

## Optimization of Discrete Facility Layout with a Candidate Grouping Approach

**Aliasghar Miri** \*

Associate Professor, Industrial Engineering Department, Ferdowsi University of  
Mashhad, Mashhad, Iran, miri\_aam@yahoo.com

**Hamideh Razavi**

MA, Industrial Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad,  
Iran, h-razavi@um.ac.ir

**Abstract:** Facility Layout Problem (FLP) is an important issue in plant design, which directly affects production costs as well as safety concerns. Hierarchical and integrated approaches are two main methods used for the formulation of FLP. In the hierarchical approach, FLP is solved after the completion of the process design and scheduling, while the integrated approach treats FLP simultaneously with other phases. This paper presents a new approach based on the candidate groups for interactive functions; incorporating the advantages of the previous approaches.

In the new approach, the design phases prior to FLP results in a set of models introducing by the engineering team in advance. Next, the models are solved such that instead of individual designs, a set of suggested structures are generated. These structures are then fed into the FLP as input data and solved by mixed integer programming technique. Some characteristics of the models are: presence of the hub stations, different and variable dimensions for each station, possibility of rotation for the stations and incorporating safety distances. Finally, test problems are solved and results are discussed. It should be noted that if a candidate group entails a different production flow then a different optimum solution might be obtained.

**Keywords:** Facility layout problem, Optimization, Candidate groups, Mix integer linear programming

**Introduction:** Simultaneous optimization of facility layout with process design, automation and scheduling has been the subject of many research studies (Taghavi & Murat, 2011), (Realf et al., 1996), (Barbosa, 2007).

The current research introduces a hybrid method for interactive phases of process and layout design. It starts with suggested cluster structures by process designers and attempts to decide among the choices while searching for optimum layout of facilities.

In the rest of the paper, after a short description of group structures, a formulation of the MILP model is presented and the constraints, parameters and variables are briefly defined. Finally, 7 sample problems have been solved by exact methods.

Then the developed model is solved such that instead of a single solution, a set of candidate groups are suggested. This set is later used as input to the layout problem. The innovation of this approach is a layout solution with the following characteristics:

- Obtaining different flow process in terms of candidate groups from the initial phase.
- The possibility of adding or removing the workstations in the candidate groups
- The possibility of various dimensions in the group structures
- MILP formulation for supporting the above characteristics

In this approach, the solution space for layout problem only contains the process designs which are previously defined by in the plant design phase. This has many advantageous over the hierarchical layout methods such as less expenses and faster modelling and solution and less computational

---

\* Corresponding author

complexity. It has also the advantageous of an integrated approach in workstation layout considering different functions and interactions.

### Materials and Methods:

**Model description:** For layout design in discrete production lines, an MILP model is developed. Facility layout in this research is confined to a two-dimensional (x,y) space and has the following characteristics:

- One or more candidate groups can be defined, each consisting of at least two different connection structures, i.e. from-to charts with specified inner links and connecting structures (piping, conveyors or similar means of material flow).
- Group centres are well defined if present.
- Transportation costs and those costs related to cluster structures, e.g. extra equipment, semi-finished inventories, etc. are known in advance.
- Facilities are rectangular with related fixed length and distances between facilities are rectilinear.
- Facilities can rotate counter-clockwise by integer multiples of 90 degrees.
- Total available area is limited and pre-specified.

Objective function of the model is the sum of the investments on the physical connections, material flow costs and structural expenses of candidate groups. The constraints is related to the rotations status of the facilities, distances, available space, overlaps and safety concerns.

Cost matrix is a cross product of flow matrix and transportation costs matrix. The final solution contains optimum plant layout, facilities orientations as well as optimum connections inside candidate groups.

The model is solved by CPLEX which is mostly used for problem incorporating less than 15 workstations. Table 1 lists the solution time for 7 different problems. As can be seen in this table, the solution time for P7 is more than 40000 seconds with 6% gap. Therefore, the solution is used when limited number of workstations are aimed. For greater number of workstations, heuristic algorithms can be developed.

Table 1. Test problems solved by CPLEX

P.	Station Quantity	Candidate Group Quantity	Opt Slution	Time(sec)
P1	11	2	451	461.5
P2	6	1	1165	2.92
P3	9	2	1217	940.5
P4	11	2	1327.75	3943.8
P5	13	2	1641	25380.52
P6	14	3	1467.8	31803
P7	15	4	1850*	40000

### References

- Barbosa-Povoa, A. P. (2007). A critical review on the design and retrofit of batch plants. *Computers & Chemical Engineering*, 31(7), 833–855.
- Realf, M. J., Shah, N., & Pantelides, C. C. (1996). Simultaneous design, layout and scheduling of pipeless batch plants. *Computers & Chemical Engineering*, 20(6), 869–883.
- Taghavi, A., & Murat, A. (2011). A heuristic procedure for the integrated facility layout design and flow assignment problem. *Computers & Industrial Engineering*, 61(1), 55–63.

## بهینه‌سازی جانمایی ایستگاه‌های تولیدی گسسته با رویکرد گروه‌های کاندید

علی اصغر میری<sup>۱\*</sup>، حمیده رضوی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، miri\_aam@yahoo.com

۲- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، h-razavi@um.ac.ir

**چکیده:** جانمایی جنبه‌ای مهم از طراحی کارخانه است و به‌طور مستقیم بر ملاحظات ایمنی و هزینه‌های ارتباطی ایستگاه‌های تولیدی تأثیر می‌گذارد. مسائل جانمایی تجهیزات معمولاً با یکی از دو رویکرد سلسله‌مراتبی یا یکپارچه، فرمول‌بندی می‌شوند. در رویکرد سلسله‌مراتبی، مسأله جانمایی پس از فازهای طراحی فرآیند و عملیات کارخانه بررسی می‌شود؛ در حالی که در رویکرد یکپارچه به‌طور هم‌زمان با فازهای طراحی فرآیند و عملیات تحلیل می‌شود. هدف این پژوهش، ارائه رویکردی جدید با نام گروه‌های کاندید است. در این رویکرد پس از اتمام فاز طراحی فرآیند و عملیات، طراحان بجای یک نمودار جریان مواد بین ایستگاه‌ها، چندین نمودار از- به جریان مواد در قالب گروه‌های کاندید برای ورودی فاز جانمایی ایستگاه‌ها ارائه می‌کنند. رویکرد مذکور برای فرمول‌بندی مسائل جانمایی در کارخانه‌هایی با تولید گسسته به‌صورت مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح توسعه داده شده است. تمام محدودیت‌های استفاده‌شده در مدل، خطی در نظر گرفته شده است. ویژگی‌های این مدل‌ها شامل، وجود ایستگاه‌های کاندید، ابعاد متفاوت و متغیر برای ایستگاه‌ها در هر گروه کاندید، قابلیت چرخش ایستگاه‌ها و رعایت فواصل ایمنی برای ایستگاه‌ها هستند. درانتها برای تبیین ویژگی‌های مدل، مثال‌هایی بیان شده است. در این پژوهش جواب بهینه در صورتی تغییر می‌کند که در قالب گروه‌های کاندید نمودار جریان مواد متفاوتی تعریف شود.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی، جانمایی تسهیلات، چیدمان ایستگاه‌ها، گروه‌های کاندید، برنامه‌ریزی خطی مختلط

## مقدمه

جانمایی ایستگاه‌ها و تجهیزات، یکی از مسائل پایین‌دستی فاز طراحی کارخانه در طرح‌ریزی واحدهای صنعتی است و هدف آن تعیین آرایش و چیدمان بهینه ایستگاه‌ها و نحوه استقرار آنها است. این فاز عموماً بعد از فازهای طراحی محصول، طراحی فرآیند و طراحی عملیات انجام می‌شود (اپل<sup>۱</sup>، ۱۹۹۱). مفروضات مسائل جانمایی به مقدار زیادی به مشخصه‌های سیستم تحت مطالعه مانند ماهیت سیستم تولیدی، مشخصه ایستگاه‌ها و فضای در دسترس بستگی دارد. هدف این پژوهش ارائه رویکردی جدید برای فرمول‌بندی<sup>۲</sup> مسائل جانمایی به صورت برنامه‌ریزی خطی مختلط است.

مسائل جانمایی در پژوهش‌های ارائه‌شده به دو صورت پیوسته و گسسته فرمول‌بندی شده‌اند. علاوه بر این، در شرایطی که ایستگاه‌ها قابلیت قرارگرفتن در هر مکانی را داشته باشند، رویکرد چیدمان باز مطرح می‌شود. هدف این روش به دست آوردن چارچوب استقرار ایستگاه‌ها بدون در نظر گرفتن ساختار راهرویی است. مدل‌های ارائه‌شده با رویکرد چیدمان باز بیشتر به صورت مدل‌های برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح فرمول‌بندی شده‌اند. در این مدل‌ها متغیرهای صفر و یک بیانگر مشخصه‌های مکانی-ارتباطی و متغیرهای پیوسته بیانگر فاصله و مختصات ایستگاه‌ها هستند.

نخستین مدل ارائه‌شده با رویکرد چیدمان باز، توسعه مدل تخصیص دوگانه بود که مونتریول در سال ۱۹۹۱ ارائه داده است (مونتریول<sup>۳</sup>، ۱۹۹۱). در آن مدل، چیدمان ایستگاه‌ها در یک فضای پیوسته مدنظر بود و به صورت یک مدل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح فرمول‌بندی شد. این مدل دارای دو مشکل فن فرمول‌بندی و ماهیت روش سلسله مراتبی است که در ادامه تشریح می‌شود.

مشکل نخست به دلیل استفاده از محدودیت‌های غیرخطی در مدل ارائه‌شده است. در ادامه، شرالی<sup>۴</sup> و کاستیلو<sup>۵</sup> در سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۵. این ایراد را بهبود پیدا دادند (شرالی و همکاران، ۲۰۰۳؛ کاستیلو و همکاران، ۲۰۰۵). مشکل دوم آن است که یکی از ورودی‌های مهم مسأله جانمایی نمودار جریان - مواد بین ایستگاه‌ها است. این ورودی حاصل خروجی فاز طراحی فرآیند و عملیات کارخانه است. در این فاز طراحان، نمودار جریان مواد بهینه را از بین گزینه‌های موجود با استفاده از فن‌های مهندسی و ریاضی انتخاب می‌کنند. در واقع چیدمان تجهیزات در انتخاب نمودار جریان مواد بهینه تأثیرگذار هستند. به عبارت دیگر نمودار جریان مواد و مسأله جانمایی بر یکدیگر اثر متقابل دارند.

در مسائل جانمایی با رویکرد چیدمان باز غالباً ابعاد ایستگاه‌ها نابرابر فرض می‌شوند (دریرا<sup>۶</sup> و همکاران، ۲۰۰۷). در این حالت برای هر ایستگاه یک طول ( $l_i$ ) و عرض ( $d_i$ ) در نظر گرفته می‌شود که متناسب با رویکرد به کار گرفته شده می‌توانند ثابت و یا مطابق رابطه‌ای مانند رابطه (۱) متغیر باشند.

$$\lambda_i = l_i \times d_i \quad (1)$$

در رویکرد ابعاد متغیر، مطابق رابطه (۱)، همواره یک نسبت مشخص  $\lambda_i$  بین طول ( $l_i$ ) و عرض ( $d_i$ ) ایستگاه برقرار است؛ درحالی‌که در وضعیتی که ابعاد ایستگاه‌ها ثابت فرض می‌شوند، ابعاد پارامتر ورودی مدل هستند و غالباً ایستگاه‌ها قابلیت چرخش در راستای محورهای مختصات را دارند. ثابت و متغیر بودن ابعاد ایستگاه‌ها وابسته به

ماهیت ایستگاه‌ها است؛ برای مثال، در ایستگاه‌های انبارش و مونتاژ، طول و عرض ایستگاه‌ها می‌تواند متغیر باشد؛ ولی در کارخانه‌های شیمیایی به علت ماهیت فرایند، تجهیزات ابعاد، ثابت فرض می‌شوند.

در سال ۱۹۹۸، میلر و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح ارائه کردند. در این مدل ابعاد ایستگاه متغیر و مطابق رابطه (۱) به یکدیگر وابسته بودند (میلر<sup>۷</sup> و همکاران، ۱۹۹۸). پاپاجورجیو و روتستین نیز در همین سال مدل برنامه‌ریزی خطی مختلطی را ارائه کردند (پاپاجورجیو<sup>۸</sup> و روتستین<sup>۹</sup>، ۱۹۹۸)، که ابعاد ایستگاه‌ها در آن ثابت در نظر گرفته شده بود و ایستگاه‌ها قابلیت چرخش در راستای محورهای مختصاتی را داشتند.

