

## University Course Timetabling using Constraint Programming

Hadi Shahmoradi<sup>1</sup>, Saeideh Ketabi<sup>2\*</sup>, Majid Esmaelian<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Management, University of Isfahan, Isfahan, Iran

<sup>2</sup> Department of Management, University of Isfahan, Isfahan, Iran

<sup>3</sup> Department of Management, University of Isfahan, Isfahan, Iran

### Abstract:

University course timetabling problem is a challenging and time-consuming task on the overall structure of timetable in every academic environment. The problem deals with many factors such as the number of lessons, classes, teachers, students and working time, and these are influenced by some hard and soft constraints. The aim of solving this problem is to assign courses and classes to teachers and students, so that the restrictions are held. In this paper, a constraint programming method is proposed to satisfy maximum constraints and expectation, in order to address university timetabling problem. For minimizing the penalty of soft constraints, a cost function is introduced and AHP method is used for calculating its coefficients. The proposed model is tested on department of management, University of Isfahan dataset using OPL on the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio platform. A statistical analysis has been conducted and shows the performance of the proposed approach in satisfying all hard constraints and also the satisfying degree of the soft constraints is on maximum desirable level. The running time of the model is less than 20 minutes that is significantly better than the non-automated ones.

**Keywords:** Constraint programming; Timetabling; Constraint satisfaction problem; Hard constraint; Soft constraint

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۸، پیاپی (۱۴)، شماره (۱)، بهار و تابستان ۱۳۹۶

دریافت: ۱۳۹۳/۰۷/۲۷ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۵/۰۷

صص: ۱۳۸-۱۱۹

## زمان‌بندی دروس دانشگاه با استفاده از برنامه‌ریزی محدودیت

هادی شاهمرادی<sup>۱</sup>، سعیده کتابی<sup>۲\*</sup>، مجید اسماعیلیان<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، گروه مدیریت، دانشگاه اصفهان

۲- دانشیار، گروه مدیریت، دانشگاه اصفهان

۳- استادیار، گروه مدیریت، دانشگاه اصفهان

**چکیده:** مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاه، یکی از مسائل زمان‌بر در هر محیط آموزشی است. این مسئله با عوامل زیادی نظیر تعداد دروس، کلاس، استاد، دانشجو و زمان‌های کاری سروکار دارد و محدودیت‌های سخت و نرم زیادی بر این عوامل تأثیر می‌گذارند. هدف از حل این مسئله انتساب دروس و کلاس به استاد و دانشجو است؛ به‌گونه‌ای که در محدودیت‌های مسئله صدق کنند. این پژوهش از رویکرد برنامه‌ریزی محدودیت برای حل این مسئله استفاده می‌کند. هدف این پژوهش، ارضای حداکثری انتظارات و محدودیت‌ها به‌منظور ایجاد یک جدول زمان‌بندی است. مدل پیشنهادی، از تابع هزینه‌ای برای حداقل‌سازی تخطی از محدودیت‌های نرم استفاده می‌کند که ضرایب این تابع از روش AHP محاسبه می‌شوند. این مدل برای گروه مدیریت دانشگاه اصفهان، با زبان برنامه‌نویسی OPL و بر روی پلتفرم IBM ILOG CPLEX اجرا شد. جدول زمان‌بندی حاصل شده، با ارضای کامل محدودیت‌های سخت و ارضای کاملاً رضایت‌بخش محدودیت‌های نرم همراه بود. این جدول زمان در مدت زمان کمتر از ۲۰ دقیقه به دست آمد که در مقایسه با زمان صرف‌شده در مدل‌های فراابتکاری و سایر مدل‌های ریاضی پیشنهاد شده برای این مسئله، بسیار قابل‌ملاحظه است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی محدودیت، جدول زمان‌بندی، مسئله ارضای محدودیت، محدودیت سخت، محدودیت نرم.

## ۱- مقدمه

مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاهی (UCTP)، در زمره مسائل مهم و زمان‌بر در هر محیط آموزشی به شمار می‌آید. زمان‌بندی و برنامه‌ریزی چیدمان دروس در جدول هفتگی، براساس معیارها و امکانات محیط، مشخصات دروس و ساعات حضور استادان صورت می‌گیرد. به‌طور کلی UCTP عبارت است از انتساب ساعات تدریس استادان و نیز کلاس‌های موجود به یک مجموعه بازه زمانی؛ به‌نحوی که در مجموعه‌ای از شرایط صدق کند (کازارلیس<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۵). در یک UCTP، برگزاری هم‌زمان دو درس با دانشجویان یک گروه آموزشی یا تدریس یک استاد در یک بازه زمانی یکسان با دروس متفاوت را تداخل گویند. در حالت کلی هدف از بررسی، کاهش تعداد تداخل بین دروس دانشجویان یک گروه آموزشی و یا تدریس یک استاد و همچنین رفع هم‌زمانی دروسی است که به یک اتاق مشترک نیاز دارند (لوئیس<sup>۲</sup>، ۲۰۰۸). با افزایش تعداد محدودیت‌های برنامه‌ریزی، رسیدن به یک جواب قابل‌قبول، بسیار مشکل خواهد بود؛ بنابراین هدف زمان‌بندی دروس، ایجاد یک برنامه زمانی معتبر و قابل اجرا با حداقل تداخل است.

مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی در همه حالات از نظر پیچیدگی محاسباتی به کلاس NP-hard تعلق دارد؛ بنابراین الگوریتمی با پیچیدگی زمانی از مرتبه چندجمله‌ای برای حل آن ارائه نشده است. برای حل مسائل زمان‌بندی می‌توان از الگوریتم‌های دقیق و الگوریتم‌های تقریبی استفاده کرد. الگوریتم‌های دقیق برای حل این‌گونه مسائل، غیرعملی هستند؛ چرا که زمان اجرای این دسته از الگوریتم‌ها با رشد اندازه مسئله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد (گری و

جانسون<sup>۳</sup>، ۲۰۰۲)؛ بنابراین از الگوریتم‌های تقریبی مانند الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری استفاده می‌شود. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم‌های ژنتیک<sup>۴</sup>، جستجوی ممنوع<sup>۵</sup> و کلونی زنبور عسل<sup>۶</sup> اشاره کرد. (یانگ و جت<sup>۷</sup>، ۲۰۱۱)، (لو و هاو<sup>۸</sup>، ۲۰۱۰)، (صابر و همکاران<sup>۹</sup>، ۲۰۱۲) و (میرحسینی، ۲۰۰۶).

یکی دیگر از رویکردهای حل مسائل جدول زمان‌بندی، برنامه‌ریزی محدودیت است. این رویکرد یک الگوی حل مسئله است که میان محدودیت‌های مسئله و الگوریتم‌های جستجو تمایز قائل شده است (ماریوت و استاکی<sup>۱۱</sup>، ۱۹۹۸). الگوریتم‌های جستجو اغلب با استفاده از شناسایی حالات متفاوت محدودیت‌ها و الگوریتم‌های انتشار محدودیت<sup>۱۲</sup>، ممکن می‌شود.

مسائل ارضای محدودیت (CSP)، چارچوبی واحد برای مسائل مختلف محاسباتی که ماهیتاً در حوزه هوش مصنوعی و بهینه‌سازی ترکیباتی هستند، ارائه می‌کند. این مسائل که نمونه‌ای از مسائل با دامنه محدود است، لیستی از متغیرها و محدودیت‌ها را شامل می‌شود؛ به‌طوری که مقادیر ممکن از دامنه را به متغیرها مرتبط می‌کند و بیان می‌کند که آیا متغیرها قادر هستند مقادیری بگیرند که به‌طور هم‌زمان همه محدودیت‌ها را ارضا کنند یا خیر (زیونی<sup>۱۳</sup>، ۲۰۱۲).

در ادامه مقاله و در بخش دوم خلاصه‌ای از کارهای صورت گرفته در حوزه جدول زمان‌بندی آموزشی آمده است. بخش سوم مفاهیم مسئله جدول زمان‌بندی و رویکردهای حل آن به‌همراه برنامه‌ریزی محدودیت، مسئله ارضای محدودیت و الگوریتم‌های جستجوی آن بیان شده است. در بخش چهارم مدل پیشنهادی تشریح می‌شود. بخش پنجم به مطالعه

الگوریتم، قابل اعتماد است و برای حل مسائل زمان‌بندی، دانشگاه معتبر خواهد بود. البت و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۱۲) در پژوهش خود از الگوریتم ممتیک<sup>۹</sup> برای مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی استفاده کردند. در این رویکرد، یک الگوریتم جستجوی هماهنگ ترکیبی (HSA) به کار گرفته شده است؛ به گونه‌ای که الگوریتم HSA که یک رویکرد فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است اولاً با الگوریتم تپه‌نوردی<sup>۱۰</sup> ترکیب شده تا بتواند کاوش محلی خود را توسعه دهد و ثانیاً با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۱۱</sup> ترکیب می‌شود تا همگرایی را ارتقا دهد. نتایج حاصل از این پیاده‌سازی بهینه‌بودن این رویکرد را نشان می‌دهد؛ بنابراین پیش‌بینی شده است این رویکرد برای مجموعه داده‌های پیچیده نیز جوابی بهینه حاصل کند. هواس و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۳) مدلی برای حل مسائل زمان‌بندی دروس دانشگاهی با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح ارائه دادند. در این مدل محدودیت‌ها، نیازمندی‌های جدول زمان‌بندی را برای ایجاد یک زمان‌بندی معتبر، مهیا می‌کنند. همچنین در این پژوهش، تابع هدف، انعکاس ترجیحات دانشجویان و استادان است. نتایج حاصل از پژوهش نشان‌دهنده رضای تمامی محدودیت‌های سخت و نرم است. منجمی و همکاران (۱۳۸۵) در پژوهش خود از خصوصیات الگوریتم ژنتیک به‌عنوان ابزاری مناسب در بهینه‌سازی پاسخ‌های یک مسئله CSP استفاده کرده‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهد الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در طراحی جداول زمان‌بندی خوش‌ساخت برای یک دانشکده مفروض به‌خوبی عمل می‌کند. رحمانی (۱۳۸۶) در پژوهش خود، الگوریتم ممتیک را ارائه کرد. این الگوریتم نسبت به الگوریتم ژنتیک نتایج بهتری داشت. نتایج حاصل، گویای این است

موردی پژوهش اختصاص یافته و در بخش ششم نتایج به‌دست‌آمده از پیاده‌سازی مدل در مطالعه موردی بررسی قرار گرفته می‌شود. در بخش هفتم مقاله، پیشنهادهایی جهت کارهای آینده ارائه می‌شود.

