فصلنامه علمی – پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی – سال پانزدهم، شماره ۴۵، تابستان ۹۶
صفحات ۷۵-۹۶

مدل تعیین قیمت وارانتی PRW با تولید کنندگان ریسک گریز

مهدی نصراللهی*

تاریخ دریافت:۹۴/۸/۲۰
تاریخ پذیرش:۹۵/۸/۹

چکیده

رقابت‌های بسیار شدید در بازار و نیز تقاضای متنوع مشتریان در سال‌های اخیر تولید کنندگان را مجبور به ارائه محصولات خود به همراه سیاست‌های متفاوت وارانتی کرده است. در این میان، سیاست وارانتی تسهیم هزینه یکی از پرکاربردترین سیاست‌های وارانتی می‌باشد. این مطالعه با هدف حداکثر سازی سود تولید کننده به توسعه مدلی جهت تعیین قیمت بهینه وارانتی تسهیم هزینه با دوره ثابت می‌پردازد که در آن تولید کننده ریسک گریز است. در طراحی این مدل، نرخ هزینه‌های اصلاح محصول در طول دوره وارانتی تحت تاثیر نرخ تورم و بهره قرار دارند و نرخ شکست محصول نیز تابعی از زمان فرض شده است. با استفاده از فرایند ناهمگن پواسان و بکارگیری تابع مطلوبیت نمایی مدل ریاضی برای حداکثر سازی معادل قطعی سود تولید کننده ریسک گریز و تعیین قیمت بهینه وارانتی ارائه شد. در انتها به کمک یک مثال عددی و با در نظر گرفتن عواملی مانند ترجیحات ریسک تولید کننده، پارامترهای متفاوت تابع توزیع شکست محصول، طول دوره وارانتی، و نرخ تورم و تنزیل اعتبار سنجی مدل صورت پذیرفت.

واژگان کلیدی: وارانتی PRW، ترجیحات ریسک، قیمت وارانتی، نرخ شکست محصول، تورم

* استادیار گروه مدیریت صنعتی دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره) m.nasrollahi@soc.ikiu.ac.ir

Archive of SID

www.SID.ir

مقدمه

امروزه سازمان‌های بیشماری علاوه بر قیمت، کیفیت و ایمنی محصولات، از وارانتی به عنوان یک عامل مهم در جلب نظر مشتریان بالقوه سود می‌برند (پارک و فام، ۲۰۱۶). وارانتی تعهدی قراردادی است که تولید کننده، فروشنده و یا عرضه کننده را ملزم می‌کند تا نقایص و شکست‌های محصول در طول دوره وارانتی را از طریق تعمیر یا تعویض برطرف نماید (یانگ، هی و هی، ۲۰۱۶). تغییرات سریع فن آوری و رقابت بسیار زیاد در بازار موجب افزایش پیچیدگی‌های محصولات جدید شده اند و ارزیابی آنها توسط مشتریان به سادگی امکان پذیر نیست؛ چرا که مشتریان در هنگام خرید محصول با عدم اطمینان در خصوص عملکرد آن مواجه هستند. در چنین شرایطی وارانتی می‌تواند شاخص گویایی از قابلیت اطمینان محصول باشد و به عنوان ابزاری اثر بخش برای بهبود فروش تولیدکنندگان ایفای نقش نماید (وانگ، لیو و لیو، ۲۰۱۵).

پیشنهادهای متفاوت وارانتی را سیاست وارانتی نامیده اند که بر اساس هزینه وارانتی و هزینه تعمیر به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند: تعویض رایگان، تسهیم هزینه، و ترکیبی. به علاوه، بر اساس دوره زمانی وارانتی نیز می‌توان دو سیاست دوره ثابت و دوره تجدید پذیر را متمایز کرد (نصراللهی، اصغری زاده، جعفرنژاد و صنیعی منفرد، ۱۳۹۳). به دلیل وجود بازارهای بسیار رقابتی، اهمیت انواع سیاست‌های وارانتی که در زمان فروش محصول پیشنهاد می‌شوند برای تولید کننده و خریدار بسیار افزایش یافته است (جانگ، پارک و پارک، ۲۰۱۵). وارانتی تسهیم هزینه یکی از انواع پرکاربرد سیاست‌های وارانتی است که در آن بخشی از هزینه اصلاح محصول در طول دوره وارانتی به مشتری تحمیل می‌گردد (یه و فانگ، ۲۰۱۴). مشتریان در هنگام خرید محصول همراه با وارانتی PRW قیمت وارانتی را که بخشی از قیمت محصول است پرداخت می‌کنند و تولید کننده نیز مسئولیت رفع شکست‌های محصول ناشی از ضعف در طراحی و تولید را در طی دوره وارانتی بر عهده می‌گیرد (استامنکوویچ، پوپوویچ، اسپاسوژویچ و رادیوژویچ، ۲۰۱۱). بنابراین در صورتی که محصول با وارانتی عرضه شود، تولید کننده در قیمت گذاری محصول با ریسک مقبول بودن قیمت نهایی از دیدگاه خریدار

Archive of SID

www.SID.ir

مواجه است (رحمان و چاتوپادهای، ۲۰۱۰). در عمل میزان ریسک گریزی یا ریسک پذیری تولید کننده بر قیمت وارانتی به عنوان یکی از اجزای تشکیل دهنده قیمت نهایی محصول تاثیر می‌گذارد.

خریداران محصولاتی که تحت پوشش وارانتی هستند، برای اصلاح محصولاتی که دچار شکست شده اند به تولید کننده مراجعه می‌کنند در حالی که چنانچه محصول تحت پوشش وارانتی نباشد ممکن است خریداران برای رفع عیب محصول به سایر خدمت دهندگان مراجعه نمایند. چنانچه قیمت وارانتی و هزینه‌های سهم خریدار در هر عملیات اصلاحی پایین تر از هزینه‌های اصلاح محصولات فاقد وارانتی باشد، آنگاه خریداران به پوشش محصول با وارانتی و پرداخت قیمت وارانتی ترغیب می‌شوند.