در سال ۱۹۹۹، کیم و کیم یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه کردند که در آن برای ایستگاه‌ها مکان‌های ورودی و خروجی در نظر گرفته شده بود (کیم<sup>۱۰</sup> و کیم، ۱۹۹۹). تابع هدف این مدل حداقل کردن هزینه حمل و نقل مواد و قطعات بین ورودی و خروجی ایستگاه‌ها بود.

شکل ایستگاه‌ها نیز یکی از عوامل مهم در مسأله جانمایی است و به دو صورت اشکال منظم و نامنظم در نظر گرفته شده است. معمولاً ایستگاه‌های با شکل منظم از یک مستطیل و شکل نامنظم از اشکال چند مستطیل به هم چسبیده تشکیل شده‌اند. در مقالات منتشر شده، با توجه به ماهیت سیستم‌های مطالعه شده و پیچیدگی محاسباتی، فرمول‌بندی مدل‌هایی شامل ایستگاه‌هایی با اشکال نامنظم در فضای پیوسته کمتر مدنظر بوده است. در سال ۲۰۰۱، باریوسا و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط با در نظر گرفتن جزئیاتی مانند مکان‌های ورودی و خروجی متعدد، اشکال نامنظم و قابلیت چرخش دستگاه‌ها ارائه کردند (باریوسا<sup>۱۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۱). در این پژوهش، نسبت ابعاد دستگاه‌ها ثابت در نظر گرفته شده است و هدف آن جانمایی دستگاه‌ها در کارخانه‌های تولید پیوسته بود؛ به نحوی که هزینه ارتباط و اتصالات دستگاه‌ها حداقل شود.

پاتسیاتزیس و همکاران در سال‌های ۲۰۰۲ و ۲۰۰۴ یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه کردند که هدف آن نشان‌دادن ریسک مربوط به انتشار حادثه از یک منبع مشخص به سایر تجهیزات بود (پاتسیاتزیس<sup>۱۲</sup> و پاپاجورجیو، ۲۰۰۲؛ پاتسیاتزیس و پاپاجورجیو، ۲۰۰۵). در سال ۲۰۰۳، شرالی و همکاران از تقریب چندوجهی برای محدودیت‌های مربوط به فضا استفاده کردند که دقت آن را تعدادی محدودیت خطی مشخص می‌کرد (شرالی و همکاران، ۲۰۰۳). آنها همچنین کاهش متقارن مسأله<sup>۱۳</sup>، محدودیت‌های جایگزین و قوانین شاخه‌زدن را برای بهبود سرعت محاسباتی توسعه دادند.

در سال ۲۰۰۵، کاستیلو و همکاران، دو مدل برنامه‌ریزی ریاضی مختلط عدد صحیح با به کار بردن محدودیت‌های شکست متقارن<sup>۱۴</sup> ارائه کردند و در نتایج محاسباتی نشان دادند که کارایی خوبی دارد (کاستیلو و وسترونند<sup>۱۵</sup>، ۲۰۰۵). یانکوویچ و همکاران در سال ۲۰۱۱، چارچوب کلی دو مرحله‌ای برای مسأله جانمایی نشان دادند که شامل دو مدل ریاضی است (یانکوویچ<sup>۱۶</sup>، ۲۰۱۱). مدل نخست موقعیت نسبی ایستگاه‌ها را مشخص می‌کند و براساس آزادسازی محذب مسأله جانمایی است و مدل دوم با استفاده از بهینه‌سازی نیمه‌معین، جانمایی نهایی ایستگاه‌ها را مشخص می‌کند. آنها در نتایج محاسباتی خود نشان دادند این روش برای مسائلی با ابعاد کوچک کارایی مناسبی ندارد؛ ولی در مسائلی با ابعاد وسیع کارا است.

بسیاری از پژوهش‌های منتشرشده در حوزه مسائل جانمایی به روش‌های حل این مسأله پرداختند. رویکردهای منتشرشده به روش‌های حل دقیق، حل ابتکاری و فرا ابتکاری و حل با روش‌های هوش مصنوعی تقسیم می‌شوند. شارما و سینگهال در سال ۲۰۱۶ برخی از این روش‌ها را بررسی و دسته‌بندی کردند (شارما<sup>۱۷</sup> و سینگهال<sup>۱۸</sup>، ۲۰۱۶). باتوجه‌به سخت‌افزارهای موجود، روش‌های حل دقیق قابلیت حل مسائلی با تعداد ایستگاه محدود (کمتر از ۱۵ ایستگاه) را دارند. برای حل مسائل با ابعاد بزرگتر باید از سایر روش‌های غیردقیق استفاده شود. در سال ۲۰۱۵ آنجوس و مانوئل روشی را برای حل مسائل با ابعاد بزرگ ارائه کردند که شامل دو مرحله بود. مرحله نخست آن شامل یک مدل غیرخطی است که تقریبی از موقعیت ایستگاه‌ها را تعیین می‌کند و مدل دوم یک مدل بهینه‌سازی محدب است که جواب شدنی مسأله را تعیین می‌کند (آنجوس<sup>۱۹</sup> و ویرا<sup>۲۰</sup>، ۲۰۱۵).

**تابع هدف مسائل جانمایی:** در بیشتر پژوهش‌های ارائه‌شده در حوزه مسائل جانمایی، هدف اصلی، چیدمان ایستگاه‌ها به نحوی است که هزینه حمل و انتقال مواد بین ایستگاه‌های کاری حداقل شود (میلر و همکاران، ۱۹۹۸). در مسأله جانمایی علاوه بر هزینه حمل و انتقال مواد و قطعات بین ایستگاه‌ها، عوامل دیگری نیز مؤثر هستند و بر یکدیگر کنش هم‌زمان دارند؛ به طوری که بر شرایط و محدودیت‌های مسأله جانمایی تأثیرگذار هستند. از جمله این عوامل کارکردهای زیر هستند:

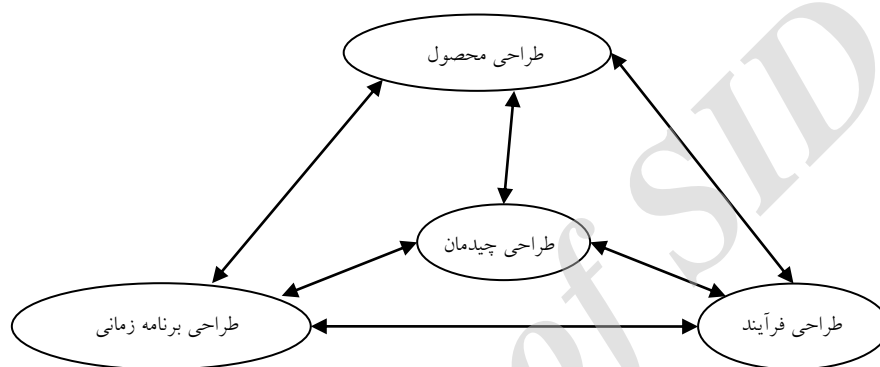
- مهندسی محصول؛
- انتخاب فرآیند ساخت محصولات؛
- تعیین ایستگاه‌های کاری و دستگاه‌ها؛
- انتخاب مسیر ساخت و جریان مواد؛
- تعیین زمان‌بندی و توالی عملیات؛
- فضای در دسترس کارخانه؛
- انتخاب سیستم‌های حمل و نقل؛
- سیاست‌های انبارش و انبارهای میانی؛
- محدودیت‌های چیدمان مانند ایستگاه‌های ثابت، درب‌های ورودی و خروجی، محدودیت‌های ایمنی دستگاه‌ها.

هرکدام از موارد فوق تأثیر به‌سزایی در خروجی حاصل از مسأله جانمایی دارد و در نظر نگرفتن هر یک ممکن است سبب شود چیدمان حاصل اثربخشی لازم را نداشته باشد؛ بنابراین تابع هدف در مسأله جانمایی عمدتاً متناسب با حوزه‌های مختلف مدنظر طراحان جانمایی در کارخانه است؛ به طوری که علاوه بر حداقل کردن هزینه حمل و انتقال مواد و قطعات بین ایستگاه‌ها، بهینه‌کردن هم‌زمان هرکدام از عوامل فوق را نیز در بر می‌گیرد. کارشناسان برای لحاظ کردن عوامل فوق در مسأله چیدمان تجهیزات، از دو رویکرد فرمول‌بندی سلسله‌مراتبی و یکپارچه استفاده کرده‌اند. این رویکرد در ادامه شرح داده خواهد شد.

**فرمول‌بندی سلسله‌مراتبی (تک‌هدفه):** در این رویکرد، چیدمان تجهیزات و ایستگاه‌ها بخش مهمی از فاز طراحی کارخانه به‌صورت سلسله‌مراتبی بعد از مراحل طراحی فرآیند و عملیات انجام می‌شود (اپل، ۱۹۹۱). هدف

مدل‌های ارائه‌شده در این رویکرد عمدتاً چیدمان ایستگاه‌ها و تجهیزات به‌نحوی است که هزینه حمل و انتقال مواد حداقل شود. مهم‌ترین اطلاعات ورودی مسأله جانمایی در این رویکرد، ایستگاه‌های کاری، نمودار از-به جریان مواد و قطعات و هزینه حمل و نقل بین ایستگاه‌ها است. این اطلاعات خروجی فازهای فرآیند و عملیات هستند که پس از انتخاب فرآیند و عملیات ساخت مناسب محصول مدنظر، انتخاب ماشین‌آلات و تجهیزات تولیدی، همچنین تعیین مسیر تولید و توالی عملیات محصولات روی تجهیزات و ایستگاه‌های کاری به دست می‌آیند.

**فرمول‌بندی یکپارچه (چندهدفه):** همان‌طور که عنوان شد در مسأله جانمایی عوامل مختلفی تأثیرگذار هستند؛ برای مثال کارکردهای طراحی محصول، فرآیند، برنامه زمانی و چیدمان مطابق شکل ۱ برهم‌کنش دارند (فرانسیس<sup>۲۱</sup>، ۱۹۹۲).



شکل ۱- تأثیر عوامل مختلف بر طراحی چیدمان

در رویکرد فرمول‌بندی سلسله‌مراتبی به‌علت فقدان دید یکپارچه و کل‌نگر در فرمول‌بندی‌ها، ممکن است تصمیماتی اخذ شود که تا آن مرحله بهترین راه‌حل باشد؛ ولی در مراحل بعد با ایجاد شرایط و محدودیت‌های جدید بهترین گزینه نباشد؛ به‌عبارت‌دیگر در این رویکرد به این دلیل که همواره با تعدادی مسأله کوچک و محدودتر مواجه هستیم ممکن است راه‌حلی را از دست دهیم که می‌توانست برای سیستم کاملاً مقرون به صرفه باشد.

در همین راستا پژوهش‌هایی منتشر شده است که هدف آنها علاوه بر حداقل کردن هزینه طراحی چیدمان کارخانه، حداقل کردن هزینه طراحی ایستگاه‌ها، انتخاب بهینه ساختار ارتباطی، طراحی مسیرهای حمل و نقل، زمان‌بندی، برنامه تولید و ... به‌صورت هم‌زمان است. از جمله این پژوهش‌ها مقاله رالف<sup>۲۲</sup> و همکاران در سال ۱۹۹۶ است که هدف آن ارائه مدلی یکپارچه برای انتخاب دستگاه‌ها، زمان‌بندی و جانمایی ایستگاه‌ها و در نظر گرفتن انبارهای میانی در کارخانه‌های تولید پیوسته بود (رالف و همکاران، ۱۹۹۶). در این سال، پتآدو<sup>۲۳</sup> و سیریک<sup>۲۴</sup> نیز یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط عدد صحیح برای تعیین چیدمان تجهیزات، تعیین تعداد دستگاه‌های حفاظتی و ریسک‌های مالی و امواج منتشرشده از آنها ارائه کردند (پتآدو و سیریک، ۱۹۹۶).

در سال ۲۰۰۲، باربوسا و همکاران مقاله‌ای با رویکرد انتخاب دستگاه‌های موردنیاز برای تولید محصولات و جانمایی آنها به‌طور هم‌زمان منتشر کردند (باربوسا و همکاران، ۲۰۰۲). در سال ۲۰۰۵، پاتسیاتزیس و همکاران نیز

یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط برای فرمول‌بندی چیدمان، طراحی ساختار ارتباطی و برنامه‌ریزی تولید به صورت هم‌زمان ارائه دادند (پاتسیاتزیس و همکاران، ۲۰۰۵).