## ۲- ادبیات و پیشینه پژوهش

در چند دهه گذشته پژوهشگران و گروه‌های پژوهشی هوش مصنوعی و پژوهش عملیاتی، تلاش‌های بسیاری به‌منظور خودکارسازی روند زمان‌بندی انجام داده‌اند (بارتاک،<sup>۶</sup> ۲۰۰۰) و (ریس و الیویرا،<sup>۱۲</sup> ۲۰۰۱). ماریوت و اسکاتی (۱۹۹۸) منطق برنامه‌ریزی محدودیت را برای زمان‌بندی امتحانات دانشگاهی به کار گرفتند. پژوهش آنها تأییدی بر پتانسیل منطق برنامه‌ریزی محدودیت برای نمونه‌سازی و اجرای برنامه‌های کاربردی در زندگی واقعی بود. آنها همچنین توانایی به‌کارگیری بیش از ۳۰۰۰ محدودیت را از ویژگی‌های برتر برنامه‌ریزی محدودیت برشمردند. روادا و مری<sup>۷</sup> (۲۰۰۳) از محدودیت‌های وزن‌دار در مدل برنامه‌ریزی محدودیت خود برای حل این مسئله استفاده کردند. این مدل به‌طور کلی برای هر نوع محدودیت اولویت قائل می‌شود و موجودیت‌های درون هر محدودیت را وزن‌دار نکرده است. لو و هاو (۲۰۱۰) در پژوهش خود یک الگوریتم جستجوی ممنوع تطبیقی برای حل مسئله زمان‌بندی دروس ارائه داد. نتایج بهینه‌بودن این الگوریتم با پیاده‌سازی یک مجموعه داده مشخص به‌همراه مقایسه آن با سایر الگوریتم‌ها نیز در پژوهش آمده است. صابر و همکاران (۲۰۱۲) یک الگوریتم بهینه‌سازی کلونی زنبور عسل را برای حل مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی ارائه کردند. نتایج به‌دست‌آمده از پیاده‌سازی این الگوریتم بر جدول زمان‌بندی امتحانات و دروس نشان می‌دهد که این

طراحی و پیاده‌سازی جدول زمان‌بندی دانشگاهی، نیازمند انطباق با نیازها و قوانین دانشگاه و ذی‌نفعان است. در بسیاری از دانشگاه‌ها، حل مسائل جدول زمان‌بندی به عهده مسئولان آموزش است. این برنامه با سعی و خطا حاصل شده است و مسلماً راه‌حل مناسبی برای حل این‌گونه مسائل نخواهد بود. در چنین شرایطی می‌توان با بهره‌گیری از فناوری‌های مهندسی و ریاضی، سیستمی مکانیزه ارائه کرد که به‌صورت خودکار بتواند جدول زمان‌بندی را حل کند (میرحسینی، ۲۰۰۶).

پژوهشگران، محدودیت‌های موجود در یک مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاهی را به دو دسته تقسیم‌بندی کرده‌اند (لیس و میکلون، ۲۰۰۸):

۱) محدودیت‌های سخت که نقض آنها منجر به امکان‌ناپذیری برنامه هفتگی یا نامطلوب‌شدن آن به‌میزان زیاد می‌شود. نمونه‌ای از این محدودیت، تداخل زمانی دو درس در یک اتاق است؛

۲) محدودیت‌های نرم که قابلیت نقض شدن دارند، ولی نقض هرکدام از آنها از مطلوبیت برنامه می‌کاهد. محدودیت‌های نرم، به آن دسته از محدودیت‌هایی اطلاق می‌شود که به سیاست‌های دانشگاه و نیاز افراد توجه دارد؛ رعایت این محدودیت‌ها مطلوب بوده اما ارضای آنها اجباری نیست. در مجموع، محدودیت‌های سخت دارای اولویت بالاتری نسبت به محدودیت‌های نرم هستند و یک جدول زمان‌بندی، زمانی قابل قبول است که همه محدودیت‌های سخت آن ارضا شده باشند. هرچه محدودیت‌های نرم بیشتر ارضا بشنود، جدول زمان‌بندی حاصل، از مطلوبیت بیشتری برخوردار خواهد بود. در بخش بعد رویکردهای حل مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاهی آمده است.

که روش پیشنهادی این پژوهش، می‌تواند بر روند اجرای الگوریتم تأثیر بسیار مؤثری داشته باشد و همچنین زمان همگرایی کروموزوم‌ها را به سمت پاسخ بهینه به حداقل برساند. غافری (۱۳۸۹) در پژوهش خود در زمینه زمان‌بندی دروس دانشگاهی، رویکرد استفاده از گراف‌ها را در پیش گرفته است. در این رویکرد برای ارضای تعدادی از محدودیت‌های سخت از الگوریتم رنگ‌آمیزی گراف و سپس، سایر محدودیت‌های سخت و نرم توسط الگوریتم ژنتیک به‌کاررفته در حین استفاده از الگوریتم رنگ‌آمیزی استفاده شده است. این عمل باعث بالاتر رفتن احتمال حصول نتیجه الگوریتم رنگ‌آمیزی گراف و بالاتر رفتن سرعت به‌تتبع رسیدن الگوریتم ژنتیک شده است. رستگارامینی و همکاران (۱۳۹۱) در پژوهش خود، یک مدل ریاضی صفر یک برای مسئله زمان‌بندی آموزشی ارائه دادند. در این مدل، ترجیحات استاد درباره بازه‌های زمانی، موضوعات درسی و یک تابع هدف جدید که کمینه‌سازی تعداد دروس هم‌زمان با دانشجویان مشترک میسر می‌سازد، ارائه شده است. کارایی روش مطرح‌شده با افزایش ابعاد مسئله کاهش می‌یابد؛ بنابراین یک الگوریتم فراابتکاری سیستم کلونی مورچگان برای حل این مسئله ارائه شده است.

### ۳- مسئله جدول زمان‌بندی آموزشی و برنامه‌ریزی محدودیت

در این بخش ابتدا مفاهیم اولیه برنامه‌ریزی آموزشی مطرح شده، رویکردهای حل آن به‌طور مختصر معرفی می‌شود و سپس برنامه‌ریزی محدودیت و مفاهیم موجود در آن بیان می‌گردند.

#### ۳-۱- مسئله جدول زمان‌بندی آموزشی

### ۲-۳- رویکردهای حل مسئله جدول زمان‌بندی

با نگاه کلی به مسئله جدول زمان‌بندی دانشگاهی، برداشت می‌شود که برای حل مسائل جدول زمان‌بندی لازم است در ابتدا توصیفی از مسئله وجود داشته باشد. بعد از توصیف، مسئله باید پیش‌پردازش شود. در این مرحله اعتبار داده‌ها بررسی می‌شود، همچنین مسئله به چند بخش برای حل ساده‌تر تقسیم می‌شود. سپس متناسب با هر بخش الگوریتمی به‌منظور حل آن انتخاب می‌شود و در نهایت جواب نهایی حل جدول زمان‌بندی شکل می‌گیرد. رویکردهای بسیاری برای حل مسائل جدول زمان‌بندی وجود دارند؛ از جمله این رویکردها می‌توان به برنامه‌ریزی خطی (LP)، رویکردهای ابتکاری و فراابتکاری اشاره کرد که سابقه‌ای طولانی در این‌گونه مسائل دارند (میرحسینی، ۲۰۰۶). بروک و پتروویک<sup>۱</sup> (۲۰۰۲)، یک تقسیم‌بندی دقیق از رویکردهای موجود در حل مسائل جدول زمان‌بندی ارائه کرده‌اند که شامل موارد زیر است:

۱) رویکرد ترتیبی: در این رویکرد، ابتدا وقایع به‌کمک دامنه‌های اکتشافی موجود مرتب می‌شوند. سپس این وقایع در بازه‌های زمانی قرار داده می‌شوند. این تخصیص و قرارگیری به‌گونه‌ای است که تداخلی پیش نیاید (کارتز، ۱۹۸۶<sup>۲۷</sup>). برای حل مسائل زمان‌بندی با این رویکرد از روش رنگ‌آمیزی گراف استفاده می‌شود. در این رویکرد گره‌ها نمایانگر ساعات درسی و یال‌ها نشان‌دهنده تداخل میان این ساعات هستند. در نهایت گراف باید به‌گونه‌ای رنگ‌آمیزی شود که هیچ دو گره مجاور، رنگ یکسان نداشته باشند. این رویکرد بازده زمانی خوبی ندارد (زیربان، ۲۰۰۷<sup>۸</sup>).

