

ارائه رویکردی مبتنی بر برنامه‌ریزی تصادفی و زنجیره مارکوف به منظور بهینه‌سازی بازتولید و برون‌سپاری در زنجیره تامین

عادل آذر*، میثم شهبازی**، علی امیری***

تاریخ دریافت: ۹۷/۱/۲۷

تاریخ پذیرش: ۹۷/۶/۷

چکیده

در این تحقیق رویکردی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی به منظور بهینه‌سازی مسئله برون‌سپاری در زنجیره تامین ارائه شده است. در این رویکرد در ابتدا مدل ریاضی مسئله تشریح شده و سپس به منظور حل مسئله تئوری زنجیره‌های مارکوف تشریح شده است. تابع هدف مسئله شامل کمینه‌سازی هزینه‌های خرید، برون‌سپاری و تقاضای از دست رفته است. به منظور حل مسئله از سه الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، گرگ خاکستری و شیرمورچه استفاده شده که پس از بررسی نمودهای عددی، الگوریتم گرگ خاکستری بالاترین سطح عملکرد را دارا است. به منظور گسترش ابعاد کاربردی تحقیق در شرایط دنیای واقعی، یک شرکت تولید کننده عایق‌های فشارقوی به‌عنوان مورد مطالعاتی تحقیق در نظر گرفته شده است.

کلمات کلیدی: برون‌سپاری در زنجیره تامین؛ برنامه‌ریزی ریاضی؛ الگوریتم ژنتیک؛ الگوریتم گرگ خاکستری؛ الگوریتم شیرمورچه

* استاد دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه تربیت مدرس (نویسنده مسئول) azara@modares.ac.ir

** استادیار دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه تهران

*** دانشجوی دکتری دانشگاه تهران

مقدمه

دستیابی به مزیت رقابتی از طریق افزایش راهبرد تمایز چالش بزرگی است که سازمان‌ها با آن مواجه هستند و باید با افزایش کارایی، استفاده از فناوری‌های جدید و کسب مهارت‌های مدیریتی به آن دست یابند. بنابراین به منظور دستیابی به مزایای بیشتر بسیاری از سازمان‌ها به برون سپاری فعالیت‌های خود اقدام نموده و بهبود کیفیت محصولات و خدمات خود را مدنظر قرار داده‌اند [۱].

تولیدکنندگان ممکن است داوطلبانه و یا تحت اجبار لجستیک معکوس را انتخاب نمایند؛ اما باید لزوماً تصمیم بگیرند که آیا عملیات موردنیاز را خودشان انجام دهند و یا برون سپاری به یک مجموعه یا شخص ثالث نمایند [۲] و [۳]. تولیدکننده‌ها دارای سه گزینه فوق هستند: انجام هیچ فرایندی، توسعه سیستم لجستیک معکوس توسط نیروهای خود، و یا پیدا کردن یک ارائه دهنده تدارکات ثالث و همکاری با آن‌ها در اجرای عملیاتی تصمیم [۴]. داگرتری و دروگ^۱ مشاهده کردند که تصمیمات برون سپاری بر مبنای عوامل کیفی و کمیتی مختلفی است و ساختار سازمانی تأثیر قابل توجهی بر تصمیمات برون سپاری عملکرد لجستیک معکوس دارد [۵].

اینسیگنا و ورل^۲ پیشنهاد کردند که شرکت‌ها باید فعالیت‌هایی که در آن‌ها قابلیت‌های داخلی ضعیف دارند و امکان دستیابی به مزیت رقابتی کم است، برون سپاری نمایند [۶]. بویزون و همکاران^۳ اشاره کردند که تصمیم به برون سپاری بر اساس رشد سود و افزایش تمرکز بر قابلیت‌های اصلی هدایت می‌شود [۷]. آرنولد^۴ بین فعالیت‌های اصلی، فعالیت‌های اصلی هسته، فعالیت‌های متمایز هسته‌ای و فعالیت‌های از دست دادنی تمایز قائل شده است. فعالیت‌های اصلی دارای بالاترین میزان مشارکت در رقابت هستند، درحالی‌که فعالیت‌های از دست دادنی، حداقل سهم را دارند [۸].

-
1. Daugherty and Droge
 2. Insigna and Werle
 3. Boyson et al
 4. Arnold

استراتژی برون سپاری با میزان مشارکت در رقابت، تغییر می‌کند. وو و همکاران^۱ بیان کردند که اگر فعالیت‌های لجستیک معکوس بخشی از فعالیت‌های اصلی نباشند، آنگاه ممکن است برون سپاری شوند [۹]. سراتو و همکاران^۲ دریافتند که صنعتی با متغیر بازگشت بالا و چرخه عمر محصول کوتاه باید فعالیت‌های لجستیک معکوس را به دلیل کاهش قابلیت‌های اقتصادی لجستیکی خود برون سپاری نماید [۱۰]. کو و اوانز^۳ مشاهده کردند که زیرساخت‌های ویژه‌ای که نیاز به سیستم‌های اطلاعات خاص برای ردیابی و گرفتن داده‌ها، تجهیزات اختصاصی برای پردازش بازده‌ها و فرایندهای تولید غیرمتخصص آموزش دیده دارند، دلایل اصلی برون سپاری هستند [۱۱]. پگل و همکاران^۴ پیش‌بینی کردند که تولیدکنندگان ممکن است در ابتدا راهبردهای ارزان قیمت را اتخاذ کنند، اما آن‌ها راه‌های دیگری مانند دمونتاز در داخل را برای حفاظت از مالکیت معنوی در مرحله بعد در نظر خواهند گرفت [۱۲].

کانن و همکاران^۵ دلایل اصلی برون سپاری را خلاصه کردند، از جمله قابلیت‌های سیستم اطلاعاتی پیچیده، تجهیزات حمل و نقل و حمل و نقل مواد، تجهیزات و امکانات انبارداری ارائه‌دهندگان تدارکات برون سپاری شده [۱۳]. هاسکرافت و همکاران^۶ همچنین بر استفاده از فناوری اطلاعات برای اثربخشی هزینه تدارکات معکوس تأکید کرد [۱۴]. این مطالعات دلایل و سناریوهایی را توضیح می‌دهد که در آن عملکرد لجستیک معکوس برای برون سپاری در نظر گرفته می‌شود و عمدتاً تمرکز بر برون سپاری کل عملیات می‌باشد. با این حال، هیچ مطالعه جامعی در مورد روند برون سپاری بخشی از این عملکرد یافت نشد. برای مثال، بازرسی، مرتب‌سازی ممکن است برون سپاری شود که احتمالاً به یک شرکت کمک کند که به طور مستقیم محصولات را برای بازیافت یا بازسازی تولید کند [۱۵].

هنگامی که یک شرکت برای برون سپاری برخی از عملیات لجستیک معکوس خود را در نظر بگیرد، متدولوژی‌ها و مدل‌هایی که توسط محققان برای تصمیم‌گیری برون سپاری

1. Wu et al
2. Serrato et al
3. Ko and Evans
4. Pagell et al
5. Kannan et al.
6. Huscroft et al

طراحی شده‌اند راه گشا خواهند بود. کرومویده و شو^۱ یک چارچوب تصمیم‌گیری برای برون‌سپاری خدمات حمل‌ونقل را توسعه دادند. آن‌ها مطالعه یک شرکت جهت تصمیم‌گیری برون‌سپاری از طریق ارزیابی بازار، مشتریان و رقبا، انجام دادند [۱۶]. اردوبادی^۲ یک مدل تصمیم‌گیری چندمرحله‌ای برای تحلیل استراتژیک و اقتصادی برون‌سپاری بازیافت یا بازسازی تولید کرد [۱۷]. برن و همکاران^۳ چارچوبی مفهومی برای گزینه‌های برون‌سپاری بخش خرده‌فروشی با در نظر گرفتن اعتماد، قدرت، تأثیر بر عملکرد سازمانی، هزینه‌های کیفیت، تکنیک‌های اجتناب و عملکرد سازمانی نهایی از نظر رضایت مشتری و عملکرد پایین‌تر پیشنهاد داد [۱۸]. این چارچوب، فاکتورهای کیفی را به طور جامع برای برون‌سپاری در بخش خرده‌فروشی بررسی می‌کند.

مافیکشی و نصیری^۴ به مسئله اشتراک درآمد در لجستیک معکوس پرداختند تا مسائل تصمیم‌گیری هماهنگ‌سازی اعضاء را بیان کنند [۱۹]. آن‌ها بر همکاری افقی بین شرکت‌هایی که فعالیت و عملیات لجستیک معکوس را به اشتراک می‌گذارند تأکید کردند. تعدادی از مطالعات نیز بر انتخاب بخش مناسب جهت برون‌سپاری تأکید دارند [۲۰] و [۲۱] و [۲۲]. در جدول زیر ادبیات موضوعی عدم قطعیت مرور شده است.

-
1. Krumwiede and Sheu
 2. Ordoobadi
 3. Bernon et al
 4. Mafakheri and Nasiri

جدول (۱): مروری بر تحقیقات انجام شده مرتبط با حوزه تحقیق

کاربرد	رویکرد عدم قطعیت	محصول	ساختار شبکه	سال	مراجع
مثال عددی	مدل سیستم داینامیک	چندمحصولی	معکوس	۲۰۰۹	[۲۱]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۰۹	[۲۳]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	تک‌محصولی	پیشرو-معکوس	۲۰۱۰	[۲۴]
مثال عددی	برنامه‌ریزی فازی	تک‌محصولی	معکوس	۲۰۱۰	[۲۵]
مطالعه موردی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۰	[۲۶]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی پویا	تک‌محصولی	معکوس	۲۰۱۲	[۲۷]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	پیشرو-معکوس	۲۰۱۳	[۲۸]
مطالعه موردی	روباست	تک‌محصولی	معکوس	۲۰۱۳	[۲۹]
مثال عددی	شبیه‌سازی فازی گری ^۱	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۳	[۳۰]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۴	[۳۱]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۴	[۳۲]
مثال عددی	برنامه‌ریزی فازی	تک‌محصولی	معکوس	۲۰۱۶	[۳۳]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	پیشرو-معکوس	۲۰۱۶	[۳۴]
مثال عددی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۶	[۳۵]
مطالعه موردی	برنامه‌ریزی تصادفی	چندمحصولی	معکوس	۲۰۱۷	[۳۶]
مثال عددی	برنامه‌ریزی فازی	چندمحصولی	پیشرو-معکوس	۲۰۱۷	[۳۷]

با توجه به مفاهیم ارائه‌شده در مقدمه، لازم است به بررسی تطابق مسئله تحقیق با ساختار زنجیره‌های مارکوف پرداخته شود. همان‌طور که از اصول ساختار زنجیره‌های مارکوف برمی‌آید، اساساً مسئله این پژوهش دارای ساختاری تصادفی بوده مطابق با خاصیت مارکوف، توزیع احتمال شرطی برای سیستم در مرحله بعد فقط به حالت فعلی سیستم بستگی داشته و به حالت‌های قبل بستگی ندارد. چون پارامترهای سیستم به صورت تصادفی تغییر می‌کند به‌طورکلی پیش‌بینی حالت سیستم مطرح‌شده در مسئله مانند زنجیره مارکوف در نقطه‌ای

¹ grey fuzzy simulation

خاص در آینده غیرممکن است. بنابراین می‌توان گفت که مسئله بیان‌شده در این تحقیق دارای ساختاری منطبق با ساختار زنجیره‌های مارکوف است.