بوک<sup>۲۵</sup> و هوبرگ<sup>۲۶</sup> در سال ۲۰۰۷، یک رویکرد یکپارچه برای جانمایی و طراحی مسیرهای حمل و نقل هم‌زمان ارائه دادند (بوک و هوبرگ، ۲۰۰۷). در این رویکرد ابتدا فضا به سلول‌های واحد تقسیم می‌شود، سپس فرآیند استقرار و طراحی مسیرهای حمل و نقل انجام می‌شود. تقوی<sup>۲۷</sup> و مورات<sup>۲۸</sup> نیز در سال ۲۰۱۱ یک مدل غیرخطی برای طراحی جانمایی ایستگاه‌ها و جریان مواد بین آنها به طور هم‌زمان ارائه کردند و با رویکردی ابتکاری مدل را حل کردند (تقوی و مورات، ۲۰۱۱).

باربوسا در سال ۲۰۰۷، مروری از پژوهش‌های منتشرشده در زمینه طراحی و جانمایی تجهیزات در کارخانه‌های تولید دسته‌ای<sup>۲۹</sup> یا کارگاهی ارائه کرد (باربوسا، ۲۰۰۷). برخی نقاط ضعف پژوهش‌های منتشرشده با رویکرد طراحی و جانمایی هم‌زمان که در این مقاله ذکر شده است، به شرح ذیل است:

- با توجه به اینکه توابع هدف این رویکرد چندهدفه هستند، موازنه کردن اهداف متناسب با ماهیت آنها چالش ایجاد می‌کند؛

- طراحی یکپارچه در حوزه‌های مختلف طراحی کارخانه، هزینه‌های مالی زیادی (از نظر منابع و زمان) دارد؛

- مدل‌های ارائه‌شده دارای پیچیدگی محاسباتی زیادی هستند.

علاوه بر موارد فوق، مدل‌ها متناسب با هدف پژوهشگران تنها به یک یا چند جنبه طراحی فرآیند، طراحی عملیات و طراحی کارخانه (مانند انتخاب تجهیزات متناسب با ظرفیت تولیدی آنها، طراحی ساختار ارتباطی دستگاه‌ها، زمان‌بندی و جانمایی تجهیزات) توجه کرده‌اند و سایر جوانب آن مانند مشخصه‌های کیفی دستگاه‌ها، تحلیل روش‌های تولید، نیروی انسانی، استراتژی‌های تولید و انبارش و تحلیل جریان مواد را در نظر نگرفته‌اند.

### ضرورت پژوهش

همان‌طور که قبلاً ذکر شد در طراحی کارخانه، اطلاعات ورودی برخی مراحل، وابسته به کارکردهای قبلی است؛ برای مثال انتخاب زمان‌بندی تولید به انتخاب مسیر تولید محصول و انتخاب مسیر تولید به عواملی مانند عملیات موردنیاز ساخت، کیفیت محصول و ظرفیت ماشین‌آلات وابسته است. در پیش گرفتن رویکردهای یکپارچه سبب می‌شود تا ناحیه جواب با به وجود آمدن حالت‌های احتمالی ممکن به شدت وسیع شود. این امر رسیدن به جواب‌های بهینه را دشوار می‌کند. از طرفی با توجه به ماهیت مدل‌های ریاضی، برای ساده‌کردن سیستم‌های پیچیده با توسعه ابعاد مدل‌ها، ممکن است برخی از جوانب تأثیرگذار در طراحی کارخانه در نظر گرفته نشود. این امر باعث می‌شود جواب‌های به دست آمده کاملاً عملیاتی و اجرایی نباشند.

با وجود این مباحث، این پرسش مطرح می‌شود که مسأله باید در چه سطحی از یکپارچه‌سازی حوزه‌های مختلف طراحی یک کارخانه فرمول‌بندی شود؟ پاسخ این سؤال را فرانسیس در کتاب خود به صورت زیر مطرح می‌کند: «به‌طور کلی مسأله باید چنان فرمول‌بندی شود که در آن موقعیت اقتصادی، محدودیت‌های زمانی و امکانات



سازمانی را در بر گیرد» (فرانسیس، ۱۹۹۲). به عبارت دیگر طراحان کارخانه باید در مراحل مختلف، کارکردهای طراحی کارخانه را چنان فرمول‌بندی کنند که:

۱- منابع و امکانات (نیروی انسانی، زمان و هزینه) صرف‌شده سازمان برای ایجاد و استفاده از این فرمول‌بندی‌ها موجه باشند؛

۲- فرمول‌بندی‌های ارائه‌شده حل‌شدنی بوده و راه‌حل‌های حاصل نیز قابل استفاده و اجرایی باشند؛  
بر این اساس، هدف این پژوهش ارائه رویکردی برای فرمول‌بندی مسأله جانمایی با در نظر گرفتن کارکردهای حوزه‌های مختلف مسأله طراحی کارخانه (که دارای برهم‌کنش هستند) است. برای جلوگیری از پیچیدگی فرمول‌بندی مدل (به علت استفاده از رویکرد یکپارچه‌سازی) فرض می‌شود در مراحل قبل از فاز جانمایی مسأله طراحی کارخانه، ابتدا تیم مهندسی و طراحی متناسب با نظر طراحان، کارکردها را مدل‌سازی می‌کنند. سپس مدل‌های حاصل به گونه‌ای حل می‌شوند که بجای یک جواب بهینه مجموعه‌ای از جواب‌های برتر در قالب گروه‌های کاندید ایجاد شود، به طوری که این مجموعه جواب‌ها به عنوان ورودی مسأله جانمایی استفاده شوند. به عبارت دیگر نوآوری این رویکرد، ارائه مدلی برای چیدمان ایستگاه‌ها با ویژگی‌های زیر است:

- اخذ نمودارهای متفاوت جریان در قالب گروه‌های کاندید از خروجی فاز طراحی فرآیند و عملیات به طوری که هر مسأله می‌تواند شامل چند گروه کاندید باشد. هر گروه کاندید دارای چند ساختار ارتباطی متفاوت است.

- قابلیت حذف یا اضافه کردن ایستگاه‌ها در گروه‌های کاندید.

- هر ایستگاه می‌تواند در ساختارهای متفاوت گروه‌های کاندید ابعاد متفاوتی داشته باشد.

روش ارائه‌شده نوعی رویکرد یکپارچه است که در آن ناحیه جواب مسأله در بخش‌های غیر از چیدمان (مانند بخش‌های طراحی فرآیند و عملیات ساخت، طراحی ایستگاه‌ها، طراحی توالی عملیات، طراحی سیستم‌های حمل و نقل، طراحی انبارها، کیفیت محصول، بالانس ایستگاه‌ها) به تعداد محدودی از ساختارهای کاندید طراحان فرآیند و عملیات محدود شده است؛ به عبارت دیگر در این رویکرد، ناحیه جواب مسأله جانمایی تنها حوزه‌هایی از فازهای طراحی فرآیند و عملیات را در بر می‌گیرد که طراحان کارخانه مشخص می‌کنند. این امر سبب می‌شود رویکرد ارائه‌شده مزایای رویکردهای جانمایی سلسله‌مراتبی مانند هزینه کمتر، سرعت بالاتر در مدل‌سازی و حل، کاهش پیچیدگی محاسباتی مسأله حاصل و همچنین مزایای رویکرد یکپارچه به خاطر تصمیم‌گیری درباره نحوه چیدمان ایستگاه‌ها با توجه به کارکردهای مختلف که به طور هم‌زمان بر مسأله جانمایی تأثیر دارند را توأم داشته باشد. در این پژوهش از رویکرد فوق با عنوان رویکرد جانمایی براساس گروه‌های کاندید استفاده می‌شود.

## شرح مسأله

در این رویکرد فرض می‌شود ابتدا طراحان، فاز طراحی و عملیات را با طی مراحل زیربط آن با استفاده از روش و ابزارهای موجود در آن حوزه انجام می‌دهند. سپس بجای انتخاب یک طرح (یک نمودار از-به جریان) و معرفی آن به عنوان خروجی به مراحل بعد (چیدمان ایستگاه‌ها)، مجموعه‌ای از طرح‌های برتر را ارائه می‌کنند و تصمیم‌گیری برای انتخاب بهترین طرح (نمودار از-به جریان) را به مسأله جانمایی واگذار می‌کنند. برای ساده‌شدن مسأله فرض می‌شود مجموعه چند ایستگاه که دارای چند ساختار ارتباطی (نمودار از-به) هستند به صورت مجازی

تشکیل یک گروه کاندید را می دهند. به این ترتیب هدف از حل مسأله جانمایی، تعیین چیدمان بهینه ایستگاه‌ها و انتخاب ساختار ارتباطی بهینه گروه‌های کاندید است.

برای شرح مدل فرض می‌شود، طراحان فرآیند و عملیات، مطابق شکل ۲ ساختارهای ارتباطی (نمودار از-به) یک خط تولید شامل ۱۱ ایستگاه کاری را با دو گروه کاندید مشخص کرده‌اند. هر گروه کاندید شامل دو طرح مجزا و مستقل با ویژگی‌های از پیش تعیین شده است.

گروه کاندید	ساختار	ساختار ارتباطی گروه‌های کاندید	نمودار از-به جریان گروه‌های کاندید																									
۱	۱		<table border="1"> <tr><td></td><td>۵</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۱۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۱۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۰</td><td>۲۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۴</td><td>۲۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۵	۴	۳	۲	۱	۰	۰	۱۰	۰	۲	۰	۰	۱۰		۳	۰	۲۰			۴	۲۰			
		۵	۴	۳	۲																							
۱	۰	۰	۱۰	۰																								
۲	۰	۰	۱۰																									
۳	۰	۲۰																										
۴	۲۰																											
۲		<table border="1"> <tr><td></td><td>۵</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td><td>۱۰</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۱۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱۰</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۵	۴	۳	۲	۱	۰	۱۰	۰	۰	۲	۰	۰	۱۰		۳	۱۰	۰			۴	۱۰				
	۵	۴	۳	۲																								
۱	۰	۱۰	۰	۰																								
۲	۰	۰	۱۰																									
۳	۱۰	۰																										
۴	۱۰																											
۲	۱		<table border="1"> <tr><td></td><td>۸</td><td>۷</td><td>۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td>۵</td><td>۵</td><td>۵</td></tr> <tr><td>۶</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۷</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> </table>		۸	۷	۶	۵	۵	۵	۵	۶	۰	۰		۷	۰											
		۸	۷	۶																								
۵	۵	۵	۵																									
۶	۰	۰																										
۷	۰																											
۲		<table border="1"> <tr><td></td><td>۹</td><td>۸</td><td>۷</td><td>۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td>۱۵</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td>۵</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۷</td><td>۵</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۸</td><td>۵</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۹	۸	۷	۶	۵	۱۵	۰	۰	۰	۶	۵	۰	۰		۷	۵	۰			۸	۵				
	۹	۸	۷	۶																								
۵	۱۵	۰	۰	۰																								
۶	۵	۰	۰																									
۷	۵	۰																										
۸	۵																											
سایر ارتباطات																												
			<table border="1"> <tr><td></td><td>۱۱</td><td>۱۰</td><td>۸</td><td>۷</td></tr> <tr><td>۶</td><td>۵</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۷</td><td>۰</td><td>۵</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۸</td><td>۰</td><td>۵</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۱۰</td><td>۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۱۱	۱۰	۸	۷	۶	۵	۰	۰	۰	۷	۰	۵	۰		۸	۰	۵			۱۰	۰			
	۱۱	۱۰	۸	۷																								
۶	۵	۰	۰	۰																								
۷	۰	۵	۰																									
۸	۰	۵																										
۱۰	۰																											

شکل ۲- ساختارهای ارتباطی پیشنهادی طراحان فرآیند و عملیات

در این مثال، ایستگاه ۱ و ۲ از نوع آرّه کاری، ایستگاه ۳ و ۴ تراش کاری، ایستگاه ۵ پولیش کاری، ایستگاه‌های ۶، ۷ و ۸ ایستگاه‌های مونتاژ، ایستگاه ۹ انبارش قطعات نیمه‌ساخته و ایستگاه‌های ۱۰ و ۱۱ بسته‌بندی هستند. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود در گروه کاندید ۱ ایستگاه‌های ۱ الی ۵ متناسب با قابلیت ایستگاه‌ها و ماهیت فرآیند دارای دو توالی جریان است. چنانچه ساختار ۱ عملیات را تقسیم می‌کند و بخشی را روی دستگاه ۳ و بخش تکمیلی را

روی دستگاه ۴ برای همه قطعات ورودی انجام می‌دهد؛ ولی در ساختار ۲ عملیات به‌طور مجتمع ولی موازی روی دستگاه‌های ۳ و ۴ انجام می‌شود. در گروه کاندید ۲ نیز جریان مواد بین ایستگاه‌های ۵ الی ۸ مستقیم یا با واسطه انبار میانی (ایستگاه ۹) بین ایستگاه‌ها برقرار می‌شود.