بنابراین مدل سازی قیمت بهینه وارانتی که شامل ترجیحات ریسک تولید کننده باشد ضروری است. اگرچه از زمان مطرح شدن مدل‌های وارانتی تا کنون مطالعات بسیار زیادی در این حوزه صورت گرفته است اما مطالعات مرتبط با وارانتی PRW و به ویژه ترجیحات ریسک هنوز جایگاه محدودی در طراحی مدل‌های وارانتی در مقایسه با سایر رویکردهای وارانتی دارند (نصراللهی و اصغری زاده، ۱۳۹۵) که در قسمت دوم مقاله به برخی از آنها اشاره می‌شود. بخش سوم مقاله به بررسی مدل کلی وارانتی PRW اختصاص یافته است. در بخش چهارم، روش پژوهش به همراه نمادها و پیش فرض‌های مورد استفاده در مطالعه و نیز پایه‌های مدل مورد نظر ارائه شده اند. بخش پنجم مدل ریاضی طراحی شده را نشان می‌دهد و در بخش ششم نیز اعتبار سنجی مدل به کمک مثال عددی انجام می‌شود.

پیشینه پژوهش

سیاست‌های متفاوت وارانتی موجبت ایجاد هزینه‌های متفاوتی می‌شوند. ویژگی‌های سیاست‌های وارانتی در تعیین هزینه‌های وارانتی نقش اساسی دارند. بلیشکی و مورتی اولین دسته بندی جامع را در خصوص انواع سیاست‌های متفاوت وارانتی انجام دادند (بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۲). البته با افزایش پیچیدگی‌های محصول و نیز شدت یافتن رقابت‌ها سیاست‌های

Archive of SID

www.SID.ir

وارانتی نیز تغییر می‌کنند. به همین دلیل در مطالعه وارانتی مفاهیم گوناگونی از علوم مختلف (مانند مهندسی، حسابداری، بازاریابی، حقوق، و ...) مورد توجه محققان بوده است (مورتی و جمال الدین، ۲۰۰۲). هر چند اولین مدل‌های احتمالی هزینه وارانتی برای سیاست‌های تسهیم هزینه در سال‌های ۱۹۶۲ و ۱۹۶۸ توسعه داده شدند (نصراللهی و اصغری زاده، ۱۳۹۵) اما تا به امروز هم پژوشگران با در نظر گرفتن مفروضات متفاوت به دنبال توسعه مدل‌های ریاضی برای سیاست‌های متفاوت وارانتی هستند. در سال ۱۹۹۲ اولین مرور و دسته بندی جامع مدل‌های ریاضی وارانتی صورت پذیرفت (مورتی و بلیشکی، ۱۹۹۲).

در سال ۱۹۸۶ محققان برای اولین بار چارچوب ارزیابی سیاست‌های وارانتی برای محصولات غیر قابل تعمیر را بر اساس ترجیحات ریسک تولید کننده و خریدار ارائه دادند (ریچکن و تاپیرو، ۱۹۸۶). در مطالعه دیگری سیاست وارانتی تولید کننده و اثرات آن بر رفتار مصرف کننده بررسی شده است. در این مطالعه فرض شده که مشتریان ترجیحات ریسک متفاوتی دارند و تولید کننده با وجود معین بودن قابلیت اعتماد محصولات برای غلبه بر ریسک گریزی مشتریان ناگزیر به تعیین دوره‌های وارانتی بلند مدت تری است (پادمانابهان و رآو، ۱۹۹۳).

در سال ۱۹۹۵ چان و تانگ با در نظر گرفتن ریسک گریزی تولید کننده و مشتری و همچنین فرض ثابت بودن نرخ شکست و هزینه تعمیر محصول، مدلی برای سیاست وارانتی تعویض رایگان با دوره ثابت ارائه دادند تا برای یک دوره وارانتی مشخص، قیمت بهینه ورانتی را تعیین نماید (چان و تانگ، ۱۹۹۵). در مطالعه ای دیگر، مدلی برای تسهیم ریسک محصول به وسیله وارانتی‌ها با مصرف کنندگان ریسک گریز ارائه شده است و مشخص شده که تسهیم ریسک بین بخش‌های ریسک گریز و ریسک خنثی بر روی بازارهای انحصاری تاثیر زیادی نخواهد داشت (بوم، ۱۹۹۸). در یک تحقیق با فرض ناهمگن بودن مشتریان در نوع نگرش به ریسک‌های مرتبط با هزینه‌های تعمیر محصول مدلی برای قیمت گذاری پویا و تعیین سیاست وارانتی دوره عمر ارائه شده است که بیان می‌کند تولید کنندگان می‌بایست در هنگام تعیین قیمت و شرایط وارانتی، میزان ریسک گریزی مشتریان را مورد توجه قرار دهند (ژو، لی و تانگ، ۲۰۰۹). در یکی از جدیدترین مطالعات انجام شده در این حوزه، پژوهشگران سعی

Archive of SID

www.SID.ir

کردند ترجیحات ریسک تولید کننده و مصرف کننده را به وسیله در نظر گرفتن عدم اطمینان‌های دوره وارانتی برای سیاست وارانتی دوره عمر مشخص نمایند و با این هدف مدل‌های ترجیحات ریسک را برای یافتن قیمت بهینه وارانتی توسعه دادند (رحمان و چاتوپادهای، ۲۰۱۰).

بنابراین بررسی منابع در دسترس نشان می‌دهد که احتمالا تاکنون مدل سازی سیاست وارانتی PRW با در نظر گرفتن ترجیحات ریسک تولید کننده مورد مطالعه قرار نگرفته است. از این رو با الگوگیری از مطالعه چان و تانگ و نیز رحمان و چاتوپادهای در این مقاله به منظور حداکثر سازی معادل قطعی سود تولید کننده با بکارگیری فرایند ناهمگن پواسان برای محصولات با شکست وابسته به زمان یک مدل قیمت وارانتی ارائه می‌شود.

وارانتی PRW

بر اساس طبقه بندی‌های ارائه شده، بسیاری از سیاست‌های وارانتی توسط دو متغیر تصمیم بسیار تاثیر گذار یعنی هزینه وارانتی[۱] و طول دوره وارانتی[۲] دسته بندی می‌شوند. اولاً بر مبنای میزان پرداخت مشتری برای تعمیر یا تعویض محصول سیاست‌های وارانتی به سه دسته تقسیم می‌شوند: سیاست تعمیر/ تعویض رایگان[۳] (FRW)، سیاست پرداخت بخشی از هزینه[۴] (PRW)، و سیاست ترکیبی[۵]. ثانیاً با در نظر گرفتن مدت زمانی که ارائه دهنده وارانتی ملزم به ارائه خدمات مورد تعهد می‌باشد، سیاست‌های وارانتی به دو دسته تقسیم می‌شوند: سیاست دوره ثابت[۶] یا سیاست عدم تجدید دوره وارانتی و سیاست تجدید پذیر[۷] یا تجدید دوره وارانتی (توماس، ۲۰۱۰).