۲) رویکرد خوشه‌بندی: این رویکرد در حل مسائل جدول زمان‌بندی به این صورت است که رویدادها را به گروه‌هایی تقسیم می‌شوند که در ابتدا محدودیت‌های سخت را ارضا کنند و سپس گروه‌ها با ارضای محدودیت‌های نرم به بازه‌های زمانی تخصیص می‌یابند. پیدا کردن راه‌حل به‌کمک این رویکرد سریع است؛ اما در بعضی مواقع ممکن است به دلیل وابستگی‌های زیاد میان رویدادهای جدول زمان‌بندی، نتایج ضعیفی را حاصل کند.

۳) رویکرد ابتکاری و فراابتکاری: طیف گسترده‌ای از این رویکردها، به‌صورت رویکردهای ترکیبی کاربرد دارند. این رویکردها با یک سری راه‌حل ابتدایی آغاز می‌شوند و سپس با به‌کارگیری استراتژی‌های جستجو سعی در پیدا کردن راه‌حل نهایی دارند. تمامی این الگوریتم‌های جستجو می‌توانند جواب‌هایی با کارایی بالا ایجاد کنند؛ اما معمولاً از لحاظ محاسباتی به صرفه نیستند (بروک و پتروویک، ۲۰۰۲).

۴) رویکرد مبتنی بر محدودیت: این رویکرد، یک سیستم مبتنی بر محاسبات است که در آن یک محدودیت می‌تواند روی فضای متغیرها تعریف شود. هدف این رویکرد یافتن مقادیر سازگار و مناسب برای متغیرها است به‌طوری که این مقادیر محدودیت‌ها را ارضا کنند و در دامنه متغیرها باشند. در مجموع، مزیت اصلی مدل‌های برنامه‌ریزی محدودیت نسبت به مدل‌سازی ریاضی، محدودده‌ای از محدودیت‌هایی است که می‌تواند مستقیماً بیان شود (لئونگ، ۲۰۰۴<sup>۹</sup>).

### ۳-۳- برنامه‌ریزی محدودیت

اولین ایده‌های شکل‌گیری برنامه‌ریزی محدودیت، از هوش مصنوعی نشأت می‌گیرد و مربوط به دهه شصت از قرن بیستم است. مزیت اصلی برنامه‌ریزی

به‌طور کلی می‌توان گفت برنامه‌ریزی محدودیت از سه مرحله به پاسخ می‌رسد:

(۱) مدل‌سازی: فرموله‌سازی مسئله به‌صورت مجموعه محدودی از محدودیت‌ها یا مسئله ارضای محدودیت است؛

(۲) حل: حل مسئله ارضای محدودیت با زبان‌های برنامه‌نویسی محدودیت است؛

(۳) نگاشت: نگاشت راه‌حل به‌دست‌آمده برای مسئله ارضای محدودیت به یک راه‌حل برای مسئله اصلی است؛

در ادامه مسائل ارضای محدودیت برای درک بهتر راه‌حل برنامه‌ریزی محدودیت شرح داده می‌شود.

### ۳-۳-۱- مسائل ارضای محدودیت

بخش وسیعی از مسائل در حوزه هوش مصنوعی، مربوط به مسائل ارضای محدودیت است. مسائل ارضای محدودیت چارچوبی واحد برای مطالعه مسائل مختلف محاسباتی ارائه می‌کنند. مؤلفه‌های اصلی مسائل ارضای محدودیت، متغیرها و محدودیت‌ها هستند. هدف اصلی در حل این‌گونه مسائل، مقداردهی متغیرها است؛ به‌گونه‌ای که همه محدودیت‌های تعریف‌شده در مسئله ارضا شوند. مقداردهی متغیرها با استفاده از دامنه تعریف‌شده روی آن متغیر صورت می‌گیرد؛ همچنین هنگام مقداردهی متغیرها باید توجه داشت که مقادیر همه متغیرها باید با هم سازگار باشند (ثانی و نمازی، ۱۳۸۳).

یک مسئله ارضای محدودیت به‌صورت یک  $CSP = (X, D, C)$  تایی<sup>۳</sup> تعریف می‌شود که  $X$ ، یک مجموعه متناهی از متغیرها است و به‌صورت  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  است و  $D$  یک مجموعه متناهی از مقادیر دامنه است و به‌صورت  $D = d_1 \times d_2 \times \dots \times d_n$

محدودیت، جداسازی مدل‌سازی از جستجو برای راه‌حل است که به کاربر کمک می‌کند، تعریف شفاف‌تری از محدودیت‌های یک مسئله خاص بیان کند. یکی از متخصصان مشهور بین‌المللی به‌نام فرویدر بیان می‌کند که برنامه‌ریزی محدودیت یکی از نزدیک‌ترین مفاهیم در علوم کامپیوتر است که یک هدف عالی را برای برنامه‌نویسی دنبال می‌کند و آن هم این است که کاربر مسئله را بیان کند و کامپیوتر آن را حل کند (میلانو و والاس، ۲۰۰۳)؛ به بیان دیگر، پژوهشگران برنامه‌ریزی محدودیت، الگوریتم‌ها را از سایر رشته‌ها می‌گیرند و آنها را با روش‌های جدید ترکیب می‌کنند و از الگوریتم‌های پیچیده استفاده می‌کنند و هدف اصلی آنها ساخت سیستمی است که هر نوع مدل دقیق سطح بالا از مسئله را بگیرد و به‌صورت اتوماتیک مدل را به‌روش‌های حل کارا تبدیل کند (چن و همکاران،<sup>۳۲</sup> ۲۰۱۰).

برمبنای پژوهش ون‌هنتکریک و سراسوت<sup>۳۳</sup> (۱۹۹۷)، پایه و اساس برنامه‌ریزی محدودیت در دو سطح قرار دارد:

(۱) سطح اول آنهایی هستند که تعریف کلی از سیستم‌های محدودیتی ارائه می‌دهند.

(۲) دومین سطح زبان برنامه‌نویسی است که به کاربر اجازه می‌دهد که اطلاعات بیشتری را درباره اینکه کدام محدودیت‌ها باید تولید شوند و چگونه باید ترکیب و پردازش شوند مشخص می‌کنند. این زبان‌ها صرفاً از طریق عملیات ابتدایی با سطح اول در تعامل هستند و یک چارچوب کاملاً مشخصی برای ایجاد، دستکاری و تست محدودیت‌ها ایجاد کرده و ویژگی‌های اعلانی آنها را حفظ می‌کند.

محدودیت‌ها را نقض کند، یک عقب‌گرد به سمت آخرین متغیر که مقداردهی شده است و هنوز یک یا تعداد بیشتری مقدار برای جایگزینی دارد، انجام می‌شود. روش عقب‌گرد از جستجوی عمق‌اول<sup>۳۶</sup> فضای راه‌حل‌های بالقوه یک مسئله ارضای محدودیت استفاده می‌کند (لئونگ، ۲۰۰۴). در این جستجو تمام فضای حالت بررسی می‌شود تا به جواب بهینه برسد. در جستجوی عمق اول ابتدا ریشه درخت و سپس همه فرزندانش ملاقات می‌شوند که عموماً فرزندان یک گره از چپ به راست ملاقات می‌شوند. در جستجو در عمق، یک مسیر آنقدر در عمق پیش می‌رود تا به بن‌بست برسد. در بن‌بست، دوباره آنقدر به عقب بر می‌گردد تا به یک گره با یک فرزند ملاقات نشده برسد. سپس، از این فرزند ملاقات نشده، پیشروی در عمق را مجدداً تا رسیدن به بن‌بست دیگر ادامه می‌دهد. روش عمق اول که به‌عنوان روش جستجوی این پژوهش انتخاب شده است، در رده الگوریتم‌های کامل قرار می‌گیرد و یک جواب بهینه اثبات شده می‌دهد (لئونگ، ۲۰۰۴).

#### ۴- مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی ۳ گام دارد که در ادامه به تفصیل آمده‌اند.

گام اول: قبل از فرموله‌سازی مسئله، نخست لازم است مفروضات اولیه و همچنین محدودیت‌های سخت و نرم مسئله که متناسب با نمونه مورد مطالعه از تنوع بالایی برخوردار هستند، شناسایی شوند. مفروضات اولیه شامل تعداد استادان، رشته‌های تحصیلی و ورودی‌های موجود، تعداد اتاق‌های موجود، روزهای کاری در هفته، بازه‌های زمانی و اوقات کاری صبح و عصر است. واژگان کاربردی استفاده‌شده در این پژوهش که شناسه فرضیات

خواهد بود. همچنین  $C$  مجموعه متناهی از محدودیت‌ها است و  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$  است.

#### ۳-۲- الگوریتم‌های جستجو

حل مسائل ارضای محدودیت در هوش مصنوعی با کمک جستجو انجام می‌گیرد. فضای جستجوی این مسائل شامل وضعیت‌هایی است که در آنها مقدار تعدادی از متغیرهای موجود در مسئله تعیین شده است. منظور از وضعیت اولیه در این مسائل، تنها تعریف مسئله بدون مقداردهی به متغیرها است و نیز در وضعیت یا وضعیت‌های هدف مقدار کلیه متغیرها با رعایت کلیه محدودیت‌ها تعیین می‌شود (ثانی و نمازی، ۱۳۸۳).