۱-۱- تعریف مسئله

اگر u برداری با n مؤلفه و A یک ماتریس $n \times n$ باشد، آنگاه می‌توان حاصل ضرب $u.A$ را تشکیل داد که خود نیز یک ماتریس $1 \times n$ (یک بردار سطری) است. اگر ضرب $u \neq 0$ در A از طرف چپ، u را تغییر ندهد، u را نقطه یا بردار ثابت A می‌نامند. این شرایط را می‌توان در رابطه زیر نشان داد.

$$u.A = u \quad (1)$$

در این حالت به ازای هر مقدار عددی $k \neq 0$ ، نیز رابطه زیر برقرار است.

$$\begin{aligned} (ku)A &= k(uA) \\ &= ku \end{aligned} \quad (2)$$

یعنی اگر u بردار ثابت ماتریس A باشد، آنگاه ku هر مضرب عددی غیر صفر از u ، نیز برداری ثابت برای A خواهد بود. به‌عنوان مثال اگر ماتریس A به صورت $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ تعریف شود آنگاه، بردار $u = (2, -1)$ نقطه ثابت A خواهد بود. دلیل این امر را می‌توان در رابطه زیر مشاهده کرد.

$$uA = (2, -1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$uA = (2 \times 2 - 1 \times 2, 2 \times 1 - 1 \times 3) \quad (4)$$

$$uA = (2, -1) = u \quad (5)$$

بردارهای احتمال و ماتریس‌های تصادفی

اگر مولفه‌های بردار $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ نامنفی و برابر با ۱ باشد، u بردار احتمال نیز نامیده می‌شود. چنانچه هر یک از سطرهای ماتریس مربع $P = p_{ij}$ یک بردار احتمال باشد، آنگاه P یک ماتریس احتمال خواهد بود. اگر A و B ماتریس تصادفی باشند، آنگاه $A.B$

نیز یک ماتریس تصادفی است. بنابراین در حالت خاص، تمام توان‌های آن یعنی A^n نیز ماتریس‌های تصادفی خواهند بود.

ماتریس‌های تصادفی منظم

ماتریس تصادفی P را ماتریس تصادفی منظم گویند هرگاه تمام درایه‌های توانی آن، مثل P^m مثبت باشند. به‌عنوان مثال ماتریس تصادفی $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ یک ماتریس منظم است. اگر P یک ماتریس تصادفی منظم باشد، آنگاه دارای بردار احتمال ثابت یکتایی نظیر t خواهد بود که تمام مولفه‌های آن مثبت خواهند بود. در این حالت رشته $P, P^1, P^2, \dots, P^n, \dots$ از توان‌های P به ماتریس احتمال T میل می‌کند. که هر کدام از سطرهای آن یک نقطه ثابت t است. به همین صورت می‌توان گفت که اگر p بردار احتمال باشد، رشته $p, p^1, p^2, \dots, p^n, \dots$ به سمت نقطه ثابت t همگرا خواهند شد. اگر P^n به سمت T میل کند، به این معنی است که هر درایه P^n به درایه متناظر در T همگرا می‌شود. به طور مشابه هر مؤلفه p^n نیز به مؤلفه متناظر در t میل می‌کند. برای مثال ماتریس منظم $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ دارای یک بردار احتمال ثابت یکتا و دو مولفه‌ای است که می‌توان آن را به صورت $t = (x, 1-x)$ نشان داد. بنابراین اگر $tP = t$ باشد، آنگاه t یک بردار احتمال ثابت یکتای P خواهد بود. برای یافتن مولفه‌های بردار t باید $tP = t$ اثبات و حل شود.

$$(x, 1-x) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = (x, 1-x) \quad (6)$$

بدین ترتیب، $t = \left(\frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ بردار احتمال ثابت یکتای P است و رشته
 $T = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ به ماتریس $P, P^1, P^2, \dots, P^n, \dots$ میل می‌کند که هر سطر آن بردار t
 است.

زنجیره‌های مارکوف

در علم برنامه‌ریزی تصادفی، زنجیره‌های مارکوف در دو دیدگاه بسیار مهم مورد بررسی قرار
 می‌گیرد. اول آنکه دارای ساختار عملی و اثبات‌های منطقی بوده و دوم آن که در بسیاری از
 مسائل و پدیده‌های طبیعی صدق می‌کند. از این رو از ویژگی‌های زنجیره‌های مارکوفی می-
 توان برای تحلیل مسائل بسیار گسترده از جمله مسائل موجود در صنایع استفاده نمود. در ادامه
 به تشریح زنجیره‌های مارکوفی و خواص آن اشاره می‌شود.

زنجیره‌های مارکوفی

فرض کنید $\{X_n\}$ یک فرآیند تصادفی و $\{S_n\}$ حالات فرآیندهای تصادفی را نشان
 دهد. گفته می‌شود، فرآیند در ویژگی مارکوف صدق می‌کند هرگاه رابطه زیر برقرار باشد.

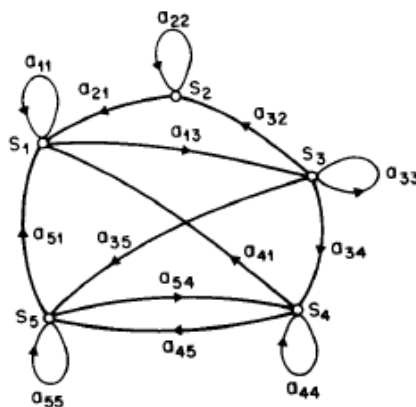
$$\begin{aligned} P[X(n+1) = S(n+1) | X(n) = S(n), X(n-1) \\ = S(n-1), \dots, X(0) = S(0)] \\ = P[X(n+1) = S(n+1) | X(n) = S(n)] \end{aligned} \quad (7)$$

همان‌طور که قبلاً بیان شد هرگاه در یک سیستم یا فرآیند، ویژگی فوق صدق کند، آن
 سیستم یا فرآیند را سیستم یا فرآیند مارکوفی گویند. اصطلاح زنجیره نیز بیان‌گر این موضوع
 است که هر رویداد تنها به رویداد قبل از خود وابسته است. زنجیره مارکوف به‌عنوان یک
 روش حافظه‌دار شناخته می‌شود و طول حافظه مورد استفاده را مرتبه زنجیره گویند.

زنجیره مارکوف گسسته

یک سیستم مانند شکل زیر را در نظر بگیرید که در هر لحظه در یکی از حالت متمایز S_1, S_2, \dots, S_n است. در زمان‌های گسسته و با فواصل منظم، حالت سیستم با توجه به مجموعه‌ای از احتمالات تغییر می‌کند. برای زمان‌های $t = 1, 2, 3, \dots$ حالت در لحظه t با q_t نشان داده می‌شود. برای یک توصیف مناسب از سیستم فعلی نیاز به دانستن حالت فعلی در کنار تمام حالات قبلی می‌باشد. برای یک حالت خاص از زنجیره مارکوف مرتبه اول، توصیف احتمالاتی تنها با حالت فعلی و حالت قبلی مشخص می‌شود.

$$\begin{aligned} P(q_t = S_j | q_{t-1} = S_i, q_{t-2} = S_k, \dots) \\ = P(q_t = S_j | q_{t-1} = S_i) \end{aligned} \quad (8)$$



حال تنها فرآیندهایی در نظر گرفته می‌شود که در آن‌ها سمت راست رابطه فوق مستقل از زمان است و به همین دلیل مجموعه‌ای از احتمالات انتقال بین حالت‌ها موجود خواهد بود.

$$a_{ij} = P(q_t = S_j | q_{t-1} = S_i) \quad 1 \leq i, j < N \quad (9)$$

که در آن احتمال انتقال بین حالات دارای خواص زیر است.

$$a_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1 \quad (11)$$

فرایند تصادفی فوق را مدل مارکوف قابل مشاهده می گویند، زیرا خروجی مدل مجموعه‌ای از حالات است که قرار گرفتن در آن‌ها متناظر با یک مشاهده می‌باشد. می‌توان دنباله مشاهدات مورد انتظار را تولید کرده و احتمال وقوع آن در زنجیره مارکوف را محاسبه کرد. برای مثال با داشتن دنباله مشاهدات $O = \{q_1, \dots, q_t\}$ احتمال وقوع آن به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} P(O|Model) &= P(\{q_1, \dots, q_t\}|Model) \\ &= P(q_1)P(q_2|q_1)P(q_3|q_2) \dots P(q_t|q_{t-1}) \end{aligned} \quad (12)$$

یکی دیگر از مواردی که مطرح می‌شود، این است که اگر سیستم در حالت q_i باشد، با چه احتمالی به حالت q_j می‌رود و با چه احتمالی در همان حالت q_i باقی می‌ماند.

زنجیره مارکوف پیوسته

در بخش قبل به بررسی زنجیره مارکوف به صورت گسسته پرداخته شد. اگر چه می‌توان با چندی سازی، تمام فرآیندهای پیوسته را به فرآیندهای با دنباله مشاهدات گسسته تبدیل نمود، اما این کار ممکن است باعث افت مدل شود. در زنجیره مارکوف پیوسته، احتمال قرار گرفتن مشاهدات در یک حالت را با توابع چگالی احتمال نشان می‌دهند. در این شرایط برای هر حالت i و ورودی O ، احتمال مشاهده $b_i(O)$ به صورت یک توزیع شامل M مخلوط نشان داده می‌شود:

$$b_i(O) = \sum_{m=1}^M G_{im} \mathcal{R}(O, \mu_m, U_m) \quad \begin{matrix} i \leq 1 \\ \leq N \end{matrix} \quad (13)$$

که در آن c_{im} ضریب مخلوط m ام است و \mathcal{R} می‌تواند هر تابع چگالی باشد. ضرایب مخلوط فوق باید محدودیت‌های زیر را داشته باشند:

$$\sum_{R=1}^M c_{iR} = 1 \quad i \leq 1 \leq N \quad (14)$$

$$c_{im} \geq 0 \quad \begin{matrix} i \leq 1 \leq N, i \\ \leq 1 \leq M \end{matrix} \quad (15)$$

احتمال انتقال بالاتر

درایه p_{ij} در ماتریس انتقال P از زنجیره مارکوف، معرف احتمال تغییر سیستم از حالت a_i به حالت a_j برای یک مرحله است. حال اگر زنجیره مارکوف از مرتبه n باشد، p_{ij}^n بیانگر تغییر وضعیت سیستم از a_i به a_j در مرحله n است. بنابراین، ماتریس P^n را ماتریس انتقال n مرحله‌ای گویند.

اگر P در فرآیند مارکوف، ماتریس انتقال و $p = (p_i)$ توزیع احتمال دستگاه در یک وضعیت زمانی دلخواه باشد، آنگاه p بیانگر توزیع احتمال سیستم برای یک مرحله و p^n نشان‌دهنده توزیع احتمال سیستم برای n مرحله بعد خواهد بود. به همین ترتیب خواهیم داشت.

$$p^{(1)} = p^{(0)}P, p^{(2)} = p^{(1)}P, p^{(3)} = p^{(2)}P, \dots, p^{(n)} = p^{(n-1)}P \quad (16)$$

توزیع ماندگار زنجیره‌های منظم مارکوف

اگر ماتریس انتقال P در زنجیره مارکوف منظم باشد، دنباله ماتریس‌های انتقال n, P^n به ماتریس T که تمام سطرهای آن بردار ثابت احتمال یکتایی مثل t از ماتریس P می‌باشد، همگرا می‌شود. بنابراین احتمال p_{ij}^n در مورد اینکه a_j برای مقادیر بزرگ n رخ دهد، از حالت اولیه a_i مستقل بوده و به سمت مؤلفه t_j از بردار احتمال ثابت یکتای t ماتریس P برابر است. بنابراین می‌توان گفت که اثر حالت اولیه یا توزیع احتمال اولیه فرآیند با افزایش تعداد

مراحل فرآیند به تدریج از بین می‌رود. علاوه بر این، هر دنباله‌ای از توزیع‌های احتمال به سمت بردار احتمال t از P میل می‌کند. این نوع توزیع را توزیع ماندار زنجیره مارکوف گویند.

