مدیریت تولید و عملیات، دوره سوم، پیاپی(۵)، شماره (۲)، پاییز و زمستان ۱۳۹۱

دریافت: ۸۹/۱۰/۳ پذیرش: ۹۱/٤/۱۳

صص: ۱۱۰– ۸۹

طراحی مدل‌های چندهدفه مکانیابی، براساس پراکندگی تسهیلات چند نوعه و تحلیل پوششی داده‌ها با روش حل برنامه‌ریزی آرمانی فازی

مهدی کرباسیان[۱]*، مهدی دشتی[۲]

۱–دانشیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه مالک اشتر اصفهان

۲–دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه شاهد

چکیده

هدف از این مقاله، توسعه مدل‌های چهارگانه پراکندگی چند نوعه با درنظر گرفتن تسهیلات موجود و ترکیب آنها با مدل تحلیل پوششی داده‌ها، به منظور انتخاب نقاطی با حداکثر پراکندگی و حداکثر کارایی است. در مرحله ایجاد مدل‌های ترکیبی نمی‌توان از مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها استفاده نمود، زیرا مدل‌های مذکور به گونه‌ای هستند که می‌باید برای هر واحد تصمیم‌گیری یک مدل برنامه‌ریزی خطی حل نمود؛ حال آنکه در مسائل مورد بررسی از قبل مشخص نیست که کدام واحد کاندید انتخاب می‌شود. از این رو، در این مقاله از مدل تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شده است. در راستای رسیدن به یک تصمیم خوب با توجه به شرایط مساله از برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای یکپارچه‌سازی اهداف استفاده شده است. همچنین، در این مقاله پس از معرفی مدل‌های پیشنهادی، یک مثال، به همراه نتایج عددی ارائه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: پراکنده‌سازی تسهیلات چند نوعه، تحلیل پوششی داده‌ها، برنامه‌ریزی آرمانی فازی

* نویسنده مسؤول: mkarbasi@mut-es.ac.i

Archive of SID

www.SID.ir

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعات مکان‌یابی[۱] هم در سطح ملی و هم در سطح بین المللی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. یکی از اهداف تعریف شده در علم مکانیابی، حداکثرسازی پراکندگی است. در این‌گونه مسائل، هدف حداکثرسازی فاصله بین تسهیلات با توجه به محدودیت‌های موجود است. این مسائل در مواردی چون مکانیابی ایستگاه‌های رادیویی، مدارس و نمایندگی‌های فروش کاربردهای زیادی دارند، مثلاً در بحث مکانیابی نمایندگی‌های یک مؤسسه، سازمان اصلی به منظور حداقل نمودن رقابت بین نمایندگی-های خود و همچنین، تحت پوشش قرار دادن سطح وسیعتری از منطقه، مکان نمایندگی‌های خود را با توجه به فضای شدنی به گونه‌ای تعیین می‌نماید که دارای حداکثر فاصله باشند. مدل‌های پراکندگی همان‌گونه که در بخش بعدی به آنها اشاره خواهد شد، براساس تعریف و کاربرد به چهار نوع طبقه‌بندی می‌شوند. (کوین، ۲۰۰۶)[۲]

هدف اصلی این مقاله تعریف چهار مدل جدید برای مکان‌یابی همزمان چند نوع تسهیلات است که با یکدیگر در چند مورد متفاوتند و این تفاوت‌ها بر میزان پراکندگی بهینه تاثیر گذار هستند. همچنین، در این مدل‌ها فرض داشتن تسهیلات موجود نیز افزوده شده و درنهایت، این مدل‌ها با مدل تحلیل پوششی داده‌ها ترکیب می‌شوند تا علاوه بر پراکندگی تسهیلات، مکان های با حداکثر کارایی انتخاب شوند.

نکته بسیار مهمی که باید به آن توجه شود، این است که نقاط کاندیدی که برای تسهیلات وجود دارند، علاوه بر مشخصه ای مختصاتی دارای تفاوت‌های دیگری نیز هستند که مدل‌های مکانیابی، از جمله مدل‌های پراکندگی قادر به در نظر گرفتن این تفاوت‌ها نیستند (مانند ضریب امنیت هر مکان کاندید و غیره). برای حل این مشکل، پیشنهاد می‌شود از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شود، زیرا این تکنیک کمک می کند تا مکان‌های کاندیدی انتخاب شوند که کارایی بالایی داشته باشند. کارایی هر مکان با توجه به معیارهایی که برای آنها در نظر گرفته شده است، سنجیده می شود، مانند ضریب امنیت هر مکان کاندید، هزینه استقرار هر نوع تسهیل در هر مکان و غیره. از بین مدل‌های تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها، باید از مدل تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شود زیرا این مدل، کارایی تمام واحدهای تصمیم‌گیر (مکان های کاندید) را به صورت همزمان اندازه‌گیری کرده و مجموع کارایی تمام واحدهای تصمیم‌گیر را بیشینه می‌سازد.برای این منظور، چهار مدل پراکندگی چند نوعه با مدل تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود به منظور انتخاب نقاط کارا ترکیب می شوند تا این مدل های جدید و توسعه یافته علاوه بر پراکنده‌سازی تسهیلات، نقاط با حداکثر کارایی را نیز برای تصمیم‌گیر انتخاب کنند (با توجه به ورودی‌ها و خروجی‌های درنظر گرفته شده برای هر مکان کاندید).

ساختار کلی مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی گردیده است: در بخش دوم ادبیات موضوع مدل‌های چهارگانه پراکندگی و تحلیل پوششی داده‌ها ارائه می‌گردند. در بخش سوم چهار مدل‌های ترکیبی با درنظر گرفتن تسهیلات موجود ارائه شده است. یکپارچه‌سازی اهداف توسط برنامه‌ریزی آرمانی فازی (FGP[۳]) در بخش چهارم صورت می‌گیرد. در بخش

Archive of SID

www.SID.ir

پنجم مثالی با نتایج محاسباتی ارائه و مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و نتیجه‌گیری در بخش ششم ارائه شده است.

۲- مرور ادبیات

قبل از معرفی مدل‌های ترکیبی پیشنهادی، مدل‌های موجود برای هر یک از مسائل پراکنده‌سازی تسهیلات و تحلیل پوششی داده‌ها و پوشش به صوررت اجمالی معرفی می‌شوند.

۲-۱- مسائل پراکندگی[۴]

یکی از اهداف تعریف شده در علم مکانیابی حداکثرسازی پراکندگی بین تسهیلات است. تسهیلات می‌توانند برای یک پهنه وسیع شامل دور نگهداشتن رقبا در یک سیستم یکسان نمایندگی، پراکنده‌سازی تسهیلات بازپروری بزهکاران نسبت به مراکز جمعیتی و مکانیابی نیروگاه‌های اتمی، به طوری که حداکثر امنیت فراهم شود، پراکنده شوند. به علاوه معمولترین کاربرد مدل‌های پراکندگی برای مکانیابی تسهیلات نامطلوب و پدافند غیر عامل است (چرچ، ۱۹۷۸ ؛ درزنر ۱۹۸۵ و ۱۹۹۶ ؛ ارکات، ۱۹۸۹)[۵]. در ادبیات موضوع مکانیابی، تسهیلات به دو دسته تسهیلات مطلوب و نامطلوب تقسیم می‌شوند. تسهیلات نامطلوب نیز به دو دسته تسهیلات مهلک و مضر تقسیم شده است. تسهیلات مهلک[۶] تسهیلاتی هستند که برخی خطرات جانی را برای جمعیت به همراه دارند. نمونه‌هایی از تسهیلات مهلک عبارتند از: نیروگاه‌های زغال‌سنگی، نیروگاه‌های اتمی، مکان‌های ذخیره زباله‌های خطر آفرین، تانک‌های ذخیره نفت، زاغه‌های مهمات، محل دفن زباله‌ها و مکان‌های سوزاندن زباله ها تسهیلات مضر[۷] تسهیلاتی هستند که به نظر نمی‌رسد خطرهای جانی برای جمعیت ایجاد کنند، اما ممکن است نتایج زیان‌آور اجتماعی و اقتصادی مرتبط با مکان و عملیاتشان را داشته باشند. نمونه‌هایی از تسهیلات مضر عبارتند از: زندان‌ها، فعالیت‌های تولید کننده‌های با صدای زیاد، مراکز خدمات عمومی و مراکز توانبخشی (موری، ۱۹۹۸)[۸]. مضر بودن ممکن است به خاطر عدم سازگاری بین تسهیل و جمعیت محلی بر مبنای تضاد ایدئولوژیک و رفتاری نتیجه شود. تسهیلات نامطلوب ممکن است هم ویژگی‌های تسهیلات مضر و هم تسهیلات مهلک را داشته باشند (سورنسن، ۱۹۸٤)[۹].

