منطق‌پژوهی، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
سال سوم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۱، صص ۲۷ – ۵۱

منطق فازی، ابهام و پارادوکس خرمن

داود حسینی*

چکیده

در این نوشتار نخست توصیفی از سیستم استاندارد فازی به عنوان نظریه‌ای دربارهٔ ابهام طرح می‌شود؛ بدین قرار که ابتدا پشتوانه‌های شهودی این نظریه را مطابق ادعای حامیان آن مطرح می‌کنیم سپس بیانی نسبتاً صوری از سیستم استاندارد منطق فازی ارائه می‌کنیم. درادامه راه‌حل‌های مبتنی‌بر این سیستم برای پارادوکس خرمن معرفی می‌شوند، پس از آن این سیستم در دو موضع نقد می‌شود؛ نقد نخست این است که پاسخ‌های معمول حامیان فازی به مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش یا کافی نیست یا مرتبط نیست. بر اساس نقد دوم، این سیستم راه‌حل یک‌نواختی برای پارادوکس خرمن، خصوصاً در بخش روان‌شناختی، ندارد.

کلیدواژه‌ها: پارادوکس خرمن، ابهام، درجات صدق، مقدار دقیق ارزش، حل روان‌شناختی پارادوکس.

۱. مقدمه: ابهام و پارادوکس خرمن

پارادوکس استدلالی است به‌وضوح معتبر با مقدمات به‌وضوح صادق و نتیجهٔ به‌وضوح کاذب. یکی از نمونه‌های مشهور و قدیمی این تعریف، که پارادوکس خرمن (paradox sorites) نام دارد، بدین صورت قابل بیان است:[۱]

یک دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد.

به ازای هر n اگر n دانه گندم تشکیل خرمن ندهد آن‌گاه n+1 دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد.

* استادیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس تهران davood.hosseini@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/٤/۲۲، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/٥/۲۸

لذا:

∴ صد هزار دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد.

مقدمهٔ نخست به‌وضوح صادق است. توجیه مقدمهٔ دوم (مقدمهٔ استقرایی) این است که یک دانه گندم نمی‌تواند در خرمن‌بودن یا خرمن‌نبودن تأثیری داشته باشد. با این حال، نتیجه به‌وضوح کاذب است.[۲] به طور مشابه، اندکی تغییر در ابعاد فیزیکی در لاغری تأثیری ندارد. بنابراین مشابه پارادوکس بالا را می‌توان برای محمول «لاغر» نیز تکرار کرد. ساخت این نوع پارادوکس بسیار ساده است؛ زنجیره‌ای از اشیا را در نظر بگیرید که در پارامترهای مرتبط با یک ویژگی مشخص φ تفاوتی قابل چشم‌پوشی داشته باشند شیء اول ویژگی φ را داشته باشد و شیء آخر فاقد آن باشد (مثلاً زنجیره‌ای از انباشت‌های گندم به طوری که: انباشت اول فقط یک گندم دارد، انباشت دوم دو گندم دارد، ...، و انباشت صد هزارم صد هزار گندم دارد). حال اگر اشیای دنباله را ۱، ۲، ...، k بنامیم استدلال زیر به‌نظر صحیح می‌آید که همان صورت کلی پارادوکس خرمن است:

$$\varphi(1)$$
$$\forall n\,(\varphi(n) \rightarrow \varphi(n+1))$$
$$\therefore \quad \varphi(k)$$

اعتبار این استدلال فقط برگرفته از قاعدهٔ حذف سور کلی و وضع مقدم است که از قواعد اولیهٔ منطق کلاسیک و بسیاری از منطق‌های جانشین است.

فرم دیگر این پارادوکس با فرض‌هایی که در بالا گفته شد به شکل زیر قابل بیان است:

$$\varphi(1)$$
$$\forall n \sim (\varphi(n) \wedge \sim\varphi(n+1))$$
$$\therefore \quad \varphi(k)$$

در مورد مثال خرمن این فرم بدین قرار است: یک دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد. به ازای هر n چنین نیست که n دانه گندم تشکیل خرمن بدهد، و n+۱ دانه گندم تشکیل خرمن ندهد. پس صد هزار دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد. مقدمهٔ با سور کلی در این دو صورت پارادوکس در منطق کلاسیک معادل هستند، اما مستقل از این‌که این دو جمله با هم معادل باشند یا نه، هر دوی آن‌ها شهوداً صادق به‌نظر می‌رسند.[۳]

عباراتی مانند «خرمن گندم»، که نظیر پارادوکس فوق برای آن‌ها قابل بازسازی است،

معمولاً ویژگی دیگری نیز دارند؛ داشتن موارد حاشیه‌ای (borderline cases) زنجیرهٔ انباشت‌های گندم مذکور را دوباره در نظر بگیرید. برخی از این انباشت‌ها به‌وضوح خرمنی از گندم تشکیل می‌دهند (آخرین انباشت‌ها)، برخی به‌وضوح خرمنی از گندم تشکیل نمی‌دهند (نخستین انباشت‌ها) و برخی نه به‌وضوح خرمن تشکیل می‌دهند و نه به‌وضوح خرمن تشکیل نمی‌دهند (برخی انباشت‌های میانی). این دستهٔ سوم را موارد حاشیه‌ای محمول «خرمن» گویند. درمقابل، دستهٔ اول و دوم را موارد واضح (paradigm or clear cases) خواهیم نامید. در موارد حاشیه‌ای، شهود (intuition) اهل زبان دلالت بر نبود واقعیت متناظر می‌کند. مثلاً اگر m تعداد گندم‌های یکی از انباشت‌های زنجیرهٔ مذکور باشد که موردی حاشیه‌ای برای خرمن‌بودن محسوب می‌شود، m دانه گندم نه تشکیل خرمن می‌دهد و نه تشکیل خرمن نمی‌دهد؛ اگر داود موردی حاشیه‌ای برای لاغری باشد (نه به‌وضوح لاغر و نه به‌وضوح غیر لاغر)، شهود قوی وجود دارد که جملهٔ «داود لاغر است» نه صادق است و نه کاذب؛ داود نه ویژگی لاغری را دارد و نه ندارد.

عباراتی که این دو ویژگی را دارند در زبان طبیعی بسیارند؛ وصف‌هایی نظیر لاغر، باهوش و خوب؛ اسم‌های عام نظیر خرمن، صندلی و اسب؛ اسم‌های خاص نظیر اورست، ایران و داود. این‌گونه عبارات زبان طبیعی را اصطلاحاً مبهم (vague) گویند. لازم به ذکر است که «مبهم» در این‌جا متفاوت است از کاربردهای دیگر این واژه در زبان فارسی، نظیر نامشخص، نامفهوم، دارای معانی متفاوت.

یک نظریه دربارهٔ ابهام باید نخست ریشهٔ ابهام را معین کند؛ دوم سمنتیک و منطق حاکم بر استدلال‌های زبان شامل عبارات مبهم را تنظیم کند؛ سوم شهودهای ما دربارهٔ ابهام را توضیح دهد؛ و درنهایت راه‌حلی برای همهٔ صورت‌های پارادوکس خرمن ارائه کند.

به طور کلی راه‌حل یک پارادوکس دو بخش عمده دارد؛ نخست راه‌حل منطقی: باید مشخص شود که استدلال پارادوکس چه مشکلی دارد؛ معتبر نیست، یا معتبر است ولی صحیح نیست. اگر معتبر نیست چه قاعدهٔ نادرستی در آن به‌کار رفته است و اگر معتبر است ولی صحیح نیست کدام مقدمه صادق نیست و چرا، و اگر هم نامعتبر است و هم ناصحیح لازم است همهٔ کارهای فوق صورت گیرد. دوم راه‌حل روان‌شناختی: باید مشخص شود که اشکال منطقی که در بخش اول تعیین شده است به چه علتی به‌نظر اشکال نمی‌رسیده است. به عبارتی دیگر چرا ابتدا پارادوکس به شکل استدلالی صحیح (و درنتیجه معتبر) به‌نظر می‌رسیده است؟ مشکل‌ترین بخش حل یک پارادوکس درواقع

همین حل روان‌شناختی است و اساساً راه‌حل‌های یک پارادوکس عمدتاً بر اساس همین وجه سبک و سنگین می‌شوند.[٤]

در این مقاله به بررسی نظریهٔ فازی، یکی از رایج‌ترین نظریه‌های ابهام، خواهیم پرداخت. ابتدا انگیزه‌های روی‌آوردن به این نوع نظریه را بررسی خواهیم کرد. سپس به بیان سیستم استاندارد منطق فازی خواهیم پرداخت و با بررسی یکی از نقدهای واردشده به این نظریه به ارزیابی میزان موفقیت آن به‌مثابهٔ نظریه‌ای دربارهٔ ابهام دست خواهیم زد. درنهایت توانایی این نظریه در حل پارادوکس‌های خرمن را ارزیابی خواهیم کرد.

۲. نظام فازی و ابهام

نظریهٔ فازی چنان‌که مشهور است، برای اولین‌بار به طور گسترده و منظم توسط مهندس برق ایرانی‌الاصل، لطفی زاده در سال ۱۹٦۵ مطرح شد.[۵] وی ایدهٔ فازی را در نظریهٔ مجموعه‌های فازی به‌کار گرفت. در این ایده، عضویت در یک مجموعه امری مدرج است. این ایده پس از آن توسط گوژن به منطق سرایت داده شد و درجات عضویت به درجات صدق بدل گشت (Goguen, 1969). افراد بسیاری ایدهٔ درجات صدق را برای ساخت نظریه‌ای دربارهٔ ابهام مورد توجه قرار دادند که برخی از آن‌ها عبارت‌اند از ماچینا (Machina, 1976)، فوربز (Forbes, 1983)، ودرسون (Weatherson, 2005) و اسمیت (Smith, 2008). برخی نیز نظیر هایک (Hajek, 1998) در گسترش صوری نظام فازی نقش داشته‌اند. درادامه صرفاً در موارد خاصی که نظر فرد مشخصی مورد نظر است ارجاع صریحی ارائه خواهیم کرد، چراکه هستهٔ مطالبی که آورده می‌شود در همهٔ این نظریه‌پردازان مشترک است و تقریباً در همهٔ مراجع مذکور یافت می‌شود.