الگوریتم مدل‌سازی بازتولید با رویکرد برون‌سپاری با استفاده از زنجیره مارکوف

با توجه به مفاهیم ارائه‌شده، در این بخش به تشریح مدل‌سازی مسئله مورد بحث در این تحقیق پرداخته می‌شود.

گام نخست: یکی از مهم‌ترین مراحل برای استفاده از الگوریتم زنجیره مارکوف، تعیین فضای حالت بر مبنای متغیرهای مسئله است. در این تحقیق متغیرهای مورد استفاده شامل میزان تولید که از تفاوت مقدار تقاضا و مقدار کمبود از دست رفته محاسبه می‌شود، میزان برون‌سپاری و میزان خرید است. در نتیجه فضای حالت دارای ۳ متغیر است که بنا به مقادیر مختلف دارای حالات نامتناهی هستند.

گام دوم: داده‌های مورد استفاده در این مدل‌سازی، مقادیر مختلف برای متغیرهای مورد نظر است. موضوع مهم در مدیریت سیستم‌های تولیدی، توجه به متغیرهای مربوط به سیستم انبارگردانی خرید و موجودی اولیه است. این موضوع از آن جهت دارای اهمیت است که همواره بخش زیادی از هزینه‌های هر سیستم تولیدی به هزینه راکد ماندن مواد برمی‌گردد. در حقیقت در بسیاری از صنایع، سیستم تولید به صورت مناسب طراحی شده است. میزان فروش هم در سطح قابل قبولی مدیریت می‌شود، اما همچنان حاشیه سود راضی‌کننده نیست. دلیل اصلی این مشکل را باید در انبارها جستجو کرد. متأسفانه برآورد هزینه دپو کردن محصولات اولیه، محصولات نیمه ساخته و محصولات نهایی کاری دشوار است؛ چراکه به پارامترهای بسیاری مانند نرخ تورم، شاخص‌های مالی و غیره وابسته است. بنابراین ضروری است همواره به سطح موجود انبارها توجه ویژه شود. در این تحقیق این مهم از طریق محاسبه مقدار ماده اولیه در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، در سیستم‌های تولید نوین، تلاش بر آن است که محصولات اولیه به محض خرید وارد روند تولید شوند. این موضوع باعث کاهش مستقیم هزینه‌های انبارگردانی و هزینه‌های نگهداری موارد می‌شود. در این تحقیق فرض بر این است

که مقدار ماده اولیه هم‌ارز خرید مواد اولیه و مواد قابل نگهداری در انبارها است. بنابراین سطح هزینه‌های سیستم در این بخش از طریق حاصل ضرب مقدار ماده اولیه برای هر محصول در هزینه خرید و نگهداری آن محاسبه می‌شود.

اما مسئله مورد توجه در ساختار این تحقیق، وجود ساختار زنجیره حلقه بسته در مسئله است. این موضوع می‌تواند دامنه کاربرد تحقیق را تا حد بسیار زیادی گسترش دهد. در این تحقیق متغیرهای سطح مواد مرجوعی به محاسبه هزینه‌های مربوط به برگشت کالا در سیستم می‌پردازد.

گام سوم: در این بخش، ساختار مسئله تحقیق به صورت کامل تشریح می‌شود. سیستم تولید مورد بررسی شامل یک تأمین‌کننده و تعدادی مشتری است، این مشتری بیان‌گر همان تقاضاها هستند. تأمین‌کننده به منابع نامحدود مواد خام دسترسی دارد.

مشتریان این سیستم که در واقع همان تقاضاها هستند، از یک جمعیت نامحدود و بر اساس فرآیند پواسون با نرخ λ به تولیدکننده مراجعه می‌کنند، و در صورت وجود مواد اولیه در انبار و ظرفیت خالی در سیستم، در صف انتظار قرار می‌گیرند. در غیر این صورت، تقاضای آنها به صورت فروش از دست‌رفته است. برای تکمیل سطح موجودی در تولیدکننده، از سیستم $(S-1, S)$ استفاده می‌شود. در این سیستم همواره مدیران کارخانه، سعی دارند مقدار موجودی اولیه خود را در سطح S حفظ کنند. به محض اینکه مقدار موجودی از سطح S به سطح $S-1$ رسید، مقدار مورد نیاز کالای اولیه خریداری و به انبار تزریق می‌شود. به طور مشابه برای سیستم برون‌سپاری نیز از سیستم پیشنهادی $(C+1, C)$ استفاده می‌شود. در این حالت نیز به محض اینکه تعداد کالاهای تولیدی مورد نیاز از سطح C (ظرفیت تولیدکننده) بیشتر شود، کالاهای اضافی برون‌سپاری شده تا دوباره تعداد تقاضاها به سطح ظرفیت تولید کننده برگردد.

مدت زمان لازم جهت دریافت مواد خام از تأمین‌کنندگان، دارای توزیع نمایی با پارامتر β است. متوسط مدت زمان لازم برای تولید یک محصول نیز دارای توزیع نمایی با پارامتر μ است. فرض می‌شود که کالاهای فروخته شده با نرخ θ به صورت کالای مرجوعی در نظر

گرفته می‌شود. در این تحقیق، هدف یافتن مقدار بهینه سطح انبار (S)، مقدار برون‌سپاری (C) و سطح تولید (N) محصول است.

گام چهارم: در این گام ساختار جبری مسئله تشریح می‌شود. سیستم تولید مورد بحث در این تحقیق به صورت زنجیره مارکوف با حالت (i, j) در نظر گرفته می‌شود. بدین منظور ساختار زیر ارائه می‌شود.

$$\{(i, j), 0 \leq i \leq S + 1, 0 \leq j \leq N, 0 \leq i \leq C - 1\} \quad (17)$$

که در آن i معرف تعداد کالاها و j معرف تعداد تقاضا است. با توجه به ساختار بیان‌شده، در این مسئله حالات زیر رخ می‌دهد.

۱) ورود یک تقاضا به سیستم باعث تغییر حالت از (i, j) به $(i, j + 1)$ می‌شود. این تغییر حالت با نرخ λ رخ می‌دهد.

۲) با بازگشت یک کالا (کالای مرجوعی)، سیستم از حالت (i, j) به حالت $(i, j + 1)$ تغییر می‌یابد. اگر محصول مجدد به سیستم تولید بازگردد این تغییر با نرخ $\theta(i - 1)$ و در غیر این صورت با نرخ θi است.

۳) تولید یک واحد کالا و تحویل آن به مشتری باعث تغییر حالت سیستم از (i, j) به $(i - 1, j - 1)$ می‌شود. این تغییر با نرخ μ صورت می‌پذیرد.

۴) واگذاری یک واحد محصول به صورت برون‌سپاری به تولیدکننده دیگر، باعث تغییر حالت سیستم از (i, j) به $(i + 1, j)$ می‌شود.

۵) خرید یک واحد کالا از تامین‌کننده به‌عنوان ماده اولیه باعث تغییر حالت سیستم از (i, j) به $(i + 1, j)$ می‌شود. این تغییر با نرخ β صورت می‌گیرد.

برای محاسبه احتمالات حدی π_{ij} ماتریس مولد زنجیره مارکوف به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$Q = \begin{pmatrix} A_0 & C & & & \\ B_1 & A_1 & C & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & B_S & A_S & C \\ & & & B_{S+1} & A_{S+1} \end{pmatrix} \quad (18)$$

مشخص است که هر یک از زیر ماتریس‌های A_i ، B_i و C به صورت مربعی هستند و از زیر ماتریس‌های دیگری تشکیل شده‌اند. این زیر ماتریس‌ها به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$A_0 = \begin{pmatrix} & -\beta & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & \\ & & & & -\beta \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$A_{i(1,1)} = -(\lambda + i\theta + \beta) \quad (20)$$

$$A_{i(j,j)} = -(\lambda + (i-1)\theta + \beta + \lambda) \quad (21)$$

$$A_{i(N+1,N+1)} = -((i-1)\theta + \beta + \lambda) \quad (22)$$

$$A_{i(j,j+1)} = \lambda \quad (23)$$

$$B_i = \begin{pmatrix} i\theta & & & & & \\ \mu & (1-i)\theta & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \mu & (1-i)\theta \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$A_{S(1,1)} = -(\lambda + S\theta) \quad (25)$$

$$A_{S+1(j,j)} = -(\lambda + S\theta + \lambda) \quad (26)$$

$$A_{S+1(N+1,N+1)} = -(\lambda + S\theta) \quad (27)$$

$$A_{S+1(j,j+1)} = \lambda \quad (28)$$

$$B_{i(1,1)} = \lambda + i\theta \quad (29)$$

$$C_{(j,j)} = \beta \quad (30)$$

بنابراین بردار احتمالات حدی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{S+1}] \quad (31)$$

به طوری که:

$$\pi_i = [\pi_{(i,0)}, \pi_{(i,1)}, \dots, \pi_{(i,N)}] \quad (32)$$

احتمال $\pi_{(i,i)}$ از حل معادلات حاصل از ضرب ماتریسی πQ و برقراری شرط $\sum_{i=0}^{S+1} \pi_i$ قابل محاسبه است. پس از حل معادلات تعادلی، می‌توان معادلات تعادلی را به صورت زیر نشان داد.

$$\beta \pi_{(i,j)} = \mu \pi_{(i+1,j+1)} + \theta \pi_{(i+1,j)} \quad (33)$$

$$\beta \pi_{(i,j)} = \mu \pi_{(i+1,j+1)} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} (\beta + \lambda + i\theta) \pi_{(i,j)} \\ = (1 + i)\theta \pi_{(i+1,j)} + \mu \pi_{(i+1,j+1)} + \beta \pi_{(i-1,j)} \end{aligned} \quad (35)$$

$$(\lambda + i\theta) \pi_{(i,j)} = \mu \pi_{(i+1,j+1)} + \beta \pi_{(i-1,j)} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} (\mu + (i - 1)\theta + \lambda + \beta) \pi_{(i,j)} \\ = \lambda \pi_{(i,j-1)} + \mu \pi_{(i+1,j+1)} + i\theta \pi_{(i+1,j)} \\ + \beta \pi_{(i-1,j)} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} (\mu + (i - 1)\theta + \beta) \pi_{(i,j)} \\ = \lambda \pi_{(i,j-1)} + i\theta \pi_{(i+1,j)} + \beta \pi_{(i-1,j)} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} (\mu + (i - 1)\theta + \lambda) \pi_{(i,j)} \\ = \lambda \pi_{(i,j-1)} + \mu \pi_{(i+1,j+1)} + \beta \pi_{(i-1,j)} \end{aligned} \quad (39)$$

$$(\mu + (i - 1)\theta + \lambda) \pi_{(i,j)} = \beta \pi_{(i-1,j)} \quad (40)$$

$$(\mu + (i - 1)\theta) \pi_{(i,j)} = \lambda \pi_{(i,j-1)} + \beta \pi_{(i-1,j)} \quad (41)$$