الگوریتم‌های حل مسائل ارضای محدودیت می‌توانند کامل یا ناکامل باشند. یک الگوریتم کامل یافتن جواب در صورت وجود را تضمین می‌کند و همچنین می‌تواند برای اثبات نبود جواب و یا یافتن یک جواب بهینه اثبات شده برای یک مسئله ارضای محدودیت، به کار گرفته شود (لئونگ، ۲۰۰۴).

یک مسئله ارضای محدودیت را می‌توان با استفاده از الگوی تولید-آزمایش (GT) حل کرد، در این پارادایم، هر ترکیب ممکن از متغیرها به‌صورت سیستماتیک تولید شده و سپس آزمایش می‌شود که آیا همه محدودیت‌ها را ارضا می‌کند یا خیر. اولین ترکیبی که همه محدودیت‌ها را ارضا می‌کند، یک راه‌حل است. تعداد ترکیباتی که با این روش در نظر گرفته می‌شود برابر با ضرب دکارتی دامنه همه متغیرها است. یک روش کارا تر برای حل یک مسئله ارضای محدودیت، الگوی عقب‌گرد (BF) است. در این روش متغیرها به ترتیب مقداردهی می‌شوند و وقتی که متغیرهای مربوط به یک محدودیت مقداردهی شدند، اعتبار محدودیت بررسی می‌شود. اگر مقداردهی جزئی انجام شده، هرکدام از



محدودیت‌های سخت و نرم با توجه به متغیرهای تصمیم‌گیری اصلی و فرعی بیان می‌شوند.

#### ۴-۱- محدودیت‌ها

در گام نخست، اطلاعات به‌دست‌آمده به‌دلیل تنوع انتظارات و محدودیت‌های دانشگاه‌های مختلف، خروجی‌های متفاوتی به‌همراه دارد؛ بنابراین آنچه که در ادامه ملاحظه می‌شود، محدودیت‌های استخراج‌شده از مطالعه موردی این پژوهش است. محدودیت‌های سخت و نرم مسئله از طریق بررسی داده‌های گذشته و مصاحبه با مسئولان مربوطه شناسایی شد که در ادامه به تفکیک بیان می‌شوند. گفتنی است که محدودیت‌های سخت در میان تمام جدول‌های زمان‌بندی دروس دانشگاهی مشترک است؛ ولی محدودیت‌های نرم بسته به مطالعه کاربردی موردنظر، طیفی از محدودیت‌های متنوعی را در بر می‌گیرد.

#### جدول (۱): واژگان کاربردی تعریف مسئله جدول زمان‌بندی

گروه آموزشی: موجودیتی است که با سه خصیصه مقطع، نام رشته و سال ورود مشخص می‌شود؛ برای مثال کارشناسی بازرگانی ۹۱ مربوط به دانشجویان کارشناسی رشته بازرگانی ورودی سال ۱۳۹۱ است.

جلسه: تعداد جلسات یک درس، متناسب با تعداد واحدهای تعریف‌شده برای آن، بیان می‌شود. دروس ۱ و ۲ واحدی در یک جلسه در هفته برگزار می‌شوند و برای دروس سه واحدی دو جلسه در هفته تعریف می‌شود.

واحد درسی: هر درس از تعدادی واحد تشکیل شده که تعداد جلسات هر درس را نیز مشخص می‌کند.

استاد: شخصی که تدریس درسی را بر عهده دارد. استاد می‌تواند عضو هیئت علمی گروه مورد مطالعه باشد و یا از گروه‌های درسی دیگر موجود در دانشگاه برای تدریس درسی خاص، معرفی شده باشند. به هر استاد مجموعه‌ای از دروس که در تخصص وی است، تخصیص داده می‌شود.

دروس سرویسی: دروسی که توسط گروه‌های آموزشی دیگر برای دانشجویان گروه آموزشی مورد مطالعه، ارائه می‌شود.

روزهای کاری: روزهایی که دانشجویان به تحصیل می‌پردازند.

بازه زمانی: یک بازه زمانی معرف یک ساعت کاری مشخصی از یک روز معین است.

بازه‌های زمانی متداخل: دو بازه زمانی برای دو درس متفاوت، هنگامی متداخل پیدا می‌کنند که ساعت شروع یکسانی داشته باشند.

هستند، در جدول ۱ آمده است. شناسایی این مفروضات و محدودیت‌ها از روش‌های گوناگون نظیر بررسی داده‌های گذشته، و مصاحبه با مسئولان برنامه‌ریزی، امکان‌پذیر است.

گام دوم: در این گام، مدل به‌صورت یک مسئله ارضای محدودیت تعریف می‌شود؛ به این منظور لازم است متغیرهای تصمیم‌گیری و دامنه‌های مربوط به هر کدام، معین شوند. در مدل پیشنهادی از دو نوع متغیر تصمیم‌گیری استفاده می‌شود: (۱) متغیرهای تصمیم‌گیری اصلی که عبارت از زمان شروع هر درس، استاد آن درس و اتاق تخصیص‌یافته به آن درس هستند؛ و (۲) متغیرهای تصمیم‌گیری کمکی که شامل زمان پایان هر درس و متغیرهای تصمیم‌گیری مربوط به تخطی از محدودیت‌های نرم هستند. گام سوم: در نهایت در گام پایانی، مسئله به‌صورت یک مسئله ارضای محدودیت فرموله‌سازی شده و

#### ۴-۱-۱- محدودیت‌های سخت

محدودیت‌های سخت این مسئله به شرح زیر هستند:

- برگزاری دروس در غیر روز کاری؛
- محدودیت تعداد اتاق‌ها؛
- اختصاص ندادن بیش از یک درس به‌طور هم‌زمان به هر استاد؛
- برگزاری دروس متفاوت در یک اتاق در هر زمان؛
- تداخل نداشتن زمان دروس یک رشته خاص؛
- یکسان بودن جلسات مختلف یک درس برای یک ورودی خاص؛
- دروس سرویسی تنها در ساعات مشخص شده ارائه شوند؛
- برگزاری دروس در اتاق با ظرفیت مناسب؛
- جلسات یک درس خاص، در یک روز برگزار نشوند؛
- در نظر گرفتن کمینه ساعات تدریسی استادان در طول هفته؛
- جلسات دوساعتی در ساعات زوج اوقات کاری هر روز شروع شوند. منظور از ساعات زوج، ساعات ۸، ۱۰، ۱۴ و ۱۶ یک روز کاری است؛
- دروس در ساعات حضور نداشتن استادان برگزار نشوند.

#### ۴-۱-۲- محدودیت‌های نرم

محدودیت‌های نرم این مسئله به دو دسته محدودیت‌های نرم سطح یک و دو دسته‌بندی می‌شوند. محدودیت‌های نرم سطح یک، شامل محدودیت‌های آموزشی و محدودیت‌های نرم سطح

دو شامل انتظارات استادان و دانشجویان است. این دو دسته محدودیت به شرح زیر هستند:

#### الف) محدودیت‌های آموزشی:

- اتاق بتواند امکانات خاص یک درس را پشتیبانی کند؛
- بیشینه ساعات تدریسی استادان در طول هفته در نظر گرفته شود؛
- روزهای تشکیل دروس دانشجویان ارشد و دکتری متوالی باشند؛
- فاصله (شکاف) میان دروس یک ورودی در یک روز کاری، کم باشد.

#### ب) انتظارات:

- تا جایی که امکان‌پذیر است، ساعات ترجیحی استادان برای برگزاری دروس در نظر گرفته شوند؛
- در نظر گرفتن دانشجویان (یان) در یک ورودی خاص که به دلیل مشکلات فیزیکی ترجیح می‌دهند دروس آنها در طبقه اول باشد.

#### ۴-۲- پیاده‌سازی مدل پیشنهادی

در این گام، متغیرهای تصمیم‌گیری تعیین شده و محدودیت‌های سخت و نرم براساس این متغیرها تعریف می‌شوند. پارامترهای تعریف در جدول ۲ آمده‌اند. مدل پیشنهادی شامل مجموعه برنامه درسی  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  است. برای دروس با تعداد واحد بیشتر از ۲ که نیاز به برگزاری بیش از دو جلسه در هفته دارند، دو موجودیت با ID یکسان تعریف می‌شود. از آنجایی که یک مسئله ارضای محدودیت با متغیرهای تصمیم‌گیری به‌همراه مقادیر دامنه آنها و همچنین محدودیت‌های اعمال شده بر آنها تعریف می‌شود، می‌توان مسئله جدول زمان‌بندی دروس

صحیح بودن، مقدار ۱ و در صورت اشتباه بودن، مقدار صفر را به خود می‌گیرد؛ برای مثال عبارت فرمان منطقی  $(sr_j \geq sr_i)$  به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$(sr_j \geq sr_i) \begin{cases} 1 & \text{if True} \\ 0 & \text{if False} \end{cases}$$

#### ۴-۲-۲-۱- پیاده‌سازی محدودیت‌های سخت

به دلیل تعریف مناسب دامنه متغیرهای تصمیم‌گیری، دروس تنها در ساعات کاری و همچنین روزهای کاری هفته تشکیل می‌شود. همچنین تشکیل این دروس نیز در اتاق‌های موجود صورت می‌پذیرد. در نتیجه این سه محدودیت سخت ذاتاً ارضا می‌شوند. سایر محدودیت‌های سخت مسئله با در نظر گرفتن متغیرهای تصمیم‌گیری به شرح زیر هستند:

- درس پس از شروع در طی زمان تخصیص یافته به آن پایان یابد. در این محدودیت متغیر کمکی  $e_{p_i} \rightarrow TS$  محاسبه می‌شود:

$$e_{p_i} = p_i \cdot d + sr_{p_i}, \quad \forall p_i \in P \quad (1)$$

- استاد باید بتواند درس را تدریس کند (درس در تخصص وی باشد).

$$t_{p_i} \in PT_{p_i,c}, \quad \forall p_i \in P \quad (2)$$

- استاد نمی‌تواند در یک زمان خاص بیش از یک درس را تدریس کند.

$$\sum_{p_j \in P} ((sr_{p_j} \geq sr_{p_i}) (sr_{p_j} \leq e_{p_i}) (t_{p_i} = t)) \leq 1, \quad (3)$$

$$\forall (p_i \in P, t \in T) / p_i, c \in Sp_i$$

- در یک اتاق خاص، هم‌زمان بیش از یک درس، تدریس نشود؛

$$\sum_{p_j \in P} ((sr_{p_j} \geq e_{p_i}) (sr_{p_j} \leq e_{p_i}) (r_{p_i} = nr)) \leq 1, \quad (4)$$

$$\forall (p_i \in P, \langle nr, f, cap \rangle \in R)$$

دانشگاهی را به مسئله ارضای محدودیت تبدیل کرد. این فرایند به ترتیب از تعریف متغیرهای تصمیم‌گیری آغاز می‌شود و به بیان تمامی محدودیت‌های موجود می‌پردازد. در نهایت هدف مدل، ارضای کامل محدودیت‌های سخت و حداقل‌سازی میزان تخطی از محدودیت‌های نرم است.

#### ۴-۲-۱- متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیرهای تصمیم‌گیری جهت پیاده‌سازی این مسئله به دو دسته متغیرهای اصلی و کمکی تقسیم می‌شوند. متغیرهای اصلی و دامنه مقادیر آنها که بر روی اعضای مجموعه  $p$  تعریف می‌شوند، به شرح زیر هستند:

$sr_{p_i} \in TS$ : زمان شروع موجودیت  $p_i$  است که دامنه آن شامل مقادیر مجموعه  $TS$  است.

$r_{p_i} \in R$ : اتاق تخصیص یافته به موجودیت  $p_i$  است که دامنه آن شامل مقادیر مجموعه  $R$  است.

$t_{p_i} \in T$ : استاد تخصیص یافته به موجودیت  $p_i$  است که دامنه آن شامل مقادیر مجموعه  $T$  است.

متغیرهای کمکی نیز به شرح زیر هستند:

$e_{p_i} \in TS$ : زمان پایان موجودیت  $p_i$  است که دامنه آن شامل مقادیر مجموعه  $TS$  است.

$pen_{ct_k p_i}$ : جریمه تخصیص یافته به موجودیت  $p_i$  که به دلیل نقض محدودیت نرم  $ct_k$  اتفاق می‌افتد.

#### ۴-۲-۲- پیاده‌سازی محدودیت‌ها

غالباً در محدودیت‌ها از عبارات منطقی استفاده شده است. این عبارات به خصوص در محدودیت‌های نرم، سبب بهبود خوانایی برنامه‌نویسی مدل و ارتقای کارایی اجرا گرفتن از آن شده است. منظور از یک فرمان منطقی این است که یک عبارت در صورت

جدول (۲): پارامترهای مسئله

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ : مجموعه موجودیت‌های برنامه است که هر عضو، یک چندتایی  $p_i = \{g, c, d, ID\}$  را شامل می‌شود.  $g$  معرف رشته،  $c$  معرف درس،  $d$  معرف طول زمان جلسه و  $ID$  شماره درس است.

$i$ : شناسه برنامه نام.

$c_i$ : شناسه درس  $c$  از برنامه  $p_i$  ام.

$d_{c_i}$ : مدت‌زمان جلسه درس  $c$  از برنامه  $p_i$  ام.

$t_{c_i}$ : استاد اختصاص‌یافته به درس  $c$  از برنامه  $p_i$  ام.

$T = \{t_1, \dots, t_n\}$ : مجموعه استادان.

$E = \{e_1, \dots, e_{|E|}\}$ : مجموعه ورودی‌های مختلف که هر موجودیت  $e = \{n, pu\}$  شامل چندتایی است که  $ne$  نام ورودی و  $pu$  تعداد دانشجویان آن ورودی است.

$MS = \{ms_1, \dots, ms_{|MS|}\}$ : مجموعه موجودیت ورودی‌های کارشناسی.

$BS = \{bs_1, \dots, bs_{|BS|}\}$ : مجموعه ورودی‌های کارشناسی ارشد و دکترا.

$C = \{c_1, \dots, c_{|C|}\}$ : مجموعه دروس.

$TS = \{0, \dots, ts\}$ : مجموعه بازه‌های زمانی.

$OT \subset TS$ : مجموعه بازه‌های زمانی که با ساعات زوج آغاز می‌شوند.

$CT = \{ct_1, \dots, ct_{|CT|}\}$ : مجموعه محدودیت‌های نرم.

$SP_{t \in T} = \{c_1, \dots, c_{Specialty_{t \in T}}\}$ : مجموعه دروسی که استاد  $t$  قادر به تدریس آنهاست.

$PT_{c \in C} = \{t_1, \dots, t_{|PT_{c \in C}|}\}$ : مجموعه استاد که قادر به تدریس درس  $c$  هستند.

$R = \{r_1, \dots, r_{|R|}\}$ : مجموعه موجودیت اتاق‌های در دسترس است که هر موجودیت چندتایی  $r = \{nr, f, cap\}$  را شامل می‌شود.  $nr$  نام اتاق و  $f$  طبقه‌ای است که اتاق در آن قرار دارد. ظرفیت کلاس نیز با  $cap$  مشخص می‌شود.

$SR_{c \in C} = \{r_1, \dots, r_{|SR_{c \in C}|}\}$ : مجموعه اتاق‌هایی که می‌توانند امکانات مورد نیاز درس  $c$  را برآورده سازند.

$SCs = \{sc_1, \dots, sc_{|SCs|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های دروس سرویسی است که هر موجودیت چندتایی  $sc = \{c, sr\}$  را شامل می‌شود.  $c$  نام درس و  $sr$  زمان شروع تخصیص‌یافته به آن درس است.

$Mday$ : تعداد بازه‌های زمانی صبح

$Eday$ : تعداد بازه‌های زمانی عصر

$EM$ : کل بازه‌های زمانی یک روز

$Ah = \{ah_1, \dots, ah_{|Ah|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های ساعات حضورداشتن استادان است که هر موجودیت شامل چندتایی  $ah = \{t, as\}$  است.  $as$  بازه‌های زمانی حضورداشتن استادان است.

$Ph = \{ph_1, \dots, ph_{|Ph|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های ساعات ترجیحی استادان است که هر موجودیت  $ph = \{t, ps\}$  است.  $ps$  بازه‌های زمانی ترجیحی استادان است.

$Trep = \{tr_1, \dots, tr_{|Trep|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های سابقه استادان است که هر موجودیت  $tr = \{t, rep\}$  است.  $rep$  سابقه استادان است.

$MAH = \{xt_1, \dots, xt_{|MAH|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های حداکثر ساعات تدریس استادان در هفته است که هر موجودیت شامل چندتایی  $xt = \{t, ma\}$  است.  $ma$  بیشینه ساعت کاری استادان در هفته است.

$MIH = \{mt_1, \dots, mt_{|MIH|}\}$ : مجموعه موجودیت‌های حداقل ساعات تدریس استادان در هفته است که هر موجودیت شامل چندتایی  $mt = \{t, mi\}$  است.  $mi$  کمینه ساعت کاری استادان در هفته است.

$CO_{ct_k}$ : ضریب تخطی تعریف‌شده برای محدودیت نرم  $ct_k$ .

$$sr_{p_i} \notin OT, \quad \forall (p_i \in P) | p_i.d > 1 \quad (11)$$

- دروس در ساعات حضورنداشتن استادان برگزار نشوند.

$$sr_{p_i} \neq as, \\ \forall (p_i \in P, t \in T, \langle tr, as \rangle \in Ah) | \\ (t = tr), (c \in Sp_t). \quad (12)$$

#### ۴-۲-۲- پیاده سازی محدودیت های نرم

محدودیت های نرم مسئله به دو دسته محدودیت های آموزشی و انتظارات تقسیم می شوند. این محدودیت ها با در نظر گرفتن متغیرهای تصمیم گیری به شرح زیر هستند.  
الف) محدودیت های آموزشی:

- اتاق بتواند امکانات خاص یک درس را پشتیبانی کند.

$$pen_{ct_1} = (r_{p_i} \notin SR_{p_i,c}) \times \cos t_{ct_1}, \quad \forall (p_i \in P) \quad (13)$$

- ساعات کاری استادان از بیشینه تعیین شده تجاوز نکند.

$$pen_{ct_2} = (\sum_{p_i \in P} p_i.d > ma) \times \cos t_{ct_2}, \quad (14)$$

$\forall (p_i \in P, \langle t, ma \rangle \in MAH) | (p_i.c = Sp_t)$   
- بین روزهای تشکیل دروس دانشجویان ارشد و دکترا فاصله ای نباشد. (ترجیحاً در ۲ یا ۳ روز برگزار شوند.)