۳. انگیزه‌های اولیه برای درجات صدق

۱. صفحه‌ای با عرض یک متر را در نظر بگیرید که طرف چپ آن کاملاً سیاه و طرف راست آن کاملاً سفید است، و فاصلهٔ بین این دو رنگ به طور پیوسته و یک‌نواخت از سیاه به سفید تغییر کند. اگر خطی افقی روی این صفحه رسم کنیم نقاط انتهایی روی خط سمت چپ، سیاه، نقاط انتهایی روی خط سمت راست، سفید و نقاط میانی نیز مواردی حاشیه‌ای از سیاه و سفید خواهند بود. در این مثال محمول «نقطهٔ ... روی خط به رنگ

سفید است» در معرض پارادوکس خرمن است. چراکه نقطهٔ انتهایی سمت راست که روی خط قرار دارد به رنگ سفید است و اگر نقطه‌ای روی خط به رنگ سفید باشد آن‌گاه نقطه‌ای روی خط که فقط یک‌هزارم میلی‌متر سمت چپ آن باشد نیز سفید است؛ این در حالی است که نقطهٔ انتهایی سمت چپ طبق فرض باید سیاه باشد یعنی سفید نباشد. وضع برای سیاه نیز مشابه است. از این‌رو سفید و سیاه مثال‌هایی ایدئال برای محمول‌های مبهم هستند. با این حال این دو نکته باید مورد توجه قرار گیرد: تفاوت موارد حاشیه‌ای، و تدریج در تغییر رنگ.

پرواضح است که اگر بخواهیم مجموعهٔ نقاطی را از خط یادشده جدا کنیم که سفید هستند یک مجموعهٔ کلاسیک به‌دست نمی‌آید.[۶] البته مجموعهٔ نقاط مورد نظر حتماً شامل نقاط انتهایی سمت راست خط خواهد شد و نیز حتماً شامل نقاط انتهایی سمت چپ نخواهد بود. اما نقاط میانی چطور؟ مشکل نقاط میانی در این است که نه می‌توان آن‌ها را درون مجموعه جای داد و نه بیرون مجموعه. با این حال این یگانه خاصیت آن‌ها نیست. درواقع این نقاط میانی همگی به یک حالت نیز نیستند؛ بعضی بیش‌تر شبیه نقاط به‌وضوح سفید و بعضی بیش‌تر شبیه نقاط به‌وضوح غیر سفیدند. به عبارت دیگر برخی بیش‌تر و بعضی کم‌تر سفیدند. یعنی برای مثال اگر روی خط یادشده از راست به چپ حرکت کنیم تغییر سفیدی به‌تدریج رخ می‌دهد. به عبارت دیگر، روی این خط نقاطی هستند که کاملاً سفیدند، نقاطی کاملاً غیر سفیدند، و نقاطی نیز تاحدی سفیدند. به‌تعبیری صریح‌تر سفیدی امری دارای درجات متفاوت است. حال چون سفیدی درجات متفاوتی دارد عضویت در مجموعهٔ نقاط سفید نیز باید درجات متفاوتی داشته باشد. این درجهٔ عضویت کاملاً متناظر با درجهٔ سفیدی است. مجموعه‌هایی نظیر مجموعهٔ نقاط سفید روی خط یادشده که عضویت در آن‌ها دارای درجه است مجموعهٔ فازی (fuzzy set) نام می‌گیرند.

اما چه تعداد درجهٔ عضویت متفاوت باید در نظر گرفته شود؟ انتخاب معمول بازهٔ بستهٔ [۰,۱] است؛ یعنی اعداد حقیقی بین دو عدد صفر و یک و همچنین خود این دو عدد. این انتخاب توجیهات شهودی دارد؛ فرض کرده بودیم تغییر رنگ روی صفحه (و درنتیجه روی خط) کاملاً پیوسته و یک‌نواخت است، یعنی هر نقطه روی خط حالت رنگ متفاوتی با نقاط مجاور دارد. از طرفی فرض متعارف دربارهٔ تعداد نقاط روی یک خط تناظر آن‌ها با اعداد حقیقی است. حال اگر درجهٔ عضویت نقاط کاملاً سفید را با عدد ۱ و درجهٔ عضویت کاملاً غیر سفید را با عدد ۰ نشان دهیم انتخاب مذکور موجه خواهد بود.

در این مثال درجهٔ عضویت نقطهٔ انتهایی سمت راست در مجموعهٔ نقاط سفید روی خط یادشده برابر با ۱، درجهٔ عضویت نقطهٔ انتهایی سمت چپ برابر با ۰ و درجهٔ عضویت نقطهٔ وسط (به شرط یک‌نواختی تغییر رنگ) برابر با ½ خواهد بود. همچنین این مثال به‌گونه‌ای طراحی شده است که تمام درجات عضویت بین ۰ و ۱ متناظر با نقطه‌ای روی خط باشند. با این حال می‌توان با تغییر شرایط مثال کاری کرد که مثلاً هیچ نقطه‌ای روی خط مذکور درجهٔ عضویت ½ نداشته باشد. این کار به‌راحتی با حذف شرط پیوستگی تغییر رنگ امکان‌پذیر است. به هر حال بازهٔ [۰,۱] همواره مورد مناسبی برای درجات ممکن عضویت در مجموعه‌های فازی خواهد بود.

ایدهٔ اصلی درجات عضویت که لطفی زاده در ۱۹۶۹ مطرح کرد از مثال‌هایی مشابه آن‌چه در بالا گفته شد گرفته شده است. مثال‌های مشابه متعدد دیگری می‌توان یافت؛ مجموعهٔ افراد راضی از شغل خود، مجموعهٔ انسان‌های قدبلند، مجموعهٔ هواپیماهای بزرگ، مجموعهٔ خرمن‌ها و ... . درادامه این ایده را دقیق‌تر بیان می‌کنیم و ارتباط آن را با ایدهٔ درجات صدق توضیح خواهیم داد.

دیدیم که چون سفید امری مدرج است عضویت در مجموعهٔ سفیدها نیز دارای درجه خواهد بود. یعنی مثلاً اگر شیء a نیمه‌سفید باشد درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیای سفید ½ است. به طور کلی اگر شیء a درجهٔ سفیدی r داشته باشد درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیای سفید r است. اگر به جای «سفید» محمول دل‌خواه F را قرار دهیم به قانون زیر خواهیم رسید:

CS: درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیایی که Fاند r است اگر و تنها اگر a درجهٔ Fبودن r را داراست.

ایدهٔ درجات عضویت به‌سادگی به منطق سرایت می‌یابد. یعنی می‌توان درجات صدق را بر اساس درجات عضویت ساخت. در مثال فوق وقتی درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیای سفید ۱ (یا ۰) باشد به‌سادگی می‌توان فرض کرد که جملهٔ «a سفید است» صادق (یا کاذب) است؛ به بیان معادل، دارای ارزش صدق ۱ (یا ۰) است. اما در حالتی که درجهٔ عضویت a برابر ½ می‌شود در مورد وضعیت صدق جملهٔ «a سفید است» چه می‌توان گفت؟ یک تعمیم ساده بدین‌قرار است: ارزش صدق این جمله نیز امری مدرج است و درجهٔ صدق آن دقیقاً برابر درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیای سفید است؛ یعنی ½. این همان ایدهٔ درجات صدق است. در حالت کلی می‌توان قانونی مشابه CS داشت:

ST: درجهٔ صدق جملهٔ «a، F است» برابر r است اگر و تنها اگر درجهٔ عضویت a در مجموعهٔ اشیایی که Fاند r است.

CS و ST قوانینی هستند که ارتباط بین درجهٔ Fبودن، درجهٔ عضویت در مجموعهٔ Fها، و درجهٔ صدق F بر اشیا را بیان می‌کنند. از آن‌جا که مثال‌های شهودی فراوانی برای محمول‌های مدرج یافت می‌شود و قوانین فوق نیز کاملاً طبیعی و شهودی طراحی شده‌اند حامیان نظریهٔ فازی ادعا می‌کنند که ایدهٔ درجات صدق از پشتوانهٔ شهودی برخوردار است.

۲. به طور معمول محمول‌های مبهم در زبان به شکل مقایسه‌ای (comparative) نیز به‌کار می‌روند. برای نمونه در مثال فوق بعضی نقاط روی خط از بعضی دیگر سفیدترند. این وضعیت در مثال‌های متعدد دیگری نیز برقرار است: بعضی افراد از بعضی دیگر قدبلندترند؛ بعضی از شغل‌شان راضی‌ترند؛ و ... . البته این وضعیت در همهٔ موارد ابهام یک‌سان نیست؛ مثلاً ترکیب «خرمن‌تر» در زبان فارسی بامعنا نیست، اما به جای آن مثلاً می‌توان ترکیب بامعنای «خرمن بزرگ‌تر» را در نظر گرفت.

حال در مثال فوق نقاط a و b روی خط را چنان در نظر می‌گیرم که a از b سفیدتر باشد. در این صورت (با اندکی خلاصه‌سازی) مراحل استدلال زیر بر طبق ادعای فوربز (Forbes, 1983) حامی وجود درجات صدق برای سمنتیک زبان دارای محمول مبهم «سفید» خواهد بود:

۱). a سفیدتر از b است.

۲) a محمول «سفید است» را با درجهٔ بیش‌تری از b ارضا می‌کند.

۳). «a سفید است» درجهٔ صدق بیش‌تری از «b سفید است» دارد.