با حل معادلات فوق، احتمالات حدی سیستم محاسبه شده و می‌توان متغیرهای نهایی سیستم را مطابق معادلات زیر محاسبه نمود:

پارامترها

- C_p هزینه خریداری کالاها
- C_S هزینه تقاضاهای از دست رفته
- C_C هزینه برون‌سپاری
- C_W هزینه انتظار مشتری

متغیرها

- $E(P)$ مقدار کالای خریداری شده
- $E(S)$ مقدار تقاضاهای از دست رفته
- $E(C)$ مقدار محصول برون‌سپاری شده
- \bar{W} میزان انتظار مشتری

متوسط تعداد کالاهای خریداری شده

$$E(P) = \sum_{i=2}^{\min(S+1,C+1)} \sum_{j=2}^N (i-1)\theta\pi_{ij} + \sum_{i=1}^{\min(S,C)} i\theta\pi_{i0} \quad (42)$$

میانگین زمان انتظار برای تولید محصول

$$\bar{\lambda} = \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^{\min(S+1,C+1)} \pi_{i,N} - \sum_{j=0}^N \pi_{0,j} \right) \quad (43)$$

$$L = \sum_{i=2}^{\min(S+1,C+1)} \sum_{j=2}^N j\pi_{ij} \quad (44)$$

$$\bar{W} = \frac{L}{\bar{\lambda}} = \frac{\sum_{i=2}^{\min(S+1,C+1)} \sum_{j=2}^N j\pi_{ij}}{\left(1 - \sum_{i=1}^{\min(S+1,C+1)} \pi_{i,N} - \sum_{j=0}^N \pi_{0,j} \right)} \quad (45)$$

$$E(S) = \lambda \left(\sum_{i=1}^{\min(S+1, C+1)} \pi_{iN} + \sum_{j=0}^N \pi_{0j} \right) \quad (46)$$

$$E(C) = \sum_{i=2}^{\min(S+1, C+1)} \sum_{j=2}^N (i-1)\pi_{ij} + \sum_{i=1}^{\min(S, C)} i\pi_{i0} \quad (47)$$

با توجه به این معادلات می توان مدل ریاضی مسئله را به صورت زیر نشان داد.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \text{Cost}(N, S, C) \\ &= c_p E(P) + c_s E(S) + c_c E(C) + c_w \bar{W} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} s. t \\ \frac{1}{\tau} &\geq \bar{W} \end{aligned} \quad (49)$$

تابع هدف مسئله به محاسبه هزینه کل می پردازد. همان طور که مشاهده می شود، برای هر هزینه، ضریبی تحت عنوان ضریب هزینه هریک از المان ها در نظر گرفته می شود. محدودیت مدل نیز مربوط به زمان انتظار مشتری است. تولیدکننده درصد محدود کردن مدت زمان انتظار مشتریان برای افزایش میزان رضایت مندی آن ها و کاهش هزینه های ناشی از انتظار است. بر اساس این محدودیت، میانگین زمان انتظار مشتری \bar{W} ، نباید بیشتر از یک نسبت خاص باشد. این نسبت توسط تصمیم گیرنده و با توجه به تجربه تعیین می شود.

روش حل

اما لازم است قبل از ارائه نتایج حاصل از حل به تشریح الگوریتم های پیشنهادی جهت حل مسئله پرداخته شود. در این پژوهش به منظور ایجاد فضای مقایسه مناسب، از سه الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک، گرگ خاکستری و شیرمورچه استفاده شده است. لازم به ذکر است که با توجه به بررسی های انجام شده در این پژوهش برای اولین بار از الگوریتم های شیرمورچه، گرگ خاکستری در حل مسئله برون سپاری در زنجیره تامین حلقه بسته استفاده می شود. در ادامه به تشریح

ساختار این الگوریتم‌های پرداخته خواهد شد. اما قبل از تشریح ساختار الگوریتم‌های پیشنهادی، لازم است نحوه محاسبه تابع هدف مسئله در این الگوریتم‌ها تشریح شود که تحت عنوان تابع برازندگی شناخته می‌شود.

محاسبه تابع برازندگی

همان‌طور که در معادله (۴۸) مشاهده می‌شود، تابع هدف مدل ارائه‌شده دارای ۴ بخش است. هر یک از این بخش‌های بیانگر سطح هزینه‌ای متفاوت در مسئله است. بنابراین لازم است که یک ساختار آرایه‌ای ۴ بخشی به منظور محاسبه سطح هزینه‌های در نظر گرفته شود. اما هر یک از خانه‌های موجود در آرایه محاسبه تابع هدف، خود از طریق محاسبات انجام شده در معادلات (۴۲) تا (۴۷) حاصل می‌شود که متغیرهای موجود در این معادلات نیز از طریق محاسبات انجام شده در بخش معادلات تعادل مارکوفی حاصل می‌گردد. بنابراین می‌توان گفت که تابع برازندگی در این مسئله برگرفته از یک ساختار آرایه‌ای ۴ بخشی است که اعداد موجود در خانه‌های آن از طریق انجام محاسبات غیرمستقیم حاصل می‌گردد.

الگوریتم‌های حل پیشنهادی

در این بخش به منظور حل مسئله در ابعاد بالا، الگوریتم‌های فرا ابتکاری ژنتیک، شیرمورچه و گرگ خاکستری تشریح می‌گردد. دلیل انتخاب این سه الگوریتم را می‌توان از دو جنبه مورد بررسی قرار داد. نخست آن که در بسیاری از تحقیقات توصیه شده است به منظور گسترش سطح بررسی تحقیق، نتایج محاسباتی به کمک الگوریتم‌های فرا ابتکاری جدید مورد تحلیل قرار گیرد. بدین منظور در این تحقیق از الگوریتم‌های شیرمورچه و گرگ خاکستری که در سال ۲۰۱۴ ارائه شده است استفاده می‌شود. جنبه دوم اهمیت استفاده از این الگوریتم‌ها را می‌توان ساختار مبتنی بر جمعیت آن‌ها دانست. در حقیقت الگوریتم‌های ژنتیک، شیرمورچه و گرگ خاکستری با توجه

به دارای بودن ساختار مبتنی بر جمعیت می‌تواند توانایی بالایی در فازهای اکتشاف و استخراج پاسخ‌های نهایی داشته باشند.

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک^۱ به وسیله‌ی هالند^۲ در سال ۱۹۷۳ ابداع شده است. ساختار این الگوریتم بدین صورت است که در ابتدا به طور تصادفی مجموعه‌ای از راه‌حل‌ها برای مسئله تولید می‌شوند. این مجموعه راه‌حل را جمعیت (یا نسل)^۳ و هر عضو آن که در واقع یک راه‌حل است را یک کروموزوم می‌نامند. در هر تکرار الگوریتم ژنتیک، مجموعه‌ای از راه‌حل‌های جدید که فرزندان^۴ نامیده می‌شوند با استفاده از اعمال عملگرهای ژنتیک بر روی کروموزوم‌های نسل فعلی (والدین) تولید می‌شوند. این عملگرها به دو گروه عمده عملگر هم‌گذری^۵ و عملگر جهش^۶ تقسیم می‌شوند. نسل جدید با استفاده از عملگر انتخاب^۷ از میان والدین و فرزندان نسل فعلی انتخاب می‌شوند. عملگر انتخاب به گونه‌ای اعمال می‌شود که شانس بقای کروموزوم‌هایی که دارای تابع برازندگی^۸ بیشتری هستند، بیشتر باشد. در حلقه اصلی الگوریتم ژنتیک، تولید نسل‌های جدید تا رسیدن به معیار توقف ادامه می‌یابد و در نهایت بهترین کروموزوم در آخرین نسل به عنوان راه‌حل منتخب، ارائه می‌شود.

الگوریتم گرگ خاکستری

به منظور مدل‌سازی ریاضی سلسله‌مراتب اجتماعی گرگ‌ها برای طراحی الگوریتم گرگ خاکستری، بهترین جواب به عنوان آلفا در نظر گرفته می‌شود. متعاقباً، دومین و سومین جواب بهتر،

-
1. Genetic
 2. Holland
 3. Initial population
 4. Offspring
 5. Crossover operator
 6. Mutation operator
 7. Selection
 8. Fitness function

بتا و دلتا نامیده می‌شوند. بقیه جواب‌های نامزد، امگا فرض می‌شوند. در الگوریتم گرگ خاکستری، شکار (بهینه‌سازی) به وسیله α ، β ، δ هدایت می‌شود. گرگ‌های ω از این ۳ گرگ پیروی می‌کنند.

محاصره‌ی طعمه

همان‌طور که در بالا ذکر شد، گرگ‌های خاکستری طعمه را در طول شکار محاصره می‌کنند. به منظور مدل‌سازی ریاضی رفتار محاصره‌ای، معادلات زیر ارائه شده است:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (50)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (51)$$

که در آن t شماره تکرار الگوریتم، \vec{A} و \vec{C} بردار ضرایب (که توسط معادلات زیر محاسبه می‌شوند)، \vec{X}_p بردار موقعیت طعمه و \vec{X} موقعیت گرگ خاکستری است.

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (52)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (53)$$

که در آن درایه‌های بردار \vec{a} به صورت خطی از ۲ به ۰ کاهش می‌یابند. بردارهای \vec{r}_1 و \vec{r}_2 نیز به صورت تصادفی از بازه‌ی [۰,۱] انتخاب می‌شوند.

برای نشان دادن تاثیر معادلات فوق می‌توان به اشکال زیر توجه کرد. مطابق این شکل یک گرگ خاکستری که در موقعیت (X, Y) است، می‌تواند موقعیت خود را بر اساس موقعیت شکار که در (X^*, Y^*) قرار دارد، به‌روزرسانی نماید. این موقعیت جدید بر اساس مقادیر بردارهای \vec{A} و \vec{C} به‌روزرسانی می‌شود. برای مثال، موقعیت $(X^* - X, Y)$ می‌تواند از طریق $\vec{A} = (1, 0)$ و $\vec{C} = (1, 1)$ به دست آید.

شکار

در هر تکرار ۳ جواب بهتر به دست آمده ذخیره می‌شوند و عامل‌های دیگر جستجو (از جمله امگا) مجبور می‌شوند تا موقعیت خود را مطابق با موقعیت بهترین عامل جستجو به‌روزرسانی کنند. فرمول‌های زیر در این زمینه ارائه شده‌اند.

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|, \quad \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|, \quad \vec{D}_\delta = \quad (54)$$

$$|\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\alpha), \quad \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot (\vec{D}_\beta), \quad \vec{X}_3 = \vec{X}_3 - \vec{A}_3 \cdot (\vec{D}_\delta) \quad (55)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (56)$$

مطابق شکل زیر می‌توان دریافت که یک عامل (گرگ) چگونه موقعیت خود را بر اساس موقعیت گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا به‌روزرسانی می‌کند. این به‌روزرسانی در داخل یک دایره (فضای دوبعدی) که توسط موقعیت گرگ‌های آلفا، بتا و گاما تشکیل شده است، انجام می‌شود. به عبارت دیگر گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا موقعیت طعمه را تخمین زده و سایر گرگ‌ها بر اساس اطلاعات دریافتی از گرگ‌های رهبر، موقعیت خود را به‌روزرسانی می‌کنند.