لازم به ذکر است که هر یک از ساختارهای گروه‌های کاندید دارای هزینه‌های مجزا از قبیل هزینه دستگاه‌ها، هزینه موجودی نیمه‌ساخته، هزینه توقف ایستگاه‌ها به‌علت نبود قطعه و هزینه حمل و نقل متناسب با ویژگی‌های آن ساختار هستند.

در این رویکرد وجود و یا نبود برخی ایستگاه‌ها بستگی به ساختارهای گروه کاندید دارد؛ برای مثال در جواب نهایی شکل ۲، اگر در گروه کاندید دوم ساختار ۲ انتخاب شود، ایستگاه ۹ (انبارش) وجود دارد؛ در غیر این صورت ایستگاه ۹ تخصیص پیدا نمی‌کند. برای سهولت، ایستگاه‌هایی که وجود یا نبود آنها وابسته به ساختارهای گروه‌های کاندید است، ایستگاه‌های کاندید نامیده می‌شوند.

یکی از کاربردهای مهم جانمایی ایستگاه‌ها با رویکرد گروه‌های کاندید در حیطه چگونگی انبارش قطعات نیمه‌ساخته است. انبارهای نیمه‌ساخته اهمیت زیادی دارند؛ این اهمیت به‌دلیل تأثیر زیادی است که بر هزینه موجودی نیمه‌ساخته در جریان تولید، توقفات ایستگاه‌ها به‌دلیل کسری قطعات، فضای در دسترس و حمل و نقل دارند. این رویکرد در تعیین تعداد و ابعاد انبارهای میانی و ساختارهای ارتباطی انبار با سایر ایستگاه‌ها به‌کار می‌رود. در این روش انبارهای میانی نقش ایستگاه‌های کاندید و مراکز توزیع را ایفا می‌کنند و وظیفه تقسیم جریان مواد بین ایستگاه‌ها را دارند.

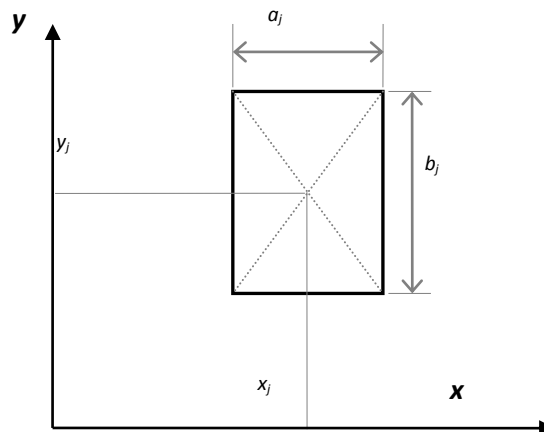
یکی دیگر از کاربردهای جانمایی ایستگاه‌ها با رویکرد گروه‌های کاندید، تفکیک یا الحاق چند ایستگاه به یکدیگر است؛ برای مثال چند فعالیت می‌تواند در ایستگاه‌های مجزا و یا در یک ایستگاه بزرگتر انجام شود. در این شرایط انواع حالت‌ها و ساختارهای مختلف ایستگاه‌ها تحت گروه‌های کاندید در مسأله جانمایی با رویکرد گروه‌های کاندید هستند.

توالی عملیات قطعات در تولید کارگاهی نیز یکی دیگر از کاربردهای این رویکرد است. تعیین مسیر جریان قطعات مختلف در تولید کارگاهی ممکن است به چند روش با هزینه‌های یکسان و یا نزدیک به هم امکان‌پذیر باشد. در این شرایط انواع مسیرهای تولید بهینه که از مرحله تعیین توالی عملیات به دست می‌آید، تحت عنوان گروه‌های کاندید تعریف می‌شوند.

**فرمول‌بندی مسأله:** این مسأله به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط فرمول‌بندی شده است که در آن متغیرهای صفر و یک بیانگر مشخصه‌های مکانی-ارتباطی و متغیرهای پیوسته بیانگر فاصله و مختصات ایستگاه‌ها هستند. در این مدل چیدمان ایستگاه‌ها در فضایی باز، پیوسته و دوبعدی مدنظر است. همچنین افق جانمایی برای دوره‌ای طولانی فرض و مفروضات ذیل در نظر گرفته شده است:

- هر مدل می‌تواند شامل چند گروه کاندید باشد؛
- هر گروه کاندید حداقل شامل دو ساختار ارتباطی (نمودار از-به جریان) متفاوت است؛

- طراحان فرایند و عملیات، ساختار ارتباطی (نمودارهای از-به جریان) ایستگاه‌ها در هر ساختار گروه‌های کاندید و سایر ارتباطات ایستگاه‌ها را از پیش مشخص کرده‌اند؛
  - ایستگاه‌های کاندید (در صورت وجود) در هر گروه کاندید، مشخص است؛
  - هزینه حمل و نقل قطعات بین ایستگاه‌ها، هزینه مربوط به ساختارهای گروه‌های کاندید (تجهیزات اضافی، تأسیسات، موجودی نیمه‌ساخته) و سایر هزینه‌ها پیش‌بینی شده است؛
  - ایستگاه‌ها دارای شکل هندسی مستطیلی و ابعاد آن‌ها در یک فضای دوبعدی است و قابلیت چرخش به صورت ۰ و ۹۰ درجه را دارند؛
  - ابعاد یک ایستگاه، متناسب با فضای موردنیاز برای انبارش قطعات و مواد اولیه در ساختارهای گروه‌های کاندید، متفاوت است و نسبت به یکدیگر وابستگی خطی داشته دارند؛
  - فضای مدل محدود است؛
  - فواصل بین ایستگاه‌ها به صورت پله‌ای و بین مراکز آنها است و ملاحظات ایمنی برای فواصل دستگاه‌ها در نظر گرفته می‌شود.
- در این مدل فرض می‌شود ماتریس هزینه از حاصل ضرب ماتریس جریان (نمودار از-به جریان) در ماتریس هزینه حمل و نقل مواد بین ایستگاه‌ها به دست می‌آید. همچنین پاسخ مدل، موارد زیر را تعیین می‌کند:
- جانمایی بهینه کارخانه (مختصات و جهت قرار گرفتن ایستگاه‌ها)؛
  - انتخاب ساختار بهینه ارتباطی ایستگاه‌ها (ارتباط ایستگاه‌ها با یکدیگر در گروه‌های کاندید، همچنین انتخاب و تخصیص ایستگاه‌های کاندید موردنیاز) با توجه به ساختار بهینه گروه‌های کاندید براساس هزینه‌های موجودی در جریان ساخت، هزینه ارتباط ایستگاه‌ها، فضای در دسترس و سایر هزینه‌ها.
- در این مدل مطابق شکل ۳، ایستگاه‌ها با نماد  $i$  یا  $z$  و مرکز هندسی  $(x_j, y_j)$  و ابعاد  $(a_j, b_j)$  در راستای محورهای  $x$  و  $y$  مشخص می‌شوند. همچنین ایستگاه‌ها دارای ابعاد متفاوت  $(\alpha_{jkh}, \beta_{jkh})$  متناسب با فضای مورد نیازشان (تجهیزات، انبارش و ...) در ساختار  $k$  ام گروه کاندید  $h$  ام هستند. در این حالت ابعاد ایستگاه‌ها متناسب با ساختار انتخابی در حل نهایی مشخص می‌شود.



شکل ۳- موقعیت پایه‌ای و شکل هندسی ایستگاه  $z$

برای سهولت شرح مدل، مجموعه  $GH$ ، مجموعه تمام ایستگاه‌های کاندید مدل در نظر گرفته می‌شود و وجود یا نبود آنها متناسب با ساختار انتخابی گروه‌های کاندید است. در ادامه تابع هدف و محدودیت‌های مدل شرح داده می‌شود.

### تابع هدف

تابع هدف براساس حداقل کردن مجموع هزینه حمل و نقل قطعات بین ایستگاه‌ها و حداقل کردن هزینه ساختار ارتباطی گروه‌های کاندید مطابق رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$\text{Min } TC = \sum_{\substack{j^i \\ \text{ior } j \in \text{links}_h}} C_{ij} f_{ij} D_{ij} + \sum_{h=1}^H CH_h \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $\text{links}_h$  بیانگر مجموعه ایستگاه‌های گروه کاندید  $h$  ام است. عبارت نخست بیانگر هزینه حمل و انتقال مواد و قطعات بین ایستگاه‌هایی است که دو ایستگاه عضو یک گروه کاندید نباشند ( $\forall j \text{ori} \notin \text{links}_h$ )، عبارت دوم بیانگر هزینه حمل و انتقال مواد و قطعات ایستگاه‌های عضو گروه‌های کاندید ( $\forall j \text{ori} \in \text{links}_h$ ) و هزینه موجودی نیمه‌ساخته و سایر هزینه‌هایی است که طراحان فرآیند و عملیات مشخص می‌کنند. این موارد مطابق محدودیت رابطه (۳) محاسبه می‌شود (میری و رضوی، ۱۳۹۱).

$$\sum_{\substack{j^i \\ i, j \in \text{links}_h}} Cp_{ijkh} f_{ijkh} D_{ij} + \Pi_{hk} - (1 - w_{hk}) M^d \leq CH_h : \forall h, k \quad (3)$$

$$\sum_k w_{kh} = 1 : \forall h \quad (4)$$

در رابطه (۳) عبارت نخست بیانگر هزینه حمل و انتقال مواد و قطعات بین ایستگاه‌ها در ساختار  $k$  ام گروه کاندید  $h$  ام است. توجه شود که در گروه کاندید  $h$  ام، ارتباط ایستگاه‌ها باید تنها از طریق یکی از ساختارهای معرفی شده بوسیله طراحان فرآیند و عملیات برقرار شود؛ به عبارت دیگر در هر گروه کاندید از بین چند نمودار از-به جریان معرفی شده نهایتاً یک نمودار انتخاب خواهد شد.  $\Pi_{hk}$  نیز اختلاف هزینه‌ای است که در صورت انتخاب ساختار ارتباطی  $k$  ام گروه کاندید  $h$  به هزینه چیدمان افزوده می‌شود که متناسب با نرخ تولید، سطح موجودی نیمه‌ساخته، میزان توقفات ایستگاه مقصد به دلایل ناشی از کمبود قطعه و هزینه تجهیزات و تأسیسات هر ساختار است. رابطه (۴) نیز تضمین می‌کند تنها یکی از ساختارهای طراحی شده برای گروه کاندید  $h$  ام انتخاب می‌شود. در روابط بالا  $w_{hk}$  متغیر صفر و یک انتخاب یا عدم انتخاب  $k$  امین ساختار ارتباطی گروه کاندید  $h$  ام است (علی اصغر میری و رضوی، ۱۳۹۱).

محدودیت‌های تخصیص ایستگاه‌های کاندید

وجود و نبود ایستگاه‌های کاندید وابسته به ساختار انتخابی گروه کاندید است؛ برای مثال در شکل ۲، ارتباط ایستگاه‌های ۱ الی ۶ در ساختار ۲، با واسطه انبار میانی و در ساختار ۱، بدون واسطه انبار میانی برقرار می‌شود. در صورتی به این گروه، انبار میانی (ایستگاه ۹) تخصیص پیدا می‌کند که ساختار ۲ انتخاب شود. برای این منظور رابطه (۵) معرفی شده است (میری و رضوی، ۱۳۹۱).

$$E_j = \sum_{k \in \text{structure}_{jh}} w_{kh} : \forall j \in \text{links}_h, GH \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $k$  نمایانگر شماره ساختار گروه کاندید  $h$ ام و  $Structure_{jh}$  مجموعه ساختارهای گروه کاندید  $h$ ام است که در آن ایستگاه کاندید  $z$  وجود دارد.  $E_j$  متغیر صفر و یک تخصیص ایستگاه  $z$ ام است که از مجموع متغیرهای صفر و یک ساختارهای گروه کاندید  $h$ ام به دست می‌آید که در آن ایستگاه  $z$ ام وجود دارد ( $k \in Structure_{jh}$ ).

