مجله علمی – پژوهشی مدیریت تولید و عملیات
سال اول، شماره اول، پاییز و زمستان ۱۳۸۹
تاریخ وصول:٦ / ۱۱/ ۸۹
تاریخ پذیرش:۲٤/ ۳/ ۹۰
صص: ۱۸-۱

توسعه و حل یک مدل دو هدفه جهت تکمیل توأم موجودی چند کالا با محدودیت فضای انبار

ام البنین یوسفی[۱*]، میربهادر قلی آریانژاد[۲]، سید جعفر سجادی[۲]
۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران و عضو هیأت علمی دانشگاه صنعتی مالک اشتر
۲- استاد دانشکده صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده

در این تحقیق، یک مدل دو هدفه تکمیل موجودی همزمان چند کالا با فرض محدودیت یکی از منابع، توسعه یافته و حل شده است. مدل پیشنهادی دارای یک محدودیت فضای انبار بوده و به دنبال بهینه کردن دو تابع هدف می باشد. این دو تابع عبارتند از کمینه سازی مجموع هزینه نگهداری و سفارش دهی سالیانه و کمینه سازی کل سرمایه سالانه درگیر در موجودی. سپس یک الگوریتم ژنتیک چند هدفه برای حل آن توسعه یافته است. به منظور بررسی کارائی الگوریتم، عملکرد آن در اجرای ۱٦۰۰ مسأله که به صورت تصادفی ایجاد شده اند و با پارامترهایی که از ادبیات موضوع استخراج شده اند، بررسی شده است. یافته نشان دهنده آن است که الگوریتم پیشنهادی توانایی خوبی در ارائه جوابهای بهینه پارتویی دارد. در پایان، کاربرد رویکرد حل مسأله و نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی در مورد یک مسأله خاص که به صورت تصادفی تولید شده، نشان داده شده است.

واژه های کلیدی: مسأله تکمیل توأم موجودی چند کالا، بهینه سازی چند هدفه، محدودیت فضای انبار، الگوریتم ژنتیک

* نویسنده مسؤول: oyousefi@iust. ac. ir

مقدمه

علیرغم هزینه های مرتبط با موجودیها، داشتن موجودی در هر کارخانه امری غیر قابل اجتناب است. مسأله مهم این است که هزینه های روبرو شدن با کمبود کالا و مواد اولیه و قطعات یدکی، مشکلات توقف تولید و از دست دادن فرصت فروش کالا و کسر اعتبار شرکت را در بر خواهد داشت. در مواردی این اشکالات می تواند به مراتب بیشتر از هزینه های ذخیره موجودی باشد. هدف اصلی امور برنامه ریزی و کنترل موجودیها آن است که با تجزیه و تحلیل شرایط و هزینه ها، مناسب ترین سیاستها را برای سفارش و نگهداری موجودی در کارخانه اتخاذ نماید. از جمله مهمترین تقسیمات مدلهای موجود در مباحث کنترل موجودی مدلهای تک کالایی و مدل های چند کالایی است. در مدلهای تک کالایی همواره وضعیت موجودی و سیاستهای سفارشات کالاها به صورت منفرد و مستقل از سایر کالاهای موجود در انبار بررسی می شوند. در عمل، بسیاری از موارد دیده می شود که بین کالاهای مختلف موجود در انبار و مورد استفاده سازمان می تواند انواع وابستگی ها وجود داشته باشد، در نتیجه معمولاً سیاستهای اتخاذ شده برای یک کالا بر سایر کالاهای انبار تأثیرگذار خواهند بود. اثرات متقابل کالاها بر یکدیگر می تواند به عوامل زیادی مرتبط باشد به عنوان مثال:

- ✓ تأثیرات متقابل به علت محدودیتها
- ✓ تأثیرات متقابل در هزینه های سفارش دهی
- ✓ تأثیرات متقابل در قیمتهای خرید
- ✓ تأثیرات متقابل در محدودیتهای تولید

در عمل مدلهای موجودی مختلفی وجود دارد که با چندین محصول در ارتباطند، هدف این مدلها، اغلب مینیمم کردن هزینه کل بوده در حالیکه تقاضا نیز برآورده شود. هزینه کل، معمولاً از دو جزء تشکیل می شود:

الف) هزینه راه اندازی یا سفارش دهی[1]

این هزینه، برای محصولاتی که ساخته می شوند در واقع هزینه آماده سازی ماشین آلات و تجهیزات، قبل از تولید است و برای محصولاتی که به یک تأمین کننده سفارش داده می شوند شامل هزینه آماده سازی و دریافت سفارش و نیز هزینه حمل و نقل است.

ب) هزینه نگهداری[2]

این هزینه، همان هزینه نگهداری موجودی است که شامل هزینه درگیر در موجودی، مالیات، بیمه و نظایر آن می باشد.

مهمترین مسأله در مسائل چند محصولی عبارت است از تصمیم گیری روی مقادیر بهینه محصولات مختلف در یکی از حالات زیر: (گویال [3]، ۱۹۷٤)

۱- هنگامی که چندین کالا به یک تأمین کننده سفارش داده می شوند.

۲- هنگامی که چندین محصول از تجهیزات حمل و نقل مشترک استفاده می کنند.

۳- هنگامی که یک محصول بعد از تولید انبوه یا دسته ای در مقادیر مختلف بسته بندی شود.

1 Set up or ordering cost
2 Holding cost
3 Goyal

هزینه ترتیب دادن یک سفارش از یک تأمین کننده برای تعدادی محصول متفاوت از دو جزء زیر تشکیل می شود:

الف) یک هزینه کلی سفارش دهی [1] که از تعداد محصولات مختلف در یک سفارش مستقل است.

ب) یک هزینه جزئی سفارش دهی [2] که به تعداد محصولات مختلف در یک سفارش بستگی دارد.

مسأله فوق به «مسأله تکمیل همزمان موجودی [3] »یا JRP معروف است. به علت وجود هزینه کلی سفارش دهی، بکارگیری سفارش دهی گروهی ممکن است منجر به صرفه جویی معنی داری در هزینه ها شود. این صرفه جویی بطور قابل توجهی وقتی تقاضای بین اقلام بطور نزدیکی بههم مرتبط هستند، افزایش می یابد (تسا و هوانگ [4]، ۲۰۰۹). بعلاوه صرفه جویی حاصل از محل سفارش دهی گروهی هر چه هزینه کلی سفارش دهی بزرگتر باشد، معنی دارتر است.

استراتژیهای حل JRP می تواند به دو نوع تقسیم شود:

۱- استراتژی گروهبندی مستقیم [5] (DGS)

۲-استراتژی گروهبندی غیرمستقیم [6] (IGS)

در استراتژی DGS، محصولات به تعدادی گروه از قبل مشخص شده، تقسیم می شوند و محصولات داخل هر گروه، با یک زمان سیکل مشترک سفارش داده می شوند. در استراتژی IGS، سفارش دهی در فواصل زمانی منظم انجام می شود که معمولاً به آن زمان سیکل پایه گفته می شود. هر محصول، ضریب عدد صحیحی از زمان سیکل پایه را داراست و در سیکلهای سفارشی که مضرب صحیح از این ضریب است سفارش داده می شود. گروهها در استراتژی IGS، بصورت غیر مستقیم، با محصولاتی که دارای یک ضریب صحیح یکسان هستند، تشکیل می شود. آرکین [7] و همکاران(۱۹۸۹)، ثابت کردند که مسأله JRP، یک مسأله با پیچیدگی سخت [8] است، بنابراین الگوریتمی که در یک زمان چند جمله ای بتواند مسأله JRP مخصوصاً با ابعاد بزرگ را حل کند وجود ندارد و لذا در مقالات بسیاری، با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، روش‌های حل تقریبی برای مسأله توسعه داده شده است. برای اولین بارگویال(۱۹۷٤) با محاسبه یک حد بالا و پایین روی زمان سیکل پایه یک الگوریتم محاسباتی، برای مشخص کردن کلیه می نیمم های محلی و در نتیجه می نیمم کل ارائه داد. بنابراین رویکرد گویال منجر به یافتن جواب بهینه برای مسأله JRP می شد ولی ممکن بود از لحاظ محاسباتی برای مسائل بزرگ به جواب نرسد. سیلور [9] (۱۹۷٦) یک الگوریتم کارا برای برای حل JRP، ارائه داد که در سال ۱۹۷۹ توسط گویال بهبود داده شده، سپس توسط کسپی و روزنبلات [10] (۱۹۸۳) توسعه بیشتری یافت. این الگوریتم شاید معروفترین روش هیوریستیک در حل JRP بوده و به نام الگوریتم RAND معروف است . این الگوریتم بر اساس محاسبه m مقدار مساوی برای زمان سیکل پایه از طریق حد پائین و بالای آن یعنی