حمله به طعمه

همان‌طور که قبلاً بیان شد گرگ خاکستری زمانی که شکار متوقف شد به آن حمله می‌کند. به منظور مدل‌سازی ریاضی نزدیک شدن به شکار، مقدار \vec{a} کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که محدوده‌ی نوسان \vec{A} نیز به وسیله‌ی \vec{a} کاهش می‌یابد. به بیان دیگر مقادیر بردار \vec{A} در بازه‌ی $[-2a, 2a]$ است که a از ۲ به صفر در طول تکرار الگوریتم کاهش می‌یابد. هنگامی که مقادیر تصادفی \vec{A} در بازه‌ی $[-1, 1]$ است، موقعیت بعدی یک عامل جستجو می‌تواند در هر موقعیتی بین موقعیت فعلی و موقعیت شکار باشد.

جستجو برای شکار (اکتشاف)

گرگ خاکستری به طور عمدۀ مطابق با موقعیت آلفا، بتا و دلتا جستجو انجام می‌دهد. آن‌ها به صورت جدا از هم به جستجو برای شکار می‌پردازند و با هم به شکار حمله می‌کنند. به منظور مدل‌سازی ریاضی این رفتار، از بردار \vec{A} با مقادیر بزرگ‌تر از ۱ یا کوچک‌تر از ۱- استفاده می‌شود ($|A| > 1$).

از دیگر اجزای الگوریتم گرگ خاکستری که به اکتشاف کمک می‌کند \vec{C} است. همان‌طور که در فرمول ۴ مشاهده می‌شود، بردار \vec{C} مقادیر تصادفی در بازه $[0, 2]$ را شامل می‌شود. این پارامتر با اثرگذاری روی معادله ۱، باعث می‌شود اهمیت دادن ($C > 1$) یا اهمیت ندادن ($C < 1$) به شکار می‌شود. این ویژگی باعث بیشتر شدن اثر جستجوی تصادفی در روند الگوریتم و نیز افزایش احتمال فرار از دام پاسخ‌های بهینه محلی می‌شود. قابل توجه است که در اینجا \vec{C} به صورت خطی در مقابل \vec{A} کاهش نیافته است. البته مقداردهی \vec{C} نه تنها در تکرارهای اولیه، بلکه در تکرارهای آخر نیز باعث افزایش سطح جستجو در فضای پاسخ می‌شود. این موضوع می‌تواند در یافتن پاسخ‌های مناسب در تکرارهای نهایی الگوریتم بسیار کارآمد باشد. همچنین این پارامتر را می‌توان به عنوان یک ویژگی برای طعمه در نظر گرفت. بدین صورت که در مقادیر مختلف این پارامتر برای طعمه، مشخص می‌شود که آیا اصلاً گرگ‌ها توانایی شکار این طعمه را دارند یا خیر.

الگوریتم شیرمورچه

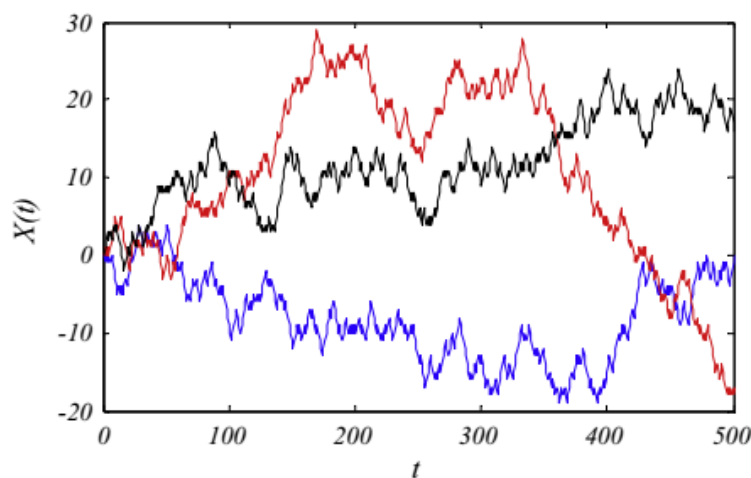
از آنجایی که مورچه‌ها در طبیعت به صورت تصادفی حرکت می‌کنند و احتمال به دام افتادن توسط شیرمورچه وجود دارد، یک مدل ریاضی برای گام‌های تصادفی در نظر گرفته می‌شود که به صورت فرمول زیر بیان می‌شود.

$$X(t) = [0, \text{cumsum}(2r(t_1) - 1), \text{cumsum}(2r(t_2) - 1), \dots, \text{cumsum}(2r(t_n) - 1)] \quad (57)$$

که در آن *Cumsum* تقاضای تجمعی، n حداکثر تعداد تکرارها، t شماره تکرار و $r(t)$ یک تابع تصادفی است که مطابق معادله زیر مقداردهی می شود.

$$r(t) = \begin{cases} 1 & rand > 0.5 \\ 0 & rand \leq 0.5 \end{cases} \quad (58)$$

که در آن $rand$ عددی تصادفی در بازه $[0,1]$ است. شکل زیر نمودی از تولید گامهای تصادفی را در سه حالت نشان می دهد.



شکل (۲): ساختار عددی گامهای تصادفی مورچه

مطابق شکل می توان مشاهده کرد که گامهای تصادفی می توانند به شکل نوسانی تولید شوند (منحنی قرمز). همچنین ممکن است نرخ تولید گامهای تصادفی به شکل صعودی (منحنی سیاه) و یا به شکل نزولی (منحنی آبی) باشد.

موقعیت هر مورچه در ماتریس M_{Ant} که در زیر نمایش داده شده، ذخیره می شود که درایه های آن متغیرهای جواب هستند. ماتریس در زیر آورده شده است.

$$M_{Ant} = \begin{bmatrix} AL_{1,1} & \cdots & AL_{1,d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ AL_{n,1} & \cdots & AL_{n,d} \end{bmatrix} \quad (59)$$

در این ماتریس، $AL_{i,j}$ نشان دهنده مقدار i -امین متغیر در j -امین مورچه است. قابل توجه است که n مشابه ذرات در الگوریتم PSO است. موقعیت یک مورچه نشان دهنده پارامترها برای یک

راه حل خاص است. برای هر مورچه مقدار تابع هدف محاسبه شده و در ماتریس زیر ذخیره می‌شود.

$$M_{OA} = \begin{bmatrix} f(\{AL_{1,1}, AL_{1,2}, \dots, AL_{1,d}\}) \\ \vdots \\ f(\{AL_{n,1}, AL_{n,2}, \dots, AL_{n,d}\}) \end{bmatrix} \quad (60)$$

علاوه بر مورچه‌ها، فرض بر آن است که شیر مورچه‌ها در فضای جستجوی پنهان می‌شوند. به منظور ذخیره‌سازی موقعیت شیر مورچه‌ها، ماتریس زیر ماتریس تشکیل می‌شود.

$$M_{Antlion} = \begin{bmatrix} AL_{1,1} & \dots & AL_{1,d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ AL_{n,1} & \dots & AL_{n,d} \end{bmatrix} \quad (61)$$

در این ماتریس، $AL_{i,j}$ نشان‌دهنده مقدار i -امین متغیر در j -امین شیرمورچه است. قابل توجه است که n مشابه ذرات در الگوریتم PSO است. موقعیت یک شیرمورچه نشان‌دهنده پارامترها برای یک راه حل خاص است. برای هر شیرمورچه مقدار تابع هدف محاسبه شده و در ماتریس زیر ذخیره می‌شود.

$$M_{OAL} = \begin{bmatrix} f(\{AL_{1,1}, AL_{1,2}, \dots, AL_{1,d}\}) \\ \vdots \\ f(\{AL_{n,1}, AL_{n,2}, \dots, AL_{n,d}\}) \end{bmatrix} \quad (62)$$

در طول بهینه‌سازی باید شرایط زیر اعمال شود:

۱. مورچه‌ها در تمام فضای جستجو با گام‌های تصادفی مختلف حرکت کنند.
۲. گام‌های تصادفی بر روی تمام ابعاد مورچه اعمال شود.
۳. تله‌های شیرمورچه تحت تأثیر گام‌های تصادفی باشد.
۴. شیر مورچه‌ها گودال‌های متناسب با تابع هدف خود حفر کنند.
۵. شیرمورچه با حفر گودال بزرگ‌تر باعث افزایش شانس خود در شکار شود.
۶. مورچه‌ها می‌توانند در هر تکرار توسط شیرمورچه شکار شوند.
۷. هنگامی که مورچه به شیرمورچه تبدیل می‌شود، بدین معناست که گرفتار شیرمورچه شده و مورد اصابت شن و ماسه قرار گرفته است.

۸. شیر مورچه پس از اتمام شکار گودال را برای طعمه بعدی خود بازسازی کند.

گام تصادفی مورچه

مورچه‌ها موقعیت خود را با گام‌های تصادفی در هر تکرار از مسئله بهینه‌سازی بهنگام می‌کنند. مدل ریاضی آن در معادله ۱ بیان شده است. اما از این معادله به صورت مستقیم نمی‌توان استفاده کرد، زیرا هر فضای جستجو دارای یک مرز است که نباید گام تصادفی از آن تجاوز کند. به منظور قراردادن گام‌های تصادفی در داخل فضای جستجو از معادله زیر استفاده می‌شود.

$$X_i^t = \frac{(X_i^t - a_i)(d_i - c_i^t)}{(d_i^t - a_i)} + c_i \quad (63)$$

که در آن a_i کمینه گام‌های تصادفی در i -امین متغیر، b_i بیشینه گام‌های تصادفی در i -امین متغیر، c_i^t کمینه i -امین متغیر در تکرار t و d_i^t بیشینه i -امین متغیر در تکرار t است. معادله فوق باید در هر تکرار لحاظ گردد تا تضمینی برای وجود گام‌های تصادفی در داخل فضای جستجو باشد.

به دام افتادن طعمه

همان‌طور که قبلاً بحث شد تله‌ای که شیر مورچه‌ها برای به دام انداختن مورچه حفر می‌کنند تحت تأثیر حرکت تصادفی مورچه در فضای جواب است. برای ارائه‌ی یک مدل ریاضی معادله‌ی زیر در نظر گرفته شده است.

$$c_i^t = antlion_j^t + c^t \quad (64)$$

$$d_i^t = antlion_j^t + d^t \quad (65)$$

که در آن c^t کمینه متغیرها در تکرار t ام، c_i^t کمینه i -امین متغیر در تکرار t ، که در آن d^t بیشینه متغیرها در تکرار t ام، d_i^t بیشینه i -امین متغیر در تکرار t است. رابطه‌های ۸ و ۹ نشان‌دهنده گام‌های تصادفی مورچه در اطراف شیر مورچه انتخاب شده، است.

ساختن تله

در الگوریتم ALO فرض می‌شود هر مورچه، تنها در دام یک شیرمورچه‌ای انتخاب شده می‌افتد. در این الگوریتم از عملگر انتخاب مسابقه‌ای برای انتخاب شیرمورچه بر اساس تابع هدف در طول بهینه‌سازی استفاده می‌شود. بنابراین، شیرمورچه‌ای که تابع هدف بهتری دارد، شانس بیشتری برای شکار مورچه دارد.

سرخوردن مورچه‌ها به سمت شیرمورچه

برای مدل‌سازی ریاضی این رفتار، شعاع حرکت تصادفی مورچه به طور انطباقی کاهش می‌یابد. معادلات زیر در این زمینه ارائه شده است.

$$C^t = \frac{c^t}{I} \quad (66)$$

$$d^t = \frac{d^t}{I} \quad (67)$$

که در آن C^t کمینه و d^t بیشینه مقدار متغیرها در تکرار t است.

در رابطه‌های فوق، I مطابق رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$I = 10^w \frac{t}{T} \quad (68)$$

که در آن t شماره تکرار فعلی و T بیشترین تعداد تکرارها را نشان می‌دهد.