1- Warranty Cost (Price)
2- Warranty Period
3- Free Repair/ Replacement Warranty (FRW)
4- Pro-Rata Warranty (PRW)
5- Combined
6- Fixed Period
7- Renewable

Archive of SID

www.SID.ir

یکی از پر کاربرد ترین سیاست‌ها جهت تامین هزینه‌های وارانتی سیاست پرداخت بخشی از هزینه است که شامل تسهیم هزینه‌های تعمیر یا تعویض میان تولید کننده و مشتری بر اساس فرمول‌های مبتنی بر عمر محصول است (اشراق نیا جهرمی و وحدانی، ۲۰۰۹). معمول ترین فرمول محاسبه نسبت‌ها در این سیاست فرمول خطی می‌باشد. البته پژوهشگران شیوه‌های متفاوتی را برای نحوه تسهیم هزینه‌ها میان تولید کننده و مشتری معرفی کرده اند (هوانگ، لیو، لی، لیو، و هی، ۲۰۰۸؛ پوپوویچ، استامنکوویچ و راکیسویچ، ۲۰۱۲). در یک دوره وارانتی با مدت $[0,W]$ کل هزینه ای که در سیاست PRW بابت تعمیر/ تعویض محصول به تولید کننده تحمیل می گردد تابعی از زمان بروز شکست و هزینه انجام اصلاح توسط تولید کننده بوده و به شکل رابطه ۱ محاسبه می‌شود (مورتی و بلیشکی، ۱۹۹۲):

$$C_t = \begin{cases} c_m\left(1 - {}^{x}/_{W}\right) & 0 \le x < W \\ 0 & x \ge W \end{cases} \qquad \text{رابطه ۱}$$

در سیاست وارانتی دوره ثابت، دوره وارانتی بر اساس زمان فروش محصول مشخص می‌شود و بدون توجه به تعمیر یا تعویض محصول وارانتی شده ثابت می‌ماند. در نتیجه اگر یک محصول در طول دوره وارانتی دچار شکست شود توسط وارانتی دهنده رفع عیب خواهد شد و بدون هیچ گونه تغییری در قرارداد وارانتی به مشتری بازگردانده می‌شود (توماس و رآو، ۱۹۹۹).

بنابراین چنانچه کل هزینه هر بار اصلاح یک محصول برای تولید کننده برابر c_m باشد، خریدار می‌باید طبق مفاد قرارداد وارانتی PRW بخشی از این هزینه اصلاح که معادل $(c_m - C_t)$ است را به تولید کننده پرداخت نماید و تولید کننده نیز تنها تامین مبلغ C_t را بر عهده دارد. در نتیجه هزینه مورد انتظار تولید کننده بابت وارانتی به ازای هر واحد محصول را می‌توان از رابطه ۲ بدست آورد (نصراللهی و اصغری زاده، ۱۳۹۵):

Archive of SID

www.SID.ir

$$E[C_m(W;C_t)] = c_m\left[F(W) - \mu_W/W\right] \quad \text{رابطه ۲}$$

به طوری که داریم $\mu_W = \int_0^W xdF(x)$ و هزینه مورد انتظار خریدار به ازای هر واحد مطابق رابطه ۳ خواهد بود (بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۵):

$$E[C_b(W)] = C_w + c_m\left[\mu_W/W - F(W)\right] \quad \text{رابطه ۳}$$

روش شناسی پژوهش

روش تحقیق

استراتژی پژوهشگر برای گردآوری داده‌های مورد نیاز تحقیق و نیز تعیین پیش فرض‌های فلسفی طرح تحقیق را روش تحقیق می‌نامند. روش‌های تحقیق بر اساس دو معیار هدف پژوهش (بنیادی، کاربردی، تحقیق و توسعه) و نحوه گردآوری داده‌ها (توصیفی، غیر آزمایشی) قابل تقسیم بندی هستند (سرمد، بازرگان و حجازی، ۱۳۹۴). با توجه به اینکه موضوع این تحقیق تا کنون مورد مطالعه قرار نگرفته و در این پژوهش به دنبال توسعه مدل‌های موجود هستیم بنابراین این تحقیق از نظر هدف، یک تحقیق بنیادی می‌باشد، و از نظر گردآوری داده‌ها توصیفی است چرا که به توصیف روابط میان متغیرها می‌پردازد. در این پژوهش به دلیل ماهیت پیچیده پدیده مورد مطالعه و ناشناخته بودن این پدیده، ابتدا بر اساس بررسی و مرور مبانی نظری تحقیق، فرآیند مدل سازی برای وارانتی را مشخص کرده سپس با توجه به مدل‌های مطالعه شده و شرایط حاکم بر مساله مورد بررسی، مدلی جهت دستیابی به هدف تحقیق ارائه می‌شود.

Archive of SID

www.SID.ir

نمادها

$F(x)$: تابع توزیع تجمعی برای اولین زمان شکست؛

$R(x)$: تابع قابلیت اطمینان (احتمال اینکه اولین شکست قبل از x رخ ندهد) برای اولین زمان شکست؛

$f(x)$: تابع چگالی برای اولین زمان شکست؛

λ: پارامتر مقیاس توزیع خرابی محصول؛

β: پارامتر شکل در توزیع وایبول؛

W: طول دوره وارانتی؛

n: تعداد شکست‌های محصول؛

C_t: کل هزینه تحمیلی به تولید کننده در هر بار شکست محصول تحت سیاست وارانتی تسهیم هزینه؛

f: نرخ افزایشی هزینه‌ها به دلیل تورم یا سایر عوامل؛

d: نرخ بهره؛

I: خالص نرخ نهایی افزایش یا کاهش قیمت‌ها ($I=f-d$)؛

$E[N_m(W)]$: تعداد مورد انتظار شکست‌های هر محصول برای تولید کننده در طول دوره وارانتی؛

$U_m(X)$: تابع پیوسته مطلوبیت تولید کننده برای سود Y؛

$\Lambda_m(t)$: نرخ شکست هر محصول با تخمین تولید کننده؛

k: نسبتی از مشتریان که بدون داشتن وارانتی برای انجام تعمیرات به تولید کننده مراجعه می‌کنند؛

c_b: هزینه اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی محصول برای خریدار چنانچه محصول دارای وارانتی نباشد.

c_m: هزینه اصلاح (تعمیر یا تعویض) در هر بار خرابی برای تولید کننده که هزینه واقعی اصلاح محصولات تحت پوشش وارانتی می‌باشد؛

Archive of SID

www.SID.ir

x: زمان بروز شکست محصول؛

C_W: قیمت وارانتی که به وسیله تولید کننده در زمان خرید محصول تعیین و پیشنهاد می‌شود.