1 Major ordering cost
2 Minor ordering cost
3 Joint Replenishment Problem (JRP)
4 Tsai and Huang
5 Direct Grouping Strategy (DGS)
6 Indirect Grouping Strategy (IGS)
7 Arkin
8 NP-hard
9 Silver
10 Kaspi and Rossenbllat

روی فاصله،$[T_{min} \quad T_{max}]$ و سپس بکارگیری الگوریتم سیلور جهت بهبود الگوریتم برای هر مقدار از زمان سیکل پایه می باشد.

بررسی تحقیقات انجام شده

تحقیقاتی که تا کنون روی مسأله JRP انجام شده است را می توان به دو دسته کلی زیر تقسیم کرد:

- ✓ ارائه روشهای مختلف جهت حل مدل JRP کلاسیک
- ✓ توسعه مدلهای جدید از روی مسأله JRP کلاسیک و ارائه روشهای مختلف جهت حل آنها که در این مورد عمدتاً موارد زیر در تحقیقات گذشته به چشم می خورد:

الف- توسعه « مدل تکمیل موجودی توأم چند کالا در حالت احتمالی[1] » یا SJRP که در آن تقاضای تقاضای محصولات به صورت احتمالی در نظر گرفته می شودو هدف مینیمم کردن هزینه مورد انتظار در هر واحد زمان می باشد.

ب- توسعه« مدل تکمیل موجودی توأم چند کالا در حالت پویا[2] » یا DJRP که در آن تقاضای قطعی است ولی نسبت به زمان یکنواخت نیست و هدف عبارتست از مینیمم کردن هزینه کل در افق برنامه ریزی که شامل چند پریود می باشد.

ج- توسعه یکی از مدلهای JRP یا SJRPیاDJRP با در نظر گرفتن شرایط خاص بعنوان مثال:

- ✓ در نظر گرفتن زیر مجموعه ای از پریودهای زمانی گسسته جهت تکمیل موجودی
- ✓ در نظر گرفتن تخفیف های مقداری کلی
- ✓ در نظر گرفتن قیمت هر واحدمحصولات به صورت کاهشی یا افزایشی نسبت به زمان
- ✓ بکارگیری JRP بعنوان یک زیر مسأله در سایر مسائل
- ✓ در نظر گرفتن وابستگی هزینه های سفارش دهی به ترکیب موجود در کالاهایی که سفارش داده می شوند.
- ✓ در نظر گرفتن محدودیتهایی در مدل نظیر ظرفیتهای انبار و حمل و نقل و بودجه
- ✓ در نظر گرفتن تقاضای نا معین مشتری و همچنین تخمین های نا دقیق واحد هزینه نگهداری

در زمینه توسعه مدل JRP کلاسیک در شرایط خاص که تحقیق حاضر نیز به آن متعلق است، موارد زیر از ادبیات موضوع قابل استخراج می باشد، کلین و ونچورا[3] (۱۹۹۵) ، جهت ایجاد یک سیاست سفارش دهی ساده تر برای پیاده سازی در صنعت مدلی را ارائه دادند که در آن زمانهای تکمیل موجودی تنها به ابتدای پریودهای زمانی گسسته محدود شد. مون و چا[4](۲۰۰۵)، دو الگوریتم برای حل JRP وقتی تأمین کننده تخفیف های مقداری کلی پیشنهاد می کند، توسعه دادند. نویسندگان دو قضیه اثبات کردند که سپس در توسعه دو الگوریتم برای پیدا کردن جواب بکار بردند. خوجا و همکاران[5] (۲۰۰۵) فرض کردند که هزینه هر واحد محصولات در یک افق زمانی محدود و متناسب با یک آهنگ پیوسته نسبت به زمان کاهشی یا افزایشی

1 Stochastic demand joint replenishment problem(SJRP)
2 Dynamic demand joint replenishment problem (DJRP)

3 Klein and Ventura
4 Moon and Cha
5 Koudja et al

است و یک الگوریتم بـرای حـل JRP، ارائـه دادنـد. سیاجادی[1] و همکاران (۲۰۰۵)، مدلی را فرموله کـرد که در آنها JRP بعنوان یک زیر مسأله بکار رفت، آنها مدل بهینه سازی تصمیمات موجودی یـک فروشـنده که بطور همزمان چندین قطعه را برای تولید محصول نهـایی بکـار مـی بـرد، را توسـعه دادنـد. چـان[2] و همکاران(۲۰۰٦)، یک رویکرد حل برای برنامه ریزی تحویل از یک تأمین کننده به چندین خریدار توسـعه دادند که خریـداران JRP را بـرای تکمیـل موجـودی خود از تأمین کننده بکار می برنـدو در ادامـه مسـأله برنامه ریزی تحویل تحت ٤ هـدف مختلـف فرمولـه شد. هوک[3] (۲۰۰٦)، یک مدل توسـعه یافتـه از JRP برای در برگـرفتن مـوارد عملـی بـا در نظـر گـرفتن ظرفیتهای انبار و حمـل ونقـل و محـدودیت بودجـه ارائه داده است و یک رویکرد ساده برای محاسبه حد پایین مناسـب بـرای سـیکل مشـترک پایـه ارائـه داد. السـن[4] (۲۰۰۸)، حـالتی از مسـأله JRP را در نظـر گرفت که در آن هزینه های جزئی سفارش دهـی بـه یکدیگر وابسته اند. وابستگی خطی هزینه های جزیی سفارش دهی در JRP، هنگامی رخ می دهد که هزینه وارد کردن یک آیتم در یک سفارش به اینکه کدامیک از کارهای دیگر در سفارش هستند، بسـتگی دارد وی در ادامه، یک الگـوریتم تکـاملی[5] (EA) بـرای حـل چنین مسأله ای ارائه داد. در مقالـه ای کـه وانـگ[6] و همکاران (۲۰۰۸) ارائه دادند به مطالعـه ای از مسـأله JRP، تحت تقاضاهای نا معین مشـتری و تخمـین نـا

1 Siadjadi et al
2 Chan et al
3 Hoque
4 Olsen
5 Evolutionary Algorithms
6 Wang et al

دقیق واحد هزینه نگهداری پرداختنـد. سـو[7] (۲۰۰۹)، مسأله JRP را برای مدلسـازی تصـمیمات موجـودی برای یک کارخانه مرکزی و شـعبه هـای آن در یـک سیستم تولید بهنگام بکار گرفـت. لـی[8] (۲۰۰٤) یـک مـدل JRP وقتـی چنـدین خریـدار وجـود دارنـد مدلسازی کرده و با توسـعه ای از الگـوریتم RAND آنرا حل نمود. اکثر مدلهای موجودی چنـدین مفهـوم هزینه ای و نیز احتیاجات سـطح سـرویس دهـی بـه مشتری را در داخل یک تابع هـدف تکـی جـایگزین می کنند، سپس تصمیمات بهینه در مورد اینکه چقدر سفارش داده شود و کی سـفارش داده شـود، توسـط روشهای سنتی بهینه سازی آغاز می شود، در حالیکـه موارد زیادی در مسائل مربوط به سیستم های واقعـی کنترل موجودی وجود دارد که تصمیم گیرندگان مایل به بهینه سازی بیش از یک هـدف کـه بعضـاً ممکـن است با یکدیگر در تضاد نیز باشند هسـتند. در مـورد مسأله JRP، تا کنون به حالتی که بیش از یـک هـدف در مدل در نظر گرفتـه شـده و در نتیجـه بـر کـارایی کاربردی و عملی آن بیفزاید، پرداخته نشده اسـت. در مقاله حاضر به مدلسازی مسأله JRP با در نظر گرفتن دو هـدف پرداختـه شـده اسـت و از طرفـی جهـت کاربردی تر شدن مدل، محدودیت فضای انبار نیز که در عمل اکثر سیستمهای کنترل موجودی با آن مواجه هستند نیز به مدل اضافه شده است. هدف دیگر مقاله حاضر، ارائه یک رویکـردی کـارا بـرای حـل مسـأله پیشنهادی است که به این منظور به توسـعه الگـوریتم ژنتیک چند هدفه که کارایی خوبی برای بهینه سـازی مسائل چند هدفه از خود نشان داده است پرداختـه و