در این مثال می‌توان به جای «سفید» محمول مبهم دل‌خواهی را جانشین کرد به شرطی که به جای «سفیدتر» نیز عبارت مقایسه‌ای متناظر قرار داده شود.

بنابراین مفهوم «درجهٔ صدق» به طور کاملاً شهودی از مفهوم «درجهٔ ارضا» ساخته می‌شود. «درجهٔ ارضا» نیز به طور کاملاً شهودی از صحت مقایسهٔ دو شیء که محمول مورد نظر را ارضا می‌کنند گرفته شده است. از این‌رو چون مقایسه در محمول‌های مبهم امری معمول و طبیعی است درجهٔ صدق جملات دارای عبارتی مبهم نیز باید امری طبیعی تلقی شود.

خلاصه این‌که برمبنای ادعای حامیان نظریهٔ فازی، ویژگی‌های مدرج‌بودن و مقایسه‌ای‌بودن محمول‌های مبهم پشتوانهٔ شهودی فرض وجود درجات صدق برای

جملاتی‌اند که شامل این‌گونه محمول‌ها هستند. این شهودها هیچ‌چیز دربارهٔ چیستی این درجات صدق نمی‌گویند. از این‌رو سیستم‌های متعدد فازی تنظیم شده‌اند که تفاوت اساسی آن‌ها در مجموعهٔ درجات صدق مورد استفاده است. بازهٔ [۰,۱] یک نمونه از این انتخاب است؛ سیستمی که این انتخاب را برای درجات (ارزش‌های) صدق دارد به عنوان سیستم استاندارد فازی شناخته می‌شود. چنان‌که پیش‌تر اشاره شد درادامه صرفاً به بیان و بررسی سیستم استاندارد فازی خواهیم پرداخت.

۴. سیستم استاندارد منطق فازی

هر نظام منطقی چندارزشی با چند سؤال اساسی مواجه است. منطق فازی نیز که منطقی چندارزشی است از این قاعده مستثنا نیست. این سؤالات عبارت‌اند:

۱. چند ارزش صدق باید لحاظ شود؟

۲. آیا عمل‌گرهای منطقی تابع ارزش هستند؟

۳. قواعد سمنتیکی عمل‌گرها و سورها چیستند؟

٤. اعتبار استدلال چگونه تعریف می‌شود؟

آن‌چه به عنوان نظام استاندارد فازی شناخته می‌شود به نظام منطقی لوکاسیه‌ویچ معروف است. در این نظام سؤالات بالا، به‌ترتیب، این‌گونه پاسخ داده خواهند شد:

نخست، بازهٔ بسته [۰,۱] یعنی اعداد حقیقی بین دو عدد صفر و یک و همچنین خود این دو عدد مجموعهٔ ارزش‌های صدق در نظر گرفته می‌شوند. یک نمایندهٔ صدق کامل و صفر بیان‌کنندهٔ کذب کامل است. اعداد بینابین نیز درجات متفاوت صدق را نشان می‌دهند؛ هرچه عدد ارزش صدق بزرگ‌تر باشد جمله صادق‌تر و به عبارت دیگر درجهٔ صدق بالاتر است، و هرچه عدد ارزش صدق کوچک‌تر باشد جمله کاذب‌تر و به عبارت دیگر درجهٔ صدق پایین‌تر است.

آن‌چه از این انتخاب حمایت می‌کند شهود پیوسته‌بودن طیف بین موارد واضح مثبت و موارد واضح منفی است که موارد حاشیه‌ای آن را پر می‌کنند. مثلاً اگر فردی با قد ۱۵۰ سانتی‌متر موردی واضح برای قدبلندنبودن و فردی با قد ۱۹۰ سانتی‌متر موردی واضح برای قدبلندبودن باشد، بین این دو حالت تمامی حالات به طور پیوسته وجود دارند. حال چون پیوسته‌بودن به طور متعارف به وسیلهٔ اعداد حقیقی مدل می‌شوند اعداد حقیقی موردی

مناسب برای انتخاب ارزش صدق هستند. از طرف دیگر عدد یک و عدد صفر نمادهای متعارف صدق و کذب‌اند. بنابراین بازهٔ بستهٔ [۰,۱] موردی کاملاً شهودی و مناسب برای انتخاب مجموعهٔ ارزش‌های صدق است.

دوم، عمل‌گرهای منطقی همگی تابع ارزش محسوب می‌شوند. ارزش صدق جمله‌های مرکب شامل نقض، عطف، فصل و شرط بر حسب ارزش صدق مؤلفه‌های سادهٔ آن‌ها به دست می‌آیند. این ویژگی در منطق کلاسیک هست و به‌نظر می‌رسد باید در منطقی که برای ابهام طراحی می‌شود نیز برقرار باشد. این مطلب به اندازهٔ کافی شهودی به‌نظر می‌رسد چراکه اگر جمله‌ها در موارد واضح لحاظ شوند همان ارزش‌های کلاسیک را خواهند داشت. از این‌رو در موارد حاشیه‌ای نیز که جمله‌ها ارزش صدق بینابین دارند وجهی برای نقض تابع ارزش‌بودن عمل‌گرها به‌نظر نمی‌رسد.

سوم، برای این‌که بتوانیم قواعد سمنتیکی را بیان کنیم ابتدا قراردادهای زیر را لحاظ می‌کنیم:

|p| یعنی ارزش صدق جملهٔ P

min (a,b) یعنی عدد کوچک‌تر بین a و b. مثلاً min (0.3, 0.6) = 0.3

max (a,b) یعنی عدد بزرگ‌تر بین a و b. مثلاً max (0.3, 0.6) = 0.6

sup A یعنی کوچک‌ترین کران بالای مجموعهٔ A؛ کوچک‌ترین عددی که از تمام اعداد عضو مجموعهٔ A بزرگ‌تر باشد. در حالتی که مجموعه بزرگ‌ترین عضو داشته باشد (مثلاً اگر مجموعه متناهی باشد)، این عدد همان کوچک‌ترین کران بالای مجموعه خواهد شد. مثلاً sup {0, 1/2, 2/3, 3/4, …} = 1 و sup {1/2, 0, 1} = 1.

inf A یعنی بزرگ‌ترین کران پایین مجموعهٔ A؛ بزرگ‌ترین عددی که از تمام اعداد عضو مجموعهٔ A کوچک‌تر باشد. در حالتی که مجموعه، کوچک‌ترین عضو داشته باشد (مثلاً اگر مجموعه متناهی باشد)، این عدد همان بزرگ‌ترین کران پایین مجموعه خواهد شد. مثلاً inf {1, 1/2, 1/3, …} = 0 و inf {1/2, 0, 1} = 0.

همچنین از نمادهای متعارف حساب و نظریهٔ مجموعه‌ها بهره خواهیم برد.

اگر جملات مبهم ارزش صدق کلاسیک داشته باشند (یعنی در موارد واضح)، طبیعی است که از قواعد سمنتیکی کلاسیک پیروی کنند. بنابراین در بحث ابهام فقط قواعد سمنتیکی مورد توجه است که در حالت حدی (یعنی هنگامی که ارزش‌ها فقط ۰ و ۱ باشند) بر قواعد کلاسیک منطبق شوند. قواعد سمنتیکی عمل‌گرها در نظام استاندارد

منطق فازی این شرط را ارضا می‌کند. برای سادگی بیان قواعد سمنتیک سورها فرض می‌کنیم که به ازای هر شیء در دامنهٔ تعبیر، نامی در زبان وجود داشته باشد.

نقض: هرچه جمله‌ای صادق‌تر باشد نقیض آن کاذب‌تر است و برعکس هرچه جمله‌ای کاذب‌تر باشد نقیض آن صادق‌تر خواهد بود. نقیض جملهٔ کاملاً صادق، کاملاً کاذب، و نقیض جملهٔ کاملاً کاذب کاملاً صادق است. ساده‌ترین تابعی که این شرایط را برآورده می‌کند، به شکل زیر قابل بیان خواهد بود:

$$|\sim p| = 1 - |p|$$

عطف: طبیعی است که اگر جمله‌ای با خودش عطف شود ارزش صدق جملهٔ حاصل همان ارزش صدق جملهٔ اولیه است؛ یعنی: $|p \wedge p| = |p|$. از طرف دیگر ارزش صدق عطف دو جمله نباید از ارزش صدق هیچ‌کدام از مؤلفه‌ها بیش‌تر شود. به بیان دیگر عطف‌کردن، ارزش صدق را افزایش نمی‌دهد؛ از این‌رو: $|p \wedge q| \leq |p|$ و $|p \wedge q| \leq |q|$. تابعی که این دو شرط را برآورده می‌کند به‌سادگی بدین شرح است: ارزش صدق جمله عطفی به اندازهٔ مؤلفه‌ای است که ارزش صدق کم‌تری دارد؛

$$|p \wedge q| = \min (|p|, |q|)$$

فصل: طبیعی است که اگر جمله‌ای با خود فصل شود ارزش صدق جمله حاصل همان ارزش صدق جملهٔ اولیه است؛ یعنی: $|p \vee p| = |p|$. از طرف دیگر ارزش صدق فصل دو جمله نباید از ارزش صدق هیچ‌کدام از مؤلفه‌ها کم‌تر شود. به بیان دیگر، فصل‌کردن ارزش صدق را کاهش نمی‌دهد. از این‌رو: $|p \vee q| \geq |p|$ و $|p \vee q| \geq |q|$. تابعی که این دو شرط را برآورده می‌کند به‌سادگی بدین شرح است: ارزش صدق جمله فصلی به اندازهٔ مؤلفه‌ای است که ارزش صدق بیش‌تری دارد؛

$$|p \vee q| = \max(|p|, |q|)$$

شرط: اگر تالی صادق‌تر از مقدم باشد جملهٔ شرطی کاملاً صادق است. این وضع کاملاً مشابه صدق به انتفای مقدم در سمنتیک کلاسیک است. در حالتی که تالی صادق‌تر از مقدم نیست هرچه مقدم صادق‌تر از تالی باشد، یعنی هرچه فاصلهٔ صدق مقدم و تالی بیش‌تر شود شرطی کاذب‌تر می‌شود؛ یعنی ارزش صدقش کم‌تر می‌شود. می‌توان در دو حالت مذکور، تابع صدق جملهٔ شرطی را به صورت زیر نوشت:

اگر $|p| < |q|$ آن‌گاه $|p \supset q| = 1$

اگر $|p| \geq |q|$ آن‌گاه $|p \supset q| = 1 - |p| + |q|$

سور کلی: می‌دانیم در حالتی که دامنهٔ تعبیر متناهی است جمله با سور کلی معادل عطف همهٔ نمونه‌های خود است. در این وضع بر طبق آن‌چه در تابع ارزش جملهٔ عطفی گفته شد ارزش صدق جمله با سور کلی برابر ارزش صدق کاذب‌ترین نمونهٔ خود خواهد بود، اما در حالت نامتناهی لزومی ندارد که مجموعهٔ ارزش‌های صدق نمونه‌های جمله‌ای با سور کلی (یعنی مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد حقیقی) دارای کوچک‌ترین عضو باشد. مفهوم جانشین برای کوچک‌ترین عضو یک مجموعه، بزرگ‌ترین کران پایین برای آن مجموعه است؛ بزرگ‌ترین عددی که از همهٔ اعداد عضو مجموعه کوچک‌تر باشد. اصل کمال[۷] اعداد حقیقی تضمین می‌کند که هر زیرمجموعه‌ای از بازهٔ [۰,۱] دارای بزرگ‌ترین کران پایین باشد. از این‌رو با نمادی که قبلاً قرارداد شد تابع صدق جمله با سور کلی به صورت زیر قابل بیان است:

$|\forall x\, Fx| = \inf \{v: v = |Fc|,$ نامی در زبان است c$\}$

سور وجودی: می‌دانیم در حالتی که دامنهٔ تعبیر متناهی است جملهٔ با سور وجودی معادل فصل همهٔ نمونه‌های خود است. در این وضع بر طبق آن‌چه در تابع ارزش جملهٔ فصلی گفته شد ارزش صدق جمله با سور وجودی برابر ارزش صدق صادق‌ترین نمونهٔ خود خواهد بود، اما در حالت نامتناهی لزومی ندارد که مجموعهٔ ارزش‌های صدق نمونه‌های جمله‌ای با سور وجودی (یعنی مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد حقیقی) دارای بزرگ‌ترین عضو باشد. مفهوم جانشین برای بزرگ‌ترین عضو یک مجموعه، کوچک‌ترین کران بالا برای آن مجموعه است؛ کوچک‌ترین عددی که از همهٔ اعداد عضو مجموعه بزرگ‌تر باشد. اصل کمال اعداد حقیقی تضمین می‌کند که هر زیرمجموعه‌ای از بازهٔ [۰,۱] دارای کوچک‌ترین کران بالا باشد. از این‌رو با نمادی که قبلاً قرارداد شد تابع صدق جمله با سور وجودی به صورت زیر قابل بیان است:

$|\exists x\, Fx| = \sup \{v: v = |Fc|,$ نامی در زبان است c$\}$

چهارم، برای سیستم استاندارد فازی با سمنتیک بالا، که به سمنتیک لوکاسیه‌ویچ مشهور است تعاریف متفاوتی برای اعتبار داده شده است. در این نوشتار به چند مورد از این تعاریف اشاره می‌کنیم.

تعریف نخست: این تعریف برگرفته از رویکرد متعارف در منطق‌های جانشین است. در این رویکرد برخی ارزش‌های صدق انتخاب می‌شوند و اعتبار بر اساس حفظ این ارزش‌های صدق از مقدمات به نتیجه تعریف می‌گردد. انتخاب ارزش‌های صدق در سیستم

استاندارد متفاوت بوده است در این‌جا به یک نمونه از آن اشاره می‌کنیم. در این تعریف یگانه ارزش صدق منتخب، صدق کامل یعنی ۱ است؛

V1: استدلالی معتبر است که در هر تعبیری اگر همهٔ مقدماتش ارزش صدق ۱ داشته باشند، نتیجه نیز ارزش صدق ۱ داشته باشد (Hajek, 1998: ch. 3).

این تعریف شاید شهودی‌ترین تعمیم تعریف اعتبار کلاسیک به اعتبار فازی باشد اما نقص این تعریف در این است که ایدهٔ درجات صدق که ایدهٔ اصلی سیستم فازی است در آن هیچ جایی ندارد.

تعریف دوم: این تعریف بر اساس عدم کاهش ارزش صدق از مقدمات به نتیجه تنظیم می‌شود. ایدهٔ اصلی این تعریف مطابقت اعتبار با شرطی زبان است. در شرطی زبان که قاعدهٔ سمنتیکی آن بیان شد، اگر تالی از مقدم کاذب‌تر نباشد شرطی صادق خواهد شد. در این تعریف نیز اگر نتیجه از مقدمات کاذب‌تر نباشد استدلال معتبر خواهد بود؛

V2: استدلالی معتبر است که در هر تعبیری ارزش صدق نتیجه‌اش از ارزش صدق کاذب‌ترین مقدمه کم‌تر نباشد (Machina, 1976: 70-71).

این تعریف با همهٔ طبیعی بودنش (به سبب تناظر با شرطی زبان) نتیجه‌ای عجیب دارد: قاعدهٔ وضع مقدم با این تعریف نامعتبر می‌شود. یک مثال مطلب را روشن می‌کند. فرض کنید $|p| = 0.5$ و $|q| = 0$. در این صورت طبق قواعد سمنتیکی شرط داریم:

$$|p \supset q| = 1 - |p| + |q| = 1 - 0.5 + 0 = 0.5$$

بنابراین استدلال زیر دارای مقدماتی با ارزش ۰.۵ و نتیجه‌ای با ارزش صفر بوده و طبق تعریف V2 نامعتبر است.

$$p \supset q\, ,\, p \therefore q$$

تعریف سوم: این تعریف درواقع تکمله‌ای است بر تعریف قبل. استدلال‌هایی که معتبر نیستند همگی مشابه نیستند. همان‌گونه که شرطی‌هایی که کاملاً صادق نیستند همگی مشابه نیستند. ایدهٔ مطابقت اعتبار استدلال با ارزش صدق شرطی در این تعریف بیش‌تر جدی گرفته می‌شود. اگر استدلالی کاملاً معتبر نبود می‌تواند تا درجه‌ای معتبر باشد؛ درجهٔ اعتبار این‌گونه استدلال‌ها نسبت به فاصلهٔ صدق نتیجه و کاذب‌ترین مقدمه به طور معکوس عمل می‌کند؛ هرچه فاصلهٔ صدق بیش‌تر باشد درجهٔ اعتبار استدلال کم‌تر می‌شود. با این قرارداد که LP ارزش صدق کاذب‌ترین مقدمه و C ارزش صدق نتیجه باشد تعریف مذکور به صورت زیر قابل بیان است:

V3: استدلالی n ـ معتبر است که در هر تعبیری $1 - (LP - C) \geq n$ و n بزرگ‌ترین عددی باشد که این ویژگی را داراست. به تعبیر معادل، n بزرگ‌ترین کران پایین مجموعهٔ متشکل از $1 - (LP - C)$ها در تعبیرهای متفاوت باشد (ibid).

چند نتیجه: با این تعریف ۱ ـ معتبر معادل معتبر در V2 خواهد شد. چراکه خواهیم داشت $1 - (LP - C) \geq 1$ و این نتیجه می‌دهد که $LP \leq C$ که همان تعریف V2 است. همچنین با توجه به مثال قبل قاعدهٔ وضع مقدم حداکثر ۰/۵ ـ معتبر خواهد بود، و در غیر از استدلال‌های ۱ ـ معتبر، ممکن است که از مقدمات تا درجه‌ای صادق طی استدلالی n ـ معتبر به نتیجه‌ای کاملاً کاذب برسیم. مثال گذشته این واقعیت را به‌وضوح نشان می‌دهد. درادامه به نقد و بررسی مهم‌ترین نتیجهٔ سیستم فازی خواهیم پرداخت؛ مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش.

۵. مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش، دفاع‌ها و نقدها

برخلاف این‌که **روش‌های فازی** در کاربردهای مهندسی و مدل‌سازی برای حل مسئله‌های موردی بسیار موفق بوده است، **نظریهٔ فازی** به طور معمول در بین فیلسوفان منطق و زبان کم‌تر مورد قبول واقع شده است. مفصل‌ترین نقدهای نظریهٔ فازی به عنوان نظریه‌ای دربارهٔ ابهام را می‌توان در Williamson, 1994: ch. 4 و Keefe, 2000: ch. 4, 5 یافت. نقدهای نظریهٔ فازی حول چند محور دور می‌زنند؛ نخست نقدها به مفهوم درجات صدق؛ دوم نقدها به برخی ویژگی‌های سیستم‌های معمول فازی و نتایج نامطلوب آن‌ها؛ و سوم نقدها به حل پارادوکس‌های خرمن. در این نوشتار برای رعایت اختصار از بررسی نقدهای گروه اول صرف نظر می‌کنیم[۸] و در این بخش صرفاً به یک مورد از نقدهای گروه دوم خواهیم پرداخت؛ نقدی که به نظر نگارنده سیستم فازی از عهدهٔ پاسخ آن برنمی‌آید. نقدها به حل پارادوکس را به بخش بعد موکول می‌کنیم.