(۱۵)

$$pen_{ct_3} = (\sum_{p_i, p_j \in P} (|sr_{p_i}/EM - sr_{p_j}/EM|) > 2) \times \cos t_{ct_3}, \\ \forall (bs \in BS) | (p_i.g = bs, p_j.g = bs)$$

فاصله (شکاف) میان دروس یک ورودی در یک روز کاری کاهش پیدا کند. در این محدودیت فاصله زمان

- دروس مربوط به یک رشته خاص، از نظر زمانی تداخل نداشته باشند؛ به معنی دیگر، در یک زمان خاص، برای دانشجویان یک رشته، بیش از یک درس تشکیل نشود.

$$\sum_{p_j \in P} ((sr_{p_j} \geq sr_{p_i})(sr_{p_j} \leq sr_{p_i}) == 1) \leq 1, \quad (5)$$

$$\forall (p_i \in P, \langle ne, pu \rangle \in E) | p_i.g == ne$$

- جلسات مختلف یک درس یکسان برای یک رشته خاص، توسط یک استاد یکسان تدریس شود.

$$t_{p_i} = t_{p_j}, \\ \forall (p_i, p_j \in P) | (i \neq j, p_i.ID = p_j.ID). \quad (6)$$

- دروس سرویسی تنها در ساعات مشخص شده، برگزار شوند.

$$sr_{p_i} = sr, \\ \forall (p_i \in P, \langle ne, pu \rangle \in E, \langle c, sr \rangle \in SC) | \\ | p_i.c = c. \quad (7)$$

- ظرفیت اتاق مناسب با تعداد دانشجویان حضور یافته در آن باشد.

$$if (p > c) then (room_{p_i} != r), \\ \forall (p_i \in P, \langle ne, pu \rangle \in E, \langle nr, f, cap \rangle \in R | \\ p_i.g == e. \quad (8)$$

- جلسات یک درس یکسان از یک رشته خاص، در یک روز برگزار نشوند.

$$(|sr_{p_i} / (Eday + Mday)|) \neq (|sr_{p_j} / (Eday + Mday)|), \quad (9) \\ \forall (p_i, p_j \in P) | (p_i.ID = p_j.ID, p_i.g = p_j.g)$$

- ساعات کاری استادان کمتر از حداقل ساعات تعیین شده نباشد.

$$\sum_{p_i \in P} p_i.d \geq mt, \quad (10)$$

$$\forall (p_i \in P, \langle t, mi \rangle \in MIH) | p_i.c \in Sp_t.$$

- جلسات دو واحدی در اوقات کاری زوج شروع شوند.

$$pen_{ct_2} = \sum_{t \in T} pen_{ct_2 p_t} \quad (19)$$

$$pen_{ct_3} = \sum_{b \in BS} pen_{ct_3 p_b} \quad (20)$$

$$pen_{ct_4} = \sum_{e \in E} pen_{ct_4 p_e} \quad (21)$$

$$pen_{ct_5} = \sum_{t \in T} pen_{ct_5 p_t} \quad (22)$$

$$pen_{ct_6} = \sum_{e \in E} pen_{ct_6 p_e} \quad (23)$$

$$OF: \text{Minimize } \sum_{ct_k \in CT} pen_{ct_k} * w_{ct_k} \quad (24)$$

$w_{ct_k}$  ضرایب تابع هدف هستند. این ضرایب به مفهوم اهمیت یک محدودیت است. این ضرایب در مطالعه موردی از طریق مقایسه‌های زوجی و استفاده از تکنیک AHP به دست می‌آید. مقایسه‌های زوجی براساس نظر کارشناسان است.

#### ۵- مطالعه موردی

در این بخش، مدل پیشنهادی برای ایجاد جدول زمان‌بندی گروه مدیریت دانشگاه اصفهان در ترم نخست سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳ پیاده‌سازی می‌شود. در این گروه در ترم نخست سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳ تعداد ۲۴ عضو هیئت علمی مشغول به تدریس هستند. روزهای کاری دانشگاه اصفهان از شنبه تا چهارشنبه است. تعداد ساعات کاری یک روز در دانشگاه اصفهان نیز ۹ ساعت است. در نتیجه تعداد کل بازه‌های زمانی ۹×۵ است. در مدل پیشنهادی بازه‌های زمانی مجموعه  $T = \{1, 2, \dots, 45\}$  را تشکیل می‌دهد؛ مثلاً بازه زمانی ۱۲، نمایانگر ساعت ۱۱ تا ۱۲ روز یکشنبه است. اوقات کاری صبح دربرگیرنده بازه‌های زمانی موجود در بین ساعت ۸ صبح تا ۱۲ ظهر (شامل ۴ بازه زمانی) است و اوقات کاری عصر دربرگیرنده بازه‌های زمانی موجود در بین ساعت ۱۳ بعدازظهر تا ۱۸ عصر (شامل ۵ بازه زمانی) است. مجموع کل

شروع یک درس از خاتمه درس قبلی مربوط به یک ورودی یکسان، باید کمتر از ۳ واحد زمانی باشد.

(۱۶)

$$\text{if } \lfloor sr_{p_i} / EM \rfloor = \lfloor sr_{p_j} / EM \rfloor$$

then

$$pen_{ct_4 e} = \left( \sum_{p_i, p_j \in P} (|sr_{p_i} - e_{p_j}| > 3) \right) \times \cos t_{ct_4},$$

$$\forall (p_i, p_j \in P, \langle ne, pu \rangle \in E/$$

$$(p_i.ID \neq p_j.ID, p_i.g = ne, p_j.g = ne)$$

(ب) انتظارات:

- تا جایی که امکان‌پذیر است، ساعات ترجیحی استادان برای برگزاری دروس در نظر گرفته شوند.

$$pen_{ct_5 t} = \left( \sum_{p_i \in P} sr_{p_i} \neq ps \right) \times \cos t_{ct_5} \times rep, \quad (17)$$

$$\forall (\langle t, ps \rangle \in Ph), (\langle tr, rep \rangle \in Trep) | t = tr:$$

در این محدودیت ضریب سابقه استادان نیز در نظر گرفته می‌شود. یعنی راه‌حل مسئله به گونه‌ای است که ساعات ترجیحی استادان با سابقه در اولویت این محدودیت قرار گرفته است.

- در نظر گرفتن دانشجویان (بان) در یک ورودی خاص که به دلیل مشکلات فیزیکی ترجیح می‌دهند دروس آنها در طبقه اول باشد.

$$pen_{ct_6 e} = \left( \sum_{p_i \in P} r_i \notin R \right) \times \cos t_{ct_6},$$

$$\forall (p_i \in P, \langle nr, f, cap \rangle \in R, \langle ne, pu \rangle \in E) |$$

$$(p_i.g = ne, f = 1)$$

در مدل پیشنهادی، هدف ارضای کامل محدودیت‌های سخت و همچنین ارضای حداکثری محدودیت‌های نرم است؛ بنابراین تابع هدفی به منظور حداقل کردن جریمه‌های اختصاص یافته به تخطی از محدودیت‌های نرم، تعریف می‌شود.

ستون سوم نیز نمایانگر زمان رسیدن به جواب مسئله است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، برنامه نهایی به دست آمده با در نظر گرفتن تمام محدودیت‌ها، تنها در ۲ مورد تخطی داشته است. از طرفی اضافه کردن محدودیت‌های نرم، زمان حل را افزایش داده‌اند. البته در نهایت زمان کل حل مسئله در مقایسه با وقتی که کارشناسان برنامه‌ریزی برای تهیه برنامه آموزشی صرف می‌کنند، بسیار ناچیز است.

جدول (۳): تأثیر افزودن محدودیت نرم بر جواب و زمان

حل مسئله		
محدودیت نرم	تعداد تخطی	زمان (ثانیه)
-	-	۲۲۴/۷
(۱۲)	۰	۳۱۸/۶
(۱۵)	۰	۱۲۳۲/۲
(۱۶)	۰	۱۲۴۰/۷
(۱۸)	۰	۱۲۶۰/۴
تمام محدودیت‌ها	۲	۱۳۱۵

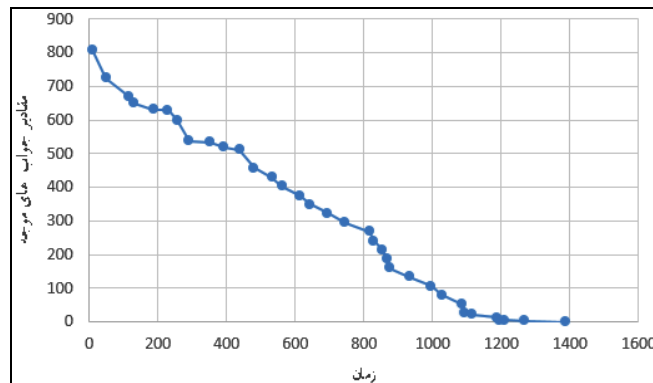
الگوریتم جستجوی مورد استفاده در این پژوهش (عمق اول)، در طی زمان رسیدن به بهترین جواب، راه‌حل‌های موجه مختلفی ارائه می‌دهند. آخرین راه‌حل بهترین جوابی است که توانسته تا حدود بسیار زیادی محدودیت‌های نرم مسئله را ارضا کند. در نمودار ۱ مراحل رسیدن به یک جواب با حداقل تخطی از تابع هدف را برای جواب نهایی مسئله نمایش داده می‌شود. در فرایند حل، تعداد جواب‌های موجه برابر ۳۴ است که در نهایت با تعداد ۲ واحد تخطی از محدودیت‌های نرم، در ۱۳۱۵ ثانیه به جواب نهایی می‌رسد. این جواب از آنجایی که توسط یک الگوریتم کامل به دست آمده است، یک جواب بهینه است.