7 Hsu
8 Li

نتـایج حاصـل نشـان داده شـده اسـت. روش انجـام تحقیق حاضر، روش اسنادی و مطالعات کتابخانـه ای یـا مراجعـه بـه منـابع در دسـترس در خصـوص موضـوعات مـرتبط بـا موضـوع تحقیـق مـی باشـد. همچنین استفاده از نرم افزارهای محاسـباتی و برنامـه نویسی پیچیده و بهره گیری از امکانـات کامپیوترمنـا سب در اجرای مدل توسعه داده شده ضروری خواهد بود. در ادامه مطالب ارائه شده در مقالـه حاضـر در ۵ بخش ارائه می شود. در قسمت سوم به معرفی مـدل پیشنهادی می پردازیم. به معرفی الگوریتم ژنتیک چند هدفه در بخـش چهـارم پرداختـه مـی شـود. توسـعه الگوریتم ژنتیک چند هدفه برای حل مدل پیشـنهادی در قسمت پنجم انجام مـی شـود. در قسـمت ششـم نتایج حاصل از حل مسأله بـا روش پیشـنهادی ارائـه می شود و در قسمت هفتم نیز به جمع بندی، نتیجـه گیری و ارائه پیشنهاد برای ادامه تحقیق در مورد ایـن موضوع می پردازیم.

معرفی مدل دو هدفه تکمیل توأم موجـودی چنـد کالا با وجود محدودیت فضا

در این قسمت به معرفـی فرضـیات، پارامترهـا و متغیرهای تصمیم در مدل پیشنهادی پرداخته و سپس مدل نهایی ارائه می شود.

فرضیات

فرضـیات مـدل، شـبیه فرضـیات در مـدل JRP کلاسیک می باشد کـه آن هـم شـبیه فرضـیات مـدل «مقدار سفارش اقتصادی[1]» یا همـان EOQاسـت کـه این فرضیات عبارتند از:

۱- وجود تقاضای قطعی و یکنواخت
۲- عدم وجود تخفیف
۳- خطی بودن هزینه نگهداری
٤- عدم مجاز بودن کمبود

علاوه بر آن فرضیات زیر نیز اضافه می شوند:

۵- استفاده از استراتژی IGS
٦- محدودیت فضای انبار

پارامترهای مدل

n: تعداد محصولات

i: اندیس محصولات $i = 1 , \dots , n$

D_i: تقاضای سالیانه محصول i ام

h_i: هزینه نگهداری سالیانه برای محصول i ام

S: هزینه کلی سفارش دهی در هر بار سفارش

s_i: هزینه جزئـی سـفارش دهـی کـه در صـورت سفارش محصول iام سفارش داده شود پرداخت مـی شود

c_i: هزینه خرید یک واحد محصول i ام

V: ماکزیمم فضای انبار

v_i: فضای لازم برای انبار کردن یک واحـد کـالای iام

متغیرهای تصمیم

Q_i: میزان سفارش محصول i ام (واحد کالا)

T: زمان بین دو سفارش متـوالی یـا زمـان سـیکل پایه

1 Economic Order Quantity

T_i: فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی محصول i ام

k_i: ضریب عدد صحیح سفارش دهی محصول i ام

متغیرهای تصمیم اصلی عبارتند از T و k_i، بطوریکه مطابق روابط ۱و۲ متغیرهای Q_iو T_i از روی آنها قابل بدست آوردن هستند.

(۱)

$$T_i = k_i T$$

(۲)

$$Q_i = T_i D_i = T k_i D_i$$

توابع هدف

الف) هزینه کل سفارش دهی[1] (TCS) و نگهداری موجودی[2] (TCH) در واحد زمان (f1)

ب) هزینه کل سرمایه درگیر در موجودی (f2)

مدل پیشنهادی

(۳)

$$a)\ \text{minimize}\quad f1\left(T,K_{i,s}\right) = TCH + TCS = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i D_i h_i}{2} T + \frac{S + \sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{k_i}}{T}$$

(٤)

$$b)\ \text{minimize}\quad f2\left(T,K_{i,s}\right) = T\sum_{i=1}^{n} c_i k_i D_i$$

(٥)

$$\text{suject to}: \quad \sum_{i=1}^{n} k_i D_i v_i T \le V$$

$$T \ge 0,\ k_i \ge 1,\ k_i \text{ is integer} \quad \forall i = 1,2,\dots,n$$

توسعه الگوریتم ژنتیک چند هدفه برای حل مدل پیشنهادی

بهینه سازی مسائل چند هدفه

یک دسته از سخت ترین و در عین حال پرکاربردترین مدلها در مسائل بهینه سازی، مسائل چند هدفه هستند. در یک مسأله بهینه سازی چند هدفه، معمولاً یک جواب بهینه منحصر به فرد وجود دارد ولی در مسائل بهینه سازی چند هدفه، توابع هدف ممکن است با یکدیگر در تعارض باشند، بنابراین پیدا کردن یک جواب بهینه بطوریکه بصورت همزمان کلیه اهداف را بهینه کند معمولاًامکان پذیر نیست. یکی از روشهای حل اینگونه مسائل ادغام کردن اهداف مختلف در یک تابع هدف است. در چنین مواردی جواب بهینه با استفاده از متدهایی نظیر تابع مطلوبیت و یا مجموع وزین توابع هدف بدست می آید، و لیکن در این روشها نیز انتخاب اوزان مناسب برای توابع هدف و یا انتخاب یک تابع مطلوبیت مناسب یک چالش محسوب می شود. از جمله روشهای دیگر حل مسائل چند هدفه، روشهایی هستند که هدفشان بدست آوردن جوابهای بهینه پارتویی و یا زیر مجموعه ای کارا ازآن می باشد. مجموعه جوابهای پارتویی[3] شامل جوابهایی می شود که توسط هیچ جواب دیگری ازمجموعه جوابهای امکان پذیر مسأله چیره[4] نمی شوند. یک جواب چیره ناپذیر جوابی است که بهبود در یک تابع هدف آن

1 Total cost of set up
2 Total cost of holding
3 Pare to solution
4 Dominate

منجر به بدتر شدن حداقل یک تابع هدف دیگر می شود. با استفاده از چنین روشهایی وارائه مجموعه جوابهای چیره ناپذیر، این فرد تصمیم گیرنده است که با توجه به تبادل[۱] بین اهداف به انتخاب جواب مطلوب خود می پردازد. (کناک[۲] و همکاران، ۲۰۰٦)

الگوریتمهای تکاملی چند هدفه[۳]

در طی دهه گذشته الگوریتمهای مبتنی بر جمعیت مانند الگوریتمهای ژنتیک در بهینه سازی مسائل چند هدفه کاربرد زیادی پیدا کرده اند، چرا که این الگوریتمها می توانند مجموعه جوابهای پارتویی را با یک بار اجرای الگوریتم بدست آورند، در حالیکه سایر روشهای بهینه سازی سنتی با چند بار اجرای متوالی و جدا گانه به این مجموعه دست پیدا می کنند. (کناک و همکاران، ۲۰۰٦)

در یک الگوریتم تکاملی چند هدفه که یک توسعه از الگوریتم تکاملی است به دو سؤال اساسی بایستی پاسخ داده شود:

۱- مکانیزم انتخاب کروموزومها به نحوی که جوابهای چیره ناپذیر شانس بیشتری برای انتخاب و ایجاد نسل بعد را داشته باشند.