اگرچه انواعی از مدل‌های کلی پراکنده‌سازی وجود دارند اما تنها دو مورد از آنها شامل ترکیب انواع مختلف تسهیلات هستند. نخستین مدل، مدل مکان‌یابی تسهیل انرژی منطقه‌ای ارائه شده توسط چرچ و کوهون[۱۰] (۱۹۷٦) است. درمدل فوق‌الذکر دو نوع متفاوت از تسهیلات؛ یعنی نیروگاه‌های سوخت فسیلی و اتمی به طور همزمان در یک منطقه مکان‌یابی شده‌اند؛ به طوری که تعدادی از اهداف که شامل شرایط پراکندگی باشند، بهینه می‌شوند. در حالت کلی، وقتی تسهیلات با هدف حداکثر پراکندگی مکان‌یابی می‌شوند، ممکن است بیش از یک نوع تسهیل مکان‌یابی شوند. برای مثال پراکنده‌سازی تسهیلات سکوهای پرتاب موشک نباید با مکان‌یابی یک طرح پراکنده‌سازی برج‌های رادیویی به طور همزمان انجام شود. همچنین، یک حمله علیه یکی از تسهیلات می‌تواند دیگر تسهیلات را نیز به خطر اندازد. مکان‌یابی یک تسهیل از یک نوع خاص

Archive of SID

www.SID.ir

ممکن است توسط مکان تسهیلاتی از انواع دیگر تعیین شود یا ازآنها تاثیر بپذیرد.

همچنین، کورتین و چرچ[11] در سال ۲۰۰۶ مدل‌هایی از پراکنده‌سازی را ارائه دادند که در آنها چند نوع از تسهیلات مورد نظر قرار گرفتند که در این مدل‌ها روابط عدم تعامل نیز برای تسهیلات درنظر گرفته شده بود. در پژوهش مذکور، دسته‌ای از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای مدل‌های اساسی پراکنده‌سازی ارایه و روشی هوشمند برای حذف محدودیت‌ها پیشنهاد شد. آنها نشان دادند که خانواده مدل‌های پراکنده‌سازی چندنوعه، چارچوبی جامعتر، انعطاف‌پذیرتر و واقعی‌تر برای مکان‌یابی تسهیلاتی که باید فواصل وزنی آنها حداکثر شود، نسبت به موارد خاص مکان‌یابی که تنها یک نوع از تسهیلات را در نظر می‌گیرند، فراهم می‌کنند.

از چندین روش شناخته شده برای تعیین مقدار بهینه پراکندگی، ممکن است یک روش انتخاب شود. ارکات و نیومن[12] در سال ۱۹۹۰ بین مدل‌های پراکندگی، بر مبنای روش تعریف حداکثر پراکندگی مقایسه‌هایی انجام داده‌اند. آنها یک نامگذاری قراردادی سه جزئی برای تمایز بین انواع مختلف پراکندگی به کار گرفتند. در این قرارداد نخستین جزء برای همه مدل‌ها Max است که نشان می‌دهد تمام مدل‌ها به دنبال حداکثر کردن مقدار پراکندگی بین مکان‌های انتخاب شده هستند. جزء دوم و جزء سوم می‌توانند Sum یا Min باشند. در جزء دوم عملگر Sum یک ارتباط با عملکرد کلی سیستم را نشان می‌دهد، در حالی که عملگر Min یک ارتباط برای عملکرد بدترین مورد را نشان می‌دهد. در جزء سوم Sum یا Min به ارتباطات بین تسهیلات مورد نظر برای هر تسهیل اشاره می‌کند. وقتی که عملگر Min استفاده می‌شود، تابع هدف توسط حداقل فاصله بین هر تسهیل و هر یک از همسایگانش محدود می‌شود. عملگر Sum مجموع فاصله بین تسهیل و سایر تسهیلات را محدود می‌کند. به عبارت دیگر، علایم و اختصارات بیان می‌کنند که می‌خواهند جمع یا حداقل(عملگر سوم) جمع یا حداقل فواصل بین تسهیلات (عملگر دوم) را حداکثر (عملگر اول) کنند. در ادامه، به معرفی انواع مسائل پراکندگی تسهیلات پرداخته می‌شود.

الف) مسأله پراکندگی MaxMinMin

نخستین مورد مسأله MaxMinMin است که به دنبال حداکثر کردن فاصله بین دو تسهیل مکان‌یابی شده، است. این مسأله در ادبیات موضوع به عنوان مسأله p پراکندگی معرفی شده است (مون، ۱۹۸٤)[13] و ابتدا به عنوان یک تعمیم از مسأله p مرکز است **(شیر، ۱۹۷۷)**[14]. فرمول‌بندی‌های اضافه‌تری برای این مدل همراه با مثال‌هایی از کاربردها و روند حل آنها در ادبیات موضوع وجود دارد (کوبی، ۱۹۸۷ و چانداسناران، ۱۹۸۱)[15]. در این مسأله فرض بر این است که مراکز کاندیدی برای نصب تسهیلات وجود دارد. هدف پیدا کردن P نقطه است؛ به گونه‌ای که مینیمم فاصله بین محل قرارگیری تسهیلات، حداکثر شود. به عبارت دیگر، فرد تصمیم‌گیر با داشتن تعداد تسهیلات و نقاط کاندید، نقاطی را انتخاب می‌کند که مینیمم فاصله بین محل قرارگیری تسهیلات، حداکثر شود.

Archive of SID

www.SID.ir

ب) مسأله پراکندگی MaxSumMin

تعریف دوم برای حداکثر پراکندگی با عنوان مسأله MaxSumMin در نظر گرفته می‌شود. این مسأله به دنبال پیدا کردن یک مجموعه پراکنده شده به شکل حداکثر است که با استفاده از جمع حداقل فاصله‌های بین تسهیلات مکانیابی شده انجام می‌گیرد. این مسأله در ادبیات موضوع به عنوان مسأله p پدافند تعریف شده است (مون، ۱۹۸٤). اندازه‌گیری عملکرد هنوز هم بر مبنای حداقل فاصله بین یک تسهیل و هر یک از همسایگانش است.

ج) مسأله پراکندگی MaxMinSum

هدف MaxMinSum با دو هدف قبلی متفاوت است، زیرا تنها حداقل فاصله بین یک تسهیل و نزدیک‌ترین همسایه‌اش را در نظر نمی‌گیرد، بلکه به جای آن فاصله بین آن تسهیل و تمام تسهیلات دیگر را اندازه‌گیری می‌کند. این فاصله با عنوان فاصله قطبی[16] در نظر گرفته می‌شود. مسأله MaxMinSum در ادبیات موضوع شناخته شده نبود تا اینکه از سوی ارکات و نیومن بررسی شد (ارکات و نیومن، ۱۹۹۰).

د) مسأله پراکندگی MaxSumSum

هدف چهارم متداولترین روش اندازه‌گیری پراکندگی که تاکنون ارائه شده است، بررسی می‌کند. مسأله MaxSumSum مفهوم فاصله قطبی را با مسأله MaxMinSum به اشتراک می‌گذارد اما بر مبنای مفهوم حداکثرسازی جمع همه فواصل قطبی برای هر تسهیل. همچنین، تنها برای حداکثر کردن کوچکترین مقدار این فواصل قطبی تلاش می‌کند. این مسأله ابتدا به عنوان یک بسط از مسأله ماکزیمم میانه یک تسهیل در شبکه شناخته شد (چرچ، ۱۹۷۸) و مسأله p- maxian نامیده شد که این مدل به عنوان تلاشی برای مکانیابی p تسهیل به طور همزمان به دور از یک دسته از نقاط و همچنین به دور از همدیگر بررسی شد. در ، مدل‌های پراکندگی ارائه شده از سوی کوین و کورتین(۲۰۰٦)[17] بر مبنای اهداف مختلفی پایه‌گذاری شده‌اند. در این مدل‌ها فرض بر این است که تسهیلی وجود ندارد، در حالی که در شرایط واقعی چنین نیست. به منظور رفع این نقصان نگارنده در مدل‌های پیشنهادی نقاط موجود را نیز در نظر گرفته است.

در سال‌های اخیر در اغلب کشورهای جهان برای ارزیابی عملکرد نهادها و دیگر فعالیت‌های رایج در زمینه‌های مختلف، کاربردهای متفاوتی از تحلیل پوششی داده‌ها[18] دیده شده است. علت مقبولیت DEA نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد. همچنین، در طول سه دهه اخیر نیز مدل‌های مختلف DEA معرفی شده است. در ادامه، به معرفی مدل تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها که در مدل‌های پیشنهادی استفاده شده است، پرداخته می‌شود و از توضیح دادن سایر مدل‌های DEA خودداری می‌شود.