**محدودیت‌های جهت ایستگاه:** مطابق مفروضات مدل، ایستگاه‌ها قابلیت چرخش در راستای افقی و عمودی را دارند. برای تعیین جهت و ابعاد ایستگاه  $z$ ام با ابعاد ثابت از محدودیت‌های (۶) تا (۹) استفاده می‌شود.

$$l_j \geq \sum_k w_{kh} \alpha_{jkh} - r_j M^d ; \forall h: j \in links_h \quad (6)$$

$$d_j \geq \sum_k w_{kh} \beta_{jkh} - r_j M^d ; \forall h: j \in links_h \quad (7)$$

$$l_j \geq \sum_k w_{kh} \beta_{jkh} - (1-r_j) M^d ; \forall h: j \in links_h \quad (8)$$

$$d_j \geq \sum_k w_{kh} \beta_{jkh} - (1-r_j) M^d ; \forall h: j \in links_h \quad (9)$$

در روابط (۶) الی (۹)،  $l_j$  و  $d_j$  به ترتیب بیانگر طول و عرض (در راستای محور  $x$  و  $y$ ) و  $r_j$  متغیر صفر و یک، جهت ایستگاه است که در صورت صفر شدن محدودیت‌های (۶) و (۷) مؤثر است؛ در نتیجه دستگاه در حالت پایه (افقی) قرار می‌گیرد و در صورتی که مقدار ۱ را بپذیرد، محدودیت (۸) و (۹) مؤثر است و ایستگاه در حالت عمودی واقع می‌شود. گاهی مواقع، ابعاد ایستگاه‌ها متناسب با ماهیت آنان (برای مثال ایستگاه‌های انبارش و مونتاژ) با رابطه‌ای خطی به یکدیگر وابسته می‌شوند. در این حالت ابعاد و جهت ایستگاه‌ها مطابق روابط (۱۰) تا (۱۲) محاسبه می‌شوند.

$$l_j + d_j \geq \sum_k w_{kh} (\alpha_{jkh} + \beta_{jkh}) ; \forall h: j \in links_h \quad (10)$$

$$l_j \geq \sum_k w_{kh} \min(\alpha_{jkh}, \beta_{jkh}) ; \forall h: j \in links_h \quad (11)$$

$$d_j \geq \sum_k w_{kh} \min(\alpha_{jkh}, \beta_{jkh}) ; \forall h: j \in links_h \quad (12)$$

در این حالت طول و عرض ایستگاه مطابق رابطه (۱۰) به صورت خطی به یکدیگر وابسته هستند. روابط (۱۱) و (۱۲) نیز مشخص می‌کنند ابعاد ایستگاه باید از حداقل طول و عرض موردنیاز آن در ساختار  $k$ ام که بوسیله طراحان فرآیند تعیین شده است، بیشتر باشد. در شرایطی که ایستگاه  $z$ ، عضو هیچ گروه کاندید نباشد یا در تمام ساختارهای گروه‌های کاندید دارای طول و عرض ثابت  $a_j$  و  $b_j$  باشد ( $\forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j$ ) از محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) (که مشابه آن پاپاجورجیو و روستین، در سال ۱۹۹۸ معرفی کرده است) برای تعیین ابعاد و جهت آن استفاده می‌شود (پاپاجورجیو و روستین، ۱۹۹۸).

$$l_j = a_j(1-r_j) + b_j r_j ; \forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j \text{ or } \forall h: j \notin link_h \quad (13)$$

$$d_j = a_j + b_j - l_j ; \forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j \text{ or } \forall h: j \notin link_h \quad (14)$$

در شرایطی که ابعاد ایستگاه‌ها به یکدیگر وابسته باشند از روابط (۱۵) تا (۱۷) استفاده می‌شود.

$$l_j + d_j = a_j + b_j \quad ; \quad \forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j \text{ or } \forall h: j \notin \text{link}_h \quad (15)$$

$$l_j \geq \min(a_j, b_j) \quad ; \quad \forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j \text{ or } \forall h: j \notin \text{link}_h \quad (16)$$

$$d_j \geq \min(a_j, b_j) \quad ; \quad \forall h, k: \alpha_{jkh} = a_j, \beta_{jkh} = b_j \text{ or } \forall h: j \notin \text{link}_h \quad (17)$$

در روابط بالا  $M^d$  یک حد بالای مناسب برای فواصل ایستگاه‌ها است.

**محدودیت‌های عدم تداخل و ایمنی:** دو ایستگاه نباید فضای مشترکی را اشغال کنند؛ به همین منظور از مجموعه محدودیت‌های (۱۵) تا (۱۷) برای کنترل عدم تداخل و فاصله ایمنی دو ایستگاه غیرکاندید  $j$  و  $i$  استفاده می‌شود (باربوسا و همکاران، ۲۰۰۱). این محدودیت‌ها در مدل باربوسا و همکاران (۲۰۰۱) معرفی شد. در این روابط متغیرهای صفر و یک  $E1_{ji}$  و  $E2_{ji}$  برای عدم تداخل ایستگاه‌ها استفاده شده‌اند. همواره یکی از محدودیت‌های (۱۸) تا (۲۱) مؤثر خواهد بود.

$$x_j - x_i + M^d (E1_{ji} + E2_{ji}) \geq (l_j + l_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j > i \text{ و } i, j \notin GH \quad (18)$$

$$x_i - x_j + M^d (1 - E1_{ji} + E2_{ji}) \geq (l_j + l_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j > i \text{ و } i, j \notin GH \quad (19)$$

$$y_j - y_i + M^d (1 + E1_{ji} - E2_{ji}) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j > i \text{ و } i, j \notin GH \quad (20)$$

$$y_i - y_j + M^d (2 - E1_{ji} - E2_{ji}) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j > i \text{ و } i, j \notin GH \quad (21)$$

برای ایجاد شرایط ایمنی در کارخانه‌ها، برخی از ایستگاه‌ها باید دارای حداقل فاصله ایمنی مشخصی از یکدیگر باشند. در روابط بالا  $Zx_{ji}^{\min}$  و  $Zy_{ji}^{\min}$  بیانگر حداقل فاصله ایمنی بین دو دستگاه  $j$  و  $i$  است که براساس شرایط ایمنی دستگاه‌ها توسط طراحان فرآیند مشخص می‌شود.

برای کنترل عدم تداخل ایستگاه  $j$  و ایستگاه کاندید  $i$  نیز مجموعه محدودیت‌های (۲۲) تا (۲۴) معرفی شده‌اند. در این روابط،  $E_i$  متغیر صفر و یک، وجود یا نبود ایستگاه کاندید  $i$  ام است و در صورت صفر شدن سبب می‌شود محدودیت‌های (۲۲) تا (۲۴) غیرمؤثر شوند؛ این محدودیت‌ها به معنی نبود ایستگاه  $i$  ام است. رابطه (۲۵) نیز برای محدود کردن فضای جواب برای حل سریع‌تر مدل است (باربوسا و همکاران، ۲۰۰۱).

$$x_j - x_i + M^d (1 + E1_{ji} + E2_{ji} - E_i) \geq (l_j + l_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j, i \text{ و } i \in GH \text{ و } j \notin GH \quad (22)$$

$$y_j - y_i + M^d (2 + E1_{ji} - E2_{ji} - E_i) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j, i \text{ و } i \in GH \text{ و } j \notin GH \quad (23)$$

$$y_i - y_j + M^d (3 - E1_{ji} - E2_{ji} - E_i) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \quad \forall j, i \text{ و } i \in GH \text{ و } j \notin GH \quad (24)$$

$$E1_{ji} + E2_{ji} \leq 2E_i \quad ; \forall j, i \text{ و } i \in GH \text{ و } j \notin GH \quad (25)$$

هنگامی که در ساختارهای ارتباطی ارائه شده بوسیله طراحان بیش از دو ایستگاه کاندید وجود داشته باشد از مجموعه محدودیت‌های (۲۶) - (۲۹) برای کنترل عدم تداخل آنها استفاده می‌شود. در این روابط هنگامی که هر دو متغیر صفر و یک  $E_j$  و  $E_i$  مقدار یک را بگیرند همواره یکی از محدودیت‌های (۲۶) الی (۲۹) مؤثر است.

$$x_j - x_i + M^d (2 + E1_{ji} + E2_{ji} - E_i - E_j) \geq (l_j + l_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (26)$$

$$x_i - x_j + M^d (2 - E1_{ji} + E2_{ji} - E_i - E_j) \geq (l_j + l_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (27)$$

$$y_j - y_i + M^d (2 + E1_{ji} - E2_{ji} - E_i - E_j) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (28)$$

$$y_i - y_j + M^d (3 - E1_{ji} - E2_{ji} - E_i - E_j) \geq (d_j + d_i) / 2 + Zx_{ji}^{\min} \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (29)$$

$$E1_{ji} + E2_{ji} \leq 2E_i \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (30)$$

$$E1_{ji} + E2_{ji} \leq 2E_j \quad ; \forall j, i \in GH \text{ و } j > i \quad (31)$$

از محدودیت‌های (۳۰) و (۳۱) نیز برای محدود کردن فضای جواب برای حل سریع‌تر مدل استفاده می‌شود (باربوسا و همکاران، ۲۰۰۱).

**محدودیت‌های فاصله:** فاصله بین دو ایستگاه  $j$  و  $i$  ( $D_{ji}$ ) بر مبنای فاصله مراکز هندسی آن‌ها مطابق رابطه (۳۲) به صورت پله‌ای محاسبه می‌شود (فرانسیس، ۱۹۹۲).

$$D_{ji} = |x_j - x_i| + |y_j - y_i| \quad ; \forall i, j : i \neq j \quad (32)$$

برای خطی شدن رابطه (۳۲)، روابط (۳۳) الی (۳۵) معرفی شده است.

$$x_j - x_i = \Delta x_{ji}^+ - \Delta x_{ji}^- \quad ; \forall i, j : i \neq j \quad (33)$$

$$y_j - y_i = \Delta y_{ji}^+ - \Delta y_{ji}^- \quad ; \forall i, j : i \neq j \quad (34)$$

$$D_{ji} = \Delta x_{ji}^+ + \Delta x_{ji}^- + \Delta y_{ji}^+ + \Delta y_{ji}^- \quad ; \forall i, j : i \neq j \quad (35)$$

#### محدودیت‌های فضای در دسترس کارخانه

محدودیت‌های (۳۶) - (۳۹) نیز باید با توجه به فضای در دسترس کارخانه تعریف شود. در این محدودیت‌ها  $X^{\max}$  و  $Y^{\max}$  به ترتیب حداکثر طول و عرض مجاز برای استقرار ایستگاه‌ها در کارخانه هستند.

$$x_j \geq l_j / 2 \quad ; \quad \forall j \quad (36)$$

$$y_j \geq d_j / 2 \quad ; \quad \forall j \quad (37)$$

$$x_j + l_j / 2 \leq X^{\max} \quad ; \quad \forall j \quad (38)$$

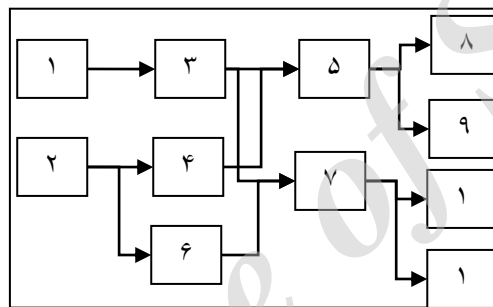
$$y_j + d_j / 2 \leq Y^{\max} \quad ; \quad \forall j \quad (39)$$



برای تبیین مدل ارائه‌شده، در ادامه چند مثال بیان و با نرم‌افزار *ILOG CPLEX 12.1* (Cplex, 2010) حل دقیق می‌شود. ضمناً ابعاد به‌صورت بدون واحد بیان شده‌اند؛ ولی همگی برحسب واحد مشترک و قابل مقایسه هستند. این موضوع برای هزینه‌ها نیز صادق است. همچنین باید توجه شود در کلیه نماهای چیدمان که برای مثال‌های مختلف آمده است، مبدأ مختصات در گوشه سمت چپ پائین تصویر فرض می‌شود.

**مسائل موردی:** در ادامه، دو مثال مطرح و بررسی می‌شود. در مثال نخست مسأله مربوط به مقاله سال ۱۹۹۸ پاپاجورجیو بررسی شده است (پاپاجورجیو و روستین، ۱۹۹۸). مسأله دوم نیز به‌صورت تصادفی ایجاد شده است. اطلاعات و پارامترهای ورودی مثال‌ها (به‌جز مثال ۱) مانند ابعاد ایستگاه‌ها و هزینه ارتباط بین ایستگاه‌ها با توجه به مسائل جانمایی موجود در حوزه جانمایی به‌صورت تصادفی ایجاد شده است. ابعاد ایستگاه‌ها با تابع یکنواخت بین ۱ و ۱۱ متر و هزینه ارتباط بین ایستگاه‌ها نیز با تابع یکنواخت بین ۱ و ۳۰ ایجاد شده‌اند.

**مسأله ۱:** پاپاجورجیو و روستین (۱۹۹۸)، این مسأله را مطرح کرده‌اند. در این مسأله، استقرار ۱۱ ایستگاه در کارگاهی در نظر گرفته شده است. طراحان فرآیند تولید، ساختار ارتباطی ایستگاه‌ها را مطابق شکل ۴ ارائه کرده‌اند. جریان مواد بین ایستگاه‌ها و ابعادشان مطابق جداول ۱ و ۲ است.



