ouayang,Liang-Yuh & Chang,Hung-Chi (2001).**"The variable lead time stochastic inventory model with a fuzzy backorder rate"**.**Jornal of the operation research,Society of japan** ,vol.44,No.1.
32. Raymond ,Fe (1931) . "**Quality and economic in manufacture**". New York McGraw-Hill Book Co
33. Silver,Ea & Peterson, R(1985)."**Decision systems for inventory management and production planning**". New York :Wiely.
34. Sarfaraz,A.H & Alizadeh Noghani,S &Sadjadi,S.J & Aryanezhad,M.B(2006).**"A multi-objective inventory model for deteriorating items with backorder and cost dependent demand"**. **Journal of International Engineering International**.Vol.2,No.1 ,65-73.
35. Tersine,R.J (1994)."**Principles of inventory and materials management**", Prentice Hal publications.
36. Yadvalli, V.s.s & Jeeva.M & Rajalakshmi, Rajagopalan (2005**)."Multi Item deterministic Fuzzy inventory Model"**. **Asia-Pacific Jornal of Operation Reaserch**. Vol.22, No.3 ,287-295.
37. Wu,Kun-Shan (2001**)."A mixed inventory model with variable lead time and random supplier capacity"**. **Production planning & control**,vol.12,No.4,353-361.
38. Zimmerman H.J. (1996)."**Fuzzy sets and its applications**". Kluwer. Aacdemic Publisher.3.th edition.