۲-۲- مدل تجمیع همزمان

گاهی اوقات به علت ازدیاد تعداد واحدهای تصمیم‌گیری، باید تعداد زیادی مدل برنامه‌ریزی خطی نوشت و فرآیند حل مسأله بسیار وقت‌گیر خواهد بود. برای حل این مشکل، کلیمبرگ[19] در سال ۲۰۰۸ مدلی ارائه نمود که در آن متغیر جدیدی به نام d_r (سطح ناکارایی rامین واحد تصمیم گیر) را تعریف کرد و آن را در تابع هدف قرار داد

Archive of SID

www.SID.ir

(کلیمبرگ، ۲۰۰۸). به این مدل، مدل تجمیع همزمان می‌گویند که به صورت زیر است:

$$\max = \sum_{r=1}^{n}(1-d_r)$$

St:

$$\sum_{i=1}^{I} V_{ri} I_{ir} = 1 \qquad \forall r$$

$$\sum_{j=1}^{J} U_{rj} O_{jr} + d_r = 1 \qquad \forall r$$

$$\sum_{j=1}^{J} U_{rj} O_{jr} - \sum_{i=1}^{I} V_{ri} I_{ir} \le 0 \qquad \forall r, \forall k \ (k \ne r$$

$$U_{rj}, V_{ri} \ge \varepsilon \qquad \forall j, i, r$$

در این مدل، O_{jr} نشان دهنده jامین خروجی واحد r و I_{ir} نشان دهنده iامین ورودی واحد r است. متغیرهای مسأله d_r ، U_{rj} و V_{ri} هستند که به ترتیب نشان دهنده عدم کارایی rامین واحد تصمیم گیر (DMU)، وزن خروجی jام و وزن ورودی iام واحد r هستند.

۳- چهار مدل طراحی شده ترکیبی پراکنده‌سازی تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها

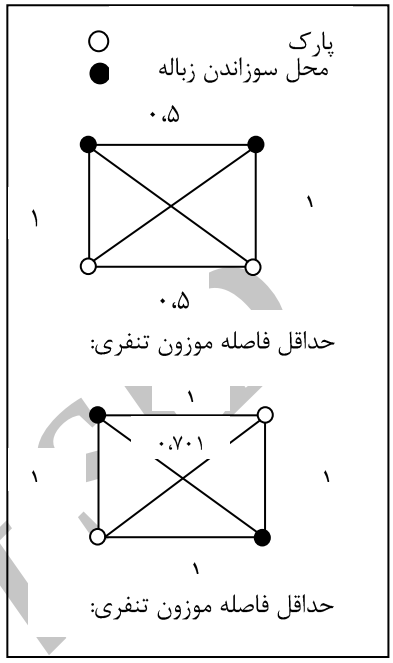
همانگونه که در بخش دوم بیان شد، در برخی از مسائل پراکندگی ممکن است با چند نوع تسهیل برای مکانیابی مواجه باشیم. در این‌گونه موارد از مدل‌های "مکانیابی بر مبنای پراکنده‌سازی تسهیلات چند نوعه" استفاده می شود، اما این مدل‌ها مانند مدل‌های پراکندگی یک نوعه، فقط مشخصه مختصاتی نقاط کاندید را درنظر می‌گیرند و از سویی تسهیلات موجود را نیز درنظر نمی‌گیرند. همچنین، ذکر این نکته لازم است که نقاط کاندیدی علاوه بر مشخصه‌های مختصاتی دارای تفاوت‌های دیگری نیز هستند که مدل‌های پراکندگی چند نوعه قادر به در نظر گرفتن این تفاوت‌ها نیستند. از سوی دیگر، در مسائل دنیای واقعی ممکن است تسهیلاتی از قبل در شبکه نقاط کاندید موجود باشند که این نکته نیز در مدل‌های پراکندگی چند نوعه درنظر گرفته نشده است. در این قسمت، از تحلیل پوششی داده‌ها با در نظر گرفتن معیارهایی برای انتخاب مکان‌ها و نوع تسهیلات کارا در کنار مدل‌های پراکندگی چند نوعه با درنظر گرفتن تسهیلات موجود، استفاده شده است. بنابراین، در این قسمت، از چهار مدل پراکندگی چند نوعه که در ادبیات تحقیق آمده، استفاده می‌شود و پژوهشگران تحقیق حاضر، تسهیلات موجود را به این چهار مدل افزوده و مدل های توسعه یافته را با مدل تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها ترکیب کرده‌اند تا مدل‌های جدیدی در مباحث پراکندگی تسهیلات ایجاد کنند. در ادامه، این چهار مدل جدید ارائه می‌شوند، ولی قبل از آن اندازه تنفر تعریف می‌شود.

اندازه تنفر(عدم پذیرش): اصل مفهوم پراکندگی چند نوعه از این ایده گرفته شده است که تسهیلات با انواع مختلف که در اندازه با یکدیگر متفاوتند، باید پراکنده شوند. این تفاوت، تنفر نامیده می‌شود. اگر تسهیلاتی متفاوت دارای تنفر یکسانی از یکدیگر باشند، می‌توانند از یک نوع در نظر گرفته شوند. یک مثال برای مشخص کردن اینکه اندازه تنفر چطور

Archive of SID

www.SID.ir

می‌تواند مکان‌یابی را تحت تاثیر قرار دهد، در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: حل‌های مبتنی بر فاصله‌ی وزن‌دهی شده تنفری

در این مثال چهار مکان برای تسهیلات در گوشه‌های یک مربع واحد وجود دارند. دو مکان سوزاندن زباله ودو پارک باید به این نقاط اختصاص یابند، به‌طوری که حداقل فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین هردو تسهیل حداکثر شود (هدف MaxMinMin). همه این تسهیلات باید پراکنده شوند. پارک‌ها باید برای افزایش دسترسی و مطلوبیت پراکنده شوند. همچنین، مکان‌های سوزاندن زباله برای اجتناب از خطرهای سلامتی برای مشتریان پارک‌ها باید دور شوند. بدون در نظر گرفتن هرگونه اندازه تنفری، هر حل ممکنی مقدار تابع هدف یکسانی را ارائه می‌کند. فرض کنید که اندازه تنفر (یعنی وزن تنفر یا استاندارد به متر در هر واحد مسافت) بین دو مکان سوزاندن زباله و یا دو پارک برابر ۰/۵ و اندازه تنفر بین یک پارک و مکان سوزاندن زباله برابر ۱ است. این مقادیر پیشنهاد می‌کنند که بهتر است پارک‌ها و محل‌های سوزاندن زباله از همنوع خودشان دور شوند. به جای اینکه یک پارک و یک محل سوزاندن زباله از هم دور شوند، تنها دو راه حل وجود دارد: ۱- تسهیلات همنوع در کنار همدیگر مکان‌یابی شوند؛ ۲- تسهیلات همنوع به طور قطری درون مربع مکانیابی شوند. در مورد اول دو فاصله وجود دارد که فاصله پارک با محل سوزاندن زباله۱ خواهد بود و دو مورد وجود دارند که فاصله پارک با محل سوزاندن زباله ۱/٤١٤ است و فواصل پارک به پارک و محل سوزاندن زباله به محل سوزاندن برابر با ۱ است. اگر این فواصل در ضرایب تنفر متناسب ضرب شوند، فاصله پارک به پارک و محل سوزاندن زباله به محل سوزاندن زباله که برابر با ۱ می‌شود و اگر هرکدام توسط وزن ۰/۵ ضریب‌دهی شوند، حاصلی برابر با ۰/۵ را نتیجه می‌دهند که کمترین مقدار است. بنابراین، حداقل فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین هر دو تسهیل ۰/۵ است. در مورد دوم تمام چهار فاصله پارک به محل سوزاندن زباله برابر ۱ و هر دو فاصله پارک به پارک و محل سوزاندن زباله به محل سوزاندن زباله برابر ۱/٤١٤ است. حداقل فصل وزن‌دهی شده تنفری در این حالت ۱/٤١٤*۰/۵ یا ۰/۷۰۷ است. همان‌طور که مقدار ۰/۷۰۷ بزرگتر از مقدار ۰/۵ در حالت اول است، حل دوم حل بهینه مثال است. در این مثال، تنها میزان تنفر بین انواع

Archive of SID

www.SID.ir

تسهیل است که شکل مکان‌یابی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. به‌طورکلی، اندازه تنفر راه تفاوت قائل شدن بین انواع تسهیلات بوده و روابط بین این نوع تسهیلات را تعیین می‌کند.

حال پس از تعریف اندازه تنفر، در ادامه چهار مدل جدید ارائه می‌شوند.

۳-۱- مدل MaxMinMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود

در این مدل ما به دنبال حداکثرکردن حداقل فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین هر دو تسهیل از هر نوع با در نظر گرفتن تسهیلات موجود و حداکثر کردن مجموع کارایی برای تمام واحدهای تصمیم‌گیری هستیم. در مدل ترکیبی زیر فرض شده است که تسهیلات موجود نیز در شبکه نقاط کاندید وجود دارند. این فرض با مسائل جهان واقعی تطابق بیشتری دارد. قبل از معرفی مدل، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم معرفی می شوند.