پیش فرض‌ها

کریستوزوف، چاکووا و ماتیو (۲۰۰۹) با ارائه سلسله مراتبی از مدل‌های ریاضی نشان دادند که چرا هنوز بسیاری از مسایل مهم در تحلیل هزینه‌های وارانتی بدون پاسخ مانده اند. طبق این سلسله مراتب مدل سازی ریاضی قراردادهای وارانتی در پنج سطح انجام می‌شود و تعدد متغیرها و عوامل موثر بر مدل سازی وارانتی موجب شده است تا بسیاری از محققان در هنگام مدل سازی مسایل مورد علاقه خود پیش فرض‌های زیادی را برای ساده سازی و امکان پذیر شدن ارائه و حل مدل در نظر بگیرند (کریستوزوف، چاکووا و ماتیو، ۲۰۰۹). در این پژوهش نیز ناگزیر از در نظر گرفتن پیش فرض‌هایی هستیم تا بتوانیم از گستردگی و پیچیده شدن بیش از حد مدل مطلوب جلوگیری نماییم. برای طراحی مدل مورد بررسی در این پژوهش مفروضات زیر مد نظر هستند:

۱- شکست محصولات مستقل از یکدیگر رخ می‌دهند؛

۲- شکست محصولات تابعی از عمر آنها است.

۳- شکست یک محصول منجر به بروز ادعای وارانتی شده و فرض می‌کنیم تمام ادعاها نیز صحیح هستند.

۴- برای اصلاح محصولات تمام قطعات معیوب با قطعات نو تعویض می‌شوند.

۵- زمان مورد نیاز برای انجام تعویض در مقایسه با میانگین زمان بین شکست‌ها ناچیز بوده و قابل نادیده گرفتن است.

۶- شکست‌ها در طول دوره وارانتی در سطح سیستم (محصول) مدل سازی می‌شوند.

۷- هزینه‌های اصلاح در طول دوره وارانتی ثابت نیستند و تحت تاثیر نرخ تورم و بهره قرار دارند.

Archive of SID

www.SID.ir

۸- تعمیرات محصولات خراب شده در انحصار تولید کننده نیست و مشتریان می‌توانند به سایر مراکز خدماتی مراجعه کنند. بنابراین مصرف کنندگانی که محصول بدون وارانتی را خریداری می‌نمایند در صورت بروز شکست محصول می‌توانند به مراکز تعمیراتی دیگر مراجعه نمایند و متغیر نسبت مراجعه مشتریان بدون وارانتی به تولید کننده برای عملیات اصلاح نیز در مدل سازی وارد می‌شود.

۹- تولید کننده ریسک گریز: تابع مطلوبیت تولید کننده $U_m(Y)$ برای سود Y محدب (ریسک گریز) بوده و اکیداً صعودی است تولید کننده سود بیشتر از به سود کمتر ترجیح می‌دهد. بنابراین این تابع از نامعادله جنسن[1] پیروی می‌کند (زولبک، ۲۰۰۴؛ لی، ۲۰۰۰) که اگر Y میانگین متناهی داشته باشد، آنگاه

رابطه ۴
$$[y_1 < y_2] \leftrightarrow [U_m(Y_1) < U_m(Y_2)] \text{ و } E[U_m(Y)] < U_m[E(Y)]$$

بررسی اثر نرخ تورم و بهره بر هزینه‌های وارانتی

عدم اطمینان‌های مرتبط با شکست‌ها و هزینه‌های محصول با طولانی شدن دوره عمر و دوره وارانتی افزایش می‌یابند و متغیرهایی مانند هزینه‌های نیروی کار، تورم، و کاهش ارزش زمانی پول نیز در دوره‌های وارانی بلند مدت بر هزینه کل وارانتی تاثیر گذار هستند. با این حال پژوهشگران در بسیاری از مطالعات با هدف پیشگیری از افزایش پیچیدگی‌های مدل، تاثیر نرخ تورم و تنزیل را طول دوره وارانتی نادیده گرفته اند. اگرچه این فرض برای محصولاتی با دوره عمر و وارانتی کوتاه (معمولا کمتر از یک سال) پذیرفتنی است؛ اما برای محصولاتی که دوره وارانتی طولانی تری دارند بهتر است تاثیر نرخ تورم و نیز تغییر ارزش زمانی پول در مدلسازی هزینه‌ها مد نظر قرار گیرد. بنابراین با عدم پذیرش فرض ثابت بودن هزینه در طول دوره وارانتی، می‌توان به جای استفاده از هزینه ثابت C از تابع $C(t)$ استفاده نمود که نشان دهنده هزینه‌های مورد انتظار تحت تاثیر نرخ تورم است.

1- Jensen's Inequality

Archive of SID

www.SID.ir

یکی از پرکاربردترین توابع برای تبدیل هزینه‌های آتی به ارزش فعلی هزینه‌ها، تابع نمایی است که به صورت زیر بیان می‌شود (بلیشکی و مورتی، ۱۹۹۵):

$$C(t) = C.e^{-It}$$ رابطه ۵

در این تابع، I بیانگر نرخ خالص تورم و تنزیل می‌باشد. در نتیجه، با در نظر گرفتن تورم با نرخ f، عامل تورم زمانی دنباله دار برای دوره زمانی W برابر e^{fW} خواهد بود. بر این اساس اگر قیمت قطعه ای در زمان $W=0$ برابر C باشد، آنگاه در زمان W قیمتی برابر Ce^{fW} خواهد داشت (سارکر، جمال و وانگ، ۲۰۰۰).

برای نرخ بهره d (که بیانگر ارزش زمانی پول است) عامل ارزش فعلی پول در زمان W برابر e^{-dW} است. از این رو ارزش فعلی محاسبه شده با تورم Ce^{fW} (عامل تورم خالص) به وسیله $Ce^{fW}\ e^{-dW}$ بیان خواهد شد. برای محصولی با قیمت اولیه C (واحد محصول/واحد پول) ارزش فعلی قیمت تورمی در زمان $W=0$ که با C_0 نشان داده می‌شود برابر است با (نصراللهی و اصغری زاده، ۱۳۹۵):

$$C_0 = Ce^{(f-d)W} = Ce^{IW} \quad , \quad I = f - d$$ رابطه ۶

که در این رابطه C در طول دوره W دچار تورم شده و به Ce^{fW} تبدیل شده است و در ضمن e^{-dW} نیز عامل تنزیل بوده که ارزش آتی محصول را به ارزش فعلی آن تبدیل می‌کند. در نتیجه I بیانگر ارزش فعلی نرخ تورم می‌باشد (سارکر و همکاران، ۲۰۰۰؛ گیری و باردهان، ۲۰۱۱؛ پندی و گوپتا، ۲۰۱۱).