۲- مکانیزم ایجاد تنوع در جوابهای تولید شده به نحوی که حتی المقدور کل فضای جواب جستجو شده و تا حد امکان کل مجموعه جوابهای پارتویی ارزیابی شود.

الگوریتمهای تکاملی با توجه به مکانیسمی که برای پاسخ به هر یک از دو پرسش فوق انتخاب می‌کنند، متعلق به یکی از سه دسته زیرهستند:

۱- توابع ادغامی[٤] که مجموع وزین توابع هدف را بعنوان یک تابع هدف کلی در نظر می گیرند.

۲- روشهای مبتنی بر جمعیت [٥]، به عنوان یک مثال کلاسیک از این دسته VEGA[٦] را می توان نام برد.

۳- روشهای مبتنی بر جوابهای پارتویی[۷]، یک مثال کلاسیک از این دسته MOGA[۸] است.

الگوریتم ژنتیک چند هدفه(MOGA)

در مکانیسم انتخاب در MOGA رتبه هر کروموزوم در جمعیت برابر است با تعداد جوابهایی که آنرا چیره می کنند. کل جوابهایی که چیره ناپذیرند دارای رتبه برابر هستند و در نتیجه شانس برابری برای انتخاب در تکرار بعد و تولید جمعیت جدید را دارند. MOGA به منظور ایجاد پراکندگی لازم در فضای جواب از رویکرد اشتراک برازندگی[۹] برای بدست آوردن جوابهایی که بطور یکنواخت در مجموعه جوابهای پارتو توزیع شده اند، استفاده می کند. در این تکنیک جوابهایی که در مناطقی قرار دارند که چگالی جوابهای یکسان در آنها زیاد است، برازندگیشان کاهش می یابد.

برای توسعه هر الگوریتم ژنتیک اجزاء اصلی و مهم الگوریتم بایستی به دقت تعریف شوند که در ادامه به معرفی آنها می پردازیم:

1 Trade off
2 Konack et al
3 Multi-Objective Evolutionary Algorithms

4 Aggregate functions
5 Population-based approaches
6 Vector Evaluated Genetic Algorithm
7 Pareto-based approaches
8 Multi-Objective Genetic Algorithms (MOGAs)
9 Fitness sharing

حدود متغیرهای تصمیم

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد در استراتژی IGS که ما نیز از آن استفاده می کنیم متغیرهای تصمیم عبارتند از، زمان سیکل پایه(T) و ضرایب عدد صحیح مربوط به هر کالا($k_{i,s}$). حد بالا و پایین مقادیر T را بصورت زیر در نظر می گیریم (خوجا و همکاران، ۲۰۰۰):

(٦)

$$T_{max} = \left[2\left(S + \sum_{i=1}^{n} s_i\right) \Big/ \sum_{i=1}^{n} D_i h_i \right]^{1/2}$$

(۷)

$$T_{min} = \min_{1 \le i \le n} \sqrt{\frac{2S_i}{h_i D_i}}$$

حد پایین برای مقادیر($k_{i,s}$) که مسلماً عبارتست از $k_i(min) = 1$ برای بدست آوردن حد بالا هم ابتدا مقادیر $T_i(in)$ از فرمول EOQ بصورت مستقل برای هر کالا بدست می آید و سپس T_{min} به صورت زیر بدست می آید (خوجا و همکاران، ۲۰۰۰).

(۸)

$$T_i(in) = \left(\frac{2(S + s_i)}{h_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

(۹)

$$k_i(max) = \left\lceil \frac{T_i(in)}{T_{min}} \right\rceil$$

بطوریکه در رابطه فوق منظور ازنماد [a] اولین عدد صحیح بزرگتر از a است.

تابع هدف دوم ما بر روی روابط فوق بی تأثیر است ولی محدودیت مدل، T_{max} را بصورت زیر تغییر می کند:

(۱۰)

$$T_{max} = \min\left(\left[2\left(S + \sum_{i=1}^{n} s_i\right) \Big/ \sum_{i=1}^{n} D_i h_i \right]^{1/2}, \frac{V}{\sum_{i=1}^{n} D_i v_i} \right)$$

نمایش[۱]

یکی از مهمترین مسائل در الگوریتم ژنتیک، نحوه باز نمایی یا کد کردن جوابها می باشد. در مدل پیشنهادی ما، یک کروموزوم یا یک جواب حاوی (n+1) ژن می باشد، بطوریکه n ژن اول که مقادیر عدد صحیح بوده حاوی مقادیر ($k_{i,s}$) می باشند و یک ژن آخر حاوی مقدار مربوط به زمان سیکل پایه بوده و متغیری پیوسته می باشد.

جمعیت اولیه[۲]

جمعیت اولیه بصورت تصادفی ایجاد می شود. برای ایجاد هر عضو جمعیت، ابتدا n عدد تصادفی عدد صحیح بین$k_i(min)$ و $k_i(max)$ تولید می شود و سپس یک عدد تصادفی پیوسته بین T_{min} وT_{max} ایجاد می شود. قاعدتاً از بین جوابهای تولید شده جوابهایی قابل قبول هستند که در محدودیت مدل صدق کنند.

استراتژی انتخاب[۳]

برای انتخاب والدین[٤] از میان جمعیت برای ایجاد ایجاد نسل بعدفرزندان[٥] از مکانیسم چرخ رولت[٦] استفاده می شود. در این مکانیزم انتخاب کروموزومها

---
1 Representation
2 Initial population
3 Selection strategy
4 Parents
5 Offsprings
6 Roulette-wheel selection mechanism

احتمالی است، بـه طوریکـه کروموزومهـای بـا تـابع برازندگی بیشتر شانس بیشتری بـرای انتخـاب شـدن دارند و در واقع احتمال انتخاب i امین کروموزوم بـا تابع برازندگی f_i، عبارتست از $\frac{f_i}{\sum f_i}$.

تابع برازندگی[1]

میزان برازندگی هر کروموزوم مطابق مراحل زیـر ارزیابی می شود:

۱- برای هـر کرومـوزوم در هـر تکـرار $(x \in p_t)$، رتبه آن یعنی r(x,t) مطابق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$r(x,t) = 1 + nq(x,t)$$

nq(x,t) عبارتست از تعداد جوابهایی که در تکرار t، جواب x را چیره می کنند. و منظور از p_t، تکـرار t ام جمعیت می باشد.

۲- برای هر جواب بر اساس رتبـه بدسـت آمـده یک مقدار برازندگی مطابق رابطـه زیـر محاسـبه مـی شود:

(۱۲)

$$f(x,t) = N - \sum_{k=1}^{r(x,t)} n_k - 0.5 * (n_{r(x,t)} - 1)$$

n_k عبارتست از تعداد جوابهـای بـا رتبـه k و لـذا $n_{r(x,t)}$ عبارتست از تعداد جوابهای با رتبه r(x,t)

۱- برای هر جواب یک شمارنده تشابه یعنی nc(x,t) مطابق رابطه زیر محاسبه می کنیم:

(۱۳)

$$nc(x,t) = \sum_{y \in p, r(y,t)=r(x,t)} \max\left\{\frac{\sigma_{share} - dz(x,y)}{\sigma_{share}}, 0\right\}$$

σ_{share} آستانه تشابه نام دارد و می تواند بین ۰ تا ۱ تغییر کند.

dz(x,y) فاصله اقلیدسـی بـین دو جـواب x,y در فضای نرمال سازی شده توابع هدف بوده و بین صفر و یک می باشد و مطابق رابطه زیر بدست می آید:

(١٤)

$$dz(x,y) = \sqrt{\left(\frac{f1(x) - f1(y)}{f1_{max} - f1_{min}}\right)^2 + \left(\frac{f2(x) - f2(y)}{f2_{max} - f2_{min}}\right)^2}$$