اندیسها:

$K = \{1, \ldots, n\}$ ، مجموعه نقاط کاندید

$E = \{1, \ldots, v\}$، مجموعه تسهیلات موجود

$L = \{1, \ldots, t\}$ ، مجموعه نوع تسهیلات

$F = \{1, \ldots, y\}$ ، مجموعه نوع تسهیلات موجود

$I = \{1, \ldots, m\}$ ، مجموعه ورودی هر مکان کاندید (واحدهای تصمیم‌گیری) است.

$J = \{1, \ldots, s\}$ ، مجموعه ورودی هر مکان کاندید (واحدهای تصمیم‌گیری) است.

پارامترها:

P: تعداد تسهیلاتی که باید مکان یابی شوند.

d_{kz}: فاصله بین مکان k و z. $((k,z) \in K)$

d_{ke}: فاصله بین مکان کاندید k و تسهیل موجود e $(e \in E, k \in K)$

M: یک عدد دلخواه بزرگ که اغلب بزرگتر از بیشترین فاصله بین نقاط کاندید است

Q_{lm}: اندازه تنفر بین تسهیل نوع l و m است. $(l,m \in L)$

Q_{lf}: اندازه تنفر بین تسهیل نوع l و تسهیل موجود نوع f است. $(l \in L, f \in F)$

x_{ef}: اگر تسهیل موجود e از نوع f باشد، برابر با ۱، در غیر این صورت برابر با صفر است$(e \in E, f \in F)$.

ε:عدد مثبت بسیار کوچک

I_{ikl} : مقدار iامین ورودی واحد تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان kام و تسهیل نوع l) $(i \in I, k \in K, l \in L)$

O_{jkl} : مقدار jامین خروجی واحد تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان kام و تسهیل نوع l) $(j \in J, k \in K, l \in L)$

متغیرهای تصمیم:

X_{kl} : یک متغیر صفر و یک است (اگر در مکان k تسهیل نوع l قرار گیرد، برابر با ۱، در غیر این صورت صفر).

e_{kl}: میزان عدم کارایی واحد تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان kام و تسهیل نوع l). توسعه یافته d_r است که در بخش ۲-۲ ادبیات موضوع آمده است.

v_{kli}: وزن iامین ورودی واحد تصمیم‌گیر

u_{klj}: وزن jامین خروجی واحد تصمیم‌گیر

Archive of SID

www.SID.ir

D: حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری بین هر جفت از تسهیلات

با این توضیحات، مدل MaxMinMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود به صورت زیر طراحی شده است:

$$Max\ D \tag{1}$$

$$Max\ \sum_{l=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}(1-e_{kl}) \tag{2}$$

St:

$$D \le Q_{lm} d_{kz} + M(2 - x_{kl} - x_{zm}) \quad k,z = 1,\ldots,n,(k \ne z) \quad l,m = 1,\ldots,t,(m \ge l) \tag{3}$$

$$D \le Q_{lf} d_{ke} + M(2 - x_{kl} - x_{ef}) \quad k = 1,\ldots,n \quad l = 1,\ldots,t \quad e = 1,\ldots,v \quad f = 1,\ldots,y \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{ikl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jkl} + e_{kl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jzm} - \sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{izm} \le 0 \qquad \forall k,l;\forall z,m \quad (k \ne z, l \ne m) \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{kl} = P_t \qquad \forall l = 1,\ldots,t \tag{8}$$

$$\sum_{l=1}^{t} x_{kl} \le 1 \qquad \forall k \tag{9}$$

$$U_{klj} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{10}$$

$$V_{kli} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall i,k,l \tag{11}$$

$$U_{klj} O_{jkl} \le x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{12}$$

$$x_{kl} = 0,1 \qquad k = 1,\ldots,n \qquad l = 1,\ldots,t$$

تابع هدف (۱) تضمین می کند که حداقل فاصله وزن‌دهی شده حداکثر شود. تابع هدف (۲) مجموع کارایی را برای تمام تسهیل (k) و نوع تسهیل (l) بیشینه می‌کند. در این مدل، واحد تصمیم‌گیری ترکیبی از تسهیل k و نوع تسهیل l است. در این مدل D حداقل فاصله بین تسهیلات است. محدودیت (۳) مقدار تابع هدف D را مجبور می کند که کمتر یا مساوی با حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری بین هر دو تسهیل از هر نوع باشد. یک محدودیت برای هرجفت از مکان‌های بالقوه و هرجفت از دو نوع تسهیل وجود دارد؛ با این استثنا که دو تسهیل از یک نوع از لحاظ منطقی نمی‌توانند در یک مکان قرار بگیرند. به همین خاطر، وقتی هم k وهم z به یک مکان بالقوه یکسان اشاره دارند، مکان‌یابی دو تسهیل از یک نوع در آن مکان باعث می‌شود که فاصله وزن‌دهی شده برابر صفر شود. این حالت باعث به وجود آمدن یک محدودیت بالایی برابر با صفر برای تابع است. همچنین، لازم نیست که این محدودیت ها وقتی که مقدار m کمتر از l باشد، محاسبه شوند، زیرا در صورت محاسبه باعث تکرار دوباره محدودیت‌ها می‌شود. اگر x_{kl} یا x_{zm} برابر صفر باشد، آنگاه مقدار تابع هدف D فقط نیاز دارد که کمتر از یا مساوی با یک مقدار بزرگ اضافه شده به فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین تسهیلات باشد.

وقتی تسهیلی از هر نوع در هر دو مکان بالقوه تحت بررسی قرار گیرد، عبارت شامل مقدار عددی بزرگ M، برابر با صفر شده و D فقط به فاصله وزن‌دهی شده بین تسهیلات محدود می شود. به عنوان یک محدودیت برای تمام جفت های منطقی

Archive of SID

www.SID.ir

ازمکان‌های بالقوه که موجود هستند، D باید کمتر یا مساوی با حداقل فاصله وزن‌دهی شده بین هر دو تسهیل از هر نوع باشد. محدودیت (٤) نیز مقدار تابع هدف D را مجبور می‌کند که کمتر یا مساوی با حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری بین هر دو تسهیل جدید و موجود از هر نوع باشد. اگر تسهیلی از هر نوع در یک مکان بالقوه قرار گیرد و یک تسهیل موجود از یک نوع بخصوص وجود داشته باشد، آنگاه عبارت شامل مقدار عددی بزرگ M، برابر با صفر شده و D فقط به فاصله وزن‌دهی شده بین آن تسهیل جدید و تسهیل موجود از یک نوع بخصوص محدود می‌شود. محدودیت (۵) تضمین می‌کند که مجموع موزون ورودی‌های هر واحدهای تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان kام و تسهیل نوع l) برابر با متغیر صفر و یک x_{kl} باشد. این رابطه برای تمام واحدهای تصمیم‌گیر باید لحاظ شود. محدودیت (٦) میزان عدم کارایی را به ازای مجموع موزون خروجی‌های هر واحدهای تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان kام و تسهیل نوع l) نشان می‌دهد. این رابطه نیز برای تمام واحدهای تصمیم گیر باید لحاظ شود. محدودیت (۷) نشان می‌دهد که مجموع موزون خروجی‌ها باید کمتر از مجموع موزون ورودی‌های متناظر خودش باشد. محدودیت (۸) تضمین می‌کند که دقیقا p_t تسهیل از نوع t مکان‌یابی شوند. محدودیت (۹) تضمین می‌کند که فقط یک نوع از تسهیل می‌تواند در هر مکان خاص قرار گیرد. محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) تضمین می‌کنند که وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها غیر منفی باشند. محدودیت (۱۲) تضمین می‌کند که خروجی موزون برای هر مکان و هر نوع خروجی، کمتر یا مساوی با ۱ باشد.