شکل ۴- ساختارهای ارتباطی ایستگاه‌ها در مسأله ۱

جدول ۱- نمودار جریان بین ایستگاه‌ها

جریان مواد بین ایستگاه‌ها $i$ و $j$			جریان مواد بین ایستگاه‌ها $i$ و $j$		
$i$	$j$	$C_{ij}$	$i$	$j$	$C_{ij}$
۱	۳	۱	۶	۷	۵
۲	۴	۲۰	۵	۸	۱۰
۲	۶	۵	۵	۹	۱۰
۳	۵	۱۰	۷	۱۰	۱
۳	۷	۱	۷	۱۱	۱
۴	۵	۲۰			

جدول ۲- نمودار جریان بین ایستگاه‌ها

ابعاد ایستگاه‌ها			ابعاد ایستگاه‌ها		
$j$	$a_j$	$b_j$	$j$	$a_j$	$b_j$
۱	۵	۳	۷	۵	۵
۲	۶	۶	۸	۵	۳
۳	۶	۶	۹	۶	۶
۴	۵	۵	۱۰	۲	۱
۵	۶	۶	۱۱	۳	۲
۶	۴/۵	۴/۵			

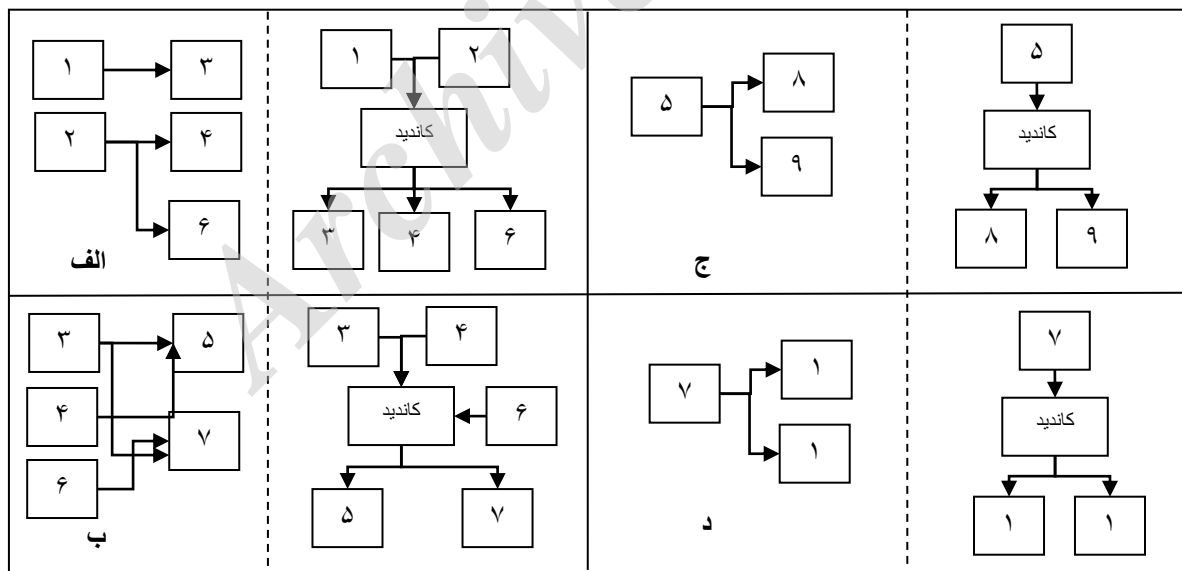
جواب بهینه مطابق جدول ۳ با مقدار تابع هدف ۴۷۰ حاصل شده است.

جدول ۳- مختصات بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱

مختصات ایستگاه‌ها				مختصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۳	۹/۵	۰	۷	۱۴/۵	۷/۷۵	۰
۲	۹	۳	۰	۸	۱۳/۵	۱۴	۱
۳	۳	۱۴	۰	۹	۹	۲۰	۰
۴	۹	۸/۵	۰	۱۰	۱۵/۵	۱۱/۲۵	۱
۵	۹	۱۴	۰	۱۱	۱۸	۴/۲۵	۰
۶	۱۴/۲۵	۳	۰				

در جدول ۳ بهترین چیدمان (براساس تابع هدف مدنظر) باتوجه به نمودار جریان‌ی مشخص می‌شود که طراحان فرآیند تولید در مراحل قبل تعیین کرده‌اند. در مراحل قبل ممکن است طراحان فرآیند تولید با چندین طرح مواجهه کرده باشند که باتوجه به مقتضیات مرحله طراحی، یک طرح را انتخاب کرده‌اند؛ برای مثال ممکن است نمودار جریان مواد «ایستگاه‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۶»، «ایستگاه‌های ۳، ۴، ۵، ۷»، «ایستگاه‌های ۵، ۸، ۹» یا «ایستگاه‌های ۷، ۱۰، ۱۱» در حالت‌هایی غیر از حالت ارائه شده با اضافه کردن یا حذف کردن برخی ایستگاه‌های کاندید امکان‌پذیر باشد. برخی حالت‌های محتمل در شکل ۵ نمایش داده شده است.

رویکرد ارائه شده در این مقاله این امکان را برای طراحان فرآیند و عملیات فراهم کرده است که نمودارهای جریان متنوعی در قالب گروه‌های کاندید ارائه کنند و انتخاب نهایی نمودار جریان مواد در مرحله طراحی چیدمان ایستگاه‌ها انجام شود.



شکل ۵- ساختارهای ارتباطی محتمل ایستگاه‌ها مسأله ۱

برای شرح بیشتر فرض کنید طراحان فرآیند تولید نمودار جریان مواد را در قالب دو گروه کاندید مطابق شکل ۶ ارائه کرده‌اند. مطابق شکل، ساختارها در هر گروه دارای هزینه‌ای مختص خود هستند. ایستگاه‌های ۱۲ و ۱۳ ایستگاه کاندید هستند و در صورت انتخاب ساختارهای ارتباطی دوم تخصیص می‌یابند.

مطابق روش‌های توضیح داده‌شده، مسأله فرمول‌بندی و با استفاده از نرم‌افزار *ILOG CPLEX 12.1* با رایانه‌ای به مشخصات *RAM 6GB* و *Cor(TM)i7 CPU2.1 GHz* در مدت زمان ۶۱/۵ ثانیه با تابع هدف ۴۵۱ واحد حل شد. جواب بهینه و ساختار بهینه در جدول ۴ نمایش داده شده است. برای رعایت اختصار متغیرهای واسطه از جدول ۴ حذف و تنها متغیرهای نهایی آورده شده است. در جواب بهینه گروه‌های ۱ و ۲ به ترتیب ساختار ۲ و ۱ ساختار بهینه هستند ( $w_{11}=0, w_{12}=1, w_{21}=1, w_{22}=0$ ) که در نتیجه، ایستگاه شماره ۱۲ به آن تخصیص پیدا کرده است.

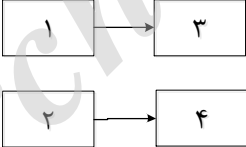
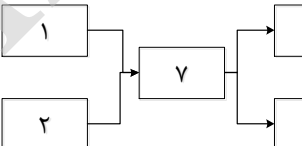
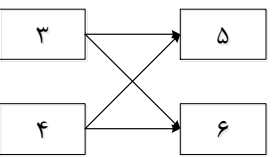
ارتباطات گروه‌های کاندید																																															
$h$	$k$	$h_k \pi$	ساختار ارتباطی ایستگاه‌ها	نمودار از- به هزینه ( $C_{p_{ijk}} \times f_{p_{ijk}}$ )	ابعاد ایستگاه‌ها (وابسته به گروه‌های کاندید)																																										
۱	۱	۰		<table border="1"> <tr><td></td><td>۶</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۵</td><td>۲۰</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۴</td><td>۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۶	۴	۳	۲	۱	۰	۰	۱	۰	۲	۵	۲۰	۰		۳	۰	۰			۴	۰																					
		۶	۴	۳	۲																																										
۱	۰	۰	۱	۰																																											
۲	۵	۲۰	۰																																												
۳	۰	۰																																													
۴	۰																																														
۲	۰			<table border="1"> <tr><td></td><td>۱۲</td><td>۶</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲۰</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۲۰</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۴</td><td>۲۰</td><td>۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۶</td><td>۵</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td><math>j</math></td><td><math>\alpha_{j21}</math></td><td><math>\beta_{j21}</math></td></tr> <tr><td>۱۲</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>		۱۲	۶	۴	۳	۲	۱	۲۰	۰	۰	۰	۰	۲	۲۰	۰	۰	۰		۳	۱	۰	۰			۴	۲۰	۰				۶	۵					$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$	۱۲	۲	۱	
	۱۲	۶	۴	۳	۲																																										
۱	۲۰	۰	۰	۰	۰																																										
۲	۲۰	۰	۰	۰																																											
۳	۱	۰	۰																																												
۴	۲۰	۰																																													
۶	۵																																														
$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$																																													
۱۲	۲	۱																																													
۲	۱	۰		<table border="1"> <tr><td></td><td>۱۱</td><td>۱۰</td></tr> <tr><td>۷</td><td>۱</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱۰</td><td>۰</td><td></td></tr> </table>		۱۱	۱۰	۷	۱	۱	۱۰	۰																																			
		۱۱	۱۰																																												
۷	۱	۱																																													
۱۰	۰																																														
۲	۰			<table border="1"> <tr><td></td><td>۱۳</td><td>۱۱</td><td>۱۰</td></tr> <tr><td>۷</td><td>۱</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۱۰</td><td>۱</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۱۱</td><td>۱</td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td><math>j</math></td><td><math>\alpha_{j21}</math></td><td><math>\beta_{j21}</math></td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۱</td><td>۱</td></tr> </table>		۱۳	۱۱	۱۰	۷	۱	۰	۰	۱۰	۱	۰		۱۱	۱			$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$	۱۳	۱	۱																					
	۱۳	۱۱	۱۰																																												
۷	۱	۰	۰																																												
۱۰	۱	۰																																													
۱۱	۱																																														
$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$																																													
۱۳	۱	۱																																													
سایر ارتباطات (غیر کاندید)																																															
ساختار ارتباطی ایستگاه‌ها			نمودار از- به هزینه ( $C_{ij} \times p_{ij}$ )	ابعاد ایستگاه‌ها																																											
			<table border="1"> <tr><td></td><td>۹</td><td>۸</td><td>۵</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۱۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۲۰</td><td></td></tr> <tr><td>۵</td><td>۱۰</td><td>۱۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۸</td><td>۰</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۹	۸	۵	۴	۳	۰	۰	۱۰	۰	۴	۰	۰	۲۰		۵	۱۰	۱۰			۸	۰																						
	۹	۸	۵	۴																																											
۳	۰	۰	۱۰	۰																																											
۴	۰	۰	۲۰																																												
۵	۱۰	۱۰																																													
۸	۰																																														

شکل ۶- ساختارهای ارتباطی پیشنهادی طراحان فرآیند و عملیات برای مسأله ۱ بر مبنای گروه‌های کاندید

جدول ۴- مختصات بهینه ایستگاه‌های مسأله ۱ با رویکرد گروه‌های کاندید

مختصات ایستگاه‌ها				مختصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۱۴/۷۵	۸/۵	۰	۸	۵/۲۵	۱۴	۰
۲	۳	۲۶	۰	۹	۹/۷۵	۲۰	۰
۳	۱۵/۷۵	۱۴	۰	۱۰	۱۷/۵	۰/۵	۰
۴	۹/۷۵	۸/۵	۰	۱۱	۲۱	۳/۵	۰
۵	۹/۷۵	۱۴	۰	۱۲	۱۲/۷۵	۸/۵	۰
۶	۱۲/۷۵	۳/۵	۰	۱۲	-	-	-
۷	۱۷/۵	۳/۵	۰				

**مسأله ۲:** فرض می‌شود استقرار ۷ ایستگاه (۶ دستگاه و یک انبار میانی) در کارگاهی به ابعاد  $۳۳ \times ۳۶$  مدنظر است. مطابق شکل ۴ طراحان ساختار ارتباطی ایستگاه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را در دو ساختار براساس تخصیص و یا عدم تخصیص انبار میانی پیشنهاد داده‌اند. در این حالت فرض می‌شود دستگاه‌های مذکور تشکیل گروه کاندید را می‌دهند. مطابق شکل هر ساختار دارای مشخصات ابعادی و هزینه‌ای مختص خود است. ابعاد ایستگاه‌های ۱ و ۲ در دو ساختار یک و دو، متفاوت هستند. ایستگاه هفتم، کاندید است و در صورتی تخصیص می‌یابد که ساختار ارتباطی اول انتخاب شود. اختلاف هزینه سطح انبارش موجودی نیمه‌ساخته ۱۰۰ واحد برای ساختار اول است. مطابق روش‌های توضیح داده‌شده، مسأله فرمول‌بندی و در مدت زمان  $۲/۶۲۳$  ثانیه با تابع هدف  $۹۱۷/۵$  واحد حل شد. جواب بهینه و ساختار بهینه در جدول ۵ و شکل ۸ نمایش داده شده است. برای رعایت اختصار متغیرهای واسطه از جدول ۵ حذف و تنها متغیرهای نهایی آورده شده است. در گروه کاندید، ساختار ۱، ساختار بهینه انتخاب شده است ( $w_{II}=I$ ) که در نتیجه، انبار میانی به آن تخصیص پیدا نکرده است.