دروس تدریسی در سه مقطع این گروه برابر ۱۴۶ است که در ۳۶ اتاق تدریس می‌شوند. دانشجویان این دانشکده در سه مقطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترا و در مجموع در ۳۱ گروه آموزشی مشغول به تحصیل هستند. ساختمان مجموعه کلاس‌هایی که اتاق‌ها در آن استقرار دارند، شامل ۲ طبقه است. سایر اطلاعات مورد نیاز برای حل مسئله که شامل سابقه استادان، ساعات ترجیحی و حضور نداشتن آنها، بیشینه و کمینه کاری آنها در طول یک هفته کاری و دروس سرویسی هستند، از طریق مصاحبه با مسئولین برنامه‌ریزی گروه مدیریت دانشگاه اصفهان، به دست آمد. سپس با تعریف متغیرهای تصمیم‌گیری و شناسایی محدودیت‌ها مسئله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی محدودیت تعریف شد. مدل به دست آمده در نرم‌افزار IBM ILOG CPLEX و با زبان برنامه‌نویسی OPL پیاده‌سازی شد.

## ۶- ارزیابی نتایج

مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاهی در گروه مدیریت دانشگاه اصفهان، با داده‌های اصلی و در نظر گرفتن تمام محدودیت‌ها، با ۱۱۰۰ متغیر تصمیم‌گیری و تعداد ۲۸۳۸،۱۸۸ محدودیت در مدت زمان ۱۳۱۵ ثانیه حل شد. الگوریتم جستجوی مورد استفاده در این پژوهش، الگوریتم جستجوی عمق اول و راه‌اندازی مجدد است.

در جدول ۳ تأثیر اضافه کردن محدودیت‌های نرم به مسئله، در زمان حل و همچنین تعداد موجودیت‌هایی که به آنها جریمه تخصیص داده شده آمده است. ستون نخست شامل نام محدودیت نرم جدید اضافه شده به محدودیت‌های نرم قبل، است و ستون دوم تعداد تخطی از این جریمه‌ها است و در نهایت



شکل ۱. جواب‌های مختلف حل مسئله نهایی

مکانی، شروع جلسات دو ساعته در ساعات زوج اتفاق افتاده و دروس سرویسی نیز در ساعات خواسته شده قرار گرفته است. از طرفی حداقل شکاف در دروس روزانه دانشجویان ملاحظه شده است. این امر در راستای بهبود شرایط آموزش و استفاده مناسب از وقت دانشجویان، امری ضروری به نظر می‌آید. خواسته‌های استادان نیز در این برنامه کاملاً رعایت شده‌اند.

#### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل برنامه‌ریزی محدودیت برای حل مسئله جدول زمان‌بندی دروس دانشگاهی به کار گرفته شد. محدودیت‌های شناسایی شده برای حل این مسئله نیز به دو دسته محدودیت‌های سخت و نرم تقسیم‌بندی شد. برای حل این مسئله باید توجه داشت که گرچه محدودیت‌های سخت برای اکثر دانشگاه‌ها یکسان است، محدودیت‌های نرم بسته به محیط تعریف شده برای انجام پژوهش متفاوت است؛ زیرا انتظارات ذی‌نفعان (شامل استادان، دانشجویان و مسئولین برنامه‌ریزی) در دانشگاه‌های مختلف، متفاوت است. در نتیجه نخستین گام در جهت پیاده‌سازی مدل، شناسایی این محدودیت‌ها است. این محدودیت‌ها و انتظارات در مطالعه موردی، از طریق

در جدول ۴ نمونه‌ای از برنامه درسی ترم هفتم گروه مدیریت صنعتی دانشگاه اصفهان در نیم‌سال نخست سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳ مشاهده می‌شود. خواسته‌های شناسایی شده برای این برنامه به شرح زیر هستند:

- درس دانش خانواده در ساعت ۱۶-۱۴ روز شنبه تدریس شود؛
- درس مدیریت در ساعت ۱۶-۱۴ روز چهارشنبه توسط خانم دکتر ص تدریس شود؛
- دکتر «ق» در کل روز شنبه و همچنین روز سه‌شنبه ساعت ۱۰-۸ صبح کلاس نداشته باشد؛
- دکتر «ع» در ساعت ۱۲-۱۰ دوشنبه کلاس نداشته باشد؛
- کلاس‌های دکتر «ع» ترجیحاً در اوقات کاری صبح برگزار شود؛
- دکتر «ش» در روز چهارشنبه و همچنین ساعت ۱۰-۸ روز سه‌شنبه کلاس نداشته باشد.

در این برنامه درسی، محدودیت‌های سخت کاملاً ارضا شده و خواسته‌ها و انتظارات نیز برآورده شده‌اند. علاوه بر رعایت تداخل‌ناشتن زمانی و



بررسی داده‌های گذشته و همچنین مصاحبه با مسئولین برنامه‌ریزی شناسایی شدند.

مهم‌ترین تفاوت این پژوهش با سایر پژوهش‌ها، تمرکز بر محدودیت‌های نرم است. محدودیت‌های سخت که ارضای آنها ضروری است، در جهت موجه بودن برنامه به دست آمده، اعمال می‌شود؛ لکن محدودیت‌های نرم در جهت ارضای حداکثری انتظارات ذی‌نفعان مسئله اعمال می‌شود. راهکار پیشنهادی، تخصیص جریمه به تخطی از محدودیت‌های نرم و حداقل‌سازی این جریمه‌ها است. در مدل‌هایی که از برنامه‌ریزی محدودیت برای حل مسئله استفاده شده است، از محدودیت‌های وزن‌دار استفاده کرده‌اند. در نتیجه به محدودیت و نه موجودیت‌های درون هر محدودیت اولویت داده می‌شود. این رویکرد گرچه سبب کاهش تعداد محدودیت‌ها می‌شود، کیفیت برنامه را پایین می‌آورد؛ مثلاً اگر استادی درخواست دارد که دروس وی در روزهای فرد برگزار شوند، در صورتی که تمام دروس را یک موجودیت در نظر بگیریم (همان‌گونه که در مدل‌های پیشین بوده است) در پایان ممکن است اگر به دلیل اختصاص جریمه به آن استاد، خواسته‌اش برآورده نشود، تمام دروس در روزهای زوج برگزار شوند. در صورتی که در مدل پیشنهادی با وزن‌دار کردن تک‌تک دروس هر استاد، تا جایی که امکان دارد دروس وی در روزهای فرد برگزار می‌شوند و در صورت تخصیص جریمه، تعداد خاصی از آن دروس، در روزهای زوج برگزار می‌شوند. مدل پیشنهادی با تخصیص جریمه، موجودیت‌های درون یک محدودیت را نیز وزن‌دار کرده است.

برای حل مدل پیشنهادی، متغیرهای تصمیم‌گیری بر روی دامنه‌های خود تعریف شده و محدودیت‌ها نیز

مشخص می‌شوند. پس از تعریف متغیرهای تصمیم‌گیری، محدودیت‌های سخت و نرم براساس این متغیرها پیاده‌سازی می‌شوند.

در نظر گرفتن جریمه برای تمامی موجودیت‌هایی که به محدودیت‌های نرم تخصیص داده می‌شوند، سبب افزایش تعداد محدودیت‌هایی می‌شود که در هنگام اجرای مدل، باید در نظر گرفته شوند؛ مثلاً در مطالعه موردی این پژوهش، پس از حل مدل توسط نرم‌افزار IBM ILOG CPLEX تعداد محدودیت‌های حل شده در نظر گرفته شده نزدیک به ۳ میلیون عدد برآورد شده است. حل این تعداد محدودیت، تنها در مدل برنامه‌ریزی محدودیت امکان‌پذیر است. مدل پیشنهادی برای مطالعه کاربردی این پژوهش در مدت‌زمان کمتر از ۲۰ دقیقه به جواب می‌رسد که نسبت به تعداد محدودیت‌های مسئله، بسیار مناسب است. البته باید در نظر گرفت که تابع هدف در برای حداقل‌سازی جریمه‌ها عمل می‌کند، در نتیجه ممکن است به دلیل تضاد در محدودیت‌ها، این مقدار به صفر نرسد؛ اما در مناسب‌ترین مقدار خود قرار می‌گیرد و این نقطه همان مطلوبیت حداکثری خروجی است که لزوماً برطرف‌کننده صددرصدی محدودیت‌های نرم نیست، ولی رضایت حداکثری از برنامه را حاصل می‌کند.

از جمله محدودیت‌های فنی مسئله، عدم به‌اصطلاح سفارشی‌سازی الگوریتم جستجوی انتخابی برای حل مسئله است. از آنجایی که زمان رسیدن به جواب بهینه در مدل‌های CP، ارتباط مستقیمی با الگوریتم حل آن دارد، سفارشی‌سازی الگوریتم جستجو با راه‌هایی نظیر تخصیص مقادیر اولیه به متغیرها و یا تقویت انتشار محدودیت، می‌توان در زمان بسیار مناسب‌تری به جواب بهینه رسید.