۳-۲- مدل MaxSumMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود

این مدل به دنبال حداکثرکردن جمع حداقل فاصله وزن دهی شده مرتبط با هر یک از مکان‌ها و انواع انتخاب شده با درنظر گرفتن تسهیلات موجود از تمام نوع تسهیلات است که می‌تواند به صورت زیر فرموله شود:

متغییر تصمیم جدید:

D_k: حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری از هر مکان k به مکان دیگر.

$$Max \sum_{k=1}^{n} D_k \qquad (13)$$

$$Max \sum_{l=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}(1-e_{kl}) \qquad (14)$$

St:

$$D_k \le Q_{lm} d_{kz} + M(1-x_{zm}) \quad k,z=1,\ldots,n,(k\neq z) \quad l,m=1,\ldots,t \qquad (15)$$

$$D_k \le M\sum_{l=1}^{t} x_{kl} \qquad k=1,\ldots,n \qquad (16)$$

$$D_k \le Q_{lf} d_{ke} + M(1-x_{ef}) \quad k=1,\ldots,n \;\; l=1,\ldots,t \;\; e=1,\ldots,v \;\; f=1,\ldots,y \qquad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{ikl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \qquad (18)$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jkl} + e_{kl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \qquad (19)$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jzm} - \sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{izm} \le 0 \qquad \forall k,l;\forall z,m \qquad (20)$$

Archive of SID

www.SID.ir

$(k \neq z, l \neq m)$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{kl} = P_t \qquad \forall l = 1,\ldots,t \tag{21}$$

$$\sum_{l=1}^{t} x_{kl} \leq 1 \qquad \forall k \tag{22}$$

$$U_{klj} \geq \varepsilon x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{23}$$

$$V_{kli} \geq \varepsilon x_{kl} \qquad \forall i,k,l \tag{24}$$

$$U_{klj} O_{jkl} \leq x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{25}$$

$$x_{kl} = 0,1 \qquad k = 1,\ldots,n \qquad l = 1,\ldots,t$$

تابع هدف (۱۳) به دنبال حداکثر کردن جمع حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری از هر مکان k به مکان دیگر است. تابع هدف (۱٤) مشابه تابع هدف (۲) است. در این مدل D_k برابر است با حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری از هر مکان k به مکان دیگر. حداکثر کردن جمع این D_k ها هدف است. محدودیت (۱۵) با محدودیت (۳) در مدل قبل در چند جنبه متفاوت است. ابتدا D_k برای هر مکان بالقوه k نسبت به یک مقدار D کلی که به کل مکان‌های تسهیل مربوط است، متفاوت است. ابتدا متغیر D_k برای هر مکان بالقوه k نسبت به یک مقدار D کلی که به کل مکان‌های تسهیل مربوط است، تعیین می‌شود. محدودیت (۱۵) مقدار D_k را مجبور می‌کند که کمتر یا مساوی با حداقل فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین یک تسهیل از هر نوع مکانیابی شده در k و هر تسهیل دیگر از هر نوع باشد. وقتی که یک تسهیل از نوع m در مکان بالقوه z قرار گیرد، D_k توسط حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری از k به z محدود می‌شود. وقتی هیچ تسهیلی از نوع m در مکان بالقوه z قرار نگیرد $(x_{zm} = 0)$، D_k فقط توسط فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین z,k به علاوه یک عدد بسیار بزرگ M محدود می‌شود. برای اینکه مطمئن باشیم که یک مقدار مشخص D_k تنها زمانی می‌تواند تولید می‌شود که یک تسهیل در k قرار گیرد، محدودیت (۱٦)، D_k را مجبور می‌کند اگر هیچ تسهیلی از هیچ نوعی در محل k قرار نگیرد، برابر با صفر باشد. محدودیت (۱۷) نیز مقدار D_k را مجبور می‌کند که کمتر یا مساوی با حداقل فاصله وزن‌دهی شده تنفری بین یک تسهیل از هر نوع مکانیابی شده در k و تسهیل موجود از یک نوع بخصوص باشد. وقتی که تسهیل موجود e از نوع f باشد، D_k توسط حداقل فاصله وزن دهی شده تنفری از k به تسهیل موجود e محدود می‌شود؛ همچنانکه تابع هدف به دنبال حداکثر کردن جمع مقادیر D_k است. محدودیت‌های (۱۸) تا (۲۵) به ترتیب مشابه محدودیت‌های (۵) تا (۱۲) هستند.

۳-۳- مدل MaxMinSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود

در مدل طراحی شده در این مرحله می‌توان برمبنای تابع هدف MaxMinSum مدلی ایجاد نمود که به دنبال حداکثر کردن حداقل فاصله قطبی برای هر تسهیل از هر نوع و تسهیلات موجود و حداکثرکردن مجموع کارایی برای تمام واحدهای تصمیم‌گیری باشد. منظور از فاصله قطبی، جمع فواصل بین یک تسهیل با سایر تسهیلات مستقر شده است. همان‌طور که در ادبیات موضوع بررسی گردید مدل پراکندگی MaxMinSum، تسهیلات موجود را

Archive of SID

www.SID.ir

در نظر نمی‌گیرد. این کمبود در مدل جدید برطرف شده است. این مدل ترکیبی می‌تواند به صورت زیر فرموله شود:

$$Max\ D \tag{26}$$

$$Max\ \sum_{l=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}(1-e_{kl}) \tag{27}$$

St:

$$D \le \sum_{\substack{z=1\\ z\neq k}}^{n}\sum_{m=1}^{t} Q_{lm} d_{kz} x_{zm} + M(1-x_{kl}) \quad k=1,\ldots,n,\quad l=1,\ldots,t \tag{28}$$

$$D \le \sum_{e=1}^{v}\sum_{f=1}^{y} Q_{lf} d_{ke} x_{ef} + M(1-x_{kl}) \quad k=1,\ldots,n,\quad l=1,\ldots,t \tag{29}$$

$$\sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{ikl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{30}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jkl} + e_{kl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{31}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jzm} - \sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{izm} \le 0 \qquad \forall k,l;\forall z,m \quad (k\neq z, l\neq m) \tag{32}$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{kl} = P_t \qquad \forall l=1,\ldots,t \tag{33}$$

$$\sum_{l=1}^{t} x_{kl} \le 1 \qquad \forall k \tag{34}$$

$$U_{klj} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{35}$$

$$V_{kli} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall i,k,l \tag{36}$$

$$U_{klj} O_{jkl} \le x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{37}$$

$$x_{kl} = 0,1 \qquad k=1,\ldots,n \qquad l=1,\ldots,t$$

تابع هدف (۲۶) به دنبال حداکثر کردن حداقل فاصله قطبی است. تابع هدف (۲۷) مشابه تابع هدف (۲) است. فاصله قطبی مرتبط با هر تسهیل مکانیابی شده، جمع فواصل وزن دهی شده تنفری بین آن تسهیل و تمام دیگر تسهیلات مستقر شده است. در این مدل، محدودیت (۲۸) برای تعریف فاصله قطبی برای هر مکان بالقوه k به کار می‌رود. اگر هیچ تسهیلی از نوع l در محل k قرار نداشته باشد، D اجازه دارد که یک جمع بسیار بزرگ باشد. وقتی که یک تسهیل از نوع l در k قرار بگیرد، D محدود به این است که کمتر از یا مساوی با جمع فواصل وزن‌دهی شده تنفری بین k و تمام مکان‌های z (که یک تسهیل در آنها مستقر شده است) باشد. در این موارد جایی که یک تسهیل از نوع m در مکان بالقوه z مستقر نشده، هیچ فاصله وزن دهی شده‌ای در جمع قرار نمی‌گیرد. محدودیت (۲۹) نیز برای تعریف فاصله قطبی برای هر مکان بالقوه k و تسهیل موجود e به کار می‌رود. وقتی که یک تسهیل از نوع l در k قرار بگیرد و تسهیل موجود e از نوع f باشد، D محدود به این است که کمتر از یا مساوی با جمع فواصل وزن‌دهی شده تنفری بین k و تمام تسهیلات موجود e از نوع f باشد. بنابراین، محدودیت های (۲۸) و (۲۹) حد بالای D را تعیین می‌کنند. محدودیت‌های (۳۰) تا (۳۷) به ترتیب مشابه محدودیت‌های (۵) تا (۱۲) هستند.

۳-٤- مدل MaxSumSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود

در این مدل ما به دنبال حداکثر کردن جمع فواصل قطبی از تمام تسهیلات مکانیابی شده تا دیگر تسهیلات مستقر شده و تسهیلات موجود و