در رابطه‌ی ۱۲، w مقدار ثابتی است که بر مبنای تکرار فعلی به دست می‌آید. رابطه‌ی زیر مقادیر w را به ازای مقادیر مختلف t نشان می‌دهد.

$$w = \begin{cases} 2 & t > 0.1T \\ 3 & t > 0.5T \\ 4 & t > 0.75T \\ 5 & t > 0.9T \end{cases} \quad (69)$$

گرفتار کردن طعمه و بازسازی گودال

مرحله‌ی نهایی شکار زمانی است که مورچه به پایین گودال می‌رسد و گرفتار آرواره‌های شیرمورچه می‌شود. برای مدل‌سازی این رفتار فرض می‌شود گرفتار شدن زمانی رخ می‌دهد که

موقعیت مورچه نسبت به موقعیت شیر مورچه متناسب تر باشد، بنابراین موقعیت شیر مورچه باید برای شکارهای بعدی به روزرسانی شود. رابطه‌ی زیر برای این منظور به کار گرفته شده است.

$$\text{If } f(\text{ant}_i^t) > f(\text{antlion}_j^t) \longrightarrow \begin{matrix} \text{antlion}_j^t \\ = \text{ant}_i^t \end{matrix} \quad (70)$$

که در آن t شماره تکرار فعلی، antlion_j^t موقعیت شیر مورچه j ام در تکرار t ام و ant_i^t موقعیت مورچه i ام در تکرار t ام است.

نخبه گرایی

نخبه گرایی یکی از ویژگی‌های الگوریتم‌های تکاملی است که اجازه می‌دهد در هر مرحله از فرآیند بهینه‌سازی بهترین راه‌حل از نظر تابع هدف حفظ شود. بهترین شیر مورچه در هر تکرار به عنوان نخبه در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که نخبه متناسب‌ترین شیر مورچه است، قادر خواهد بود بر حرکات مورچه‌ها در طول الگوریتم تأثیر بگذارد. بنابراین فرض می‌شود، هر مورچه به طور تصادفی اطراف شیر مورچه‌ی انتخاب شده از طریق انتخاب مسابقه‌ای و شیر مورچه‌ی نخبه، به صورت هم‌زمان حرکت می‌کند. حرکت تصادفی مورچه در اطراف شیر مورچه به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود.

$$\text{ant}_i^t = \frac{R_A^t + R_E^t}{2} \quad (71)$$

که در آن R_A^t حرکت تصادفی در اطراف شیر مورچه انتخاب شده به وسیله‌ی انتخاب مسابقه‌ای در تکرار t ام، R_E^t حرکت تصادفی در اطراف نخبه در تکرار t ام و ant_i^t موقعیت مورچه i ام در تکرار t ام است.

۱-۲- مثال عددی نخست

در راستای معرفی ساختار جبری مسئله، در این قسمت مثالی عددی در ابعاد کوچک تشریح شده و نتایج حاصل از حل ارائه می‌گردد. در این مثال داده‌های ورودی در قالب موارد زیر در نظر گرفته شده است.

جدول (۲): پارامترهای مثال عددی نخست

تعداد مشتریان	تعداد کالاها	λ	μ	C_c	C_p	C_w	C_s	θ	β	τ	پارامتر
۱۰	۸	۴	۲	۰,۵	۳	۲	۱۲	۰,۸	۳	۰,۰۵	مقدار

پس از حل مسئله به کمک الگوریتم‌های پیشنهادی، نتایج زیر حاصل شده است.

جدول (۳): پاسخ‌های حاصل از حل مثال عددی نخست

هزینه کل	مقدار برون‌سپاری	مقدار تولید	مقدار تقاضای از دست رفته	مقدار خرید کالا	الگوریتم پیشنهادی
۵۷,۳	۲	۵	۱	۵	ژنتیک
۵۷۷,۳	۲	۵	۱	۵	گرگ خاکستری
۵۷,۳	۲	۵	۱	۵	شیر مورچه

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با توجه به کوچک بودن ابعاد مسئله تحقیق، تمام الگوریتم‌ها دارای پاسخ‌هایی برابر هستند. به عبارت دیگر تمام الگوریتم‌ها می‌توانند در ابعاد کوچک پاسخ‌هایی برابر ارائه دهند که نشان از سطح کارایی مناسب آن‌ها در حصول پاسخ‌های نهایی است. اگر چه این مثال می‌تواند تاییدی اولیه برای مناسب بودن سطح کارایی الگوریتم‌ها باشد، اما نمی‌تواند فضای مقایسه‌ای مناسبی را به وجود آورد. بنابراین در ادامه به تشریح مثال در ابعاد بالاتر پرداخته می‌شود.

مثال عددی دوم

در این مثال، پارامترهای ورودی زیر در نظر گرفته می‌شود.

جدول (۴): پارامترهای ورودی مثال عددی دوم

تعداد مشتریان	تعداد کالاها	λ	μ	C_c	C_p	C_w	C_s	θ	β	τ	پارامتر
۲۵	۱۵	۴	۲	۰,۵	۳	۲	۱۲	۰,۸	۳	۰,۰۵	مقدار

پس از حل این مثال به ازای مقادیر فوق، نتایج زیر حاصل می‌گردد.

جدول (۵): پاسخ‌های حاصل از حل مثال عددی دوم

الگوریتم پیشنهادی	مقدار خرید کالا	مقدار تقاضای از دست رفته	مقدار تولید	مقدار برون‌سپاری	هزینه کل
ژنتیک	۷	۳	۷	۵	۲۱۶,۴
گرگ خاکستری	۱۱	۱	۱۱	۳	۲۰۶,۱
شیرمورچه	۱۱	۱	۱۱	۳	۲۰۶,۱

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در جدول فوق، الگوریتم‌های شیرمورچه و گرگ خاکستری دارای پاسخ‌هایی به مراتب بهتر از الگوریتم ژنتیک هستند. دلیل این امر را می‌توان در ساختار تنوع‌گرایی و استخراج پاسخ‌ها در گام‌های مختلف الگوریتم دانست. در حقیقت الگوریتم‌های شیرمورچه و گرگ خاکستری انحصاراً برای مسائل پیوسته ارائه شده‌اند و عملگرهای آنها دارای کارایی بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک در حل مسائل پیوسته است. اما موضوع مورد توجه، برابری پاسخ‌های حاصله در حل دو الگوریتم شیرمورچه و گرگ خاکستری است. این موضوع از این جهت ایجاد شده است که هر دو الگوریتم دارای سطح عملکرد مناسبی بوده و شکاف محاسباتی در این ابعاد از مسئله برای آنها به وجود نیامده است. بدین منظور در ادامه مساله در ابعاد بزرگ ارائه و نتایج آن تحلیل خواهد شد.

مثال عددی بزرگ

در این مثال اطلاعات زیر در دسترس است که با توجه به آنها نتایج تحقیق ارائه می‌شود.

جدول (۶): پارامترهای ورودی مثال عددی بزرگ

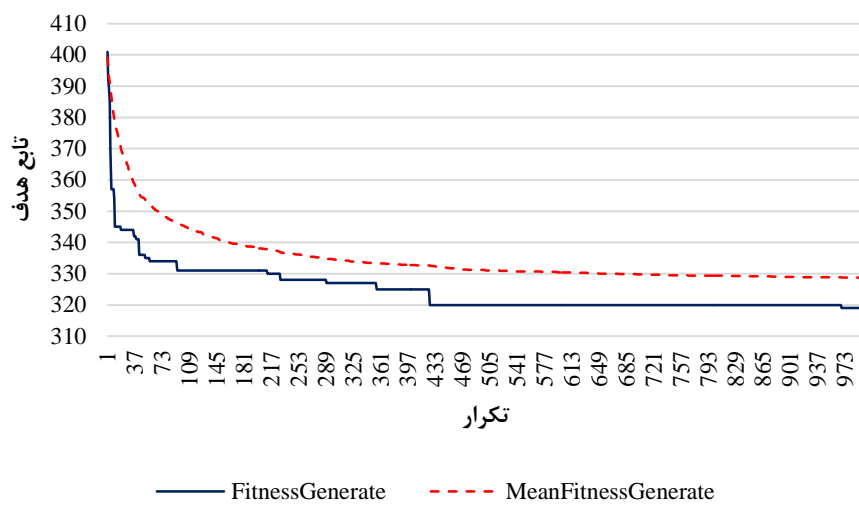
تعداد مشتریان	تعداد کالاها	λ	μ	C_c	C_p	C_w	C_s	θ	β	τ	پارامتر مقدار
۱۰۰	۵۰	۸	۴	۰,۸۵	۶	۷	۱۵	۰,۸۵	۶	۰,۰۹	

پس از حل مسئله به کمک الگوریتم‌های پیشنهادی، نتایج زیر حاصل می‌شود.

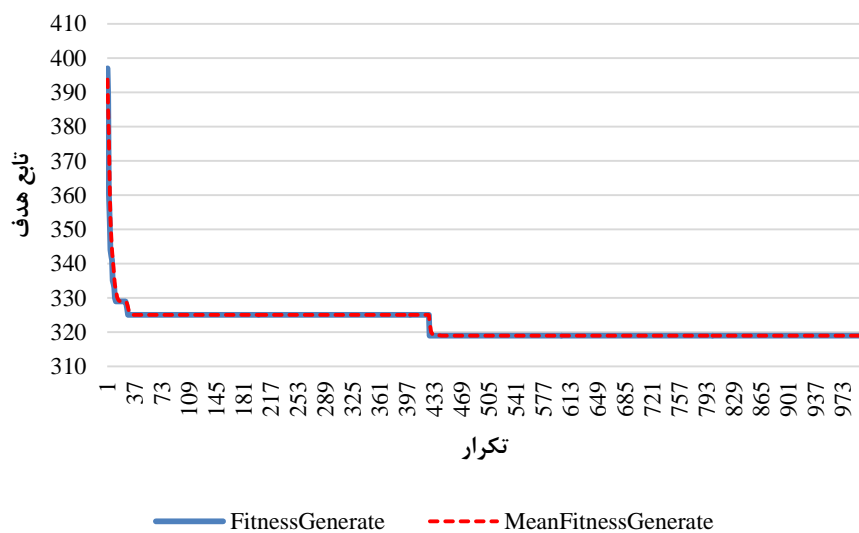
جدول (۷): پاسخ‌های حاصل از حل مثال عددی بزرگ

هزینه کل	مقدار برون‌سپاری	مقدار تولید	مقدار تقاضای از دست رفته	مقدار خرید کالا	الگوریتم پیشنهادی
۵۱۴,۴	۱۵	۲۷	۸	۲۷	ژنتیک
۴۷۱,۵	۱۱	۳۴	۵	۳۴	گرگ خاکستری
۴۸۸,۳	۱۳	۳۱	۶	۳۱	شیرمورچه

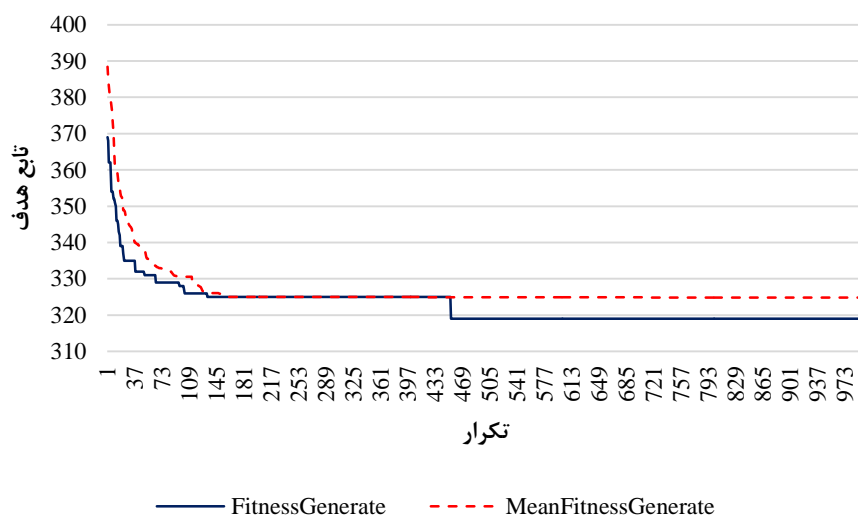
در این مثال مشاهده می‌شود که الگوریتم گرگ خاکستری عملکرد بهتری را نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد. در حقیقت می‌توان گفت که در حل مسائل در ابعاد بزرگ مناسب به نظر می‌رسد که از این الگوریتم به عنوان روش حل نهایی استفاده شود. البته الگوریتم شیرمورچه نیز دارای عملکرد مناسبی است اما الگوریتم ژنتیک پاسخ‌ها چندان مناسبی را ارائه نداده است. بنابراین می‌توان به این نتیجه رسید که استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری مناسب به نظر می‌رسد. اما به منظور نشان دادن روند همگرایی الگوریتم‌های پیشنهادی در رسیدن به پاسخ نهایی، نمودارهای زیر ارائه می‌شود.