۱- بـرای هـر جـواب $x \in p_t$ مقداربرازنـدگی اشتراکی یعنی $f^{(1)}(x,t)$ مطابق رابطـه زیـر بدسـت می آید:

(١٥)

$$f^{(1)}(x,t) = \frac{f(x,t)}{nc(x,t)}$$

۲- مقادیربرازندگی با بکارگیری مقادیر برازندگی اشتراکی به صورت زیر نرمالسازی می شود:

(١٦)

$$f^{(2)}(x,t) = \frac{f^{(1)}(x,t) n_{r(x,t)}}{\sum_{y \in p_t} f^{(1)}(y,t)} f(x,t)$$

تقاطع[2] و جهش[3]

بعد از انتخاب والدین با مکانیزم چرخ رولت و بر اساس $f^{(2)}(x,t)$ که در رابطه ١٦ ارائه شد، فرزندان بـا دو مکـانیزم تقـاطع و جهـش تولیـد مـی شـوند. متدهای مختلفی برای انجـام ایـن دو عملگـر وجـود دارند. در اینجا از متد نقطه تصـادفی جهـت عملگـر تقاطع استفاده مـی شـود، بطوریکـه ایـن عملگـر بـا احتمال p_c عمل می کندو تعدادی کروموزوم تصادفی

1 Fitness function

2 Crossover

3 Mutation

از دو والد با مکان مشترک را نتخاب می کند و جای آنها را تعویض می کند. بعد از تولید فرزندان با این مکانیزم، عملگر جهش به کار گرفته می شود که در این عملگر هر کروموزوم با احتمال ضعیف برابر p_m تغییر می کند. در هر یک از دو عملگر فوق مقدار هر کروموزوم بین حدود پایین و بالایی که در قسمتهای قبل ارائه شد تغییر می کند و همچنین تنها جوابهایی که در محدودیت مسأله صدق کنند قابل قبول خواهند بود.

جایگزینی[1]

بعد از تولید قرزندان، مجدداً از مکانیزم چرخ رولت استفاده می شود وبه تعداد اندازه جمعیت که از قبل تعریف شده است، از فرزندان جدید و نسل قبل به نسل بعد منتقل می شوند.

شرط توقف[2]

هر گاه تعداد جوابهای بهینه پارتویی در طی ۵۰ تکرار متوالی تغییر نکند، الگوریتم متوقف خواهد شد.

مراحل کلی الگوریتم ژنتیک چند هدفه

قدم ۱: با یک جمعیت اولیه تصادفی(p_0) شروع کنید($t=0$)

قدم ۲: اگر شرط توقف برقرار است متوقف شوید، جواب نهایی عبارت است از p_t

قدم ۳: برای هر عضو جمعیت مقدار تابع برازندگی $f^{(2)}$ (x,t) را با استفاده از رابطه ۱٦ محاسبه کنید.

قدم ٤: با استفاده از متد چرخ رولت و بر اساس مقادیر $f^{(2)}$ (x,t) والدها را جهت تولید نسل بعد انتخاب کنید.

قدم ۵: با استفاده از عملگر تقاطع و جهش فرزندان نسل جدید را تولید کنید.

قدم ٦: با استفاده از مکانیزم چرخ رولت از مجموع والدین و فرزندان تولید شده به تعداد اندازه جمعیت کروموزوم انتخاب کنید.

قدم ۷: قرار دهید$t = t + 1$ و به قدم ۲ بروید.

نتایج حاصل از اجرای مدل

برای بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی جهت حل مدل، الگوریتم پیشنهادی روی ۱٦۰۰ مسأله که هر یک بصورت تصادفی ایجاد شده اند، تست شده است . هر مسأله دارای ٦ پارامتر اصلی است که از مقاله خوجا و همکاران(۲۰۰۰) استخراج شده و در جدول ۱ خلاصه شده است، همچنین پارامترهای مورد نیاز الگوریتم نیز در جدول ۲ خلاصه شده است. این پارامترها با تکرار الگوریتم به تعداد دفعات زیاد و مطابق با بهترین نتایج حاصل انتخاب شده است.

1 Survive selection
2 Stopping criteria

جدول۱. مقادیر پارامترهای هر مسأله

پارامتر	حدود مقادیر پارامتر
تقاضا(D_i)	[۱۰۰,۱۰۰۰۰۰]
هزینه کلی سفارش دهی(S)	۵,۱۰,۱۵,۲۰
هزینه سفارش دهی جزیی (s_i)	[۵,۵ .۰]
تعداد محصولات (n)	۱۰,۲۰,۳۰,۵۰
هزینه نگهداری	[۲,۳ .۰]
قیمت خرید هر قلم کالا	۱
فضای مورد نیاز جهت انبار هر قلم کالا	۱

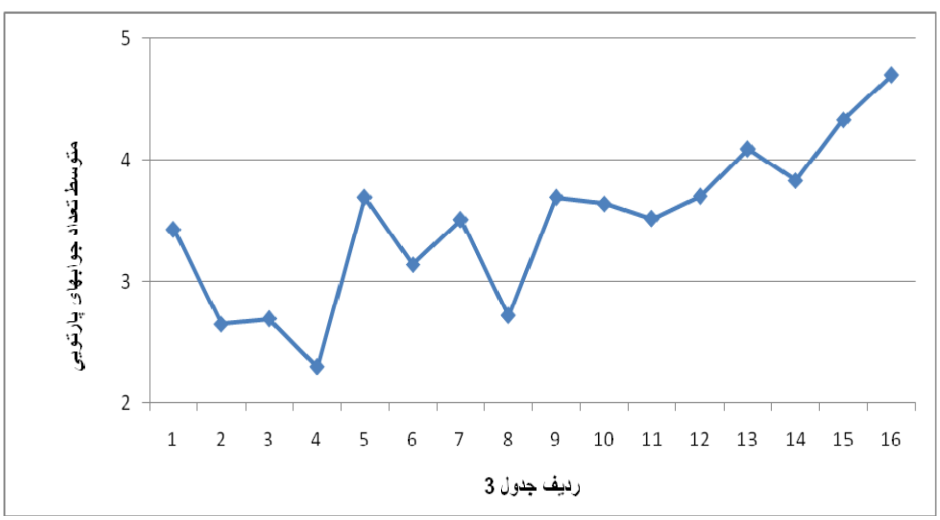
جدول ۲. مقادیر پارامترهای الگوریتم

پارامتر	مقدار
سایز جمعیت	۱۰۰
احتمال انجام عملگر تقاطع	۰/٦
احتمال انجام عملگر جهش	۰/۲
σ_{share}	۱