حال اگر تعداد شکست‌های مورد انتظار در سال i و نیز هزینه مورد انتظار هر شکست در سال i را نیز به ترتیب با $E(Ni)$ و $E(Ci)$ نشان دهیم، آنگاه ارزش فعلی کل هزینه مورد انتظار برای وارانتی را می‌توان با رابطه ۷ نشان داد:

$$E(C) = \sum_{i=1}^{W} E(N_i)\, E(C_i) e^{Ii}$$ رابطه ۷

که این هزینه بر اساس سیاست PRW میان تولید کننده و مشتری تقسیم خواهد شد (نصراللهی و اصغری زاده، ۱۳۹۵).

Archive of SID

www.SID.ir

مدل ریاضی تعیین قیمت وارانتی

کل سود مورد انتظار تولید کننده برای وارانتی در طول دوره وارانتی و نیز اصلاح محصول بدون وارانتی را می‌توان به شکل رابطه ۸ بیان کرد:

$$E[\Pi(W)] = p[C_W - E[N(W)]e^{IW}c_t] + (1-p)k[E[N(W)]e^{IW}c_b - E[N(W)]e^{IW}c_m] \Rightarrow E[\Pi(W)] = p(C_W - e^{IW}E[N(W)]c_t) + (1-p)kE[N(W)]e^{IW}.[c_b - c_m]$$

رابطه ۸

تولیدکننده تعداد شکست‌های مورد انتظار خود، $N(W)$، در طول دوره وارانتی را بر اساس $\Lambda_m(x)$ برآورد می‌نماید. تعداد شکست‌ها در طول دوره وارانتی تابعی از W و یک متغیر تصادفی است. فرض کنیم n_m^* تعداد شکست‌های مورد انتظار تولید کننده در هنگامی باشد که تولیدکننده میان سود ناشی از پیشنهاد وارانتی و سود ناشی از محصول بدون وارانتی بر اساس مطلوبیت مورد انتظار بی‌تفاوت است. کل سود مورد انتظار تولیدکننده در هنگامی که محصول با وارانتی به فروش می‌رود برابر است با:

$$C_W - e^{IW}E[N(W)]c_t + (1-p)kE[N(W)]e^{IW}.[c_b - c_m] \quad \text{رابطه ۹}$$

و در این صورت سود تولید کننده در هنگامی که محصولش وارانتی ندارد از درآمدهای ناشی از اصلاح محصول معیوب شده (فقط درصدی از محصولات معیوب که جهت اصلاح به تولید کننده باز گردانده می‌شوند) بدست می‌آید که برابر است با:

$$ke^{IW}.[c_b - c_m]n_m^* \quad \text{رابطه ۱۰}$$

حال برای تولید کننده ریسک گریزی که تابع مطلوبیتش افزایشی $U_m(Y)$ است، معادل قطعی سود را می‌توان از طریق رابطه ۱۱ بدست آورد:

$$U_m[pC_W - pN(W)e^{IW}c_t + (1-p)kN(W)e^{IW}(c_b - c_m)] = E[U_m ke^{IW}.(c_b - c_m)n_m^*] \times P[N_m(W) = n_m^*] \quad \text{رابطه ۱۱}$$

Archive of SID

www.SID.ir

از آنجایی که نرخ شکست تخمینی تولید کننده وابسته به زمان است، بنابراین می‌توان بصورت فرایند ناهمگن پواسان ($NHPP$) مدل سازی کرد که تابع نرخ شکستش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Lambda_m(x) = \lambda_m \beta_m (x)^{(\beta_m - 1)}$$ رابطه ۱۲

این رابطه تابعی افزایشی از x است. متذکر می‌شویم که این رابطه به نرخ شکست با توزیع وایبول دو پارامتری با $\beta_m > 1$ و $\lambda_m > 0$ مربوط می‌شود.

با توجه به اینکه محصولات مشابه هستند بنابراین با داشتن اطلاعات بیشتر در خصوص شکست محصول، تولید کننده می‌تواند احتمال بروز n_m شکست در طول دوره وارانتی برای هر یک از محصولات را طبق روابط زیر برآورد نماید:

$$Prob[N_m(W) = \mathrm{n_m}] = \frac{\{\int_0^W \Lambda_m(x)dx\}^{\mathrm{n_m}} . e^{-\int_0^W \Lambda_m(x)dx}}{n_m^*!}$$ رابطه ۱۳

$$E[N_m(W)] = \lambda_m^{\beta_m}(W^{\beta_m})$$ رابطه ۱۴

ریسک گریزی تولید کننده به صورت توابع مطلوبیت نمایی فرض می‌شود که در رابطه ۱۵ مشخص است:

$$U_m(Y) = e^{-r_m Y} \quad و \quad r_m > 0$$ رابطه ۱۵

که در این رابطه r_m به عنوان پارامتر ریسک بیانگر ترجیحات ریسک تولید کننده است. $r_m > 0$ نشان دهنده تولید کننده ریسک گریز بوده و $r_m < 0$ نشان دهنده تولید کننده ریسک پذیر است و نهایتا $r_m = 0$ نیز تولید کننده با ریسک خنثی را نشان می‌دهد. در توابع مطلوبیت نمایی، معیار ریسک گریزی مطلق[1] برای تمام Yها ثابت است. بدین معنی که تابع نمایی فقط ریسک گریزی ثابت را نشان می‌دهد. دلیل در نظر گرفتن ریسک گریزی ثابت

1- absolute risk aversion measure

Archive of SID

www.SID.ir

این است که بکارگیری توابعی که نمایانگر ریسک گریزی افزایشی تولید کننده و یا ریسک گریزی کاهشی تولید کننده (یا بالعکس) باشند موجب افزایش پیچیدگی‌های محاسباتی خواهد شد، اما پاسخ‌های بدست آمده در این حالت با پاسخ‌های ناشی از بکارگیری ریسک گریزی ثابت بسیار مشابه خواهد بود (موسکوویتز و پلانت، ۱۹۸۴).