شکل (۳): همگرایی الگوریتم ژنتیک

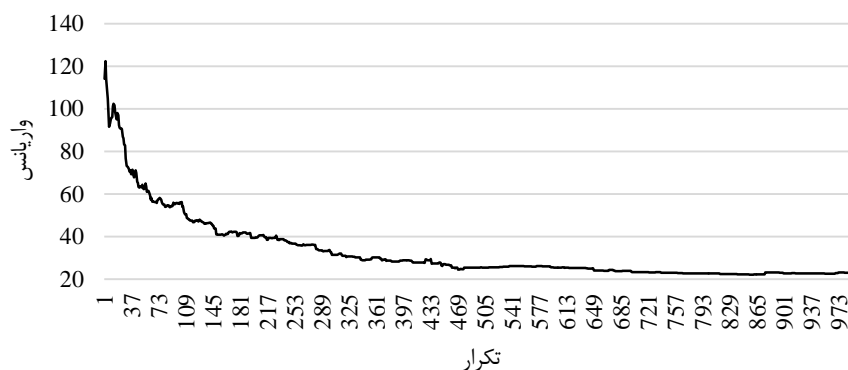


شکل (۴): همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری

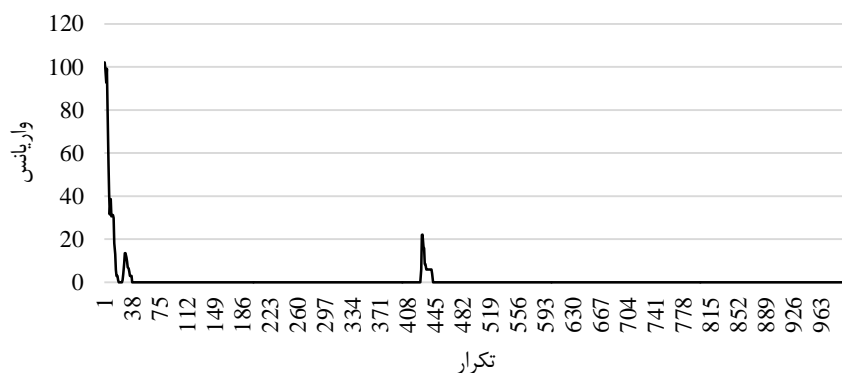


شکل (۵): همگرایی الگوریتم شیرمورچه

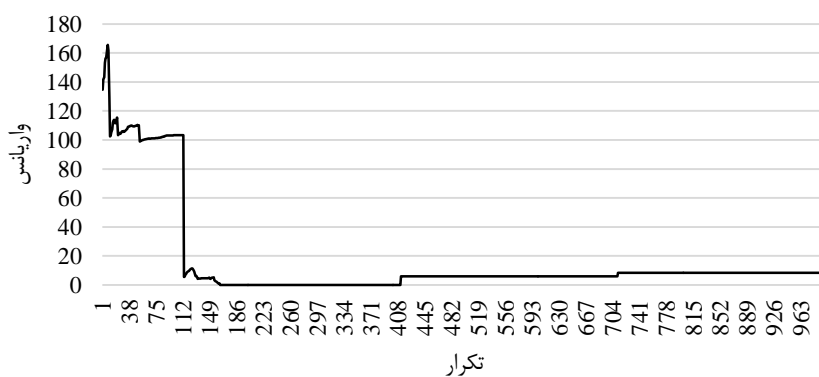
نکته قابل توجه، تفاوت بین بهترین پاسخ و میانگین پاسخ‌ها در هر تکرار الگوریتم است. با توجه به ساختار الگوریتم گرگ خاکستری، وجود دو عملگرهای قدرتمند در تولید پاسخ‌های جدید باعث ایجاد پاسخ‌هایی با کیفیت بسیار مناسب‌تر از سایر الگوریتم‌ها می‌شود. موضوع دیگری که باید بدان توجه نمود، روند تنوع‌گرایی در الگوریتم است. به‌طور معمول در الگوریتم‌های فرا ابتکاری، در مراحل اولیه، تنوع‌گرایی الگوریتم‌ها بالا بوده و در مراحل پایانی این مقدار بسیار کم شده و تعمق‌گرایی جهت یافتن پاسخ نهایی مناسب افزایش می‌یابد. نمودارهای زیر، میزان تنوع‌گرایی هر یک از الگوریتم‌ها را نشان می‌دهند. در این تحقیق، مقدار تنوع‌گرایی از طریق محاسبه واریانس برازندگی اعضای جمعیت در هر تکرار الگوریتم حاصل می‌شود.



شکل (۶): تنوع گرایی الگوریتم ژنتیک

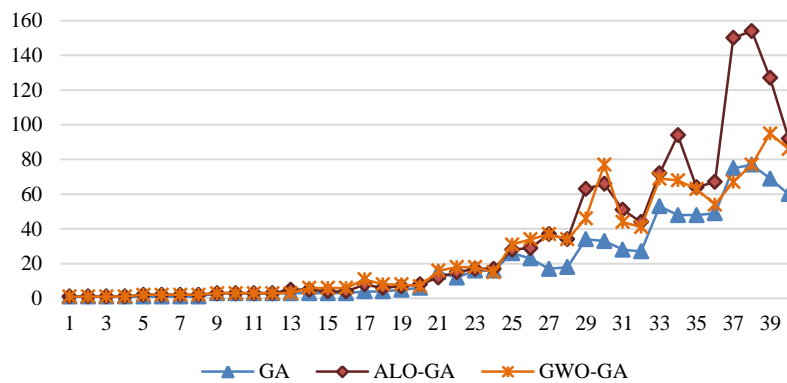


شکل (۷): تنوع گرایی الگوریتم ترکیبی شیرمورچه



شکل (۸): نمودار تنوع گرایی الگوریتم ترکیبی گرگ خاکستری

اما همان‌طور که قبلاً بیان گردید، با افزایش ابعاد مسئله، کارایی الگوریتم‌های تحت تاثیر قرار می‌گیرد. به منظور بررسی رفتار دقیق الگوریتم‌ها در حصول پاسخ‌های مناسب، در جدول زیر نتایج حاصل از حل مثال‌های مختلف به کمک الگوریتم‌های ارائه‌شده، تشریح می‌گردد. با توجه به اطلاعات جدول فوق می‌توان عملکرد الگوریتم‌های ارائه‌شده را در حل مثال‌های عددی مختلف مورد بررسی قرارداد. مشاهده می‌شود که در مسائل با ابعاد کوچک پاسخ الگوریتم‌های مختلف دقیقاً با یکدیگر برابر است اما کم‌کم با افزایش ابعاد مسئله، توانایی الگوریتم‌ها در یافتن پاسخ بهینه کاهش یافته است و مقدار گپ محاسباتی بین پاسخ‌های حاصله به وجود آمده است. در جدول زیر نیز زمان حل مثال‌ها به کمک هر یک از ابزارهای حل ارائه‌شده است.



شکل (۹): مقایسه زمان حل با استفاده از تکنیک‌های حل مختلف

مطابق نمودار، می‌توان مشاهده نمود که تمامی الگوریتم‌ها دارای زمان‌های حل به مراتب مناسبی هستند. همچنین می‌توان مشاهده کرد که تقریباً در تمامی مثال‌ها، الگوریتم ژنتیک کمترین و الگوریتم شیرمورچه بیشترین زمان حل را دارند. دلیل این امر را می‌توان در شرط توقف تعریف شده در الگوریتم‌ها دانست که به اتمام تعداد تکرارهای از پیش تعیین شده محدود شده است. درحالی‌که با بررسی رفتار الگوریتم‌ها می‌توان مشاهده نمود که الگوریتم

گرگ خاکستری به طور قابل توجهی سریع تر از الگوریتم های ژنتیک و شیرمورچه به پاسخ نهایی همگرا می شود.

در مورد حصول نتایج نهایی نیز مشاهده می شود که الگوریتم گرگ خاکستری در تمامی مثال ها بهترین پاسخ را ارائه کرده است. بنابراین طبق مطالب فوق، می توان گفت الگوریتم گرگ خاکستری بهترین عملکرد را در بین الگوریتم ها دارد. این در حالی است که الگوریتم شیرمورچه با وجود حصول نتایجی مناسب تر از الگوریتم ژنتیک در برخی از مثال ها، در کل عملکردی مشابه با الگوریتم ژنتیک دارد. در قسمت بعد، مسئله برون سپاری در زنجیره تامین عایق های فشارقوی مورد بررسی قرار می گیرد.

مورد مطالعاتی تحقیق

به منظور بررسی عملکرد مدل ارائه شده و الگوریتم پیشنهادی در مسائل دنیای واقعی، در این بخش نتایج حاصل از حل در شرکت تولید عایق های فشارقوی به عنوان مورد مطالعاتی مورد بررسی قرار می گیرد.

اطلاعات موجود در سیستم مانیتورینگ شرکت در رابطه با میزان تقاضاها و نرخ های موجود که به عنوان پارامتر در نظر گرفته می شوند، در قالب جدول زیر ارائه می شود.

جدول (۹): پارامترهای ورودی مورد مطالعاتی تحقیق

تعداد مشتریان	تعداد کالاها	λ	μ	C_c	C_p	C_w	C_s	θ	β	τ	سطح ولتاژ
۱۵	۱۰۰۰	۶	۳	۰,۲۵	۲,۱	۳,۵	۱۵	۰,۰۸	۴	۰,۰۵	۶۳
۱۰	۶۰۰۰	۹	۲	۰,۳	۴,۳	۴,۲	۱۵	۰,۰۵	۴	۰,۰۳۳	۱۳۲
۸	۵۰۰۰	۹	۱,۱	۰,۴۴	۴,۳	۵,۱	۱۵	۰,۰۴	۴	۰,۰۲۲	۲۳۰
۳	۵۰۰	۲	۰,۸	۰,۶۳	۶	۸,۱	۱۶,۲	۰,۰۱	۶	۰,۰۱۶۷	۴۰۰

با توجه به اینکه در بخش‌های قبل الگوریتم گرگ خاکستری عملکرد به مراتب مناسب‌تری نسبت به الگوریتم‌های دیگر ارائه داد، در این قسمت نیز به منظور حل مورد مطالعاتی تحقیق از این الگوریتم استفاده می‌شود. اما در سیستم تولید کارخانه مورد بررسی تحقیق، تولیدات تحت ۴ ولتاژ متفاوت انجام می‌شود. این سطح ولتاژ بسته به نوع محصول تولیدی دارای سطح تقاضا متفاوت خواهد بود. البته در سایر پارامترها نیز تفاوت‌هایی وجود دارد. پس از حل مسئله به کمک الگوریتم ارائه‌شده، نتایج در قالب جدول زیر ارائه می‌شود.