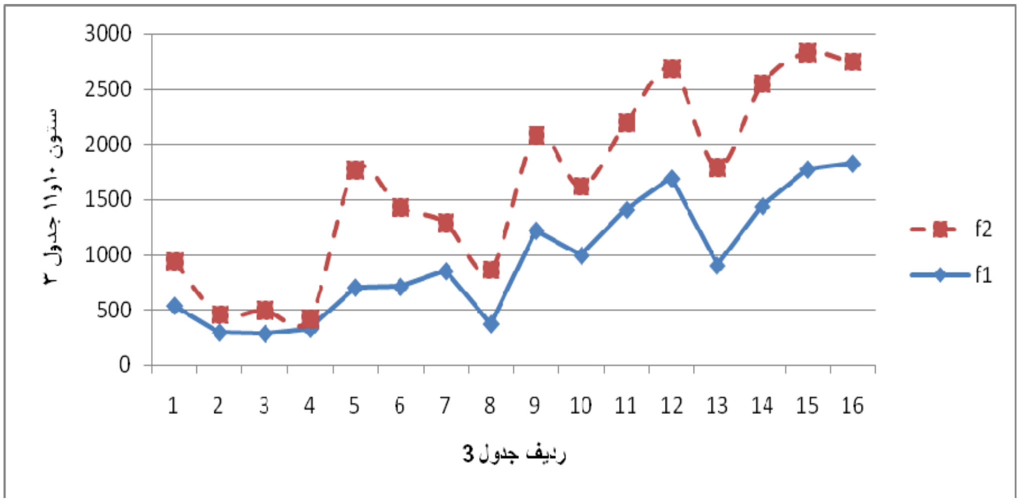
برای هر مقدار n وS که با توجه به جدول ۱ شامل ١٦ مقدار می شود، ۱۰۰ مسأله تصادفی تولید شده که تفاوت آنها در مقادیر D_i و s_iوH_i می باشد، این مسائل با الگوریتم پیشنهادی که توسط نرم افزار ویژوال بیسیک ۲۰۰۷ کد شده، حل گردیده و نتایج حاصل در جدول ۳ خلاصه شده است. ستون پنجم این جدول نشان دهنده متوسط تعداد جوابهای بهینه پارتویی است که برای هر ردیف در ۱۰۰ مسأله تصادفی ایجاد شده، بدست می آید. روند تغییرات این مقادیر در نمودار ۱ نشان داده شده است، همانگونه که این نمودار نشان می دهد با افزایش ابعاد مسأله تعداد جوابهای پارتویی نیز افزایش یافته است . در ادامه در هر ردیف این جدول برای هر مسأله تولید شده از بین جوابهای بهینه پارتویی مقدار مینیمم f1 را انتخاب کرده و میانگین آن را روی هر ۱۰۰ مسأله محاسبه کرده واز مقادیر متناظر f2 آنها نیز میانگین گرفته و این مقادیر را در ستون ششم و هفتم جدول ارائه شده است. همین کار برعکس برای مقادیر می نیمم f2 و مقادیر متناظر f1 نیز انجام شده و نتایج درستون هشتم و نهم جدول ارائه شده است. ستون دهم جدول تفاضل ستونهای ۸ و٦ و ستون یازدهم تفاضل ستونهای ۹و ۷ جدول می باشد هر چه مقادیر دو ستون آخر جدول بزرگتر باشد نشان دهنده این است که جوابهای پارتویی دارای پراکندگی بیشتری هستند. این مقادیر در قالب نمودار ۲ نمایش داده شده است، همانگونه که ملاحظه می کنید؛ اولاً با افزایش ابعاد مسأله این مقادیر زیادتر شده و در واقع جوابهای پارتویی دارای تنوع بیشتری می شوند و ثانیاً در کل مقادیر مربوط به f1 نسبت به مقادیر f2 از پراکندگی بیشتری برخوردارند.

جدول ۳. نتایج حاصل اجرای ۱۶۰۰ مسأله تصادفی

ردیف	حداکثر فضای در دسترس(میلیون)	تعداد کل کالاها(N)	هزینه کلی سفارش دهی(S)	متوسط تعداد جوابهای بهینه پارتویی	مقایسه مینیمم f1 و مقادیر متناظر f2		مقایسه مینیمم f2 و مقادیر متناظر f1		متوسط f1- متوسط مینیمم f1	متوسط f2- متوسط مینیمم f2
					متوسط مینیمم f1	متوسط f2	متوسط f1	متوسط مینیمم f2		
۱	۳	۱۰	۵	۹۳ .۲	۷,۳۹۵	۵,۱۸۰	۷,۹۳۷	٤,۷۸۱	۵٤۲	۳۹۹
۲	٦	۱۰	۱۰	۱۵ .۲	۷,۸۳۳	۵,۱۰۹	۸,۱۳۳	٤,۹۵۳	۳۰۰	۱۵۷
۳	۹	۱۰	۱۵	۱۹ .۲	۸,٦۷۸	۵,۷۳۱	۸,۹٦۷	۵,۵۲۷	۲۹۰	۲۰٤
٤	۱۲	۱۰	۲۰	۸ .۱	۹,۲٤۰	۵,۸٤۳	۹,۵۷۲	۵,۷۵۸	۳۳۲	۸۵
۵	۱۰	۲۰	۵	۱۹ .۳	۱۹,۰٤۹	۱۲,۹۷۱	۱۹,۷۵۵	۱۱,۹۱۰	۷۰٦	۱,۰٦۱
٦	۲۰	۲۰	۱۰	٦٤ .۲	۱۹,۲۵۷	۱۲,۵٦۱	۱۹,۹٦۸	۱۱,۸٤٦	۷۱۱	۷۱۵
۷	۳۰	۲۰	۱۵	۰۱ .۳	۲۰,۷۱۷	۱۳,۰۲۲	۲۱,۵۷۲	۱۲,۵۹۰	۸۵۵	٤۳۲
۸	٤۰	۲۰	۲۰	۲۲ .۲	۲۱,۹۳۲	۱۳,٦٦۲	۲۲,۳۱۰	۱۳,۱۷۵	۳۷۸	٤۸۷
۹	۳۰	۳۰	۵	۱۹ .۳	۳۲,۵۸۹	۲۰,۹۲۵	۳۳,۸۱۰	۲۰,۰٦۳	۱,۲۲۱	۸٦۲
۱۰	٤۵	۳۰	۱۰	۱٤ .۳	۳۷,۲٦۹	۲۳,۲۱۸	۳۸,۲٦۵	۲۲,۵۹۷	۹۹٦	٦۲۱
۱۱	٦۸	۳۰	۱۵	۰۲ .۳	۳۹,۰۲۷	۲۵,٤۲۹	٤۰,٤۳٦	۲٤,٦٤٤	۱,٤۱۰	۷۸٦
۱۲	۹۰	۳۰	۲۰	۲ .۳	٤۳,۰۱۷	۲۷,۸۹۰	٤٤,۷۰۸	۲٦,۸۹۸	۱,٦۹۱	۹۹۳
۱۳	۵۰	۵۰	۵	۵۹ .۳	٤٦,۱٤٦	۲۹,۷۱۰	٤۷,۰۵۲	۲۸,۸۲٦	۹۰٦	۸۸٤
۱٤	۱۰۰	۵۰	۱۰	۳۳ .۳	۵۲,۸۸۱	۳٤,۷٦٤	۵٤,۳۲۳	۳۳,٦۵۷	۱,٤٤۲	۱,۱۰۷
۱۵	۱۵۰	۵۰	۱۵	۸۳ .۳	۵٦,۰۲٤	۳٦,۷۹۹	۵۷,۷۹۹	۳۵,۷٤۳	۱,۷۷۵	۱,۰۵٦
۱٦	۲۰۰	۵۰	۲۰	۲ .٤	۵٦,۱۵۰	٤۰,۳٤۲	۵۷,۹۷٦	۳۹,٤۲٤	۱,۸۲٦	۹۱۸
متوسط				۳	۲۹,۸۲۵	۱۹,۵۷۲	۳۰,۷۸۷	۱۸,۸۹۹	۹٦۱	٦۷۳