Archive of SID

www.SID.ir

حداکثرکردن مجموع کارایی برای تمام واحدهای تصمیم‌گیری است. در مدل پراکندگی MaxSumSum که در ادبیات موضوع بررسی گردید فرض مسأله این بود که تسهیلاتی از قبل در شبکه وجود ندارند و تعدادی تسهیلات جدید باید مکانیابی شوند ولی در مدل ترکیبی زیر فرض شده است که تسهیلات موجود نیز در شبکه نقاط کاندید وجود دارند. این مدل بصورت زیر فرموله شود:

$$Max \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{t}\sum_{m=1}^{t} D_{klm} \tag{38}$$

$$Max \sum_{l=1}^{t}\sum_{k=1}^{n}(1-e_{kl}) \tag{39}$$

St:

$$D_{klm} \le \sum_{\substack{z=1 \\ z\neq k}}^{n} Q_{lm} d_{kz} x_{zm} \quad k=1,\ldots,n \quad l,m=1,\ldots,t \tag{40}$$

$$D_{klm} \le M x_{kl} \qquad k=1,\ldots,n \quad l,m=1,\ldots,t \tag{41}$$

$$D_{klm} \le \sum_{e=1}^{v} Q_{lf} d_{ke} x_{ef} \quad k=1,\ldots,n, \quad l,m=1,\ldots,t, \quad f=1,\ldots,y \tag{42}$$

$$\sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{ikl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{43}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jkl} + e_{kl} = x_{kl} \qquad \forall k,l \tag{44}$$

$$\sum_{j=1}^{s} U_{klj} O_{jzm} - \sum_{i=1}^{r} V_{kli} I_{izm} \le 0 \qquad \forall k,l;\forall z,m \quad (k\neq z, l\neq m) \tag{45}$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{kl} = P_t \qquad \forall l=1,\ldots,t \tag{46}$$

$$\sum_{l=1}^{t} x_{kl} \le 1 \qquad \forall k \tag{47}$$

$$U_{klj} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{48}$$

$$V_{kli} \ge \varepsilon x_{kl} \qquad \forall i,k,l \tag{49}$$

$$U_{klj} O_{jkl} \le x_{kl} \qquad \forall j,k,l \tag{50}$$

$$x_{kl} = 0,1 \qquad k=1,\ldots,n \qquad l=1,\ldots,t$$

تابع هدف (۳۸) به دنبال حداکثر کردن جمع فواصل قطبی وزن‌دهی شده تنفری است. تابع هدف (۳۹) مشابه تابع هدف (۲) است. علاوه بر حداقل مقدار فاصله قطبی تعیین شده در مدل قبل، مدل فوق موجب تعیین یک مقدار D_{klm} برای هر ترکیب ممکن از نوع تسهیلات در یک مکان بالقوه k با درنظر گرفتن تسهیل موجود e می‌شود. این حداقل فواصل قطبی توسط محدودیت‌های (٤٠) و (٤٢) هنگامی که یک تسهیل ازنوع m در مکان z قرار گیرد و تسهیل موجود e از نوع f باشد، تعیین می‌شود. حداقل فاصله وزن‌دهی شده از k به z که در جمع در نظر گرفته شده است، با Q_{kL} وزن‌دهی شده است و همچنین، حداقل فاصله وزن‌دهی شده از k به تسهیل موجود e که در جمع در نظر گرفته شده است، با Q_{lf} وزن‌دهی شده است. محدودیت (٤١) تضمین می‌کند که D_{klm} تنها وقتی می‌تواند از صفر بیشتر شود که یک تسهیل از نوع l در مکان k قرار داده شود. محدودیت‌های (٤٣) تا (٥٠) به ترتیب مشابه محدودیت‌های (٥) تا (١٢) هستند.

٤- یکپارچه سازی اهداف توسط FGP (Fuzzy Goal Programming)

برنامه‌ریزی آرمانی نخستین بار از سوی کوپر و کارنز[20] در سال ۱۹٦۱ ارائه شد. تصمیم گیرندگان

Archive of SID

www.SID.ir

برای اهداف خود سطوح تمایل قابل قبولی قرار می‌دهند و سعی می‌کنند تا حد امکان به آنها دست یابند. هدف برنامه‌ریزی آرمانی حداقل نمودن انحرافات میان اهداف به دست آمده و سطوح تمایل قابل قبول است. در فرمولاسیون مرسوم برنامه‌ریزی آرمانی اهداف به صورت قطعی و دقیق مشخص شده‌اند، نتیجه این که تصمیم‌گیرنده قادر است به طور دقیق مقادیر اهداف را برای مسائل تصمیم‌گیری تعیین کند. در حقیقت، ممکن است بسیاری از سطوح تمایل غیر دقیق و مبهم در مسائل تصمیم‌گیری، همچون "تا حدودی بزرگتر"، " اساساً کوچکتر" و یا "در حدود" وجود داشته باشند. هدف مبهم g_k ناشی از درک مبهم تصمیم گیرندگان از ذات اهداف مورد بررسی است. اگر سطح تمایل غیر دقیق برای هر هدف بیان گردد، مسأله برنامه ریزی آرمانی به مسأله برنامه ریزی آرمانی فازی تبدیل می‌گردد. مجموعه جواب X زمانی که سطح تمایل g_k را برای هدف k ام قرار می دهیم، برای مسأله برنامه‌ریزی آرمانی فازی به دست می‌آید.

$$f_x(x) \gtrsim g_k \quad (f_x(x) \lesssim g_k) \quad k = 1,2,..., n$$

$$Subject\ to\ X \in F$$

مدل برنامه‌ریزی آرمانی با استفاده از رویکرد *Max-Min* به صورت ذیل بیان می‌گردد (زیمرمن، ۱۹۷۸)[۲۱]:

$$Maximize \quad \lambda$$

$$Subject\ to \quad \lambda - \mu_k(f_k(x)) \le 0, \quad k = 1,2,..., n$$

$$X \in F$$

λ یک متغیر پیوسته افزایشی است. $\mu_k(f_k(x))$ تابع عضویت هدف k ام به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu_k(f_k(x)) = \begin{cases} 1, & f_k(x) \ge g_k, \\ \dfrac{(f_k(x) - l_k)}{g_k - l_k}, & l_k \le f_k(x) \le g_k \quad \forall f_x(x) \gtrsim g_k \\ 0, & f_k(x) \le l_k, \end{cases}$$

$$\mu_k(f_k(x)) = \begin{cases} 1, & f_k(x) \le g_k, \\ \dfrac{(u_k(x) - f_k(x))}{u_k - g_k}, & g_k \le f_k(x) \le u_k \ \forall f_x(x) \lesssim g_k \\ 0, & f_k(x) \ge u_k, \end{cases}$$

l_k و u_k به ترتیب، حدود پایین و بالا برای آرمان kام هستند. برنامه‌ریزی آرمانی فازی تکنیکی است که تاکنون به طور گسترده برای حل مسائل تصمیم گیری چند هدفه و چند معیاره کاربرد داشته است. نخستین بار زیمرمن برنامه‌ریزی فازی را برای حل مسائل برنامه ریزی خطی چند هدفه پیشنهاد نمود. ناراسیمهان[۲۲] در سال ۱۹۸۰ مدل ابتدایی برنامه‌ریزی آرمانی فازی و رویه حل آن را ارائه کرد. در این کار نیز با توجه به ابهام در جواب نهایی مدل در زمان حل با یک هدف، روش *FGP* برای حل مدل انتخاب گردید.

۵- مثال عددی

با توجه به کاربردهای مدل پراکندگی که در قسمت اول عنوان شد، می‌توان این مدل را برای تعیین مکان نمایندگی‌های فروش به کار برد و با کمک تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها کاراترین نقاط را به گونه‌ای که حداکثر نقاط تقاضا پوشش یابند، انتخاب کرد. برای مشاهده نتایج و عملکرد مدل‌های ترکیبی مثال زیر را در نظر بگیرید:

Archive of SID

www.SID.ir

فرض کنید سه نوع تسهیل داریم که با توجه به ماهیتشان لازم است از یکدیگر پراکنده شوند. ده نقطه کاندید برای مکان‌یابی وجود دارد و هدف مکانیابی پنج تسهیل جدید، به طوری که دو تسهیل از نوع ۱، دو تسهیل از نوع ۲ و یک تسهیل از نوع ۳ باشد. در این منطقه دو تسهیل از قبل وجود داشته‌اند که تسهیل موجود اول از نوع ۲ و تسهیل موجود دوم از نوع ۱ است. مکان تسهیلات جدید باید طوری توزیع شوند که علاوه برداشتن حداکثر فاصله از یکدیگر، کاراترین نقاط نیز انتخاب شوند. برای هر واحد تصمیم‌گیر (ترکیبی از مکان کاندید و نوع تسهیل)، یک ورودی و سه خروجی در نظر گرفته شده است. نقاط کاندید و تسهیلات موجود در شکل ۲ قابل مشاهده هستند.

فاصله بین مکان‌های کاندید به صورت اقلیدسی در نظر گرفته شده و در جدول ۱ قابل مشاهده است. همچنین، فاصله بین مکان‌های کاندید و تسهیلات موجود نیز به صورت اقلیدسی در نظر گرفته شده و در جدول ۲ قابل مشاهده است. برای هر واحد تصمیم‌گیر با توجه به تعریف مسأله باید ورودی و خروجی هایی درنظر گرفته شوند. معمولاً عوامل نامطلوب را که مایل به کم شدن آنها هستیم، به عنوان ورودی (مانند هزینه) و عوامل مطلوب را که مایل به افزوده شدنشان هستیم، به عنوان خروجی در نظر می‌گیریم (مانند سود). از این رو، در این مثال یک ورودی (مانند هزینه استقرار هر نوع تسهیل در هر مکان) وسه خروجی (مانند میزان تولید هر نوع تسهیل در هر مکان، ضریب امنیت هر نوع تسهیل در هر مکان) در نظر گرفته شده است. ورودی‌ها و خروجی‌های هر مکان کاندید و هر نوع تسهیل در جدول ۳ قابل مشاهده است. ضرایب تنفر بین سه نوع تسهیل جدید در جدول ٤ قابل مشاهده است. همچنین، ضرایب تنفر بین دو نوع تسهیل موجود در جدول ٥ و نوع تسهیلات موجود در جدول ٦ قابل مشاهده است.