پیش از آن‌که این مسئله را در مورد سیستم فازی بررسی کنیم ابتدا باید یکی از مشکلاتی که سمنتیک کلاسیک برای مدل‌سازی زبان شامل عبارات مبهم دارد را بیان کنیم؛ مقادیر دقیق ارزش (exact truth-values). بر طبق سمنتیک کلاسیک هر جمله‌ای در زبان، چه شامل عبارتی مبهم باشد چه نباشد، **دقیقاً** یکی از دو ارزش صدق یا کذب را دارد. حال کسی که از سمنتیک کلاسیک به عنوان سمنتیکی مناسب برای زبان شامل عبارات مبهم دفاع می‌کند ناچار است به این مسئله پاسخ دهد: چه چیزی متعین‌کنندهٔ

این ارزش صدق است؟ فرض متعارف در فلسفهٔ زبان این است که کاربردهای اهل زبان (به همراه واقعیات غیر زبانی) تعین‌بخش ارزش صدق‌اند. اما در مورد عبارات مبهم به‌نظر می‌رسد که کاربردهای اهل زبان ارزش صدق جملات مبهم را در موارد حاشیه‌ای (یعنی جملات شامل عبارات مبهم در موارد حاشیه‌ای) متعین نمی‌کنند. بنابراین مدافع سمنتیک کلاسیک باید توضیحی برای این مسئله داشته باشد که اگر کاربردهای اهل زبان (به همراه واقعیات غیر زبانی) تعین‌بخش ارزش صدق جملات مبهم در موارد حاشیه‌ای‌اند چگونه این تعین محقق می‌شود؛ و اگر چنین نیست، چه چیزی تعین‌بخش ارزش صدق این جملات است.

اجازه دهید مثالی بزنیم؛ فرض کنید داود موردی حاشیه‌ای برای محمول «لاغر» است. در این وضع بر طبق شهودهای اهل زبان، به‌نظر می‌رسد جملهٔ «داود لاغر است» نه صادق است و نه کاذب. بدین معنا که کاربردهای محمول «لاغر» در زبان معین نمی‌کند که داود باید در مجموعهٔ مصادیق این محمول باشد یا نه. اما طبق سمنتیک کلاسیک این جمله باید دقیقاً یکی از این دو ارزش صدق یا کذب را دارا باشد. بنابراین اگر حامی سمنتیک کلاسیک بخواهد نظریه‌ای دربارهٔ ابهام طراحی کند باید بتواند توضیح دهد که چه چیزی و چگونه متعین‌کنندهٔ ارزش صدق جملهٔ مبهم در موردی حاشیه‌ای است.

یکی از وجوهی که سمنتیک کلاسیک را برای مدل‌سازی ابهام، نامناسب جلوه می‌دهد نبود پاسخی مناسب برای مسئلهٔ تعین ارزش صدق است. یعنی گرچه سمنتیک کلاسیک مدعی است که هر جملهٔ مبهمی ارزش صدق دارد توجیه و توضیحی برای این ادعا ندارد. حال اگر نظریهٔ دیگری غیر از نظریهٔ کلاسیک نیز دچار همین مشکل باشد در بحث نظریه‌پردازی دربارهٔ ابهام با نظریهٔ کلاسیک هم‌سنگ است؛ اگر سمنتیک کلاسیک مناسب است سمنتیک آن نظریه نیز مناسب است و بالعکس. این مطلب از آن‌جا به بحث حاضر مربوط می‌شود که سمنتیک سیستم فازی نیز با همین مشکل مواجه است.

بر طبق سیستم استاندارد فازی هر جملهٔ مبهمی **دقیقاً** یکی از ارزش‌های صدق واقع در بازهٔ [۰,۱] را دارد. مثلاً جملهٔ «داود لاغر است» در مثال بالا ارزش صدق ۰/٤ (یا ارزش دیگری) دارد. سؤال اساسی مذکور در این‌جا نیز مطرح می‌شود؛ چه چیزی تعیین می‌کند که ارزش صدق جملهٔ فوق ۰/٤ باشد؟ کاربردهای اهل زبان؟ یا چیزی دیگر؟ به‌نظر نمی‌رسد که کاربردهای اهل زبان آن‌قدر ظرافت داشته باشد که چنین کار دقیقی از آن برآید؛ یعنی معین کند که ارزش صدق جملهٔ یادشده ۰/٤ است. این‌که کاربردهای اهل

زبان چنین تعین‌بخشی دقیقی ندارند وقتی روشن‌تر می‌شود که توجه شود کاربردهای اهل زبان باید در فاصلهٔ پیوستهٔ بازهٔ [۰,۱] عدد ۰/٤ را از تمام اعداد دیگر متمایز کنند؛ این در حالی است که در بازهٔ مذکور اعدادی هستند که به هر اندازهٔ دل‌خواه به ۰/٤ نزدیک‌اند؛ نظیر ۰.٤۱، ۰.٤۰۱، ۰.٤۰۰۱ و ... و ۰.۳۹، ۰.۳۹۹، ۰.۳۹۹۹ و ... . حال آیا فرض این‌که کاربردهای فعلی اهل زبان از محمول «لاغر» آن‌قدر دقیق است که بین تمام این اعداد، که می‌توان آن‌ها را به هر اندازهٔ دل‌خواه به هم نزدیک کرد، عدد ۰/٤ را انتخاب کرده است فرض عجیب، غیر قابل پذیرش، و باورناپذیری نیست؟ به‌نظر کاملاً واضح می‌آید که این‌گونه باشد (Keefe, 2000: 114).

جالب این‌جاست که ماچینا نیز که از حامیان سیستم فازی است این مسئله را این‌گونه مطرح می‌کند: اگر منطق کلاسیک دقتی دوارزشی برای ابهام در نظر می‌گیرد منطق فازی نیز دقتی بی‌نهایت ارزشی را لحاظ می‌کند (Machina, 1976: 49). پاسخی که وی به این مسئله می‌دهد به این شرح است: گرچه هر جملهٔ مبهمی ارزش دقیقی دارد و این ارزش صدق را کاربرد اهل زبان متعین می‌کند، اما لزومی ندارد کاربران اهل زبان ارزش صدق همهٔ جملات را بدانند. از این‌رو این‌که ارزش صدق جملهٔ «داود لاغر است» در مثال بالا ۰/٤ می‌شود یا نه، واقعیتی تجربی است که باید تحقیق شود (ibid: 60-61).

اما آیا واقعاً ارزش صدق برخی جملات زبان نادانسته است؟ شاید باشد، اما آیا صرف امکان چنین وضعی برای باور به وقوع آن کافی است؟ قطعاً نه؛ ادعای وجود ارزش صدق نادانسته برای برخی جملات زبان فقط در این نظریه و از جانب ماچینا اظهار نشده است، ویلیامسون هم نظر مشابهی دارد (Williamson, 1994: ch. 7, 8). بر طبق نظریهٔ وی هر جملهٔ زبان دقیقاً یکی از دو ارزش صدق و کذب را دارد، گرچه کاربران زبان ندانند که آن جمله کدام‌یک را دارد. با این حال وی تقریباً تمام نظریهٔ خود دربارهٔ ابهام را به توضیح این مطلب اختصاص می‌دهد که چرا کاربران زبان در وضع فعلی نمی‌دانند (یا نمی‌توانند بدانند) که هر جمله‌ای چه ارزش صدقی دارد. هدف بحث حاضر ارزیابی نظر ویلیامسون نیست، بلکه توجه به این نکته است که اگر نظریه‌ای ادعا می‌کند که کاربران زبان ارزش صدق جمله‌ای را نمی‌دانند باید توضیح دهد که چرا آن‌ها این ارزش صدق را نمی‌دانند. صرف احتمال صحت یک ادعا به‌هیچ‌وجه برای باور به آن کافی نیست. بنابراین حداقل حامیان سیستم فازی، نظیر ماچینا، که ارزش صدق برخی جملات را امری نادانسته می‌انگارند یک توجیه به مخالفان بدهکارند (Keefe, 2000: 115).

پاسخ متداول به مسئلهٔ مقادیر ارزش دقیق رویکرد ابزارگرایانه (instrumentalist) به درجات صدق است. این رویکرد در بین طرف‌داران فازی حامیان بسیاری دارد. ازجمله خود ماچینا (Machina, 1976)، گوژن (Goguen, 1969)، ادینگتون (Edgington, 1996) و کوک (Cook, 2002). این رویکرد گاهی رویکرد مدل‌سازی (modeling approach) نیز نام گرفته است.

رویکرد ابزارگرایانه در مورد سیستم فازی به‌مثابهٔ نظریه‌ای دربارهٔ ابهام را می‌توان در چند جمله بیان کرد؛ نظریهٔ فازی به هر جمله ارزش صدقی نسبت می‌دهد، اما این به معنای آن نیست که واقعاً جملهٔ مورد نظر دارای ارزش صدق مذکور است. بلکه درجات صدق صرفاً ابزاری هستند که سیستم فازی آن‌ها را به‌کار می‌گیرد تا به اهداف خود برسد. بدین شرح که نسبت‌دادن درجات صدق به جمله‌ها سبب می‌شود نظریهٔ فازی بتواند منطق حاکم بر استدلال‌های شامل عبارات مبهم را تنظیم کند و رفتار عبارات مبهم را توضیح دهد بدون آن‌که پارادوکسی رخ دهد؛ رفتارهایی نظیر مدرج‌بودن محمول‌ها، مقایسه‌ای‌بودن آن‌ها، و تفاوت موارد حاشیه‌ای. به بیان دیگر آن‌چه نظریهٔ فازی بدان ملتزم است ساختار ارزش‌دهی به کل جملات است و آن‌چه بدان ملتزم نیست ارزش‌دهی‌های خاص به جملات خاص است.