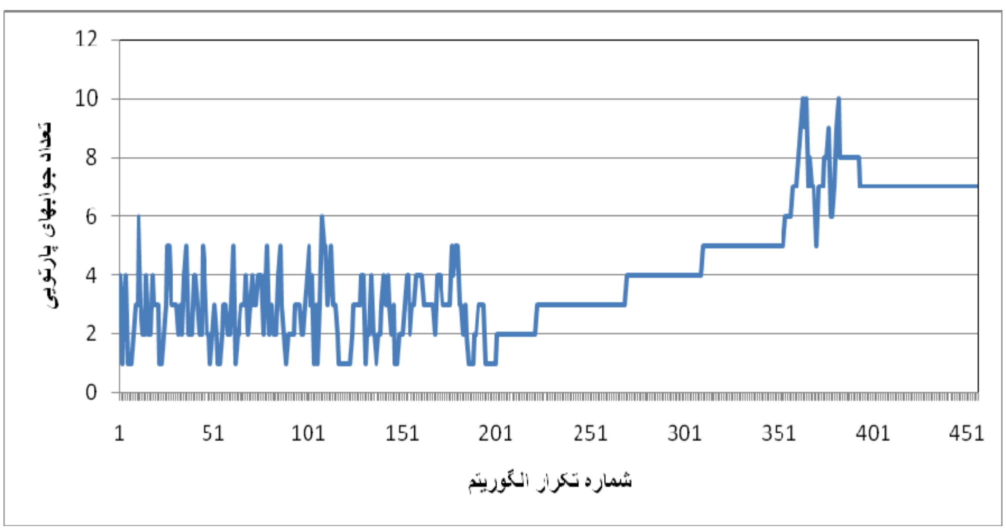


نمودار۱. متوسط تعداد جوابهای بهینه پارتویی برای مقادیر مختلف n و S



نمودار ۲ . میزان پراکندگی جوابهای پارتویی

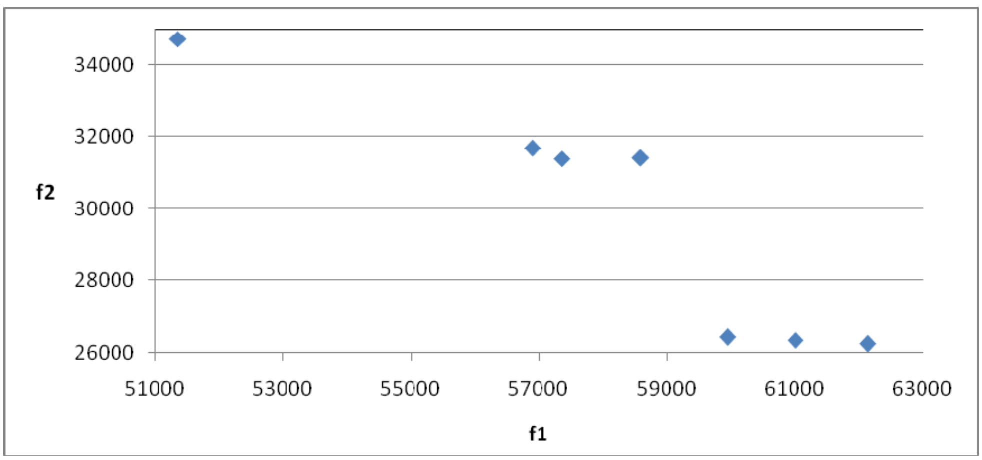
در ادامـه نتـایج حاصـل از اجـرای یـک مسـأله تصـادفی ارائـه مـی شـود. در ایـن مسـأله پارامترهـا عبارتنـد از:;N=30,S=15, $\sigma_{share} = 1$. الگـوریتم پیشنهادی طی ٤٥٧ تکرار ایـن مسـأله را حـل کـرده است . روند تغییـرات تعـداد جوابهـای پـارتویی کـه مسأله طی تکرارهای متوالی الگـوریتم بـه آن دسـت پیدا کرده در نمودار ۳ ارائه شده است . همانگونه کـه ملاحظه می شود و در شرط توقف الگوریتم نیز ذکـر شد در طی ٥٠ تکرارآخر الگوریتم این تعـداد بـدون تغیر مانده است.



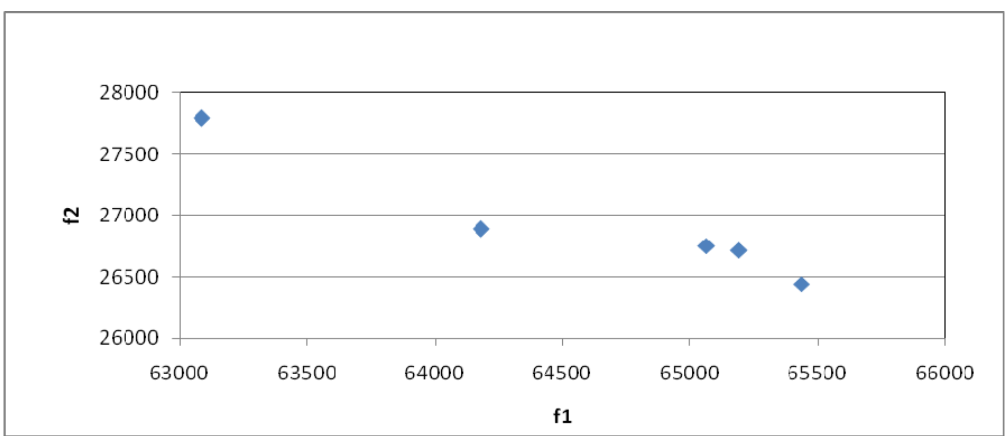
نمودار ۳. روند تغییر تعداد جوابهای بهینه پارتویی در طی تکرارهای الگوریتم

جوابهای نهایی این مسأله که شامل ۷ جواب بهینه پـارتویی مـی شـود در نمـودار ٤ ارائـه شـده اسـت. همانگونه که ملاحظه می‌کنید هیچ یک از این جوابهـا دیگری را مغلوب نمی کند، یا بـه عبـارت سـاده تـر

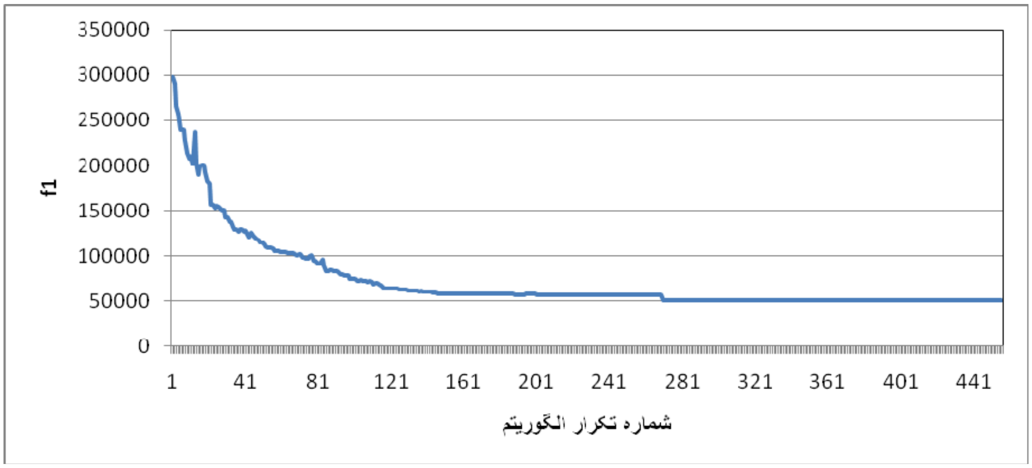
جوابی که هر دو تابع هدفش از دو تابع هدف سایر جوابها بهتر باشد وجود ندارد و نهایتاً این تصمیم گیرنده است که با توجه به تبادلات بین اهداف یکی از این جوابهای پارتویی را به عنوان جواب رضایت بخش خود انتخاب می کند. لازم به ذکر است که در هر تکرار الگوریتم تعدادی جواب پارتویی بدست می آید که ممکن است لیست جوابهای پارتویی که تا آن تکرار بدست آمده را تغییر دهد. بعنوان نمونه در نمودار ۵ جوابهای پارتویی تکرار آخر که شامل ۵ جواب می باشد ارائه شده است. روند بهبود f1 و f2 طی تکرارهای متوالی الگوریتم نیزبه ترتیب در نمودارهای ٦و٧ آمده است، همانگونه که ملاحظه می کنید شیب بهبود در مورد هر دو نمودار در ابتدای الگوریتم تندتر از تکرارهای پایانی است که نشان دهنده عملکرد منطقی الگوریتم پیشنهادی است. لازم به ذکر است که برای حل این مسأله از پارامترهای جدول ۲ استفاده شده است، ولی برای حل این مسأله یا هر مسأله دلخواه دیگری میتوان با ترکیبات مختلف پارامترها مسأله را حل کرد تا بهترین ترکیب پارامترها برای هر مسأله بدست آید.