جدول (۴): برنامه هفتگی ترم هفتم مدیریت صنعتی با در نظر گرفتن تمام محدودیت‌ها

چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یک شنبه	شنبه	
				دانش خانواده	۹-۸
				سرویسی	۹-۱۰
مدیریت کارخانه دکتر ع ۱۵-۷۱۱			مدیریت کارخانه دکتر ع ۱۶-۷۱۱	کنترل پروژه دکتر ع ۵-۷۱۰	۱۱-۱۰
کنترل پروژه دکتر ع ۱-۷۱۰					۱۲-۱۱
					۱۴-۱۳
مدیریت دکتر ص ۲-۷۱۰	طرح ریزی سیستم‌ها دکتر ک ۲۵-۷۱۰	مدیریت مواد دکتر ق ۲۳-۷۱۰	طرح ریزی سیستم‌ها دکتر ک ۱۷-۷۱۱		۱۵-۱۴
					۱۶-۱۵
	بهره‌وری دکتر ش ۴-۷۱۰	مدیریت ایمنی دکتر ک ۱-۷۱۰			۱۷-۱۶
					۱۸-۱۷

امتحان کرد. از طرفی می‌توان با سفارشی‌سازی این الگوریتم‌ها، سرعت رسیدن به جواب بهینه را افزایش داد. می‌توان با اجرای مدل برای جدول زمان‌بندی برنامه آموزشی تمام گروه‌ها، محدودیت‌ها و انتظارات جدید را شناسایی کرد و با در نظر گرفتن تمامی این خواسته‌ها مدلی پیشنهاد داد که خروجی آن با در نظر گرفتن این خواسته‌ها، بتواند در جهت ارتقای سطح علمی دانشجویان و همچنین افزایش بازدهی استادان حرکت کند. استفاده از مدل‌های چندمرحله‌ای نیز در تسریع حل مسئله مؤثر هستند. می‌توان مدل دومرحله‌ای طراحی کرد که در مرحله نخست، دروس را به استادان تخصیص دهد و سپس

#### ۸- پیشنهادهای آینده

با در نظر داشتن پیشنهادهای زیر و اعمال آنها، میزان رضایتمندی از خروجی مدل پیشنهادی را می‌توان افزایش داد. مدل پیشنهادی بعد از فرایند تخصیص برنامه درسی دانشجویان، به حل مسئله می‌پردازد؛ می‌توان با یک دید کلی، فرایند تعیین دروسی را که یک دانشجو در هر ترم باید بگیرد نیز به گام‌های مدل اضافه کرد تا مدلی یکپارچه به دست آید. در این پژوهش هدف، دستیابی به یک جواب رضایت‌بخش است و الگوریتم‌های مورداستفاده برای جستجو، تنها به اول عمق محدود شده است. می‌توان الگوریتم‌های جستجوی مختلف را برای پیدا کردن راه‌حل بهینه،

A brief survey and potential directions". *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, 5(4), 455-464 .

Garey, M. R., & Johnson, D. S. (2002). *Computers and intractability* (29th ed.). New York: W. H. Freeman & Co.

Havås, J., Olsson, A., Persson, J., & Schierscher, M. S. (2013). "Modeling and optimization of university timetabling-A case study in integer programming". Student Thesis, University of Gothenburg, Gothenburg, Sweden .

Kazarlis, S., Petridis, V., & Fragkou, P. (2005). "Solving University Timetabling Problems Using Advanced Genetic Algorithms". *GAs*, 2(7), 8-12 .

Leung, J. Y. (2004). *Handbook of scheduling: algorithms, models, and performance analysis* (1st ed.). London: Chapman and Hall/CRC

Lewis, R. (2008). "A survey of metaheuristic-based techniques for university timetabling problems". *OR spectrum*, 30(1), 167-190 .

Liess, O., & Michelon, P. (2008). "A constraint programming approach for the resource-constrained project scheduling problem". *Annals of Operations Research*, 157(1), 25-36 .

Lü, Z., & Hao, J.-K. (2010). "Adaptive tabu search for course timetabling". *European Journal of Operational Research*, 200(1), 235-244 .

Marriott, K., & Stuckey, P. J. (1998). *Programming with constraints: an introduction* (1st ed.). Cambridge, Massachusetts: MIT press.

Milano, M., & Wallace, M. (2006). "Integrating operations research in constraint programming". *4OR*, 4(3), 175-219 .

MirHassani, S. (2006). "A computational approach to enhancing course timetabling with integer programming". *Applied Mathematics and Computation*, 175(1), 814-822 .

Reis, L. P., & Oliveira, E. (2001). "A language for specifying complete timetabling problems". *Practice and Theory of Automated Timetabling III*, 322-341.

Sabar, N. R., Ayob, M., Kendall, G., & Qu, R. (2012). "A honey-bee mating optimization algorithm for educational timetabling problems". *European Journal of Operational Research*, 216(3), 533-543 .

Van Hentenryck, P., & Saraswat, V. (1997). "Constraint programming: Strategic directions". *Constraints*, 2(1), 7-33 .

Yang, S., & Jat, S. N. (2011). "Genetic algorithms with guided and local search strategies for university course timetabling". *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, IEEE Transactions on, 41(1), 93-106 .

Zibran, M. F. (2007). *A multi-phase approach to university course timetabling* (1st ed.). Lethbridge, Alta.: University of Lethbridge, Faculty of Arts and Science .

Zivny, S. (2012). *The complexity of valued constraint satisfaction problems* (1st ed.). Berlin: Springer Science & Business Media.

در مرحله دوم برای این دروس تخصیص داده شده، زمان بندی را اعمال کند.

## منابع :

ثانی، غلامرضا و نمازی، مجید. (۱۳۸۳). «روش جدید برای حل مسائل ارضای محدودیت». نشریه علمی-پژوهشی استقلال، ۲۳(۱)، ۱۳-۱.

رحمانی، امیرمسعود؛ جولا امین و ناصری نرجس خاتون. (۱۳۸۶). «ارائه یک جستجوی محلی جدید برای حل مسئله برنامه ریزی دروس دانشگاهی با استفاده از الگوریتم ممتیک». اولین کنگره مشترک سیستم های فازی و سیستم های هوشمند، مشهد، دانشگاه فردوسی مشهد.

رستگاری، فرین و میرمحمدی، سیدحمید. (۱۳۹۱). «مدلسازی و ارائه روش حل برای مسئله زمان بندی دروس دانشگاهی و تخصیص استاد-درس مطالعه موردی دانشکده صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان». نهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

غافری، اسماعیل. (۱۳۸۹). «حل مسئله جدول زمان بندی دروس دانشگاه با استفاده از الگوریتم ژنتیک و رنگ آمیزی گراف». اولین کنفرانس دانشجویی فناوری اطلاعات ایران، سنج، دانشگاه کردستان.

منجمی، سید امیرحسین؛ مسعودیان، سولماز؛ استکی، افسانه و نعمت بخش، ناصر. (۱۳۸۵). «طراحی جدول زمان بندی خودکار برای دروس دانشگاهی با استفاده از الگوریتم های ژنتیک». نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش، ۴(۲)، ۱۲۷-۱۱۳.

Al-Betar, M. A., Khader, A. T., & Zaman, M. (2012). "University course timetabling using a hybrid harmony search metaheuristic algorithm". *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, IEEE Transactions on, 42(5), 664-681 .

Barták, R. (2000). "Dynamic constraint models for planning and scheduling problems". *New trends in constraints*, Springer, 237-255.

Burke, E. K., & Petrovic, S. (2002). "Recent research directions in automated timetabling". *European Journal of Operational Research*, 140(2), 266-280 .

Carter, M. W. (1986). "OR Practice—A Survey of Practical Applications of Examination Timetabling Algorithms". *Operations research*, 34(2), 193-202 .

Chen, Y., Guan, Z., Peng, Y., Shao, X., & Hasseb, M. (2010). "Technology and system of constraint programming for industry production scheduling—Part I:

- <sup>1</sup> University Course Timetabling Problem
- <sup>2</sup> Kazarlis
- <sup>3</sup> Lewis
- <sup>4</sup> Garey and Johnson
- <sup>5</sup> Genetic algorithm
- <sup>6</sup> Tabu search
- <sup>7</sup> Bee colony algorithm
- <sup>8</sup> Yang and Jat
- <sup>9</sup> Lü and Hao
- <sup>10</sup> Sabar et al
- <sup>11</sup> Marriott and Stuckey
- <sup>12</sup> Constraint propagation
- <sup>13</sup> Constraint satisfaction problems
- <sup>14</sup> Zivny
- <sup>15</sup> Barták
- <sup>16</sup> Reis and Oliveira
- <sup>17</sup> Rudová and Murray
- <sup>18</sup> Al-Betar et al
- <sup>19</sup> Memetic Algorithm
- <sup>20</sup> Hybrid Harmony Search Algorithms
- <sup>21</sup> Hill climbing
- <sup>22</sup> Particle Swarm Optimization
- <sup>23</sup> Havås et al
- <sup>24</sup> Liess and Michelon
- <sup>25</sup> Linear programming
- <sup>26</sup> Burke and Petrovic
- <sup>27</sup> Carter
- <sup>28</sup> Zibran
- <sup>29</sup> Leung
- <sup>30</sup> Froider
- <sup>31</sup> Milano and Wallace
- <sup>32</sup> Chen et al
- <sup>33</sup> Van Hentenryck and Saraswat
- <sup>34</sup> Generate - test
- <sup>35</sup> Backtracking
- <sup>36</sup> Depth first

Archive of SID