بنابراین رویکرد مدل‌سازی مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش را به جای حل‌کردن منحل می‌کند. طبق این رویکرد نظریهٔ فازی در مورد نسبت‌دادن مقدار ارزش خاص به یک جملهٔ مبهم اساساً ادعایی ندارد. از این‌رو طبیعی است که مسئلهٔ «چه چیزی و چگونه متعین‌کنندهٔ ارزش صدق جمله‌های مبهم است؟» کاملاً بی‌مورد خواهد بود؛ چراکه واقعاً ارزش صدقی نسبت داده نشده است که در مورد آن مسئلهٔ فوق مطرح شود. مزیت این رویکرد نیز دقیقاً در همین جاست که خود را وارد پیچیدگی‌های مباحث فلسفهٔ زبانی و متافیزیکی مرتبط با تعین ارزش صدق نمی‌کند.

اما، همچنان که کیفی نیز بدان پرداخته است این رویکرد صرفاً مسئلهٔ نظریه‌پردازی دربارهٔ ابهام را به تعویق می‌اندازد (Keefe, 2000: 123-124). چنان‌که در مقدمه اشاره کردیم یکی از وظایف نظریه‌ای دربارهٔ ابهام تنظیم سمنتیک زبان دارای ابهام است. این وظیفه، هر نظریه‌ای دربارهٔ ابهام را **ملزم می‌کند** که در مورد ارزش صدق جملات مبهم اظهار نظر کند. اگر نظریه‌ای به این وظیفه عمل نکند اساساً نظریهٔ کاملی نیست. توضیح این‌که حامیان رویکرد مدل‌سازی ادعای تنظیم سمنتیک ابهام را به ادعای تنظیم ابزاری

برای مدل‌کردن رفتار ابهام به نحو سازگار تقلیل داده‌اند. البته این‌که حامیان توانسته‌اند به نحوی سازگار این ادعا را توجیه کنند به حل پارادوکس در نظریهٔ فازی وابسته است. این‌که اینان توانسته‌اند پارادوکس‌ها را به نحو رضایت‌بخشی حل کنند در بخش آینده مورد بررسی قرار خواهد گرفت. اما با فرض این‌که این حامیان توانسته‌اند از عهدهٔ توجیه ادعای خود برآیند، هنوز به مسئلهٔ اصلی ابهام پاسخی نداده‌اند؛ سمنتیک ابهام چیست؟ به بیان معادل اگر گفته شود که هنگامی که سمنتیک فازی ارزشی را به جمله‌ای مبهم نسبت می‌دهد به معنای آن نیست که **واقعاً** آن جمله دارای آن ارزش صدق است و هنوز پرسشی بدون پاسخ مانده است: ارزش صدق جملهٔ مذکور **واقعاً** چیست؟ بنابراین رویکرد مدل‌سازی به مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش در بهترین شرایط ناکافی است.

نتیجه این‌که در برخورد با مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش حامیان نظریهٔ فازی توجیه قابل‌قبولی ندارند. از این‌رو چنان‌که گفته شد این نظریه همان‌قدر ارزش‌مند است که نظریهٔ کلاسیک. از طرفی مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش به سیستم استاندارد فازی اختصاص ندارد. بنابراین این مسئله چالشی است در مقابل هر نوع نظریه‌ای که به‌نوعی به درجات صدق تن در دهد. از طرفی اگر سادگی نظریه یکی از ملاک‌های برتری آن باشد نظریهٔ کلاسیک قطعاً پیروز میدان است؛ یعنی در برخورد با این مسئله نظریهٔ کلاسیک باورپذیرتر از هر نظریهٔ فازی است.

در بخش بعد بدون توجه به اشکالاتی که به نظریهٔ (استاندارد) فازی در بخش حاضر وارد شد صرفاً به بررسی توانایی نظریهٔ مذکور در حل پارادوکس خواهیم پرداخت. طبیعی است که در مواردی رویکرد مدل‌سازی مفروض انگاشته می‌شود.

۶. نظام فازی و پارادوکس خرمن

چنان‌که پیش از این گفتیم حل پارادوکس از دو بخش تشکیل می‌شود: حل منطقی که به توضیح وضع منطقی استدلال پارادوکس می‌پردازد، و حل روان‌شناختی که به توجیه وضع شهودهای اولیه دربارهٔ استدلال دست می‌زند. درادامه به بررسی این دو بخش راه‌حل پارادوکس‌های خرمن که حامیان نظریهٔ فازی تنظیم کرده‌اند می‌پردازیم.

۱. حل منطقی: حل منطقی پارادوکس در سیستم استاندارد فازی کاملاً بستگی به تعریف اعتبار دارد. برمبنای تعریف اول استدلال پارادوکس معتبر است ولی صحیح نیست، اما برمبنای تعریف دوم و سوم این استدلال نامعتبر است. به‌ترتیب به این حالت‌ها می‌پردازیم.

پیش از آن صورت شرطی و عطفی پارادوکس را بازگو می‌کنیم و دامنهٔ تعبیر را نیز به دنباله‌ای از توده‌های گندم که اولی یک دانه گندم، دومی دو دانه، ... و تودهٔ صدهزارم صدهزار دانه گندم دارد محدود می‌کنیم.

$H(0)$	$H(0)$
$\forall n\,(H(n) \rightarrow H(n+1))$	$\forall n \sim (H(n) \wedge \sim H(n+1))$
$\therefore\ H(100000)$	$\therefore\ H(100000)$

که در آن همچون گذشته، $H(n)$ یعنی «n دانه گندم خرمن نمی‌سازد».

حالت نخست: حل منطقی پارادوکس بر مبنای تعریف اول اعتبار. اگر همهٔ مقدمه‌ها ارزش صدق ۱ داشته باشند باید همهٔ $H(1)$ تا $H(100000)$ ارزش صدق ۱ داشته باشند. زیرا اولاً $|H(0)| = 1$ و چون دامنه متناهی است خواهیم داشت:

$$|\forall n\,(H(n) \rightarrow H(n+1))| = |(H(0) \rightarrow H(1)) \wedge \ldots \wedge (H(99999) \rightarrow H(100000))|$$

$$= \min\,(|H(0) \rightarrow H(1)|, \ldots, |H(99999) \rightarrow H(100000)|) = 1$$

اما چون همهٔ ارزش‌های صدق این جملات شرطی حداکثر برابر ۱ است کم‌ترین آن‌ها فقط زمانی ۱ می‌شود که همگی برابر با ۱ باشند. پس $|H(0) \rightarrow H(1)| = 1$ و چون $|H(0)| = 1$ طبق قواعد سمنتیکی جملهٔ شرطی خواهیم داشت $|H(1)| = 1$. به همین ترتیب بقیهٔ $H(n)$ها نیز باید ارزش ۱ داشته باشند. پس نتیجه یعنی $H(100000)$ نیز ارزش ۱ خواهد داشت و استدلال معتبر خواهد شد. وضع در مورد صورت عطفی نیز مشابه است.

اما مقدمات این استدلال همگی کاملاً صادق نیستند. طبیعی است که با افزایش تعداد n، ارزش صدق جمله «n دانه گندم تشکیل خرمن نمی‌دهد» کاهش یابد. برای مثال ارزش‌دهی زیر را در نظر بگیرید:

$$|H(n)| = 1 - \frac{n}{100000}$$

با این ارزش‌دهی خواهیم داشت $|H(0)| = 1$ و برای جملات شرطی داریم:

$$|H(n) \rightarrow H(n+1)| = 1 - |H(n)| + |H(n+1)| = \frac{99999}{100000}$$

و برای مقدمهٔ استقرایی نیز همین ارزش به دست خواهد آمد.

$$|\forall n\,(H(n) \rightarrow H(n+1))| = \frac{99999}{100000}$$

در این ارزش‌دهی نتیجه کاملاً کاذب است؛ چراکه طبق دستور بالا $|H(100000)| = 0$.

وضع صورت عطفی نیز مشابه است؛ مقدمهٔ کلی جمله‌ای با ارزش صدق ۱ نیست. مثلاً طبق ارزش‌دهی بالا:

$$|\sim H(n+1)| = 1 - (1 - \frac{n+1}{100000}) = \frac{n+1}{100000}$$

$$|\sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))| = 1 - \min(|H(n)|, |\sim H(n+1)|) = 1 - \min(1 - \frac{n}{100000}, \frac{n+1}{100000})$$
$$= \max(\frac{n}{100000}, \frac{99999-n}{100000})$$

که در آن برای ساده‌شدن محاسبات از رابطهٔ $1 - \min(a, b) = \max(1 - a, 1 - b)$ استفاده شده است. با این اوصاف برای مقدمهٔ کلی خواهیم داشت:

$$|\forall n \sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))| = \inf\{\max(\frac{n}{100000}, \frac{99999-n}{100000}): n = 0, 1, \ldots, 99999\} = \frac{1}{2}$$

البته این تابع ارزش‌دهی یگانه نمونهٔ ممکن برای ارزش‌دهی نیست، اما هر ارزش‌دهی دیگری نیز باید این واقعیت را لحاظ کند که تغییر در تعداد دانه‌های گندم به اندازهٔ ناچیزی ارزش صدق جملهٔ H(n) را تغییر خواهد داد. با این شرط وضع مقدمهٔ استقرایی روشن است. H(n+1) فقط کمی از H(n) کاذب‌تر خواهد بود. از این‌رو نمونهٔ شرطی $H(n) \rightarrow H(n+1)$ به میزان ناچیزی ارزش کم‌تر از ۱ خواهد داشت. بنابراین گرچه مقدمهٔ استقرایی همواره ارزش صدق نزدیک به ۱ خواهد داشت هیچ‌گاه ارزش صدق آن ۱ نخواهد شد. در مورد مقدمهٔ کلی در فرم عطفی پارادوکس وضع کمی پیچیده‌تر است.