سود تولید کننده برای محصول بدون وارانتی از رابطه $k[N(W)]e^{IW}.[c_b - c_m]$ بدست می‌آید. مطلوبیت سود مورد انتظار برای استراتژی‌های با وارانتی و بدون وارانتی و نقطه بی‌تفاوتی تصمیم تولید کننده در رابطه ۱۶ آمده است.

$$e^{-r_m[p(C_W-(\lambda_m W)^{\beta m}e^{IW}c_t)+(1-p)k(\lambda_m W)^{\beta m}e^{IW}(c_b-c_m)]} = \sum_{n_m=0}^{\infty} e^{-r_m e^{IW}(c_b-c_m)kn_m}.\frac{\{\int_0^W \lambda_m\beta_m x^{\beta_m-1}\}^{n_m^*}.e^{-\int_0^W \lambda_m\beta_m x^{\beta_m-1}}}{n_m^*!} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

اگر تفاوت میان هزینه‌های خریدار با تولید کننده برای اصلاح در هر بار شکست محصول $(c_b - c_m)$ را با c و نیز نسبت محصولات خریداری شده بدون وارانتی $(1\text{-}p)$ را با q نشان دهیم؛ در ضمن چنانچه شکست‌ها از فرایند ناهمگن پواسان پیروی کنند و از دو طرف معادله ۱۵ لگاریتم معکوس بگیریم، آنگاه می‌توان رابطه ۱۵ را بر اساس ۱۶مجدداً بازنویسی نمود و بنابراین رابطه جدید ۱۶ به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$-r_m\left[p\left(C_W-(\lambda_m W)^{\beta_m}e^{IW}c_t\right)+qk(\lambda_m W)^{\beta_m}e^{IW}c\right] = \ln\sum_{n_m=0}^{\infty} e^{-r_m e^{IW}ckn_m}.\frac{\left[(\lambda_m W)^{\beta_m}\right]^{n_m^*}.e^{-(\lambda_m W)^{\beta m}}}{n_m^*!} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

در نهایت رابطه ۱۷ به شکل زیر بسط داده می‌شود:

$$C_W = \frac{-1}{r_m p} ln \sum_{n_m=0}^{\infty} e^{-r_m e^{IW}ckn_m}.\frac{\left[(\lambda_m W)^{\beta_m}\right]^{n_m^*}.e^{-(\lambda_m W)^{\beta m}}}{n_m^*!} + \left[(\lambda_m W)^{\beta_m}e^{IW}c_t\right] - {}^{q}/_{p}\left[k(\lambda_m W)^{\beta_m}e^{IW}c\right] \quad \text{رابطه ۱۸}$$

Archive of SID

www.SID.ir

اعتبار سنجی مدل

در این قسمت تجزیه و تحلیل قیمت بهینه وارانتی توسط تولید کننده با توجه به ترجیحات ریسک تولید کننده، پارامترهای شکست، طول دوره وارانتی، و نرخ تورم و تنزیل ارائه می‌شود. برای تمام موارد ذیل فرض می‌شود که ۸۰٪ محصولات با وارانتی به فروش می‌روند و ۲۰٪ نیز بدون وارانتی هستند. بنابراین داریم: $p=0.8$ و $q=0.2$. در ضمن نرخ تورم برابر ۳۰٪ و نرخ بهره نیز برابر ۲۰٪ در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌کنیم پارامترهای فرایند ناهمگن پواسان برای تولید کننده $\lambda_m=0.325$ و $\beta_b=2$ است (این مقدار نشان می‌دهد که نرخ شکست با گذشت زمان افزایش می‌یابد). هزینه هر با تعمیر محصول معیوب برای خریدار $r_b=30$ و هزینه واقعی تولید کننده برای هر بار تعمیر $r_m=20$ بوده و نرخ بازگشت مشتریان بدون وارانتی برای اصلاح محصول برابر $k=0.1$ است.

تاثیر ترجیحات ریسک تولید کننده بر قیمت وارانتی

در اینجا پارامتر ریسک‌گریزی تولید کننده در بر گیرنده طیف وسیعی از ترجیحات ریسک وی از ۰/۰۵ تا ۱ می‌باشد. با افزایش پارامتر ریسک r_m، تولید کننده ریسک گریزتر می‌شود و چنانچه $r_m=0$ باشد تولید کننده ریسک خنثی است.

با اجرای مدل، جدول ۱ بدست می‌آید که نشان دهنده قیمت بهینه وارانتی برای تولید کننده بر اساس تغییرات پارامتر ریسک گریزی می‌باشد. به وضوح مشخص است که قیمت وارانتی همزمان با افزایش میزان ریسک گریزی تولید کننده افزایش می‌یابد و در صورت کاهش ریسک گریزی تولید کننده قیمت وارانتی نیز کاهش خواهد یافت. بنابراین هر چه تولید کننده ریسک گریزتر باشد قیمت بالاتری را برای وارانتی به خریدار پیشنهاد می‌دهد تا ریسک زیان را حداقل نماید.

جدول ۱- قیمت وارانتی برای مقادیر متفاوت ریسک گریزی تولید کننده

r_m	۰,۰۵	۰,۲۵	۰,۵۰	۰,۷۵	۰,۹۵
C_W	۲۱,۴۵	۲۱,۶۹	۲۲,۱۹	۲۳,۵۳	۳۳,۴۳

Archive of SID

www.SID.ir

تاثیر پارامترهای شکست بر قیمت وارانتی

در این قسمت مقادیر متفاوت برای نرخ شکست و پارامتر شکل در نظر گرفته می‌شود تا تاثیر آنها بر قیمت پیشنهادی وارانتی مشاهده شود. برای بررسی این موضوع مقدار λ_m بین ۰/۲ تا ۰/۴ و مقدار β_m نیز در در دامنه ۱ تا ۳/۵ تغییر می‌کند. مقدار پارامتر ریسک تولید کننده برابر $r_m=0.5$ خواهد بود. جدول ۲ حاصل اجرای مدل به ازای مقادیر مختلف است.