شکل ۲: موقعیت نقاط کاندید و تسهیلات موجود

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱: فواصل بین مکان‌های کاندید

مکان کاندید	۱	۲	۳	٤	۵	٦	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰	٤۷	۷۱	۳۱	٤٦	۸۹	۹۷	۲۹	٦٤	۵۹
۲	٤۷	۰	٤۳	۷۱	۲۷	٤۷	٦۰	۲۳	۷۲	۵۵
۳	۷۱	٤۳	۰	۸۰	۲٦	۲۹	۲۸	٦۱	۵۰	۲۹
٤	۳۱	۷۱	۸۰	۰	۵۸	۱۰٤	۱۰۷	۵۸	۵۱	۵۷
۵	٤٦	۲۷	۲٦	۵۸	۰	٤٦	۵۱	۳۸	٤٦	۲۷
٦	۸۹	٤۷	۲۹	۱۰٤	٤٦	۰	۱۷	۷۰	۷۹	۵۸
۷	۹۷	٦۰	۲۸	۱۰۷	۵۱	۱۷	۰	۸۲	۷٤	۵۵
۸	۲۹	۲۳	٦۱	۵۸	۳۸	۷۰	۸۲	۰	۷٦	٦۳
۹	٦٤	۷۲	۵۰	۵۱	٤٦	۷۹	۷٤	۷٦	۰	۲۱
۱۰	۵۹	۵۵	۲۹	۵۷	۲۷	۵۸	۵۵	٦۳	۲۱	۰

جدول ۲: فواصل بین مکان‌های کاندید و تسهیلات موجود

مکان کاندید	تسهیل موجود	
	۱	۲
۱	۳۳	۳۳
۲	۲۹	۷۵
۳	۷۰	۸۵
٤	٦٤	۵
۵	٤۸	٦۲
٦	۷۷	۱۰۸
۷	۸۹	۱۱۲
۸	۹	٦۱
۹	۸۵	۵۵
۱۰	۷۲	٦۲

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۳: ورودی و خروجی‌های هر مکان کاندید و هر نوع تسهیل

مکان کاندید	نوع تسهیل	ورودی(۱)	خروجی(۱)	خروجی(۲)	خروجی(۳)
۱	۱	۷۶	۷۳	٤	٤
۱	۲	۵۰	۸۰	۳۵	۳۰
۱	۳	۵۰	٦۹	۳۷	۷
۲	۱	۹۸	٦۸	۳٤	۷٦
۲	۲	۲۹	۱۱	۸۲	۹
۲	۳	٤۰	٤٦	٦۰	۲۷
۳	۱	۵۳	۵۳	۹۵	۲۸
۳	۲	۱	۹٤	۵۹	۳۸
۳	۳	۸٦	٦۱	۸۷	٦٦
٤	۱	۱۱	۸۲	۳٦	٦٤
٤	۲	۵٦	٤٦	٦۵	۷٦
٤	۳	۷۳	۱۸	۹۳	۹۸
۵	۱	۳۸	۲	۳۸	۳
۵	۲	۲۷	٦٤	۲۲	٤٦
۵	۳	۵۱	۵۲	٤	٦۳
٦	۱	۲٦	۷۹	۳۷	۸۹
٦	۲	۱	۸٦	۷۰	۹۷
٦	۳	۷	۷۳	۳۸	۵۱
۷	۱	۲٦	۷۸	۵٦	٦۸
۷	۲	۲۲	۸۳	٤٤	۱۹
۷	۳	۸۵	۹۵	۹٦	۵۲
۸	۱	۲۱	۷۱	۹۳	۸۸
۸	۲	۲۵	۱۰	٤۳	۸۰
۸	۳	٦۳	۵۱	۲٤	۳۳
۹	۱	۲۸	٤۱	۲۷	۵۸
۹	۲	۸۲	۸۹	٦۰	۵۵
۹	۳	۳۵	۱۵	۷۰	۱۷
۱۰	۱	۲۸	٦۲	۱۸	٦۷
۱۰	۲	۵۵	۳۳	٦٤	۳۸
۱۰	۳	۵۸	۲۸	۷۱	۸٤

جدول شماره ٤: ضرایب تنفر بین سه نوع تسهیل جدید

نوع تسهیل	۱	۲	۳
۱	۰/۲	۰/۳	۰/٤
۲	۰/۳	۰/۵	۰/٦
۳	۰/٤	۰/٦	۰/۷

Archive of SID

www.SID.ir

جدول شماره ۵: ضرایب تنفر بین دو نوع تسهیل موجود

نوع تسهیل	۱	۲
۱	۰/۲	۰/۳
۲	۰/۳	۰/۵

جدول ٦: نوع تسهیلات موجود

تسهیل موجود	نوع تسهیل	
	۱	۲
۱	۰	۱
۲	۱	۰

جدول ۷: نتایج حل چهار مدل با استفاده از FPG و تسهیلات موجود

مکان‌های انتخاب شده (نوع تسهیل ، مکان)	توابع هدف		نوع مسأله	ردیف
	DEA	پراکندگی		
(۲ , ۳) – (۱ , ۲) (۳ , ۷) – (۲ , ٦) (۱ , ۱۰)	۲۷	۸/۷	مدل MaxMinMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۱
(۳ , ۵) – (۲ , ۳) (۱ , ۷)– (۲ , ٦) (۱ , ۹)	۲۷/۰۳۹۷۰	۸٦/۱	مدل MaxSumMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۲
(۲ , ۳) – (۲ , ۲) (۱ , ۷)– (۱ , ٦) (۳ , ۹)	۲٦/٦۷۳۳٦	۱٤/۵	مدل MaxMinSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۳
(۲ , ۳) – (۲ , ۲) (۱ , ۷)– (۳ , ٦) (۱ , ۹)	۲٦/۷٦۷۷۹	٦۰/۸۷۷٤۹	مدل MaxSumSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها با درنظر گرفتن تسهیلات موجود	٤

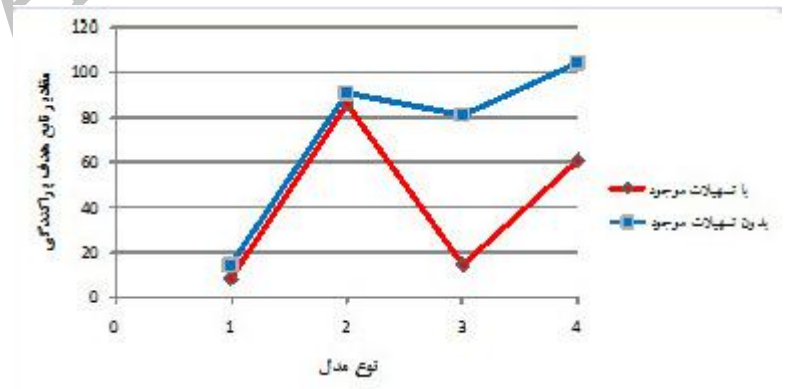
به منظور بررسی خروجی مدل‌های ارائه شده در بخش سه، این مثال با مفروضات فوق برای چهار مدل مذکور با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی ارائه شده در بخش چهار در دو حالت با تسهیلات موجود و بدون تسهیلات موجود حل شده است. نتایج حل مدل در جدول‌های ۷ و ۸ آورده شده است. با مقایسه جدول ۷ و ۸ تفاوت بین نبودن تسهیلات موجود و داشتن تسهیلات موجود قابل مشاهده است. برای مثال، در مدل اول هنگامی که تسهیل موجود داریم، مقدار تابع هدف پراکندگی برابر با ۸/۷ است و مقدار

www.SID.ir

تابع هدف پراکندگی همین مدل در حالتی که تسهیل موجود نداریم، برابر است با ۱٤/۵. همچنین، در نقاط انتخاب شده این چهار مدل در حالتی که تسهیل موجود داریم، نقاط ٤ و ۸ انتخاب نشده‌اند، زیرا این نقاط به تسهیلات موجود نزدیک هستند و با توجه به اینکه هدف حداکثر شدن پراکندگی است، نقاط ٤ و ۸ انتخاب نشده‌اند، اما در حالتی که تسهیل موجود نداریم، نقاط ٤ و ۸ به علت اینکه باعث افزایش پراکندگی می شوند در مدل‌ها به عنوان جواب انتخاب شده‌اند. بنابراین، مدل‌های طراحی شده در این مقاله به درستی نسبت به وجود یا عدم تسهیلات موجود حساس هستند.