مقدمهٔ کلی فرم عطفی همواره ارزش صدق نزدیک به ½ خواهد داشت. این واقعیت را می‌توان این‌گونه تبیین کرد: در اوایل زنجیرهٔ توده‌های گندم ارزش صدق H(n) و همچنین H(n+1) بسیار بالاست. از این‌رو ارزش $\sim H(n+1)$ بسیار پایین است، پس ارزش صدق نمونهٔ عطفی $H(n) \wedge \sim H(n+1)$ بسیار پایین، و ارزش نقیض آن یعنی جملهٔ $\sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))$ بسیار بالا خواهد بود. به طور مشابه در اواخر زنجیره نیز ارزش صدق H(n) و همچنین H(n+1) بسیار پایین است. از این‌رو ارزش $\sim H(n+1)$ بسیار بالاست. پس ارزش صدق نمونهٔ عطفی $H(n) \wedge \sim H(n+1)$ بسیار پایین، و ارزش نقیض آن یعنی جملهٔ $\sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))$ بسیار بالا خواهد بود. اما در میانهٔ زنجیره ارزش صدق H(n) و همچنین H(n+1) نزدیک به ½ است. از این‌رو ارزش $\sim H(n+1)$ نیز نزدیک به ½ است. پس ارزش صدق نمونهٔ عطفی $H(n) \wedge \sim H(n+1)$ هم نزدیک به ½، و ارزش نقیض آن، $\sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))$، نیز نزدیک به ½ خواهد بود، اما ارزش

صدق جملهٔ کلی $\forall n \sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))$ برابر با کم‌ترین مقدار ارزش صدق‌های نمونه‌های آن است؛ یعنی ارزش صدق آن نزدیک به ½ است.

بنابراین، در هر حال استدلال پارادوکس خرمن گرچه استدلالی معتبر است مقدماتش کاملاً صادق نیستند. از این‌رو چنان‌که پیش از این اشاره کردیم لزومی ندارد که نتیجه‌اش حتی تا درجه‌ای صادق باشد.

حالت دوم: حل منطقی بر اساس تعریف دوم. پیش از این دیدیم که قاعدهٔ وضع مقدم برمبنای این تعریف معتبر نیست. حال چون در فرایند استدلال پارادوکس خرمن حداقل یک‌بار باید از این قاعده استفاده شود، این استدلال نامعتبر خواهد بود.

حالت سوم: حل منطقی بر اساس تعریف سوم. در این تعریف نیز چون وضع مقدم حداکثر ۰/۵ ـ معتبر است استدلال نیز ۱ ـ معتبر نیست و لزومی ندارد که نتیجه حتی تا درجه‌ای صادق باشد (Machina, 1976: 71). در این دو حالت نیز می‌توان نشان داد که استدلال پارادوکس به فرم عطفی نیز ۱ ـ معتبر نیست، اما برای رعایت اختصار از آن صرف نظر می‌کنیم.

۲. حل روان‌شناختی پارادوکس: شهوداً پارادوکس خرمن هم مقدمات صادقی دارد و هم استدلالی معتبر است. ماچینا مدعی است که سیستم فازی هر دو شهود را می‌تواند توضیح دهد.

نخست، مقدمهٔ استقرایی: پیش از این گفتیم که هر ارزش‌دهی قابل قبولی به جملات H(n) در پارادوکس، باید این دو نکته را لحاظ کند: اولاً باید برای هر n ارزش‌های نزدیکی به H(n) و H(n+1) بدهد؛ چراکه تغییر اندکی در دانه‌های گندم حداکثر تغییر اندکی در درجهٔ صدق جملهٔ «n دانه گندم خرمن نمی‌سازد» ایجاد خواهد کرد. ثانیاً باید به H(0) ارزش صدق ۱ بدهد؛ چراکه به‌نظر می‌رسد این‌که بدون هیچ گندمی نمی‌توان خرمنی از گندم داشت بخشی از معنای «خرمن گندم» است. با این شرایط و با قواعد سمنتیکی یادشده، دیدیم که ارزش صدق مقدمهٔ استقرایی همواره **نزدیک** به کاملاً صادق است. این نشان می‌دهد که چرا مقدمهٔ استقرایی شهوداً بسیار **پذیرفتنی** به‌نظر می‌رسد؛ شهود اهل زبان بین کاملاً صادق و تقریباً صادق خلط می‌کند.

دوم اعتبار: چنان‌که گفته شد این استدلال به یک معنا معتبر است؛ اگر مقدمات استدلال کاملاً صادق فرض شوند نتیجه نیز کاملاً صادق خواهد بود. همین برای شهود اعتبار استدلال پارادوکس کافی است (ibid: 71-74).

اما این توضیح برای حل روان‌شناختی فرم عطفی پارادوکس کافی نیست. چراکه در بالا دیدیم که مقدمهٔ کلی آن همیشه ارزش صدق نزدیک به $\frac{1}{2}$ دارد. گرچه نزدیک‌بودن به ارزش کاملاً صادق برای شهود صادق‌بودن یک جمله توضیحی کافی به‌نظر می‌رسد، ولی به‌هیچ‌وجه نیمه‌صادق‌بودن توضیح‌دهندهٔ شهود صدق یک جمله نیست؛ دلیلی ندارد که شهود ما جمله‌ای را که فقط نیمه‌صادق است صادق بپندارد. پس با فرض این‌که حل روان‌شناختی ماچینا مورد پذیرش باشد دربارهٔ همهٔ فرم‌های پارادوکس کارا نیست.

خود ماچینا پاسخی اجمالی به این اشکال می‌دهد؛ پرواضح است که اگر جملهٔ «n دانه گندم خرمن نمی‌سازد» حدوداً نیمه‌صادق باشد نقیض آن نیز حدوداً نیمه‌صادق است. بنابراین در مورد یک تودهٔ مشخصی از دانه‌های گندم می‌توان اظهار کرد که همان توده هم خرمن می‌سازد و هم خرمن نمی‌سازد (البته با ارزش صدق حدود $\frac{1}{2}$). از این‌رو در مورد دو توده که صرفاً یک دانه اختلاف تعداد دارند نیز می‌توان اظهار کرد که یکی خرمن می‌سازد ولی دیگری نه (البته باز هم با ارزش صدق حدود $\frac{1}{2}$). از طرفی جملهٔ کلی صورت عطفی پارادوکس می‌گوید که چنین نیست که دو توده با اختلاف تعداد یک دانه گندم یکی خرمن باشد و دیگری نه، بنابراین این جمله نیز نباید ارزش صدق بالایی داشته باشد؛ چراکه نقیض جمله‌ای است که در حدود نیمه‌صادق است، و خود نیز باید در حدود نیمه‌صاق باشد که است (ibid: 74).

با این حال به‌نظر می‌رسد وی در این پاسخ دو چیز را با هم خلط کرده است؛ آن‌چه اهل زبان در مورد جملهٔ کلی فرم عطفی پارادوکس اظهار می‌کنند و آن‌چه بر مبنای درک فازی از این جمله باید اظهار شود. توضیح ماچینا به‌خوبی می‌گوید که برمبنای درک فازی چرا اهل زبان باید جملهٔ کلی یادشده را نیمه‌صادق تلقی کنند. این در حالی است که اهل زبان این جمله را نه نیمه‌صادق بلکه کاملاً صادق تلقی می‌کنند. نتیجه این خواهد بود که اظهار اهل زبان با اظهار بر اساس درک فازی هماهنگ نیست. اما هیچ توجیهی وجود ندارد که چرا و چگونه این ناهماهنگی رخ می‌دهد. بنابراین این سخن ماچینا نمی‌تواند به‌مثابهٔ حل روان‌شناختی پارادوکس خرمن در فرم عطفی آن مورد پذیرش قرار گیرد؛ گرچه سخن وی دربارهٔ وضع روان‌شناختی فرم شرطی خالی از وجه نیست. اما به هر حال استراتژی وی برای حل روان‌شناختی دو فرم پارادوکس متفاوت است بدون آن‌که توجیهی برای این تفاوت ارائه کند.

ودرسون با پذیرش این نقص، راه‌حل دیگری برای حل روان‌شناختی فرم عطفی پارادوکس پیشنهاد می‌کند (Weatherson, 2005). در این راه‌حل وی از این گفتهٔ فاین که شهودهای ما بین صادق و به طور معین صادق (determinately true) تفاوت قائل نمی‌شوند (Fine, 1975) ایده می‌گیرد.[۹] به نظر ودرسون صادق امری دارای درجه است، اما به طور معین صادق، معادل کاملاً صادق (یعنی صادق با درجهٔ ۱) است و امری دارای درجه نیست؛ هر جمله‌ای یا کاملاً صادق است یا نه و حالت دیگری در بین نیست. بنابراین گرچه «صادق است که P» معادل با P است، «کاملاً صادق است که P» با P معادل نیست. از این پس به جای «صادق است که P» همان P را به‌کار می‌بریم، اما نماد $T_1()$ را برای محمول کاملاً صادق قرارداد می‌کنیم. با این توضیح ودرسون معتقد است که شهودهای اهل زبان دربارهٔ مقدمهٔ کلی فرم عطفی پارادوکس، دو جملهٔ زیر را با هم خلط می‌کند:

U1: $\forall n \sim(H(n) \wedge \sim H(n+1))$

برای هر n چنین نیست که n دانه گندم خرمن نسازد و n+1 دانه گندم خرمن بسازد.

U2: $\forall n \sim(T_1(H(n)) \wedge T_1(\sim H(n+1)))$

برای هر n چنین نیست که کاملاً صادق است که n دانه گندم خرمن نمی‌سازد و کاملاً صادق است که n+1 دانه گندم خرمن می‌سازد.

واضح است که U2 کاملاً صادق است. زیرا با توجه به سمنتیک فازی محمول‌های مبهم اختلاف، یک دانه گندم فقط به میزان ناچیزی ارزش صدق جملهٔ «n دانه گندم خرمن نمی‌سازد» را تغییر می‌دهد. از این‌رو برای هیچ nی چنین نخواهد بود که ارزش صدق «n دانه گندم خرمن نمی‌سازد» برابر ۱ باشد و ارزش صدق «n+1 دانه گندم خرمن نمی‌سازد» برابر با ۰. از این‌رو U2 هیچ‌گاه ارزش صدق غیر از ۱ نخواهد داشت. این در حالی است که U1 با توجه به توضیحات سابق ارزش صدق حدود $\frac{1}{2}$ دارد.