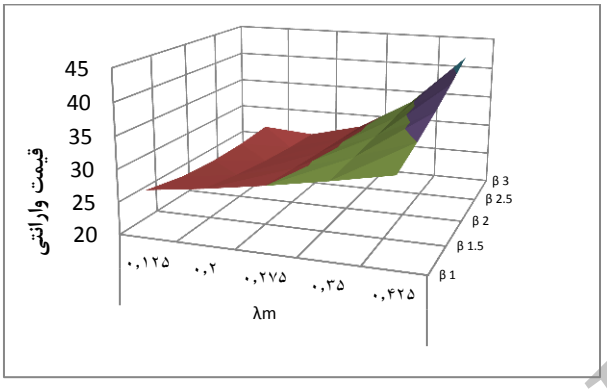
جدول ۲- قیمت وارانتی برای نرخ شکست و پارامتر شکل متفاوت

		β_m				
		۱	۱,۵	۲	۲,۵	۳
λ_m	۰,۲۰۰	۲۷,۳۶	۲۶,۲۰	۲۵,۷۳	۲۵,۸۰	۲۶,۲۹
	۰,۲۵۰	۲۸,۵۴	۲۷,۴۰	۲۶,۵۷	۲۵,۹۹	۲۵,۶۳
	۰,۳۰۰	۲۹,۹۶	۲۹,۳۶	۲۸,۸۲	۲۸,۳۲	۲۷,۸۷
	۰,۳۵۰	۳۱,۵۷	۳۱,۹۳	۳۲,۳۱	۳۲,۷۰	۳۳,۱۰
	۰,۴۰۰	۳۳,۳۴	۳۵,۰۳	۳۶,۹۵	۳۹,۱۱	۴۱,۵۵

شکل ۱ را می‌توان بر اساس جدول ۲ ترسیم نمود. با توجه به شکل کاملا مشخص است که قیمت پیشنهادی وارانتی توسط تولید کننده متناسب با افزایش نرخ شکست (λ_m) و پارامتر شکل (β_m) افزایش می‌یابد. در $\beta_m=1$ که بیانگر توزیع ثابت شکست است، قیمت وارانتی با افزایش نرخ شکست به آهستگی زیاد می‌شود در حالی که در $\beta_m=3$ قیمت وارانتی به سرعت زیاد می‌شود. دلیل چنین رفتاری این است که با داشتن نرخ شکست ثابت، افزایش عمر تاثیری بر بروز شکست ندارد اما برای β_m بالاتر افزایش عمر محصول بر قیمت وارانتی از دیدگاه تولید کننده تاثیر می‌گذارد.

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۱- تاثیر پارامترهای شکست بر قیمت وارانتی تولید کننده

تاثیر طول دوره وارانتی بر قیمت وارانتی

در این بخش از تجزیه و تحلیل، دامنه ای طول دوره وارانتی در نظر گرفته می‌شود تا تاثیر آن بر روی قیمت بهینه وارانتی مشاهده شود. برای انجام این تحلیل مقدار W بین ۲ تا ۴ سال متغیر خواهد بود. با در نظر گرفتن $r_m=0.5$ ، قیمت بهینه وارانتی برای تولید کننده در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳- تاثیر طول دوره وارنتی بر قیمت وارانتی تولید کننده

W	۲	۲,۵	۳	۳,۵	۴
C_W	۱۲,۴۹	۱۶,۵۶	۲۲,۱۹	۲۹,۷۸	۳۹,۳۰

تاثیر نرخ تورم و تنزیل بر قیمت وارانتی

وارد نمودن نرخ تورم و تنزیل علاوم بر افزایش پیچیدگی‌های مدل موجب می‌شود تا ارزش فعلی کل هزینه مورد انتظار برای وارانتی برای دوره‌های طولانی (معمولا بیشتر از یک سال) محاسبه شود. تغییر نرخ تورم و بهره و در نتیجه تغییر عامل ارزش فعلی هزینه‌ها قیمت پیشنهادی وارانتی تولید کننده را تغییر خواهد داد. در جدول ۴ تاثیر عامل ارزش فعلی هزینه‌های وارانتی بر روی میزان قیمت پیشنهادی وارانتی نشان داده شده است.

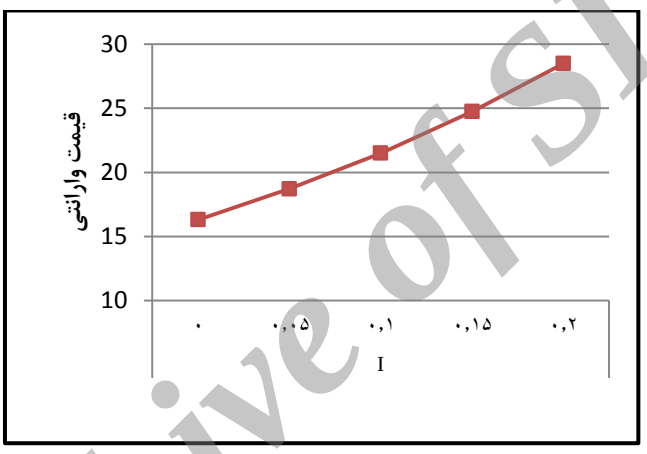
Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۴- تاثیر نرخ ارزش فعلی هزینه‌ها بر قیمت وارانتی

I	۰	۰,۰۵	۰,۱	۰,۱۵	۰,۲
C_W	۱۶,۳۰	۱۸,۷۱	۲۲,۱۹	۲۴,۷۴	۲۸,۴۹

شکل ۲ نیز تاثیر نرخ خالص ارزش فعلی هزینه‌های اصلاح محصول را برای تعداد شکست‌های مورد انتظار متفاوت نشان می‌دهد. همان طور که در جدول ۳ و شکل ۲ مشخص است با افزایش نرخ تورم قیمت بیشتری برای وارانتی محصول تعیین می‌شود.



شکل ۲- اثر نرخ تورم و تنزیل بر قیمت وارانتی

نتیجه گیری و پیشنهادها

در این مطالعه با در نظر گرفتن تاثیر ریسک گریزی تولیدکنندگان بر سطح قیمت وارانتی، مدل قیمت وارانتی PRW برای محصولاتی که دارای نرخ شکست وابسته به زمان هستند طراحی گردید. در مدل پیشنهادی با بکارگیری تابع مطلوبیت تولیدکننده برای سود ترجیحات ریسک وی در نظر گرفته شد. پس از ارائه مدل از یک مثال عددی برای اعتبار سنجی استفاده شد. تحلیل مدل نشان می‌دهد که هرچه تولیدکننده ریسک گریزتر باشد، قیمت بیشتری برای وارانتی تعیین می‌کند. تاثیر نرخ خالص ارزش فعلی هزینه‌های اصلاح بر روی قیمت پیشنهادی

Archive of SID

www.SID.ir

وارانتی نیزمورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصل از تحلیل مدل نشان می‌دهد هر چه نرخ تورم بیشتر باشد تولید کننده قیمت بالاتری را برای وارانتی محصول تعیین می‌کند. این مدل می‌تواند در هنگام تصمیم گیری تولید کنندگان برای تعیین قیمت وارانتی مفید باشد.