ارتباطات گروه‌های کاندید																																										
$h$	$k$	$_{hk}\pi$	ساختار ارتباطی ایستگاه‌های	نمودار از- به هزینه ( $C_{p_{ijkh}} \times f_{p_{ijkh}}$ )	ابعاد ایستگاه‌ها (وابسته به گروه‌های کاندید)																																					
۱	۱	۱۰۰		<table border="1"> <tr><td></td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td><td>۱۶</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱۶</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> </table>		۴	۳	۲	۱	۰	۱۶	۰	۲	۱۶	۰		۳	۰			<table border="1"> <tr><td><math>j</math></td><td><math>\alpha_{j11}</math></td><td><math>\beta_{j11}</math></td></tr> <tr><td>۱</td><td>۱۰</td><td>۷</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱۰</td><td>۷</td></tr> </table>	$j$	$\alpha_{j11}$	$\beta_{j11}$	۱	۱۰	۷	۲	۱۰	۷												
		۴	۳	۲																																						
۱	۰	۱۶	۰																																							
۲	۱۶	۰																																								
۳	۰																																									
$j$	$\alpha_{j11}$	$\beta_{j11}$																																								
۱	۱۰	۷																																								
۲	۱۰	۷																																								
۲		۰		<table border="1"> <tr><td></td><td>۷</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۱۶</td><td>۰</td><td>۰</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱۶</td><td>۰</td><td>۰</td><td></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱۴</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱۴</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		۷	۴	۳	۲	۱	۱۶	۰	۰	۰	۲	۱۶	۰	۰		۳	۱۴	۰			۴	۱۴				<table border="1"> <tr><td><math>j</math></td><td><math>\alpha_{j21}</math></td><td><math>\beta_{j21}</math></td></tr> <tr><td>۱</td><td>۸</td><td>۷</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۸</td><td>۷</td></tr> <tr><td>۷</td><td>۴</td><td>۷</td></tr> </table>	$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$	۱	۸	۷	۲	۸	۷	۷	۴	۷
	۷	۴	۳	۲																																						
۱	۱۶	۰	۰	۰																																						
۲	۱۶	۰	۰																																							
۳	۱۴	۰																																								
۴	۱۴																																									
$j$	$\alpha_{j21}$	$\beta_{j21}$																																								
۱	۸	۷																																								
۲	۸	۷																																								
۷	۴	۷																																								
سایر ارتباطات (غیر کاندید)																																										
ساختار ارتباطی ایستگاه‌ها			نمودار از- به هزینه ( $C_{ij} \times p_{ij}$ )		ابعاد ایستگاه‌ها																																					
			<table border="1"> <tr><td></td><td>۶</td><td>۵</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱۷</td><td>۱۷</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۲۰</td><td>۲۰</td><td></td></tr> <tr><td>۵</td><td>۰</td><td></td><td></td></tr> </table>			۶	۵	۴	۳	۱۷	۱۷	۰	۴	۲۰	۲۰		۵	۰			<table border="1"> <tr><td><math>j</math></td><td><math>a_j</math></td><td><math>b_j</math></td></tr> <tr><td>۳</td><td>۸</td><td>۹</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۷</td><td>۶</td></tr> <tr><td>۵</td><td>۱۰</td><td>۱۰</td></tr> <tr><td>۶</td><td>۵</td><td>۱۰</td></tr> </table>	$j$	$a_j$	$b_j$	۳	۸	۹	۴	۷	۶	۵	۱۰	۱۰	۶	۵	۱۰						
	۶	۵	۴																																							
۳	۱۷	۱۷	۰																																							
۴	۲۰	۲۰																																								
۵	۰																																									
$j$	$a_j$	$b_j$																																								
۳	۸	۹																																								
۴	۷	۶																																								
۵	۱۰	۱۰																																								
۶	۵	۱۰																																								

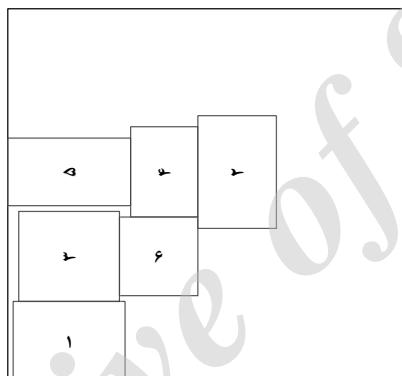
شکل ۷- ساختارهای ارتباطی پیشنهادی طراحان فرآیند و عملیات برای مسأله ۱

در صورتی که فاصله ایمنی بین ایستگاه‌ها مطابق جدول ۶ باشد، جواب بهینه مطابق جدول ۷ با مقدار تابع هدف ۱۱۶۵ حاصل می‌شود. این جواب در مدت زمان ۲/۹۲ ثانیه به دست آمده است. ساختار بهینه گروه کاندید نیز مجدداً ساختار ۱ است و نتیجه آن عدم تخصیص انبار میانی است.

در ادامه عوامل تأثیرگذار در ساختار بهینه گروه‌های کاندید مانند هزینه ساختار گروه‌های کاندید  $(\pi_{hk})$ ، ابعاد کارگاه و هزینه‌های ارتباطی (حمل و نقل) بین ایستگاه‌ها بررسی می‌شود.

جدول ۵- مشخصات بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱

مشخصات ایستگاه‌ها				مشخصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۵/۵	۳/۵	۰	۵	۵/۵	۱۸/۵	۱
۲	۵/۲۰	۱۸/۵	۱	۶	۵/۱۳	۱۱	۰
۳	۵/۵	۱۱	۱	۷	-	-	-
۴	۱۴	۱۸/۵	۱				



شکل ۸- چیدمان بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱

جدول ۶- فاصله ایمنی بین ایستگاه‌ها مسأله ۱

	۷	۶	۵	۴	۳	۲
۱	۰	۰	۰	۲	۲	۰
۲	۰	۰	۰	۲	۲	
۳	۰	۲/۵	۲/۵	۰		
۴	۰	۲/۵	۲/۵			
۵	۰	۰				
۶	۰					

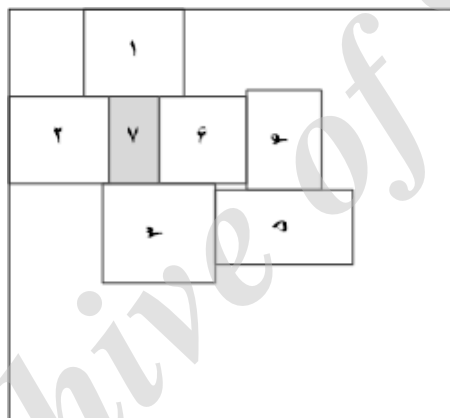
جدول ۷- مشخصات بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱ با فواصل ایمنی

مشخصات ایستگاه‌ها				مشخصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۳/۵	۱۵	۱	۵	۱۳	۵	۱
۲	۳۲/۵	۵	۱	۶	۲۴	۱۵	۰
۳	۱۳	۱۵	۰	۷	-	-	-
۴	۲۴	۵	۱				

هزینه ساختار گروه‌های کاندید بوسیله طراحان فرآیند و عملیات براساس هزینه‌های تجهیزات اضافی، هزینه موجودی‌های نیمه‌ساخته، نیروی انسانی و سایر عوامل مدنظر طراحان تعیین می‌شود و یکی از عوامل مهم و تأثیرگذار بر ساختار بهینه گروه‌های کاندید است؛ برای مثال در مسأله ۱، در صورتی که اختلاف هزینه ساختار اول و دوم بیشتر از ۳۲۷ باشد و بقیه پارامترهای ورودی مسأله تغییر نکند، جواب بهینه تغییر می‌کند و ساختار دوم انتخاب می‌شود. مثلاً در صورتی که هزینه ساختار اول گروه کاندید از ۱۰۰ به ۳۲۸ واحد تغییر کند در حل بهینه در گروه کاندید، ساختار دوم انتخاب می‌شود و مقدار تابع هدف بهینه برابر ۱۱۴۴/۵ واحد و جواب مطابق جدول ۸ و شکل ۹ تغییر می‌کند.

جدول ۸- مختصات بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱ ( $\pi_{11}=328$ )

مشخصات ایستگاه‌ها				مشخصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۱۰	۵/۲۹	۰	۵	۲۲	۵/۱۵	۱
۲	۴	۵/۲۲	۰	۶	۵/۱۵	۵/۲۲	۰
۳	۱۲	۱۵	۱	۷	۱۰	۵/۲۲	۰
۴	۲۲	۵/۲۲	۱				



شکل ۹- چیدمان بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱ ( $\pi_{11}=328$ )

یکی دیگر از مسائل تأثیرگذار در انتخاب ساختار بهینه گروه‌های کاندید، فضای در دسترس برای استقرار ایستگاه‌ها است. گاهی مواقع، محدودیت فضا سبب می‌شود ساختاری که فضای کمتری اشغال می‌کند، ساختار بهینه انتخاب شود؛ برای مثال در حالت دوم مسأله ۱ در صورتی که ابعاد کارخانه  $24 \times 24$  باشد به‌غلت کمبود فضا برای استقرار مناسب ایستگاه انبار میانی، ساختار اول، ساختار بهینه انتخاب می‌شود. در این حالت مطابق جدول ۵، مقدار بهینه تابع هدف برابر ۱۱۴۵/۵ واحد می‌شود.

جدول ۱۰- مختصات بهینه ایستگاه‌ها مسأله ۱ با ابعاد کارگاه  $24 \times 24$

مشخصات ایستگاه‌ها				مشخصات ایستگاه‌ها			
$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$	$j$	$x_j$	$y_j$	$r_j$
۱	۵/۱۷	۵/۲۹	۰	۵	۵/۱۷	۵/۱۴	۱
۲	۵/۳۲	۵/۱۴	۱	۶	۵/۲۵	۲۲	۰
۳	۵/۱۷	۲۲	۱	۷	-	-	-
۴	۲۶	۵/۱۴	۱				

در موارد بالا نشان داده شد که مواردی مانند هزینه ساختار گروه‌های کاندید، ابعاد کارگاه و هزینه‌های ارتباطی بین ایستگاه‌ها بر ساختار بهینه گروه‌های کاندید تأثیرگذار هستند؛ به گونه‌ای که تابع هدف و جواب بهینه را به‌طور کامل تغییر می‌دهد.

در جدول ۱۰ تعداد ۵ مسأله جدید با ابعاد متفاوت طراحی و با استفاده از نرم‌افزار ILOG CPLEX 12.1 حل شده است.

جدول ۱- مسائل طراحی و حل شده با استفاده از نرم‌افزار CPLEX

مسأله	تعداد ایستگاه	تعداد گروه‌های کاندید	جواب بهینه	زمان (ثانیه)
P1	۹	۲	۱۲۱۷	۹۴/۰۵
P2	۱۱	۲	۱۳۲۷,۷۵	۳۹۳۴/۸
P3	۱۳	۲	۱۶۴۱	۲۵۳۸۰/۵۲
P4	۱۴	۳	۱۴۶۷/۸	۳۱۸۰۳
P5	۱۵	۴	۱۸۵۰*	۴۰۰۰۰

\* مقدار جواب با گپ ۶ درصد در مدت زمان ۴۰۰۰۰ ثانیه به دست آمده است.

در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود زمان حل نرم‌افزار CPLEX برای حل مسائل بالاتر از ۱۵ ایستگاه با توجه به سخت‌افزارهای موجود طولانی است و از آن می‌توان فقط برای حل مسائل جانمایی کارخانه‌هایی با کمتر از ۱۵ ایستگاه استفاده کرد. برای حل مسائل بزرگتر می‌توان از روش‌های حل ابتکاری و فراابتکاری کمک گرفت که موضوعی برای انجام پژوهش‌های بعدی در این رویکرد است.

### نتیجه‌گیری

در رویکرد فرمول‌بندی سلسله‌مراتبی طراحی کارخانه به‌علت فقدان دید یکپارچه و کل‌نگر در فرمول‌بندی‌ها، ممکن است در مرحله طراحی فرآیند و عملیات تصمیماتی اخذ شود که تا آن مرحله بهترین راه‌حل باشد؛ ولی در فاز چیدمان ایستگاه‌ها با ایجاد شرایط و محدودیت‌های جدید بهترین گزینه نباشد. از طرف دیگر، در پیش‌گرفتن رویکردهای یکپارچه سبب می‌شود تا ناحیه جواب با به وجود آمدن حالت‌های احتمالی ممکن، به‌شدت وسیع شود؛ این امر رسیدن به جواب‌های بهینه را دشوار می‌کند و ممکن است جواب‌های به‌دست‌آمده کاملاً عملیاتی و اجرایی نباشند.