جدول ۸: نتایج حل چهار مدل با استفاده از FPG و بدون تسهیلات موجود

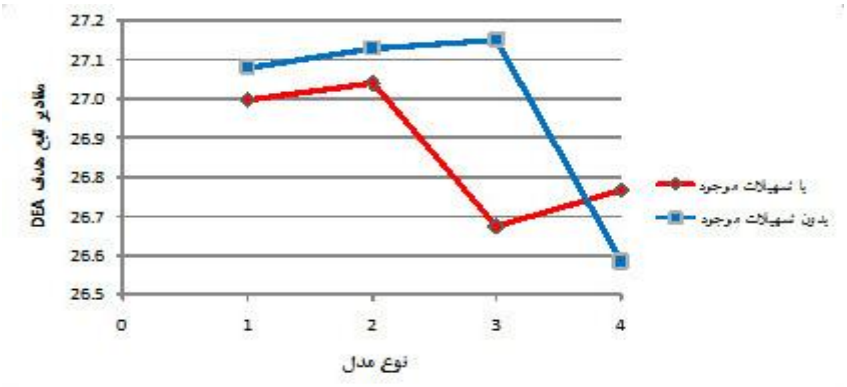
مکان‌های انتخاب شده (نوع تسهیل ، مکان)	توابع هدف		نوع مسأله	ردیف
	DEA	پراکندگی		
(۳ , ٤) – (۲ , ۳) (۱ , ۸)– (۲ , ٦) (۱ , ۹)	۲۷/۰۸۱٤٦	۱٤/۵	مدل MaxMinMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها بدون درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۱
(۱ , ٤)– (۲ , ۳) (۲ , ٦)– (۳ , ۵) (۱ , ۷)	۲۷/۱۲۹۷۱	۹۰/۸	مدل MaxSumMin با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها بدون درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۲
(۱ , ٤)– (۲ , ۳) (۱ , ۸)– (۲ , ٦) (۳ , ۹)	۲۷/۱۵۱٤۱	۸۱/۳	مدل MaxMinSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها بدون درنظر گرفتن تسهیلات موجود	۳
(۲ , ٦) – (۱ , ٤) (۲ , ۸)– (۱ , ۷) (۳ , ۹)	۲٦/۵۸٤۷٦	۱۰٤/۰٤۸٦	مدل MaxSumSum با تسهیلات چند نوعه و تجمیع همزمان تحلیل پوششی داده‌ها بدون درنظر گرفتن تسهیلات موجود	٤



شکل ۳: مقایسه مقادیر چهار تابع هدف پراکندگی در دو حالت

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ٤: مقایسه مقادیر چهار تابع هدف DEA در دو حالت

در شکل ۳ بین چهار تابع هدف پراکندگی در دو حالت مقایسه‌ای انجام شده است. این شکل نشان می‌دهد که مقادیر تابع هدف پراکندگی در حالتی که تسهیل موجود نداریم، نسبت به حالتی که تسهیل موجود داریم، بیشتر است. این تفاوت برای مدل‌های سوم وچهارم بیشتر است، زیرا در این دو مدل فواصل به شکل قطبی بیشینه شده‌اند.

در شکل ٤ بین چهار تابع هدف DEA در دو حالت مقایسه‌ای انجام شده است. این شکل نشان می‌دهد که مقادیر تابع هدف DEA در حالتی که تسهیل موجود نداریم، نسبت به حالتی که تسهیل موجود داریم، بیشتر است؛ به غیر از مدل چهارم، زیرا در این مدل نقطه ۳ در حالتی که تسهیل موجود نداریم، انتخاب نمی‌شود، در حالی که این نقطه کارایی بالاتری دارد

٦- نتیجه‌گیری

این مقاله مدل‌های چهارگانه مکانیابی بر مبنای پراکنده‌سازی تسهیلات چند نوعه را با رویکردانتخاب کاراترین مکان‌ها و نوع تسهیلات با در نظر. گرفتن نقاط موجود ترکیب و چهار مدل جدید فرموله نمود. مدل‌های پیشنهادی، مکان تسهیلات را به گونه‌ای انتخاب می کنند که به شکل همزمان پراکندگی بین تسهیلات (بر اساس نوع مدل پراکندگی) و مجموع کارایی مکان‌ها و نوع تسهیلات انتخاب شده، بیشینه شوند. چیدمان نهایی تسهیلات در نقاط کاندید براساس نوع تسهیل، خروجی‌نهایی این چهار مدل است. شایان ذکر است که در مدل‌های پراکندگی ادبیات موضوع، فرض شده است که تسهیل موجود در شبکه وجود ندارد، حال آنکه در مسائل دنیای واقعی چنین نیست. این کمبود در مدل‌های پیشنهادی برطرف شده است. همچنین، برای حل این چهار مدل دو هدفه، از روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی استفاده و نتایج حل مدل در قالب یک مثال ارائه گردید. مدل‌های جدید ارائه شده، تطابق زیادی با واقعیت‌های جهان امروز دارد. از این ره، می‌تواند جواب‌گوی بخش وسیعی از نیازمندی جهان صنعتی امروز باشد. همچنین، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده درباره افزودن پوشش به مدل‌ها و همچنین، بر روی روش‌های حل ابتکاری و فرابتکاری این مدل‌ها تحقیق شود.

منابع:

Chandrasekaran, R., & Daughety, A. (1981). "Location on Tree Networks: p-Center and n-Dispersion Problems", *Mathematics of Operations Research* 6, 50–57.

Charnes, A., & Cooper W.W. (1961) "Management Model and Industrial Application of Linear Programming", l. 1, Wiley, New York,.

Church, R. L., & Cohon, J. L. (1976). "Multi-Objective Location Analysis of Regional

Archive of SID

www.SID.ir

location/allocation decisions", *Computers & Operations Research*, 35(2), 457-474.

Kuby, M. (1987). "Programming Models for Facility Dispersion", The p-Dispersion and Maxisum Dispersion Problems. *Geographical Analysis*, 19(4), 315–29.

Moon, I. D., & Chaudhry, S. S. (1984). "An Analysis of Network Location Problems with Distance Constraints", *Management Science*, 30(3), 290–307.

Murray, A. T., Church, R. L., Gerrard, R. A., & Tsui, W. S. (1998)." Impact Models for Siting Undesirable Facilities", *Papers in Regional Science* ,77(1), 19–36.

Narasimhan R. (1980). "Goal programming in a fuzzy environment", *Decision Sciences*, 11 325–338.

Shier, D. R. (1977). "A Min–Max Theorem for p-Center Problems on a Tree", *Transportation Science*, 11(3), 243–52.

Sorensen, J. H., Soderstrom, J., & Carnes, S. A. (1984). "Sweet for the Sour: Incentives in Environmental Mediation", *Environmental Management*, 8(4), 287–94.

Zimmermann, H. J. (1978)." Fuzzy programming and linear programming with several objective functions", *Fuzzy Sets and Systems*, 14, 5-55.

Energy Facility Siting Problems", Upton, NY: Brookhaven National Laboratory.

Church, R. L., & Garfinkel R. (1978). "Locating an Obnoxious Facility on a Network", *Transportation Science* ,12, 107–18.

Drezner, Z., & Wesolowsky, G. (1985). "Location of Multiple Obnoxious Facilities", *Transportation Science* ,19(3), 193–202.

Drezner, Z., & Wesolowsky, G. (1996). "Obnoxious Facility Location in the Interior of a Planar Network", *Journal of Regional Science*, 35(4), 675–88.

Erkut, E., & Neuman, S. (1989). "Analytical Models for Locating Undesirable Facilities", *European Journal of Operational Research*, 40, 275–91.

Erkut, E., & Neuman, S. (1990)." Comparison of Four Models for Dispersing Facilities", *INFOR*, 29(2), 68–86.

Kevin M. Curtin., & Richard L. Church, (2006). "A Family of Location Models for Multiple-Type Discrete Dispersion", *Geographical Analysis*, 38 248–270

Klimberg R., & Ratick, S. (2008)." Modeling data envelopment analysis (DEA) efficient

پی‌نوشت:

[1] Facility Location
[2] Kevin, Curtin, Church, 2006
[3] Fuzzy Goal Programming
[4] Dispersion Problems
[5] Church, 1978- Drezner, 1985&1996- Erkut, 1989
[6] noxious
[7] obnoxious
[8] Murray, 1998
[9] Sorensen, 1984
[10] Church, Cohon 1976
[11] Curtin, Church 2006
[12] Erkut, Neuman, 1990
[13] Moon, 1984
[14] Shier, 1977
[15] Kuby, 1987- Chandrasekaran, 1981
[16] hub distance
[17] Kevin, Curtin, Church, 2006
[18] data envelopment analysis (DEA)
[19] Klimberg, 2008
[20] Charnes, Cooper, 1961
[21] Zimmermann, 1978
[22] Narasimhan, 1980

Archive of SID

www.SID.ir