در مطالعات آتی پژوهشگران می‌توانند تاثیر بکارگیری انواع متفاوت توابع توزیع شکست را بر روی مدل بررسی کنند. به علاوه در مطالعه حاضر، نقش رقبا و نحوه قیمت گذاری آنها بر روی قیمت محصولات و وارانتی نادیده گرفته شده است. البته همان طور که پیش تر اشاره شد، به دلیل ویژگی‌های بازارهای امروزی و مشابه بودن محصولات، ویژگی‌های جانبی محصول مانند قیمت وارانتی، خدمات پس از فروش، و ... در انتخاب محصول نقش بسزایی دارند و بنابراین تولید کنندگان در هنگام تعیین قیمت نهایی محصول (که شامل قیمت وارانتی نیز می‌باشد) می‌بایست سیاست‌های رقبا و قیمت‌های آنان را نیز در نظر بگیرند. لذا پیشنهاد می‌شود در مطالعات بعدی علاوه بر متغیرهای موجود نقش سیاست‌های رقبا نیز به صورت یک متغیر تصمیم در نظر گرفته شود و یا به صورت یک رویکرد نظریه بازی برای تعیین قیمت بهینه وارانتی ارائه گردد.

Archive of SID

www.SID.ir

منابع

سرمد، ز.، بازرگان، ع.، حجازی، ا. (۱۳۹۴). روش‌های تحقیق در علوم رفتاری. نشر آگه (چاپ ۲۸)، تهران.

نصراللهی، م.، اصغری زاده، ع.، جعفر نژاد، ا.، و صنیعی منفرد، م.ع. (۱۳۹۳). توسعه سیاست جدید وارانتی PRW برای برآورد هزینه‌ها. مدیریت صنعتی ۶(۱). ۱۲۷-۱۴۰.

نصراللهی، م.، اصغری زاده، ع. (۱۳۹۵). مدل تعیین قیمت وارانتی PRW با خریداران ریسک گریز. پژوهش‌های مدیریت در ایران ۲۰(۱). ۱۳۱-۱۵۴.

Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (1992). Product warranty management I: Taxonomy for warranty policies. European Journal of Operational Research 62, 127-148.

Blischke, W.R. & Murthy, D.N.P. (1995), Product Warranty Handbook, Marcel Dekker, Inc. New York.

Boom, A. (1998). Product risk sharing by warranties in a monopoly market with risk-averse consumers. Journal of Economic Behavior & Organization 33, 241-257.

Chirstozov, D., Chukova, S. & Mateev, P. (2009). On two types of warranties: warranty of malfunctioning and warranty of misinforming. Asia-Pacific Journal of Operational Research 26(3), 399-420.

Chun, Y.H. & Tang, K. (1995). Determining the optimal warranty price based on the producer'sand customers' risk preferences. European Journal of Operational Research 85, 97-110.

Eshraghnia Jahromi, A. & Vahdani, H. (2009). Replacement-Repair Policy Based on a Simulation Model for Multi-State Deteriorating Products Under Warranty. Transaction E: Industrial Engineering 16(1), 26-35.

Giri, B.C. & Bardhan, S. (2011). Coordinating a two-echelon supply chain under inflation and time value of money. International Journal of Industrial Engineering Computations 2. 811-818.

Huang, H.Z., Liu, Z.J., Li, Y., Liu, Y. & He, L. (2008). A warranty cost model with intermittent and heterogeneous usage. Maintenance and reliability 4, 9-15.

Jung, K.M., Park, M, & Park, D.H. (2015). Cost optimization model following extended renewing two-phase Warranty, Computers & Industrial Engineering 79, 188–194.

Archive of SID

www.SID.ir

Li, Y.K. (2000), Jensen's Inequality, Mathematical Excalibur 5(4), 1-4.

Moskowitz, H. & Plante, R. (1984). Effect of Risk Aversion on Single Sample Attribute Inspection Plans. Management Science, 30(10), 1226-1237.

Murthy, D.N.P. & Blischke, W.R. (1992), Product warranty and management II: An integrated framework for study. European Journal of Operational Research 62, 261-281.

Murthy, D. N. P., & Djamaludin, I. (2002). New product warranty: A literature review. International Journal of Production Economics, 79, 231–260.

Padmanabhan, V. & Rao, R.C. (1993). Warranty policy and extended service contracts: Theory and an application to automobiles. Marketing Science 12(3), 230-247.

Pandey, R.K. & Gupta, S. (2011). Supply Chain Inventory Model with Time Dependent Demand for Decaying Items under Inflation. International Transactions in Applied Sciences 3(1), 122-130.

Park, M. & Pham, H. (2016). Cost models for age replacement policies and block replacement policies under warranty, Applied Mathematical Modelling 40, 5689-5702.

Popovic, V., Stamenkovic, D. & Rakicevic, B. (2012). Choosing the Right Warranty Policy – from the Customer's to the Manufacturer's Point of View. International Journal of Applied Physics and Mathematics 2(5), 333-335.

Rahman, A & Chattopadhyay, G. (2010). Modeling risks to manufacturer and buyer for lifetime warranty policies. International Journal of Management Science and Engineering Management, 5(3), 203-209.

Ritchken, P.H. & Tapiero, C.S. (1986) Warranty design under buyer and seller risk aversion, Naval Research Logistics Quarterly 33, 657-671.

Sarker, B.R., Jamal, A.M.M. & Wang, S., (2000), Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payment, Computers & Operations Research 27, 59-75

Stamenković, D., Popović, V., Spasojević-Brkić, V. & Radivojević, J. (2011). Combination free replacement and pro-rata warranty policy optimization model. Journal of Applied Engineering Science 9(4), 457-464.

Archive of SID

www.SID.ir

Thomas, M.U. (2010).Warranty Modeling. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, edited by James J. Cochran. John Wiley & Sons, Inc.

Thomas, M.U. & Rao, S.S (1999). Warranty economic decision models: A summary and some suggested directions for future research. Operations research 47(6), 807-820.

Wang, Y., Liu, Z. & Liu, Y. (2015). Optimal preventive maintenance strategy for repairable items under two-dimensional warranty, ReliabilityEngineeringandSystemSafety142, 326–333.

Yang, D., He, Z. & He, S. (2016). Warranty claims forecasting based on a general imperfect repair model considering usage rate, Reliability Engineering and System Safety 145, 147-154.

Yeh, C.W. & Fang, C.C., (2014) Optimal pro-rata warranty decision with consideration of the marketing strategy under insufficient historical reliability data, International Journal of Advanced Manufacturing and Technology 71,1757–1772.

Zhou, Z., Li, Y. & Tang, K. (2009). Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime. European Journal of Operational Research 196, 940–948.

Zolbec, S. (2004). Jensen's Inequality for Nonconvex Functions, Mathematical Communications 9, 119-124.

Archive of SID

www.SID.ir