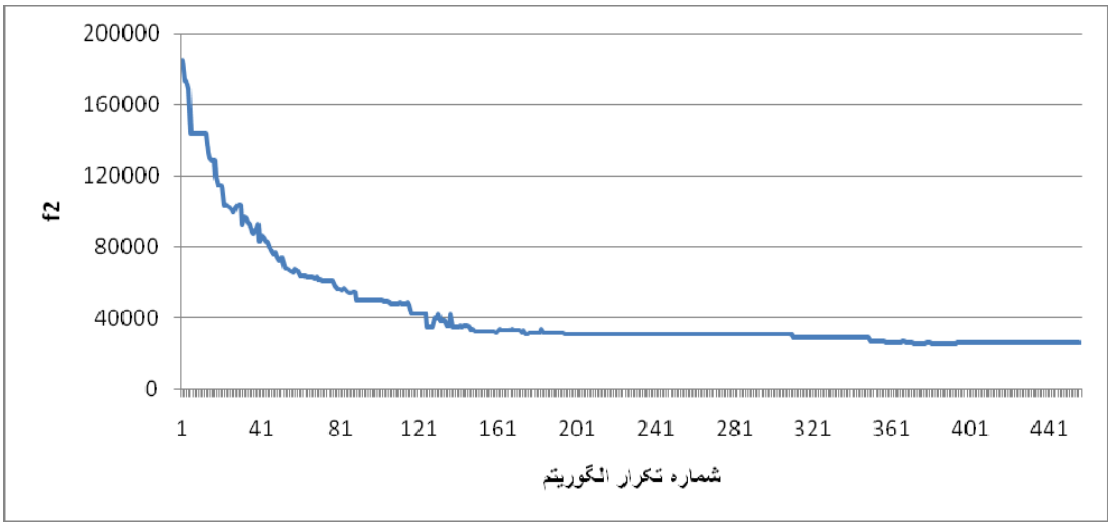
نمودار ٤. جوابهای بهینه پارتویی نهایی



نمودار ٥. جوابهای بهینه پارتویی تکرار آخر الگوریتم



نمودار ٦. روند بهبود f1 در طی تکرارهای الگوریتم



نمودار ٧. روند بهبود f2 در طی تکرارهای الگوریتم

٧- نتیجه گیری و پیشنهادات

معمولاًدر بسیاری از مدلهای کنترل موجودی، بـه علت ارتباطات بـین کالاهـا بعنـوان مثال استـفاده از فضای انبار مشترک یا بودجه مشـترک و یـا مشـترک بودن قسمتی از هزینه هـای سـفارش دهـی، سیسـتم های کنترل موجودی به صورت مستقل برای کالاهای مختلف عمل نمی کنند و اصطلاحاً بایستی از سیستم هایی که سفارشات کالاها را بصورت توأم در نظر می گیرد، استفاده نمود. یکی از این نوع سیستم هـا مـدل تکمیل موجودی توأم کالاها(JRP) اسـت. در تحقیـق حاضر حالت خاصی از ایـن مـدل کـه در عمـل مـی تواند مفید باشد ولی تـا بحـال بـدان پرداختـه نشـده توسـعه داده شـده و حـل گردیـده اسـت. در مـدل پیشنهادی برای مسأله JRP کلاسـیک دو تـابع هـدف در نظر گرفته شده و همچنین محدودیت فضای انبـار که معمولاً در عمل با آن مواجهیم نیز به مـدل اضـافه شده است. بعنوان تحقیقات آتی می توان به این مدل توابع هدف یا محدودیت های دیگری را نیـز اضـافه کرده و یا جایگزین توابع هدف و محدودیت موجـود نمود . از آنجاییکه مـدل پیشـنهادی بـا الگوریتمهـای

ریاضی دقیق قابل حل نیست، جهت حل به توسعه یکی از الگوریتمهای متاهیوریستیک که کارایی خوبی در حل مسائل چند هدفه از خود نشان داده است یعنی الگوریتم ژنتیک چند هدفه، پرداخته ایم. برای یک مسأله نمونه تعداد جوابهای بهینه پارتویی نمایش داده شده، همچنین روند کاهش دو تابع هدف درطی تکرارهای متوالی الگوریتم را نمایش داده و نشان داده ایم که میزان کاهش در تکرارهای ابتدایی الگوریتم بیشتر است. به منظور بررسی عملکرد کلی الگوریتم، ۱۶۰۰ مسأله به صورت تصادفی تولید کرده و حل شده است . روند تغییر تعداد جوابهای بهینه پارتویی با افزایش ابعاد مسأله نمایش داده و نشان داده شده است که این تعداد با افزایش ابعاد مسأله افزایش می یابد. همچنین نشان داده ایم که پراکندگی جوابهای بهینه پارتویی نیز با افزایش ابعاد مسأله افزاش می یابد. در زمینه توسعه الگوریتم کاراتر جهت حل مدل برای تحقیقات آتی می توان به توسعه الگوریتمهای هیوریستیک موجود در حل JRP کلاسیک مانند الگوریتم RAND پرداخت. به نظر می رسد ترکیب الگوریتم RAND و ژنتیک چند معیاره می تواند هم کیفیت جوابها را بهبود می دهد و هم زمان رسیدن به جواب نهایی را کاهش دهد و لذا توسعه چنین الگوریتمی هم می تواند زمینه ای برای تحقیقات آتی باشد.

فهرست منابع

Arkin, E. , Joneja, D. , & Roundy,. R (1989). Computational complexity of uncapacitated multi echelon production planning problems. Operations Research Letters , 8, 61-66.

Chan, C. K. , Yuk-on Li, L. , To Ng, C. , Kinsion Cheung, B. , & Langevin, A. (2006). Scheduling of multi-buyer joint replenishments. International Journal of Production Economics, 102,132-142.

Goyal, S. K. , & Belton, A. S. (1979) . A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand. Management Science , 25, 604- 614.

Goyal, S. K . (1974). Determination of optimum packaging frequency of items jointly replenished. Management Science, 21,436-443.

Hoque, M. A. (2006). An optimal solution technique for the joint replenishment problem with storage and transport capacities and budget constraints. European Journal of Operational Research, 175, 1033-1042.

Hsu, S. L. (2009). 0ptimal joint replenishment decisions for a central factory with multiple satellite factories. Expert Systems With Applications, 36,2494-2502.

Kaspi, M. , & Rosenblatt, M. J. (1983). An improvement of silver's algorithm for the joint replenishment problem. IIE Transactions, 15,264-269.

Khouja, M. , Goyal, S . (2008). A review of the joint replenishment problem literature:1989-2005. European Journal of Operational Research ,186 ,1–16.

Khouja, M. , Park, S. , & Saydam, C. (2005). Joint replenishment problem under continuous unit cost change . International Journal of Production Research, 43,311-326.

Khouja, M. , Michalewicz, M. , & Satoskar ,S. (2000). A comparison between genetic algorithms and the RAND method for solving the joint replenishment problem. Production Planning and Control, 11,556-564.

Klein, C. M. ,& Ventura, J. A. (1995). An optimal method for a deterministic joint replenishment inventory policy in discrete time. The Journal of the Operational Research Society, 46,643-657.

Konak ,A. ,Coit, D. W. ,& Smith, A. E. (2006). Multi-objective optimization using genetic algorithms: a atutorial. Reliability Engineering & System Safety,91,992-1007.

Production Planning and Control , 16 ,255-262.

Silver, E. (1976). A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand. Management Science, 22, 1351-1361.

Tsai, C. Yu. , Tsai, C. Ya. ,& Huang, P. W. (2009). An association clustering algorithm for can order policies in the joint replenishment problem. International Journal of Production Economics, 117 ,30-41.

Li,Q. (2004). Solving the multi-buyer joint replenishment problem with the RAND method. Computer and Industrial Engineering ,466,755-762.

Moon, I. K. , & Cha, B. C. (2oo6). The joint replenishment problem with resource restriction. European Journal of Operational Research , 173, 190-198.

Olsen, A. (2008). Inventory replenishment with interdependent ordering: An evolutionary algorithm solution. International Journal of Production Economics ,113,359-369.

Siajadi, H. , Ibrahim, R. N. ,Lochert, P. B. , & Chan, W. M. (2005). Joint replenishment policy in inventory production systems.