جدول (۱۰): پاسخ‌های حاصل از حل مثال مورد مطالعاتی تحقیق

هزینه کل	مقدار برون‌سپاری	مقدار تولید	مقدار تقاضای از دست رفته	مقدار خرید کالا	سطح ولتاژ
۲۵۰۴,۸۵	۲۶۶	۶۸۳	۵۱	۶۸۳	۶۳
۳۰۲۵۲,۸۸	۱۱۱۴	۴۲۱۹	۶۶۷	۴۲۱۹	۱۳۲
۳۲۳۶۲,۸۲	۷۷۷	۳۰۷۴	۱۱۴۹	۳۰۷۴	۲۳۰
۲۹۷۴,۹۵	۱۴۱	۳۱۲	۴۷	۳۱۲	۴۰۰

نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصل از حل مدل ریاضی برای مثال عددی اول، مشاهده می‌شود که عملکرد مدل ریاضی به شکل مناسب صورت گرفته است. در حقیقت جریان تولید و برون‌سپاری خروجی

مثال عددی نشان‌دهنده گزاره‌ای درست بوده و ساختار منطقی را نشان می‌دهد. این موضوع در حل مورد مطالعاتی تحقیق و مقایسه پاسخ‌های حاصله نیز صحنه‌گذاری می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که مدل پیشنهادی دارای سطح عملکرد مناسب است. در مورد مقایسه کارایی الگوریتم‌های مختلف نیز می‌توان مشاهده نمود که در حل مسائل در ابعاد کوچک، تمامی الگوریتم‌ها دارای عملکرد مناسبی هستند. اما کم‌کم با افزایش ابعاد مسائل، عملکرد الگوریتم‌ها تحت تاثیر قرار گرفته و تفاوت‌هایی در نتایج نهایی به چشم می‌خورد. پس از تحلیل پاسخ‌ها مشاهده می‌شود که الگوریتم فرا ابتکاری گرگ خاکستری دارای عملکردی به مراتب مناسب‌تر از الگوریتم‌های شیرمورچه و ژنتیک است. پس از حل مورد مطالعاتی نیز مشاهده می‌شود که همواره پاسخ‌های نهایی دارای ساختاری مناسب بوده و احتمالاً برای پیاده‌سازی دارای قابلیت اطمینان مناسبی است. با توجه به تحلیل حساسیت، می‌توان مشاهده نمود که با افزایش هزینه برون‌سپاری شرکت، میزان برون‌سپاری نیز کاهش می‌یابد. البته میزان کاهش به سایر پارامترهای مسئله نیز وابسته است، اما می‌توان سطح تغییرات را مثبت در نظر گرفت. طبق نتایج حاصله مشاهده می‌شود که مدل ارائه‌شده دارای کارایی مناسبی در حصول پاسخ‌های نهایی دارد. در این بررسی‌ها مشاهده می‌شود که الگوریتم‌های پیشنهادی دارای کارایی یکسانی در حل مثال‌های عددی در ابعاد کوچک است. اما با افزایش ابعاد نمودها، کارایی الگوریتم‌ها تحت تاثیر قرار گرفته و می‌توان مشاهده نمود که تمامی الگوریتم‌ها دارای زمان‌های حل به مراتب مناسبی هستند. همچنین می‌توان مشاهده کرد که تقریباً در تمامی مثال‌ها، الگوریتم ژنتیک کمترین و الگوریتم شیرمورچه بیشترین زمان حل را دارند. دلیل این امر را می‌توان در شرط توقف تعریف شده در الگوریتم‌ها دانست که به اتمام تعداد تکرارهای از پیش تعیین شده محدود شده است.

درحالی‌که با بررسی رفتار الگوریتم‌ها می‌توان مشاهده نمود که الگوریتم گرگ خاکستری به‌طور قابل توجهی سریع‌تر از الگوریتم‌های ژنتیک و شیرمورچه به پاسخ نهایی همگرا می‌شود. بنابراین برای حل مورد مطالعاتی تحقیق نیز از الگوریتم گرگ خاکستری استفاده می‌شود.

منابع/

Kakabadse, A., & Kakabadse, N. (2002). Trends in outsourcing:: Contrasting USA and Europe. *European management journal*, 20(2), 189-198.

Ferguson M, Toktay LB. The effect of competition on recovery strategies. *ProdOper Manag* 2006;15(3):351-68

Martin P, Guide VDR Jr, Craighead CW. Supply chain sourcing in remanufacturing operations: an empirical investigation to remake versus buy. *Decis Sci* 2010;41(2):301-21

Meade L, Sarkis J. A conceptual model for selecting and evaluating third party reverse logistics providers. *Supply Chain Manag* 2002;7(5):283-95.

Daugherty PJ, Droge C. Organizational structure in divisionalized manufacturers: the potential for outsourcing logistical services. *Int J Phys Distrib Logist Manag* 1997;27(5/6):337-49. *De Brito MP, Dekker R. Rev*

Insigna RC, Werle MJ. Linking outsourcing to business strategy. *Acad Manag Exec* 2000;14(4):58-70

Boyson S, Corse T, Dresner D, Rabinovich E. Managing effective third party logistics relationships: what does it take? *J Bus Logist* 1999;20:73-100.

Arnold U. New dimensions of outsourcing: a combination of transaction cost economics and the core competencies concept. *Eur J Purch Supply Manag* 2000;6(1):23-9.

Wu F, Li HZ, Chu LK, Sculli D. An outsourcing model for sustaining long-term performance. *Int J Prod Res* 2005;43(12):2513-35.

Serrato MA, Ryan SM, Gaytan J. A Markov decision model to evaluate outsourcing in reverse logistics. *Int J Prod Res* 2007;45(18-19):4289-315

Ko HJ, Evans GW. A genetic algorithm-based heuristic for the dynamic integrated forward/reverse logistics network for 3PLs. *Comput Oper Res* 2007;34(2):346-66

Pagell M, Wu Z, Murthy NN. The supply chain implications of recycling. *Bus Horiz* 2007;50:133-43.

Kannan D, Diabat A, Shankar KM. Analyzing the drivers of end-of-life tire management using interpretive structural modeling (ISM). *Int J Adv Manuf Technol* 2012;72(9-12):1603-14

Huscroft JR, Hazen BT, Hall DJ, Hanna JB. Task-technology fit for reverse logistics performance. *Int J Logist Manag* 2012;24(2):230-46

Saurabh Agrawal , Rajesh K. Singh, Qasim Murtaza, A literature review and perspectives in reverse logistics, *Resources, Conservation and Recycling* 97 (2015) 76-92.

Krumwiede DW, Sheu C. A model for reverse logistics entry by third party providers. *Omega* 2002;30(5):325-33.

Ordoobadi SM. Outsourcing reverse logistics and remanufacturing functions: a conceptual strategic model. *Manag Res News* 2009;32(9):831-45.

Bernon M, Rossi S, Cullen J. Retail reverse logistics: a call and grounding framework for research. *Int J Phys Distrib Logist Manag* 2011;41(5):484-510

Mafakheri F, Nasiri F. Revenue sharing coordination in reverse logistics. *J Clean Prod* 2013;59:185-96

Bottani E, Rizzi A. A fuzzy TOPSIS methodology to support outsourcing of logistics services. *Supply Chain Manag* 2006;11(4):294-308.

Poles, R., & Cheong, F. (2009). A system dynamics model for reducing uncertainty in remanufacturing systems. *PACIS 2009 Proceedings*, 24.

Gicquel, C., Kedad-Sidhoum, S., & Quadri, D. (2016, June). Remanufacturing planning under uncertainty: a two-stage stochastic programming approach. In *International Conference on Informations Systems, Logistics and Supply chain ILS2016*.

Lee, D.-H., Dong, M., 2009. Dynamic network design for reverse logistics operations under uncertainty. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.* 45, 61e71.

El-Sayed, M., Afia, N., El-Kharbotly, A., 2010. A stochastic model for forward-reverse logistics network design under risk. *Comput. Ind. Eng.* 58, 423e431.

Chu, L.K., Shi, Y., Lin, S., Sculli, D., Ni, J., 2010. Fuzzy chance-constrained programming model for a multi-echelon reverse logistics network for household appliances. *J. Oper. Res. Soc.* 61, 551e560.

Fonseca, M.C., García-Sánchez, A., Ortega-Mier, M., Saldanha-Da-Gama, F., 2010. A stochastic bi-objective location model for strategic reverse logistics. *Top* 18, 158e184.

Kenne, J. P., Dejax, P., & Gharbi, A. (2012). Production planning of a hybrid manufacturing–remanufacturing system under uncertainty within a closed-loop supply chain. *International Journal of Production Economics*, 135(1), 81-93.

Ramezani, M., Bashiri, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., 2013. A new multi-objective stochastic model for a forward/reverse logistic network design with responsiveness and quality level. *Appl. Math. Model.* 37, 328e344

De Rosa, V., Gebhard, M., Hartmann, E., Wollenweber, J., 2013. Robust sustainable bi-directional logistics network design under uncertainty. *Int. J. Prod. Econ.* 145, 184e198

Chen, Y. J., & Liu, D. B. (2013). An uncertain programming model for manufacturing/remanufacturing hybrid system in reverse logistics environment. In *Applied Mechanics and Materials (Vol. 288, pp. 251-255)*. Trans Tech Publications.

Roghalian, E., Pazhoheshfar, P., 2014. An optimization model for reverse logistics network under stochastic environment by using genetic algorithm. *J. Manuf. Syst.* 33, 348e356

Soleimani, H., Govindan, K., 2014. Reverse logistics network design and planning utilizing conditional value at risk. *Eur. J. Oper. Res.* 237, 487e497

Govindan, K., Paam, P., Abtahi, A.-R., 2016b. A fuzzy multi-objective optimization model for sustainable reverse logistics network design. *Ecol. Indic.* 67, 753e768

Soleimani, H., Seyyed-Esfahani, M., Shirazi, M.A., 2016. A new multi-criteria scenario-based solution approach for stochastic forward/reverse supply chain network design. *Ann. Oper. Res.* 242, 399e421

Feito-Cespon, M., Sarache, W., Piedra-Jimenez, F., Cespon-Castro, R., 2017. Redesign of a sustainable reverse supply chain under uncertainty: a case study. *J. Clean. Prod.* 151, 206e217.

Soleimani, H., Govindan, K., Saghafi, H., Jafari, H., 2017. Fuzzy multi-objective sustainable and green closed-loop supply chain network design. *Comput. Ind. Eng.* 109, 191e203

Yu, H., & Solvang, W. D. (2017). A carbon-constrained stochastic optimization model with augmented multi-criteria scenario-based risk-averse solution for reverse logistics network design under uncertainty. *Journal of cleaner production*, 164, 1248-1267.