در این پژوهش رویکردی برای فرمول‌بندی مسأله جانمایی ارائه شد تا کارکردهای حوزه‌های مختلف مسأله طراحی کارخانه در مسأله جانمایی در نظر گرفته شود. همچنین از پیچیدگی فرمول‌بندی مدل (به‌علت استفاده از رویکرد یکپارچه‌سازی) جلوگیری شود. در این روش فرض می‌شود در مراحل قبل از انجام فاز جانمایی مسأله طراحی کارخانه، متناسب با نظر طراحان ابتدا کارکردها، مستقلاً بوسیله تیم مهندسی و طراحی ذیربط آن با استفاده از روش‌های آن حوزه مدل‌سازی می‌شوند؛ سپس مدل‌های حاصل به‌گونه‌ای حل می‌شوند که بجای یک جواب بهینه مجموعه‌ای از جواب‌های برتر در قالب گروه‌های کاندید وجود داشته باشد؛ به‌نحوی که این مجموعه جواب‌ها

به‌عنوان ورودی مسأله جانمایی استفاده شوند؛ به‌عبارت‌دیگر نوآوری این رویکرد ارائه مدلی برای چیدمان ایستگاه‌ها با ویژگی‌های ذیل است:

- اخذ نمودار جریان‌های متفاوت در قالب گروه‌های کاندید از خروجی فاز طراحی فرآیند و عملیات؛
  - قابلیت حذف یا اضافه‌کردن ایستگاه‌ها در گروه‌های کاندید؛
  - ابعاد متفاوت ایستگاه‌ها در ساختارهای متفاوت گروه‌های کاندید؛
  - ارائه فرمول‌بندی برنامه‌ریزی خطی مختلط برای پشتیبانی خصوصیات مدل فوق.
- در این رویکرد، ناحیه جواب مسأله جانمایی تنها حوزه‌هایی از فازهای طراحی فرآیند و عملیات را در بر می‌گیرد که طراحان کارخانه مشخص می‌کنند. این امر سبب می‌شود رویکرد ارائه‌شده مزایای رویکردهای جانمایی سلسله‌مراتبی مانند هزینه کمتر، سرعت بالاتر در مدل‌سازی و حل، کاهش پیچیدگی محاسباتی مسأله حاصل و مزایای رویکرد یکپارچه به‌خاطر تصمیم‌گیری درباره نحوه چیدمان ایستگاه‌ها با توجه به کارکردهای مختلف که به‌طور هم‌زمان بر مسأله جانمایی تأثیر دارند را توأم داشته باشد.
- برای جانمایی ایستگاه‌ها، در کارخانه‌های تولید گسسته با رویکرد جدید، یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط با ویژگی‌های رویکرد مذکور توسعه داده شد و با ارائه و حل مثال‌هایی ویژگی‌های مدل بیان شد. همچنین نشان داده شد که عوامل هزینه ساختار گروه‌های کاندید، ابعاد کارگاه و هزینه‌های ارتباطی (حمل و نقل) بین ایستگاه‌ها بر انتخاب ساختار بهینه گروه‌های کاندید تأثیرگذار هستند.
- حل مدل ارائه‌شده با استفاده از نرم‌افزار *CPLEX* انجام می‌شود که کاربرد آن بیشتر برای حل مسائل جانمایی کارخانه‌هایی با ایستگاه‌های کمتر از ۱۵ ایستگاه است. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی ورودی و خروجی جداگانه برای تسهیلات در نظر گرفته شود. همچنین با افزودن یا کاستن برخی محدودیت‌ها مانند چرخش تسهیلات می‌توان مدل‌های جدیدی تولید و حل کرد.

#### فهرست علائم

پارامترها	<i>Structure<sub>jh</sub></i>	مجموعه ساختارهای گروه کاندید <i>h</i> ام است که در آن ایستگاه کاندید <i>z</i> وجود دارد
$\lambda_i$	نسبت ثابت بین طول و عرض ایستگاه <i>i</i> ام	متغیرهای پیوسته
$a_i, b_i$	پارامترهای طول و عرض ایستگاه <i>h</i> ام در حالت پایه	متغیرهای طول و عرض ایستگاه (دستگاه) <i>i</i> در راستای محور <i>x</i> و <i>y</i> ها
$\alpha_{jkh}, \beta_{jkh}$	پارامترهای طول و عرض ایستگاه <i>z</i> ام در ساختار <i>h</i> ام گروه کاندید <i>h</i> ام در حالت پایه	فاصله ورودی ایستگاه <i>h</i> ام تا خروجی ایستگاه <i>z</i> ام.
$\Pi_{hk}$	هزینه موجودی نیمه‌ساخته، تجهیزات و سایر هزینه‌های ساختار ارتباطی <i>h</i> ام گروه کاندید <i>h</i> ام	مختصات مرکز هندسی ایستگاه <i>z</i>
$M^d$	حد بالای مناسب برای فواصل ایستگاه‌ها	فاصله پله‌ای بین مراکز هندسی دو ایستگاه <i>i</i> و <i>z</i>
$Zy_{ji}^{min}, Zx_{ji}^{min}$	حداقل فاصله ایمنی بین دو دستگاه <i>z</i> و <i>i</i>	هزینه گروه کاندید <i>h</i> ام
$Y^{max}, X^{max}$	حداکثر طول و عرض مجاز برای استقرار ایستگاه‌ها در کارخانه	فاصله بین ایستگاه <i>i</i> و <i>z</i> در راستای محورهای مختصات در صورتی که $y_i - y_z \geq 0, x_i - x_z \geq 0$
$C_{ij}$	هزینه واحد جریان بین دو ایستگاه <i>i</i> و <i>z</i>	فاصله بین ایستگاه <i>i</i> و <i>z</i> در راستای محورهای مختصات



در صورتی که  $y_i - y_j \leq 0, x_i - x_j \leq 0$

$f_{ij}$	میزان جریان قطعات و مواد بین دو ایستگاه $i$ و $j$	$TC$	مقدار تابع هدف
$H$	تعداد گروه‌های کاندید		متغیرهای صفر و یک
$m$	تعداد ایستگاه‌ها یا دستگاه‌ها	$r_i$	متغیر صفر و یک چرخش ایستگاه نام
$CP_{ijkh}$	هزینه واحد جریان بین دو ایستگاه $i$ و $j$ در ساختار $k$ ام که هر دو عضو گروه کاندید $h$ ام هستند.	$w_{hk}$	متغیر صفر و یک وجود و یا عدم وجود $k$ امین ساختار ارتباطی گروه کاندید $h$ ام
	$i, j \in links_h$		
$fp_{ijkh}$	میزان جریان قطعات و مواد بین دو ایستگاه $i$ و $j$ در ساختار $k$ ام که هر دو عضو گروه کاندید $h$ ام هستند.	$E_j$	متغیر صفر و یک بودن یا نبودن ایستگاه $j$ ام در ساختار انتخابی
	$i, j \in links_h$		
	مجموعه‌ها	$E1_{ji}, E2_{ji}$	متغیرهای صفر و یک عدم تداخل ایستگاه‌های $i$ و $j$
$GH$	مجموعه تمام ایستگاه‌های کاندید مدل		
$links_h$	مجموعه ایستگاه‌ها یا ورودی و خروجی‌های عضو گروه کاندید $h$ ام		

## منابع

- میری، علی اصغر؛ رضوی، حمیده. (۱۳۹۱). «طراحی توأم ساختار ارتباطی و جانمایی ایستگاه‌های کاری بر اساس انبارهای میانی»، *نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع*. دانشگاه خواجه نصیر-ایران
- [http://www.civilica.com/Paper-IIEC08-IIEC08\\_045.html](http://www.civilica.com/Paper-IIEC08-IIEC08_045.html)
- Apple, J. M. (1991). *Plant layout and material handling* (3rd ). Krieger (Malabar, Fla.).
- Anjos, M. F., & Vieira, M. V. (2016). "An improved two-stage optimization-based framework for unequal-areas facility layout". *Optimization Letters*, 10(7), 1379-1392.
- Barbosa-Povoa, A. P. (2007) . "A critical review on the design and retrofit of batch plants". *Computers & Chemical Engineering*, 31(7), 833-855.
- Barbosa-Povoa, A. P., Mateus, R., & Novais, A. Q. (2001). "Optimal two-dimensional layout of industrial facilities". *International Journal of Production Research*, 39(12), 2567-2593.
- Barbosa-povoa, A. P., Mateus, R., & Novais, A. Q. (2002). "Optimal design and layout of industrial facilities: A simultaneous approach". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(15), 3601-3609.
- Bock, S., & Hoberg, K. (2007). "Detailed layout planning for irregularly-shaped machines with transportation path design". *European Journal of Operational Research*, 177(2), 693-718.
- Castillo, I., & Westerlund, T. (2005). "An accurate model for optimal unequal-area block layout design". *Computers & Operations Research*, 32(3), 429-447.
- Cplex, I. I. (2010). 12.1. *User's Manual*.
- Drira, A., Pierreval, H., & Hajri-Gabouj, S. (2007). "Facility layout problems: A survey". *Annual Reviews in Control*, 31, 255-267.
- Francis, R. L., McGinnis, L. F., & White, J. A. (1992). "Facility Layout and Location: An Analytical Approach". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Jankovits, I., Luo, C., Anjos, M. F., & Vannelli, A. (2011). "A convex optimisation framework for the unequal-areas facility layout problem". *European Journal of Operational Research*, 214(2), 199-215.
- Kim, J. G., & Kim, Y. D. (1999). "A branch and bound algorithm for locating input and output points of departments on the block layout". *Journal of the Operational Research Society*, 50(5), 517-525.
- Meller, R. D., Narayanan, V., & Vance, P. H. (1998). "Optimal facility layout design". *Operations Research Letters*, 23(3), 117-127.

- Montreuil, B. (1991). "A modelling framework for integrating layout design and flow network design". In *Material Handling'90* (pp. 95–115). Springer.
- Papageorgiou, L. G., & Rotstein, G. E. (1998). "Continuous-domain mathematical models for optimal process plant layout". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 37(9), 3631–3639.
- Patsiatzis, D. I., Knight, G., & Papageorgiou, L. G. (2004). "An MILP approach to safe process plant layout". *Chemical Engineering Research and Design*, 82(5), 579–586.
- Patsiatzis, D. I., & Papageorgiou, L. G. (2002). "Safe process plant layout using mathematical programming". *Computer Aided Chemical Engineering*, 10, 295–300.
- Patsiatzis, D. I., Xu, G., & Papageorgiou, L. G. (2005). "Layout aspects of pipeless batch plants". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 44(15), 5672–5679.
- Penteado, F. D., & Ciric, A. R. (1996). "An MINLP approach for safe process plant layout". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 35(4), 1354–1361.
- Realff, M. J., Shah, N., & Pantelides, C. C. (1996). "Simultaneous design, layout and scheduling of pipeless batch plants". *Computers & Chemical Engineering*, 20(6), 869–883.
- Sherali, H. D., Fraticelli, B. M. P., & Meller, R. D. (2003). "Enhanced model formulations for optimal facility layout". *Operations Research*, 51(4), 629–644.
- Sharma, P., & Singhal, S. (2016). "A review of objectives and solution approaches for facility layout problems". *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 24(4), 469–489.
- Taghavi, A., & Murat, A. (2011). "A heuristic procedure for the integrated facility layout design and flow assignment problem". *Computers & Industrial Engineering*, 61(1), 55–63.

---

<sup>1</sup> Apple

<sup>2</sup> Formulation

<sup>3</sup> Montreuil

<sup>4</sup> Sherali

<sup>5</sup> Castillo

<sup>6</sup> Drira

<sup>7</sup> Meller

<sup>8</sup> Papageorgiou

<sup>9</sup> Rotstein

<sup>10</sup> Kim

<sup>11</sup> Barbosa

<sup>12</sup> Patsiatzis

<sup>13</sup> Reducing problem symmetry

<sup>14</sup> Symmetry breaking constraints

<sup>15</sup> Westerlund

<sup>16</sup> Jankovits

<sup>17</sup> Sharma

<sup>18</sup> Singhal

<sup>19</sup> Anjos

<sup>20</sup> Vieira

<sup>21</sup> Francis

<sup>22</sup> Ralff

<sup>23</sup> Penteado

<sup>24</sup> Ciric

<sup>25</sup> Bock

<sup>26</sup> Hoberg

<sup>27</sup> Taghavi

<sup>28</sup> Murat

<sup>29</sup> Batch production