بنابراین ودرسون ادعا می‌کند که چون شهودهای ما U1 و U2 را با هم خلط می‌کنند هنگامی که U1 گفته می‌شود U2 فهمیده می‌شود؛ از آن‌جا که درواقع U2 کاملاً صادق است شهودهای ما به اشتباه تصور می‌کند که U1 کاملاً صادق است. از این‌رو توضیحی وجود دارد که چرا اهل زبان مقدمهٔ کلی فرم عطفی پارادوکس خرمن را صادق می‌پندارند.

اما آیا این توجیه کافیست؟ چنین به‌نظر نمی‌رسد. اساسی‌ترین اشکالی که به سخن ودرسون وارد است موردی‌بودن آن است. طبق ادعای ودرسون (هم‌نوا با ماچینا) اهل زبان

در هنگام برخورد با فرم شرطی پارادوکس تقریباً صادق و کاملاً صادق را با هم خلط می‌کنند و لذا مقدمهٔ استقرایی را که فقط تقریباً صادق است کاملاً صادق می‌پندارند، اما در هنگام برخورد با فرم عطفی پارادوکس، صادق و کاملاً صادق را با هم خلط می‌کنند؛ چون U2 صادق است می‌پندارند که U1 نیز صادق است، اما هیچ توضیحی ارائه نمی‌کنند که چرا در این حالت‌ها اتفاق‌های متفاوتی می‌افتد. بنابراین پاسخ ودرسون در بهترین حالت ناقص است همان‌گونه که پاسخ ماچینا ناقص بود.

دیدیم که پاسخ ماچینا یعنی خلط تقریباً صادق و کاملاً صادق قابل تعمیم به فرم عطفی پارادوکس نیست، اما آیا نمی‌توان پاسخ ودرسون را به فرم شرطی تعمیم داد؟ اگر این کار شدنی باشد باید اهل زبان دو جملهٔ زیر را با هم خلط کنند و به سبب این اشتباه U3 را صادق بدانند:

U3: $\forall n\,(H(n) \rightarrow H(n+1))$

برای هر n اگر n دانه گندم خرمن نسازد آن‌گاه n+1 دانه گندم خرمن نمی‌سازد.

U4: $\forall n\,(T_1(H(n)) \rightarrow T_1(H(n+1)))$

برای هر n اگر کاملاً صادق است که n دانه گندم خرمن نمی‌سازد آن‌گاه کاملاً صادق است که n+1 دانه گندم خرمن نمی‌سازد.

اشکال کار در این است که اهل زبان هر دو جمله را به یک اندازه صادق می‌دانند. این یعنی پاسخ ودرسون در فرم شرطی هیچ کارایی ندارد. به بیان معادل خلط یا عدم خلط صادق و کاملاً صادق در شهودهای اهل زبان دربارهٔ مقدمهٔ استقرایی تأثیری ندارد؛ هر دو بیان مقدمهٔ استقرایی، کاملاً صادق به‌نظر می‌رسند.

نتیجه این‌که راه‌حل‌های روان‌شناختی ماچینا و ودرسون هر دو، موردی (ad hoc) هستند و هیچ توجیهی برای تفاوت مذکور ارائه نمی‌کنند. از این‌رو می‌توان ادعا کرد که سیستم فازی راه‌حل روان‌شناختی مناسبی برای پارادوکس خرمن در همهٔ صورت‌های آن ارائه نکرده است.

۷. نتیجه‌گیری

در جمع‌بندی می‌توان گفت که نظریهٔ فازی سعی می‌کند ویژگی ابهام را بر اساس ویژگی‌های مدرج‌بودن و مقایسه‌ای‌بودن توضیح دهد و از این رهگذر مفهوم درجات صدق

را پیش می‌کشد. سیستم استاندارد فازی بازهٔ [۰،۱] را برای درجات صدق (ارزش‌های صدق) برمی‌گزیند؛ در این سیستم تعاریف متفاوتی برای اعتبار استدلال ارائه می‌شود که بر اساس آن‌ها حل منطقی پارادوکس خرمن متفاوت می‌شود، اما حل روان‌شناختی فرم شرطی پارادوکس بر اساس خلط بین کاملاً صادق و تقریباً صادق، حل روان‌شناختی فرم عطفی پارادوکس بر اساس خلط بین صادق و کاملاً صادق توضیح داده می‌شود. آن‌چه در نقد این سیستم گفته شد از این قرار است: نخست این‌که سیستم فازی پاسخی قانع‌کننده برای مسئلهٔ مقادیر دقیق ارزش ندارد. دوم این‌که گرچه حل منطقی پارادوکس خرمن در سیستم فازی کامل است، حل روان‌شناختی آن موردی و فاقد توجیه است. درنتیجه سیستم فازی از عهدهٔ وظایف نظریه‌ای دربارهٔ ابهام برنمی‌آید.

پی‌نوشت

۱. این پارادوکس از اوبیولیدس هم‌عصر ارسطوست. وی همان کسی است که پارادوکس دروغ‌گو را طرح کرد.

۲. اگر صد هزار شما را قانع نمی‌کند آن را با عدد دل‌خواه خود جانشین کنید.

۳. این‌گونه پارادوکس صورت‌های مشابهی نیز دارد که برای رعایت اختصار از بیان آن‌ها خودداری می‌شود. برای بعضی از این صورت‌بندی‌ها ← Sainsbury and Williamson, 1997.

٤. برای مقدمه‌ای تفصیلی‌تر ← حسینی، ۱۳۸۹ الف؛ حسینی، ۱۳۸۹ ب: فصل اول.

۵. البته این اولین‌بار نبود که این ایده مطرح می‌شد برای تاریخچه‌ای تفصیلی‌تر ← Williamson, 1994: 120-122.

٦. مجموعهٔ کلاسیک مجموعه‌ای است که هر شیئی در مقایسه با آن مجموعه دقیقاً یکی از این دو حالت را دارد: یا عضوی از آن است یا نه.

۷. بر اساس اصل کمال اعداد حقیقی، هر زیرمجموعه از اعداد حقیقی که از بالا کران‌دار باشد دارای کوچک‌ترین کران بالاست. یک دلیل تکنیکی انتخاب بازهٔ حقیقی [۰،۱] به جای مثلاً بازهٔ گویای [۰،۱] همین مطلب است که مجموعهٔ اعداد حقیقی یگانه میدان مرتبی است که اصل کمال در آن برقرار است.

۸. برای برخی نقدهای دیگر ← حسینی، ۱۳۸۹ ب: فصل ۲.

۹. البته فاین از نظریهٔ فراارزش‌گذارها دربارهٔ ابهام دفاع می‌کند نه فازی. در نظریهٔ فراارزش‌گذارها «به طور معین صادق» به معنای «فراصادق» است و «صادق» به معنای «صادق در مدل». برای بررسی نقدی از رویکرد فراارزش‌گذارها به ابهام ← حسینی، ۱۳۸۸؛ حسینی ۱۳۸۹ ب: فصل ۲.

منابع

Cook, Roy (2002). 'Vagueness and Mathematical Precision', *Mind*, Vol. 111.

Edgington, Dorothy (1996). *Vagueness by Degrees*, R. Keefe and B. Smith (eds.), Cambridg: MIT P.

Fine, Kit (1975). 'Vagueness, Truth and Logic', *Synthese*, Vol. 30.

Forbes, Graeme (1983). 'Thisness and Vagueness', *Synthese*, Vol. 54.

Goguen, J. A. (1969). 'The Logic of Inexact Concepts', *Synthese*, Vol. 19.

Hajek, P. (1998). *Metemathematics of Fuzzy Logic*, London: Kluwer Academhc.

Keefe, Rosanna (2000). *Theories of Vagueness*, Cambridge: Cambridge University Press.

Machina, Kenton (1976). 'Truth, Belief and Vagueness', *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 5.

Rosanna and Peter Smith (eds.) (1996). *Vagueness, A Reader*, Massachusetts: MIT Press.

Smith, Nicholas J. J. (2008). *Vagueness and Degrees of Truth*, Oxford: Oxford University Press.

Weatherson, Brian (2005). 'True, Truer, and Truest', *Philosophical Studies*, Vol. 123.

Williamson, Timothy (1994). *Vagueness*, London: Routledge.

Zadeh, Lotfi (1965). 'Fuzzy Sets', *Information and Control*, Vol. 8.

منابع دیگر

حسینی، داود (۱۳۸۸). «ابهام، نقد یک نظریهٔ مخالف شهود»، *نامهٔ مفید*، س ۱۵، ش ۷۱ (*نامهٔ فلسفی*، ج ۵، ش ۱).

حسینی، داود (۱۳۸۹ الف). «ابهام و پارادوکس خرمن»، *منطق‌پژوهی*، س ۱، ش ۱.

حسینی، داود (۱۳۸۹ ب). «ابهام، تحلیل منطقی پارادوکس خرمن»، رسالهٔ دکتری، دانشکدهٔ علوم انسانی، دانشگاه تربیت مدرس تهران.

حسینی، داود (۱۳۹۰). «نظریهٔ فراارزش‌گذارها دربارهٔ ابهام»، *منطق‌پژوهی*، س ۲، ش ۱.

Keefe, Rosanna and Peter Smith (eds.) (1996). *Vagueness, A Reader*, Massachusetts: MIT Press.

Sainsbury, M. and T. Williamson (1997). 'Sorites', in *A Companion to the Philosophy of Language*, B. Hale and C. Wright (eds.), Oxford: Blackwell.